

Die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen und deren Anwendung
zur Beschreibung von Geländeflächen bei
topographischen Geländeaufnahmen

Von der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

vorgelegt von
Dipl.-Ing. Emil Wild

München 1983

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION

Marshallplatz 8, D-8000 München 22

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. W. Hofmann

Tag der Einreichung: 25. November 1981

Tag der mündlichen Prüfung: 24. Mai 1982

© 1983 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Druck: Gebr. Brunner, 8151 Wangau

Inhaltsverzeichnis

Seite

I.	EINLEITENDE EINFÜHRUNG IN DIE TOPOGRAPHISCHE GELÄNDEAUFNAHME UND -AUSWERTUNG; ENTWICKLUNG DER AUFGABENSTELLUNG	7
1.	Die topographische Geländeaufnahme und -auswertung	7
1.1	Die automatische Auswertung topographischer Geländeaufnahmen	7
1.2	Die Beschreibung der Geländefläche	8
1.2.1	Die Approximationstheorie	8
1.2.2	Die Schätztheorie	9
1.2.3	Grundlage der Geländeflächenbeschreibung	10
1.2.4	Gewählte Bezeichnungen	10
2.	Aufgabenstellung und Lösungsweg	12
2.1	Die Problematik möglichst genauer Geländeflächenbeschreibungen	12
2.2	Anstehende Untersuchungen von Prädiktionsmethoden	12
2.3	Die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen als allgemeine Prädiktionsmethode	13
2.4	Die Beschreibung von Geländeflächen durch die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen	14
3.	Voraussetzungen und Grundlagen der Beschreibung von Geländeflächen	15
3.1	Übersicht über Begriffe und Vorgänge der topographischen Geländeaufnahme und -auswertung	16
3.2	Die Erdoberfläche	16
3.3	Die Geländefläche	17
3.3.1	Idealisierung und Abstraktion	17
3.3.2	Eigenschaften und Verlauf der Geländefläche	18
3.4	Die topographische Geländeaufnahme	19
3.4.1	Aufnahmeprinzipien	20
3.4.2	Aufnahmeverfahren	23
3.5	Prädiktionsverfahren	25
3.5.1	Die Unterteilung in Teilgebiete	25
3.5.2	Der Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsfunktionen	26
3.5.3	Anforderungen an die Prädiktionsmethoden	26
3.6	Gebräuchliche Prädiktionsmethoden und Anwendungsvarianten zur Beschreibung von Geländeflächen	27
3.6.1	Bezeichnungen und Symbole	27
3.6.2	Polynominterpolation und Polynomapproximation	28
3.6.3	Die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate	30
3.6.4	Die Methode der multiquadratischen Flächen	31
3.6.5	Die Methode der finiten Elemente	33
3.6.6	Formaler Vergleich der Prädiktionsmethoden	34
3.7	Genauigkeitsuntersuchungen	35
3.7.1	Fehlereinflüsse auf die Beschreibung der Geländefläche	36
3.7.2	Empirische Genauigkeitsuntersuchungen	37
3.7.3	Die Verwendung von Simulationsflächen	39
3.7.4	Die Ermittlung des Prädiktionsfehlers und Rückschlüsse auf die anstehenden Untersuchungen	40

II.	DIE UNTERSUCHUNG VON PRÄDIKTIONSMETHODEN MIT HILFE VON GEWICHTSFUNKTIONEN	42
1.	Die Gewichtsfunktionen	43
1.1	Die Ableitung von Gewichtsfunktionen	43
1.2	Charakteristische Eigenschaften von Gewichtsfunktionen	44
2.	Die Gewichtsfunktionen bei der Polynominterpolation und -approximation	47
2.1	Die Ableitung der Gewichtsfunktionen	47
2.2	Eigenschaften der Gewichtsfunktionen	48
3.	Die Gewichtsfunktionen bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate	50
3.1	Die Ableitung der Gewichtsfunktionen	51
3.2	Eigenschaften der Gewichtsfunktionen	51
4.	Die Gewichtsfunktionen bei der Methode der multi- quaratischen Flächen	53
4.1	Die Ableitung der Gewichtsfunktionen	53
4.2	Eigenschaften der Gewichtsfunktionen	54
5.	Die Gewichtsfunktionen bei der Methode der finiten Elemente	54
5.1	Die Ableitung der Gewichtsfunktionen	54
5.2	Eigenschaften der Gewichtsfunktionen	55
6.	Zusammenfassung	56
7.	Abbildungen zu Kapitel II	57
III.	DIE PRÄDIKTION MIT GEWICHTSFUNKTIONEN	66
1.	Der allgemeine Prädiktionsansatz und die Charakterisierung von Gewichtsfunktionen	67
1.1	Die Berücksichtigung der Stützpunkte bei der Ermittlung der Gewichtsfunktionen	67
1.2	Die mathematische Funktion zur Beschreibung der Gewichts- funktion	68
1.3	Die strenge oder näherungsweise Erfüllung der Stützstellen	68
1.4	Der geometrische Verlauf von Gewichtsfunktionen	68
1.5	Unstetigkeiten von Gewichtsfunktionen	68
1.6	Die Normierung von Gewichtsfunktionen	68
2.	Die Linearkombination von Grundfunktionen bei strenger Erfüllung der Stützstellen	69
2.1	Gewichtsfunktionen bei der Verwendung gleicher Grund- funktionen	71
2.1.1	Die entstehenden Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit von Grundfunktion und Grundfunktionsparameter	72
2.1.2	Prädiktionsbeispiele	73
2.2	Die Verwendung verschiedener Grundfunktionen	74
2.2.1	Die Verwendung von Rotationsflächen mit variablem Grund- funktionsparameter	75
2.2.2	Die Kombination von stetig differenzierbaren mit nicht stetig differenzierbaren Grundfunktionen	75
2.2.3	Die Verwendung affin-transformierter Grundfunktionen	75

3.	Die Glättung von Gewichtsfunktionen bei der Linearkombination von Grundfunktionen	76
3.1	Die Gewichtsfestsetzung zur Glättung	78
3.2	Die Untersuchung des Glättungsverhaltens	78
4.	Theoretische Genauigkeitsbetrachtung	79
4.1	Die Genauigkeit des Verlaufs von Gewichtsfunktionen	80
4.2	Der Einfluß der Stützwerte auf die Prädiktionsgenauigkeit	82
5.	Zusammenfassung	83
6.	Abbildungen zu Kapitel III	84
IV.	DIE BESCHREIBUNG VON GELÄNDEFLÄCHEN DURCH DIE PRÄDIKTION MIT GEWICHTSFUNKTIONEN	88
1.	Flächenhaft verteilte Punkte mit ausschließlicher Höheninformation	89
1.1	Die Ermittlung geeigneter Gewichtsfunktionen	90
1.1.1	Der Einfluß des Grundfunktionsparameters auf das Schwingungsverhalten der Gewichtsfunktion	91
1.1.2	Kennzeichnende Prädiktionseigenschaft gedämpft schwingender Gewichtsfunktionen	92
1.1.3	Die Variation des Grundfunktionsparameters bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung	93
1.1.4	Beispiele für die entstehenden gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen	94
1.2	Flächensimulationen	95
1.2.1	Die Prädiktion einfacher Grundformen	95
1.2.2	Die Prädiktionsflächen bei unregelmäßigen Stützwerten	96
1.2.3	Sonderfälle	97
1.3	Praktische Beispiele	98
2.	Die Auswirkung der linienförmigen Stützpunktanordnung auf die Gewichtsfunktionen und Prädiktionsflächen	99
2.1	Dicht erfaßte Linien	99
2.2	Weitläufig erfaßte Linien	100
2.3	Die Berücksichtigung unterschiedlicher Stützpunktdichten durch affin-transformierte Grundfunktionen	101
3.	Die Berücksichtigung von Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation	102
3.1	Markante Höhenpunkte	102
3.1.1	Die Erfüllung von Flächenneigungen durch die Verwendung von Ergänzungsfunktionen	102
3.1.2	Demonstrationsbeispiel	103
3.2	Falllinien	104
3.3	Schichtlinien	104
3.4	Strukturlinien	105
3.5	Grat- und Tallinien	107
3.6	Bruchlinien	108
3.6.1	Die Verwendung von unstetigen Grundfunktionen	108
3.6.2	Die Trennung in verschiedene Prädiktionsflächen	109

4.	Die Glättung von Geländeflächen	110
4.1	Die Entwicklung des Glättungsansatzes	110
4.1.1	Die Steuerung des Glättungsgrades durch einen Entfernungsparameter	111
4.1.2	Die Glättung bei der Linearkombination von Grundfunktionen	111
4.1.3	Die Ermittlung zweckmäßig geglätteter Gewichtsfunktionen	112
4.2	Die Elimination einer Oberflächenrauigkeit	113
4.2.1	Simulationsbeispiele	114
4.2.2	Praktisches Beispiel	116
4.3	Die Berücksichtigung von Punktklassen	116
4.3.1	Simulationsbeispiel	117
4.3.2	Praktisches Beispiel	118
4.4	Die Behandlung überlappender Aufnahmeeinheiten	118
4.4.1	Simulationsbeispiel	118
4.4.2	Praktisches Beispiel	119
4.5	Die Elimination des Abtastfehlers	119
5.	Zusammenfassung	120
6.	Abbildungen zu Kapitel IV	123
LITERATURVERZEICHNIS		135
LEBENS LAUF		139

I. EINLEITENDE EINFÜHRUNG IN DIE TOPOGRAPHISCHE GELÄNDEAUFNAHME UND -AUSWERTUNG; ENTWICKLUNG DER AUFGABENSTELLUNG

1. Die topographische Geländeaufnahme und -auswertung

1.1 Die automatische Auswertung topographischer Geländeaufnahmen

Entwicklung: Ende der 50-iger Jahre wurde die elektronische Datenverarbeitung erstmalig für die Auswertung topographischer Geländeaufnahmen eingesetzt (MILLER, LAFLAMME |47|). Die Ausstattung der photogrammetrischen Auswertegeräte und der Tachymeter mit Registriereinrichtungen ermöglichte die Bereitstellung der Meßergebnisse auf geeigneten Datenträgern.

Die ersten Rechenprogramme verfolgten hauptsächlich spezielle Auswertungen bei fest vorgeschriebenen Aufnahmemethoden (Intercommission Working Group V/IV of the ISP |27|, Société Française de Photogrammetrie |56|), jedoch entwickelte sich bald die Vorstellung, die aufgenommene Geländefläche im digitalen Höhenmodell als Datenbanksystem für vielfältige Anwendungsgebiete zur Verfügung zu stellen und permanent verfügbar zu halten (KOCH |33|, KRAUS |36|, LINKWITZ |42|, MAKAROVIĆ |44|). Ebenfalls sollten möglichst wenig Randbedingungen an die Geländeaufnahme gestellt werden. Es wurde eine Erweiterung des digitalen Höhenmodells zum digitalen Geländemodell angestrebt, wobei die Information über den Verlauf der Geländefläche durch alle weitere verfügbare Information über das Gelände ergänzt wird, wozu vor allem die kartographisch wichtigen Objekte zählen (DORRER |16|, KRAUS |38|, WEBER |60|).

Bedeutung: Die Verwendung automatischer Auswerteverfahren und digitaler Höhenmodelle muß derzeit noch als wenig verbreitetes Verfahren betrachtet werden, angesichts der weltweit gebräuchlichen Herstellung von Schichtlinienkarten mittels photogrammetrischer Analoggerte (SCHWIDEFSKY, ACKERMANN |54|).

Entsprechend der fortschreitenden Entwicklung im Bereich der Automation ist jedoch eine wachsende Verwendung automatischer Auswerteverfahren und digitaler Höhenmodelle abzusehen, vor allem wenn das digitale Höhenmodell die Grundlage für ganze Berechnungsfolgen bildet, wie sie zum Beispiel bei Flurbereinigungsverfahren anfallen (STANGER |57|).

Grundvoraussetzung für eine erweiterte Anwendung automatischer Verfahren ist die Verfügbarkeit komfortabler, optimierter und ausgetesteter Rechenprogramme sowohl zum Erstellen der digitalen Höhenmodelle als auch für die anschließenden Anwendungsprogramme. An dieser Stelle müssen noch groere Softwareentwicklungsarbeiten geleistet werden. Während bei digitalen Höhenmodellen ein gewisser Standard erreicht ist, befindet sich der Einsatz digitaler Geländemodelle, welche zusätzliche Information enthalten, in der Anfangsphase.

Verarbeitungsreihe: Die automatische Auswertung von topographischen Geländeaufnahmen ist eine Folge sich aneinanderreihender bzw. ineinandergreifender Verarbeitungsschritte. Sie läßt sich operationell in folgende Teilabschnitte untergliedern:

- die Aufbereitung der Messungen, sowohl für photogrammetrische Aufnahmen als auch für Tachymeteraufnahmen
- die Schaffung von Editiermöglichkeiten für die Datenkorrektur oder Datenergänzung
- die Beschreibung der Geländeﬂäche durch Prädiktionsverfahren
- die Darstellung der Geländeﬂäche im digitalen Höhenmodell
- die Anwendungs- und Folgeprogramme, hauptsächlich zur Ableitung von Schichtlinien, von Gefällstufenkarten, Profilberechnungen und Massenberechnungen.

Bei der automatischen Auswertung kommt einer zweckmäßigen Datenorganisation eine große Bedeutung zu, da größere Datenmengen in Betracht zu ziehen sind. Für topographische Kartenblätter sind bis zu 100 000 Punkte durchaus üblich. Die wirtschaftliche Rentabilität hängt somit stark von der Datenorganisation ab.

1.2. Die Beschreibung der Geländeﬂäche

Nach der Erfassung der Geländeﬂäche bei der topographischen Geländeaufnahme muß die Geländeﬂäche in irgendeiner Form beschrieben werden. Grundlage hierfür bilden die nach der topographischen Geländeaufnahme vorliegenden diskreten Werte. Dabei werden zur Beschreibung der Geländeﬂäche zwei verschiedene Theorien herangezogen. In mathematischer Betrachtungsweise stellt sich die Geländeﬂächenbeschreibung als eine diskrete Approximationsaufgabe. Andererseits wird die Geländeﬂächenbeschreibung auf der Schätztheorie aufgebaut. Sowohl die Approximationstheorie als auch die Schätztheorie können auf eine längere geschichtliche Entwicklung zurückblicken, Obwohl beide Theorien Parallelen aufweisen, ist über vergleichende Untersuchungen nichts bekannt. Da es nicht Aufgabe dieser Arbeit sein kann, diese beiden Theorien zu vergleichen und zu werten, wird in dieser Arbeit nur kurz auf die Grundzüge der beiden Theorien eingegangen. Danach wird die Verbindung der Geländeﬂächenbeschreibung zu den beiden Theorien kurz aufgezeigt und die verwendeten Begriffe, die zwangsläufig beiden Theorien entstammen, erläutert.

1.2.1 Die Approximationstheorie

Die Beschreibung der Geländeﬂäche durch eine mathematische Funktion kann als Approximationsaufgabe angesehen werden. Approximationsaufgaben definieren sich als die Annäherung einer gewählten Approximationsfunktion an eine andere Funktion, die formelmäßig, graphisch oder durch diskrete Werte gegeben ist (BRONSTEIN [9], BUTZER, SCHERER [11], COLLATZ [13], KIESEWETTER [31], MESCHKOWSKI [46], MORITZ [48], MORITZ, SÖNKEL [49]). Für die beste Approximation können verschiedene Kriterien (Minimalabstände) definiert werden, wobei vor allem die Gauß'sche Approximation (L_2 -Approximation) und die Tschebyscheff Approximation (L_∞ -Approximation) Bedeutung erlangt haben. Je nach Annäherung kann eine einseitige oder zweiseitige Approximation erfolgen.

Die Approximation an eine formelmäßig gegebene Funktion ist hauptsächlich dann von Bedeutung, wenn diese für die Berechnung zu kompliziert ist oder einfach integrierbar gemacht werden kann. Als diskrete Approximation wird die Annäherung einer Funktion an gegebene Werte bezeichnet werden, wobei die Interpolation den Sonderfall der strengen Erfüllung der Werte durch die Approximation darstellt.

Klassifizierung von Approximationen:

Approximationen lassen sich nach der gewählten Approximationsfunktion klassifizieren. So ergeben sich z.B. Polynom-, Exponential-, trigonometrische und rationale Approximationen. Enthält eine Approximationsfunktion unterschiedliche Funktionen, so wird dies als Kombi-Approximation bezeichnet. Die Trennung in lineare und nichtlineare Approximationen erfolgt gemäß den Koeffizienten, die für die beste Approximation linear oder nichtlinear bestimmt werden können. Weitere Sonderfälle von Approximationen sind die Segment-, die Syn-, die Simultan- und die bedingten Approximationen. Bei Segmentapproximationen erfolgt eine gebietsweise Unterteilung, wobei jedes Teilgebiet eine eigene Approximationsfunktion besitzt. Die Synapproximation fordert eine Annäherung nicht nur in den Funktionswerten, sondern auch daraus abgeleiteter Größen, wie z.B. die 1. oder 2. Ableitungen. Die Simultanapproximation beschreibt die gleichzeitige Bestimmung mehrerer Approximationsfunktionen, deren Bestimmung verknüpft ist und somit simultan erfolgen muß. Die bedingte Approximation verlangt die strenge Erfüllung bestimmter Werte, während andere nur approximiert zu werden brauchen.

1.2.2 Die Schätztheorie

Die Schätztheorie entstammt dem Bereich der Statistik, Hierbei wird von Zeitreihen ausgegangen, für die Meßwerte oder Signale gegeben sind und neue Werte geschätzt werden müssen (GRAFAREND [22], JAZWINSKI [29], KALMAN [30], The Analytic Science Cooperation [59], WIENER [61]). Bei der Schätztheorie werden drei Aufgabenstellungen unterschieden. Ist eine Meßreihe gegeben und soll der letzte Meßwert geschätzt werden, so wird dies als Filterung bezeichnet. Bei der Glättung (smoothing) wird ein Wert geschätzt, wozu vorausgehende und nachfolgende Werte der Zeitreihe herangezogen werden. Soll ein der Zeitreihe nachfolgender Wert geschätzt werden, so wird dies als Prädiktion bezeichnet.

Nach der Behandlung einfacher Zeitreihen kann das System auf Schätzaufgaben erweitert werden, die von mehreren Zeitreihen ausgehen und die nur indirekt voneinander abhängig sind. Die Schätztheorie beruht auf statischen Betrachtungsweisen. Es erfolgt in der Regel eine Zerlegung der Signale in einen Trend, in einen deterministischen Anteil und in einen Noise. Der deterministische Anteil soll durch die Filterung, Glättung oder Prädiktion geschätzt werden, Dazu werden die Signale mit statistischen Methoden analysiert. Bei der Schätzung können lineare oder nichtlineare Ansätze unterschieden werden, wobei der im statistischen Sinne genauesten Schätzung der Vorzug gegeben werden soll.

1.2.3 Grundlage der Geländeflächenbeschreibung

Zur Beschreibung von Geländeflächen werden sowohl Approximationen als auch Prädiktionen verwendet. Die Geländefläche ist eine durch Idealisierung und Abstraktion entstandene mathematische Fläche (Abschn. 1.3.1). Diese Fläche wird bei der Geländeaufnahme diskretisiert und bei der Geländeflächenbeschreibung muß für jeden beliebigen Punkt die Geländehöhe ermittelt werden können. Dies ist in der Regel mit der Beschreibung der Geländefläche durch eine mathematische Funktion gleichzusetzen. Bei der Approximationstheorie führt dies zu einer diskreten Approximationsaufgabe. Bei der Schätztheorie werden die aufgenommenen Punkte als Meßreihen betrachtet. Betrachtet man einen beliebigen Punkt, so bricht die Meßreihe an den umliegenden Stützpunkten ab und die Geländehöhe in dem Punkt muß prädiziert werden. Nähert sich der Prädiktionspunkt einem Stützpunkt, so verringert sich der Abstand zum letzten Punkt der Meßreihe, und beim Zusammenfallen des Prädiktionspunktes mit dem Stützpunkt wird von Filterung gesprochen.

Die Beschreibung der Geländefläche durch eine Approximationsfunktion oder eine Prädiktion ist ein sehr komplizierter Vorgang. Die in der Regel bei topographischen Geländeaufnahmen entstehenden großen Punktmengen machen eine Unterteilung notwendig. Dies führt bei den Approximationen zu Segmentapproximationen, wobei für den Zusammenschluß benachbarter Approximationsfunktionen zum Teil Simultan- oder bedingte Approximationen verwendet werden. Bei den Prädiktionen wird ebenfalls eine gebietsmäßige Unterteilung vorgenommen und der Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsfunktionen mit Hilfe von Überlappungsbereichen erreicht.

Für sehr leistungsfähige Geländeflächenbeschreibungen reicht die Annäherung der Geländeflächenbeschreibung an die Geländehöhen nicht aus, sondern die Funktion soll auch die Geländeneigungen und Krümmungen richtig wiedergeben. Dies entspricht bei den Approximationen den Syn-Approximationen.

Weitere Schwierigkeiten sind durch Unstetigkeiten oder rasche Wechsel in der Bewegtheit der Geländefläche gegeben. Bei den Approximationsaufgaben muß die gewählte Approximation flexibel genug sein, um sich dem geforderten Verlauf anpassen zu können und bei den Prädiktionen muß die statistische Analyse diese Eigenschaften erkennen und berücksichtigen.

1.2.4 Gewählte Bezeichnungen

Da der Geländeflächenbeschreibungen sowohl die Approximationstheorie als auch die Schätztheorie zugrunde gelegt wurden, entstammen die gebräuchlichen Bezeichnungen ebenfalls beiden Bereichen. Aus diesem Grunde werden hier die gewählten Bezeichnungen erläutert. Die nachfolgenden Untersuchungen berücksichtigen in gewisser Weise beide Theorien. Die geometrische Betrachtungsweise des Geländeflächenverlaufs ist mehr der Approximationstheorie zuzuordnen, während die Betrachtungsweise der Gewichtsfunktionen mehr im Sinne von Prädiktion aufgefaßt werden kann.

Bezeichnungen:

Stützpunkte: Die bei der topographischen Geländeaufnahme aufgenommenen Punkte werden als Stützpunkte bezeichnet und die aufgenommenen Geländehöhen als Stützwerte.

Prädiktionsfunktion: Die für die Beschreibung der Gelände­fläche verwendete Funktion wird als Prädiktionsfunktion oder Prädiktionsfläche bezeichnet. Die Bezeichnung Funktion drückt den funktionalen Zusammenhang zwischen dem Prädiktionspunkt und dem Prädiktionswert aus, wobei diese Funktion als Fläche betrachtet wird und durch ihre Neigungen, Krümmungen und ausgezeichneten Punkte charakterisiert werden kann.

Prädiktionsmethode: Die Prädiktionsfunktion wird aus den Stützpunkten nach einer bestimmten Prädiktionsmethode abgeleitet, die die theoretischen Voraussetzungen und Grundlagen beinhaltet.

Prädiktionsverfahren: Der gesamte notwendige Algorithmus zur Beschreibung der Gelände­fläche wird als Prädiktionsverfahren bezeichnet. Das Prädiktionsverfahren schließt die Bildung von Teilgebieten, den Zusammenschluß von benachbarten Prädiktionsfunktionen, und die Beschreibung der Gelände­fläche durch die Prädiktionsfunktion für die Teilgebiete ein.

Flächenglättung: Der Begriff der Flächenglättung wird hier im Sinne von MORITZ [48] verwendet, und nicht im Sinne des Begriffes der Glättung bei der Schätztheorie. Der Begriff der Flächenglättung leitet sich hier aus dem englischen Begriff smoothness ab, der von MORITZ als quadratischer Mittelwert der 2. Ableitungen definiert ist und somit die Flächenglättung als die Verkleinerung dieses Wertes definiert wird.

Filterung: Der Begriff der Filterung ist der Schätztheorie entnommen und beschreibt den Unterschied zwischen den gemessenen Stützwerten und den Werten der Prädiktionsfunktion in den Stützpunkten.

Bei Beschreibung von Approximationsmethoden oder Prädiktionsmethoden wird auf die in diesem Zusammenhang üblichen Begriffe übergegangen.

2. Aufgabenstellung und Lösungsweg

2.1 Die Problematik möglichst genauer Geländeflächenbeschreibungen

Die möglichst genaue Beschreibung von Geländeflächen bereitet Schwierigkeiten, wenn entsprechend den verwendeten Algorithmen und der gewählten Prädiktionsmethode bestimmte Anforderungen an die Geländeaufnahme nicht eingehalten oder schwierige Geländestrukturen vorhanden sind. Einzelne Algorithmen und Prädiktionsmethoden sind besonders auf die Auswertung bestimmter Geländeaufnahmen abgestimmt und für andere ungeeignet. Die Schwierigkeiten beziehen sich vor allem auf die Eigenheiten topographischer Geländeaufnahmen, die durch die Anordnung und Klassifizierung der aufgenommenen Punkte, deren Interpretation, sowie die anspruchsvollen kartographischen Anforderungen an die Flächenbeschreibung gekennzeichnet sind. Die Prädiktionsfunktion soll auch die Flächenneigungen und Krümmungen hinreichend wiedergeben, und eine variable Glättung zur Elimination der in den Stützwerten enthaltenen Geländerauhigkeit und Meßfehler oder zur generalisierten Flächendarstellung (siehe Abschn. I.3.5.3) sollte möglich sein. Häufig treten diese Schwierigkeiten nicht generell, sondern nur in einzelnen Teilgebieten auf. Dabei handelt es sich meist um Geländeformen, die von den Stützpunkten unzureichend wiedergegeben oder falsch interpretiert werden.

Obwohl inzwischen die verwendeten Algorithmen und Prädiktionsmethoden verfeinert wurden, was zu einer gewissen Qualitätssteigerung führte, blieben gewisse Schwierigkeiten bestehen. Als Beispiel sei hier die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate erwähnt, wie sie ursprünglich von KRAUS [39] angewandt wurde. Da in bestimmten Fällen (wechselnde Strukturierungen im Gelände, unregelmäßige oder linienhafte Stützpunktverteilungen) die Ergebnisse nicht voll befriedigen konnten, wurden andere Kovarianzfunktionen einbezogen und vor allem Bruchlinien berücksichtigt (ASSMUS [6]). Obwohl diese Maßnahmen die Qualität der Ergebnisse steigerte, blieben manche Schwierigkeiten erhalten oder es wurden neue hervorgerufen. Diese Feststellungen stützen sich auf die Erfahrungen der Mitarbeiter der photogrammetrischen Institute der Universitäten Stuttgart und Wien, wo das Programmsystem SCOP mit der zuvor erwähnten Prädiktionsmethode entwickelt wurde. Bestätigt wird diese Feststellung durch die Untersuchungen des Arbeitskreises Topographie der AdV [3].

2.2 Anstehende Untersuchungen von Prädiktionsmethoden

Wie oben erwähnt wurden für die möglichst genaue Beschreibung von Geländeflächen Prädiktionsmethoden verwendet, die auf unterschiedlichen Betrachtungsweisen basieren (SCHUT [53]). In sehr vielen Fällen führen die unterschiedlichen Prädiktionsmethoden zu sehr ähnlichen Ergebnissen, manchmal treten jedoch charakteristische Eigenheiten in Erscheinung, die auf besondere Stützpunktanordnungen und Stützwerte zurückzuführen sind. Die Frage, warum und wann unterschiedliche Prädiktionsmethoden zu vergleichbaren oder unterschiedlichen Ergebnissen führen, wurde bisher kaum untersucht und soll hier als Aufgabe gestellt werden. Weiter sollten die Einflüsse präzisiert werden, die für diese Ergebnisse ursächlich sind, insbesondere die Einflüsse der Prädiktionsparameter.

Die in dieser Arbeit durchgeführte Untersuchung von Prädiktionsmethoden stützt sich auf den funktionalen Zusammenhang zwischen den Stützwerten und der Prädiktionsfunktion unter Benutzung von Gewichtsfunktionen. Der Einfluß eines Stützwertes auf die Prädiktionsfunktion wird durch die Gewichtsfunktionen beschrieben, die die jeweilige Prädiktionsmethode speziell charakterisieren. Diese den Stützpunkten zugeordneten Gewichtsfunktionen bilden die Grundlage der Analyse und können für die gebräuchlichen Prädiktionsmethoden abgeleitet werden (Kapitel II). Bei den allgemein gebräuchlichen linearen Prädiktionsmethoden wirkt sich insbesondere die Trennung der Prädiktionseigenschaften von den Stützwerten vorteilhaft aus. Die Bedeutung der Stützpunktanordnung und die Wirkungsweise der Prädiktionsparameter werden konkret aufgezeigt.

Die Gewichtsfunktionen bilden somit die Basis zur Beantwortung der oben angesprochenen qualitativen Fragestellung bezüglich der Vergleichbarkeit oder charakteristischer Besonderheiten von Prädiktionsmethoden. Erwünschte oder unerwünschte Eigenschaften, die für die Möglichkeiten oder Schwierigkeiten einer genauen Geländeflächenbeschreibung verantwortlich sind, lassen sich dabei erkennen. Quantitative Untersuchungen durch Vergleiche von Prädiktionsfunktionen und Geländeflächen können sich diesen qualitativen Untersuchungen anschließen, sie sind jedoch nicht mehr Gegenstand dieser Arbeit.

2.3 Die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen als allgemeine Prädiktionsmethode

Wie die Gewichtsfunktionen zur Analyse von Prädiktionsmethoden verwendet werden, stellen sie auch die Grundlage einer neuen Prädiktionsmethode dar, die in Kapitel III entwickelt wird. Die Gewichtsfunktionen beschreiben den Einfluß jedes Stützwertes auf die Prädiktionsfunktion und können entsprechend dem gewünschten Einfluß definiert werden. Sie werden nach ihrem geometrischen Verlauf in verschiedene Gewichtsfunktionstypen eingeteilt und führen zu charakteristischen Prädiktionsfunktionen. Liegt eine Prädiktionsaufgabe vor, so sind zunächst die gewünschten geometrischen Eigenschaften der Prädiktionsfunktion und somit der Gewichtsfunktionen festzulegen. Es erfolgt damit eine Anpassung an die jeweilige Prädiktionsaufgabe. Durch diese Prädiktionsmethode wird gewährleistet, daß die durch die Prädiktionsfunktion beschriebene Fläche die gewünschten geometrischen Eigenschaften besitzt. Ergänzende quantitative Untersuchungen durch den Vergleich der Prädiktionsfunktion mit zusätzlich aus der Fläche entnommenen Werten können zur Optimierung der verwendeten Prädiktionsparameter beitragen.

Für die funktionale Beschreibung der Gewichtsfunktionen kann prinzipiell jede geeignete Funktion oder Formel verwendet werden, wodurch alle bekannten Prädiktionsmethoden integriert sind. Die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen ist insofern universeller, als für jede der den Stützpunkten zugeordneten Gewichtsfunktion ein eigener funktionaler Zusammenhang definiert werden kann.

Bei den Untersuchungen in Kapitel III und IV wird als funktionaler Zusammenhang die Linearkombination von Grundfunktionen verwendet, der sich formelmäßig eng an die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate

und an die Prädiktion mit multiquadratischen Flächen anschließt. Dieser Ansatz bietet die Vorteile, die verschiedenen Typen von Gewichtsfunktionen einfach erzeugen und darstellen, sowie auch eine leistungsfähige Glättung entwickeln zu können.

2.4 Die Beschreibung von Geländeflächen durch die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen

Bei der möglichst genauen Beschreibung von Geländeflächen mit Hilfe der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen müssen die charakteristischen Eigenschaften der Geländefläche berücksichtigt werden. Ebenso wesentlich ist, wie der Verlauf der Geländefläche bei der topographischen Geländeaufnahme erfaßt wurde. Topographische Geländeaufnahmen können mit unterschiedlichen Gerätesystemen und nach unterschiedlichen Verfahren durchgeführt werden. Dies führt zu unterschiedlichen Punktanordnungen und zu verschiedenen Interpretationen der aufgenommenen Punkte beziehungsweise der verwendeten Punktklassen. Im Abschnitt I.3.1 und I.3.2 wird näher darauf eingegangen.

Zur Beschreibung der für diese Prädiktionsaufgabe benötigten Gewichtsfunktionen in Kapitel IV wird eine Linearkombination von Grundfunktionen verwendet. Für die verschiedenen Stützpunktanordnungen werden geeignete Gewichtsfunktionen erzeugt und die damit erhaltenen Prädiktionsergebnisse vorgestellt. Insbesondere werden auch Besonderheiten in der Stützpunktanordnung beachtet. Besondere Bedeutung wird einer leistungsfähigen Flächenglättung beigemessen. Grundgedanke des hier entwickelten Glättungsansatzes ist die Verwendung eines Entfernungsparameters anstelle des häufig gebrauchten mittleren Filterbeitrages. Der Vorteil dieses Entfernungsparameters liegt darin, daß lokal verschiedene Glättungsstufen erreichbar sind, wobei nur dann eine Glättung erfolgt, wenn Stützpunkte dichter als eine vorgegebene Entfernung zusammenrücken. Bei der verwendeten Linearkombination von Grundfunktionen kann auch die in den Punktgruppen enthaltene Information über Geländeneigung und Krümmung berücksichtigt werden.

Zum Nachweis der Eignung der ermittelten Prädiktionsfunktionen zur Geländeflächenbeschreibung wird hier auf Regelflächen und schematische Beispiele zurückgegriffen, bei denen die Prädiktionsfunktion mit einer gegebenen Fläche verglichen werden kann. Da außerdem die dargestellten Gewichtsfunktionen zeigen, zu welchen Ergebnisänderungen die Stützwertänderungen führen, sind die Beispiele tatsächlich repräsentativ für beliebige Stützwertkombinationen, also auch für unregelmäßige Flächen. Ergänzend werden noch Prädiktionsergebnisse für praktisch durchgeführte topographische Geländeaufnahmen vorgestellt. Auf die Problematik direkter Vergleiche zwischen Prädiktionsfunktionen und Geländefläche wird im Abschnitt I.3.7 näher darauf eingegangen, was zur Begründung des gewählten Verfahrens führt.

Am Ende des Kapitel IV ergeben die Untersuchungen eine Prädiktionsmethode als Folgerung aus den in Kapitel IV erzielten Ergebnissen, mit der die Geländefläche mit hoher Genauigkeit beschrieben werden kann und die den gebräuchlichen

topographischen Aufnahmeverfahren gerecht wird. Abstriche sind nur zu machen, wenn von der Auswertung eine strenge Zuordnung von Formen in benachbarten Linien gefordert wird (Abschn. I.3.4.1c). Die hier verwendete Linearkombination von Grundfunktionen erweist sich als leistungsfähig und läßt sich vor allem in Programmsysteme, die auf Zerlegung eines Kartenblattes in kleinere Teilgebiete basieren, unter vertretbarem Aufwand integrieren.

Alternativ zur Beschreibung der Gewichtsfunktionen durch die Linearkombination von Grundfunktionen kann auch die Methode der finiten Elemente zur Beschreibung verwendet werden. Dieser Ansatz ist ebenfalls leistungsfähig und entsprechend steuerbar. Die Rechenalgorithmen sind jedoch sehr unterschiedlich und der notwendige Rechenaufwand kann grob dadurch charakterisiert werden, daß er bei der Methode der finiten Elemente von der Zahl der zu interpolierenden Rasterpunkte abhängt, während bei der Linearkombination von Grundfunktionen die durchschnittliche Anzahl der Stützpunkte in den Teilgebieten die Rechenzeit bestimmt.

3. Voraussetzungen und Grundlagen der Beschreibung von Geländeflächen

Die topographische Geländeaufnahme und die Beschreibung einer Geländefläche durch eine Prädiktionsfunktion sind sowohl Ausgangspunkt als auch Gegenstand dieser Untersuchung. In diesem Abschnitt wird ein Überblick über die Begriffe und Vorgänge der topographischen Aufnahme und Auswertung gegeben (Abschn. I.3.1).

Die topographische Geländeaufnahme liefert die Ausgangsdaten für die Beschreibung der Geländefläche durch eine Prädiktionsfunktion. Für eine möglichst genaue Beschreibung von Geländeflächen sind deshalb die Eigenschaften topographischer Geländeaufnahmen entsprechend ihren verschiedenartigen Varianten zu beachten (Abschn. I.3.4). Sie implizieren oder legen die notwendige Interpretation der aufgenommenen Punkte fest, welche in die Beschreibung der Geländefläche eingeht.

Um Geländeflächen durch Prädiktionsfunktionen beschreiben zu können, ist in irgendeiner Form eine Untergliederung in Teilgebiete notwendig. Für jedes der Teilgebiete wird die Geländefläche durch eine Prädiktionsfunktion beschrieben. Um Kontinuität in der Geländeflächendarstellung zu gewährleisten, ist ein Zusammenschluß benachbarter Funktionen erforderlich (Abschn. I.3.5).

Besondere Bedeutung kommt bei dieser Untersuchung den Prädiktionsmethoden zu (Abschn. I.3.6), da diese für eine möglichst genaue Beschreibung der Geländefläche von Bedeutung sind und die charakteristischen Prädiktionseigenschaften enthalten. Die Prädiktionsmethode muß den Eigenschaften der topographischen Geländeaufnahme angepaßt sein, den Verlauf auch schwieriger Geländeformen und -strukturen wiedergeben können, und sie muß den Anforderungen an eine qualifizierte Geländeflächenbeschreibung auch in Bezug auf eine leistungsfähige Flächenglättung, genügen.

Die Problematik der Unterteilung in Teilgebiete und der Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsfunktionen sind nicht Gegenstand dieser Untersuchung. Während diese Aufgabe manuell ohne größere Schwierigkeiten gelöst werden kann, bereitet

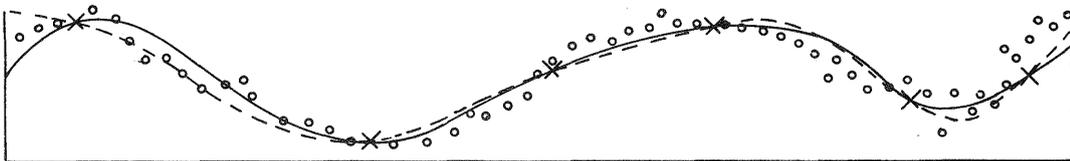
die Entwicklung von programmierbaren Algorithmen, die auch die Sonderfälle abdecken, erhebliche Schwierigkeiten,

Das Ziel einer möglichst genauen Geländeflächenbeschreibung führt auf die Frage nach Genauigkeitsuntersuchungen (Abschn. I.3.7). Einflüsse auf die Genauigkeit können präzisiert werden und Folgerungen für die in dieser Arbeit gewählte Methode gezogen werden.

3.1 Übersicht über Begriffe und Vorgänge der topographischen Geländeaufnahme und -auswertung

Anhand von Abbildung I.1 und den dazugehörigen Erläuterungen kann der Vorgang der topographischen Geländeaufnahme und der Geländeflächenbeschreibung durch eine Prädiktionsfunktion aufgezeigt und die verwendeten Begriffe können definiert werden. Sie werden in den nachfolgenden Abschnitten I.3.2-6 ausführlicher behandelt.

Abb. I.1 Zur Übersicht über Begriffe und Vorgänge der topographischen Geländeaufnahme und -auswertung



Symbol	Begriff	Definition
oooo	Erdoberfläche	Physikalischer Übergang zwischen fester Erde zur gasförmigen Lufthülle; gesondert zu betrachten sind Wasser-, Schnee- oder Eisbedeckung sowie Vegetation und Bebauung
—	Geländefläche	Aus der Erdoberfläche durch Idealisierung und Abstraktion abgeleitete mathematische Fläche im allgemeinen unter Nichtberücksichtigung der Oberflächenrauigkeit, bestimmter Oberflächenformen, Vegetation und Bebauung
x	Stützpunkte	Bei der topographischen Geländeaufnahme erfaßte Punkte für die diskrete Darstellung der Geländefläche
---	Prädiktionsfunktion	Aus den Stützpunkten ermittelte Funktion zur Beschreibung der Geländefläche mit dem Ziel einer Approximation der Geländefläche

3.2 Die Erdoberfläche

Die Erdoberfläche ist in der Regel der sichtbare und erfaßbare Übergang zwischen der festen Erde und der gasförmigen Lufthülle. Bei Wasserflächen kann je nachdem die Oberfläche oder das Gewässerbett gemeint sein. Entsprechendes gilt für Schnee und Eisbedeckung. Ebenso kann die Vegetation als Bestandteil der Erdoberfläche betrachtet werden oder nicht.

Die Erdoberfläche besitzt für unsere Zwecke eine bestimmte Gestalt mit einer bestimmten Oberflächenbeschaffenheit, die durch die Natur und den Menschen geprägt sind. Formgestaltende Einflüsse der Natur sind bei der Entstehung der Erdoberfläche die Gesteinsbildungen, Sedimentablagerungen und tektonische Vorgänge und danach die Einwirkungen von Erosion und Schwerkraft. Für die Oberflächenbeschaffenheit sind die Verwitterung und die bodenbildenden Vorgänge kennzeichnend, die die Voraussetzungen für den Pflanzenbewuchs bilden. Der Mensch gestaltete die Erdoberfläche durch die Nutzung als Kulturlandschaft und die inzwischen sehr ausgedehnte Bebauung, was zu Formveränderungen und zu Änderungen in der Oberflächenbeschaffenheit führte. Formveränderungen werden hauptsächlich durch Erdmassenbewegungen hervorgerufen. Oberflächenveränderungen erfolgen durch Verfestigung oder durch das Aufbringen von Belägen, aber auch die landwirtschaftliche Nutzung führt zu typischen Oberflächenbeschaffenheiten.

3.3 Die Geländefläche

Dem Begriff und der Definition der Geländefläche liegt immer eine bestimmte Modellvorstellung zugrunde. Die Geländefläche ist eine durch Idealisierung und Abstraktion aus der Erdoberfläche abgeleitete mathematische Fläche, bei der bestimmte Eigenschaften erkennbar sind. Modellvorstellungen richten sich nach den an sie gestellten Anforderungen. So wird in dieser Arbeit die Geländefläche als Objekt der topographischen Geländeaufnahme und der Darstellung in digitalen Höhenmodellen und topographischen Schichtlinienkarten definiert. Daraus ergibt sich für die Aufgabenstellung dieser Arbeit, nämlich der möglichst genauen Beschreibung von Geländeflächen durch eine Prädiktionsfunktion entsprechend topographischer Geländeaufnahmen, ein klar definierter Ausgangs- und Zielpunkt, ohne die in der Idealisierung und Abstraktion enthaltene Problematik mitschleppen zu müssen. Für andere Aufgabenstellungen und Untersuchungen kann es durchaus zweckmäßig oder notwendig sein, den Begriff der Geländefläche unabhängig von der topographischen Geländeaufnahme und von den Darstellbarkeitsanforderungen zu betrachten.

3.3.1 Idealisierung und Abstraktion

In dieser Arbeit ist die Geländefläche als Objekt der topographischen Geländeaufnahme und der Darstellung in digitalen Höhenmodellen und topographischen Schichtlinienkarten definiert. Die Geländefläche ist eine Idealisierung und Abstraktion der Erdoberfläche. Die Idealisierung beschreibt den Übergang von der physikalischen Erdoberfläche zu einer mathematischen Fläche. Die Abstraktion kennzeichnet die Nichtberücksichtigung bestimmter Oberflächenformen. Die Vorgänge der Idealisierung und der Abstraktion lassen sich nicht streng voneinander trennen, und da eine solche Trennung in dieser Arbeit nicht notwendig ist, werden sie immer gemeinsam betrachtet.

Die Idealisierung und Abstraktion erfolgt entsprechend den Anforderungen als Objekt der Aufnahme und der Darstellung, also einerseits durch Beschränkungen der Aufnahmemöglichkeiten und der Darstellbarkeit, sowie andererseits durch die in der Kartographie entwickelten Grundgedanken zur Darstellung der Erdoberfläche [2].

So finden bei der Idealisierung und Abstraktion bestimmte Bestandteile der Erdoberfläche keine Beachtung. Der gesamte Pflanzenwuchs, temporäre Oberflächenformen und Bestandteile sowie ein großer Teil der Kunstbauten sind von der Darstellung ausgeschlossen. In der verbleibenden idealisierten Oberfläche können noch Oberflächenrauigkeit, Kleinformen und Großformen unterschieden werden. Die Oberflächenrauigkeit, die durch ihren 'Noise'-Charakter definiert ist, bezieht sich auf kleinere Bodenunebenheiten wie z.B. Bodenschollen oder Gestein. Der Begriff der Kleinformen läßt sich nur schwer gegenüber der Oberflächenrauigkeit einerseits und den Großformen andererseits abgrenzen, jedoch gibt er anschaulich das Vorhandensein von Oberflächenformen einer bestimmten Größe und Ausdehnung wieder, während die Großformen den weitflächigen Formverlauf beschreiben. Diese Ausdrücke sind jeweils auf einen bestimmten Maßstab zu beziehen. Während die Idealisierung und Abstraktion grundsätzlich die Oberflächenrauigkeit unterdrückt, kann bei den Kleinformen zwischen abstrahierten oder nicht abstrahierten Kleinformen unterschieden werden.

Die Idealisierung und Abstraktion erfolgt bei der topographischen Geländeaufnahme und richtet sich nach dem Zweck der Aufnahme. Je nach Zweck der Aufnahme soll die Geländefläche den Verlauf der Erdoberfläche detaillierter oder großflächiger wiedergeben. Derselbe Ausschnitt der Erdoberfläche kann zu unterschiedlichen Geländeflächen führen, die sich vor allem durch den Abstraktionsgrad unterscheiden. Der Abstraktionsgrad wird durch die erfaßten und nicht erfaßten Kleinformen definiert.

3.3.2 Eigenschaften und Verlauf der Geländefläche

Die hier folgende Beschreibung der Geländefläche hat die Aufgabe, den Verlauf und die Eigenschaften der Geländefläche aufzuzeigen, wie sie durch die topographischen Begriffe definiert sind. Dabei zeigen sich die Kompliziertheit und die vielfältigen Erscheinungsformen der Geländeflächen. Eine mathematische Analyse von Geländeflächen erfolgte durch MAKAROVICĀ unter Verwendung von Fourierreihen mit Frequenz- und Amplitudenanalysen [43].

Betrachtet man die Geländefläche, so stellt sie entsprechend ihrer Eigenschaft als idealisierte und abstrahierte Fläche unter Nichtberücksichtigung der Oberflächenrauigkeit und nichterfaßter Kleinformen in der Regel eine stetige Fläche dar. Bei den Großformen, die den weitflächigen Verlauf wiedergeben, können als Formen verschieden stark geneigte Ebenen, Bergkuppen, Mulden, Berg Rücken, Tal- und Sattelformen und sonstige morphologische Formen unterschieden werden. Diese Formen sind von Kleinformen überlagert, die lokale Abweichungen bilden und sehr unregelmäßig gestaltet sein können. Je nach Großform und Ausgeprägtheit der Kleinformen weisen Geländeflächen große Unterschiede in der Bewegtheit auf, vor allem können auch rasche Wechsel zwischen den verschiedenen Formen stattfinden.

Neben den flächenhaft ausgebildeten Formen können Geländeflächen auch Linienstrukturen enthalten. Häufig weisen durch Erosion entstandene Geländeformen wie z.B. Rinnen und Einschnitte derartige Linienstrukturen auf. Bei der landwirtschaftlichen Nutzung der Erdoberfläche bilden die Abgrenzungen ebenfalls

häufig Linienstrukturen ebenso wie in besonders ausgeprägtem Maße beim Verkehrswegebau die Dämme und Einschnitte.

Einen sehr bestimmenden Einfluß auf den Verlauf der Geländeflächen hat die Bindung der Modellvorstellung und die Darstellbarkeit der Geländeflächen in digitalen Geländemodellen und topographischen Schichtlinienkarten. Üblicherweise werden Geländeflächen als Senkrechtprojektionen dargestellt, so daß Steilwände, Überhänge und Höhlen von dem darüber liegenden Gelände flächenteil überdeckt werden. Dies führt bei der Darstellung zu Flächensprüngen, wobei die Unstetigkeitslinien der Darstellung hinzugefügt werden. Geländeabbrüche in Gebirgs- oder Wüstenlandschaften, Felswände, Kunstbauten sowie Steinbrüche und Kiesgruben verursachen solche Flächensprünge.

Neben Flächensprüngen können Geländeflächen auch Flächenkanten enthalten. Dabei müssen die Flächenkanten an der physikalischen Erdoberfläche nicht unbedingt deutlich ausgeprägt sein, sondern sie treten erst bei der Idealisierung und Abstraktion entsprechend den kartographischen Grundgedanken auf und sind maßstabsabhängig. Flächenkanten entstehen beim Übergang zwischen verschiedenen geneigten Teilflächen, wie z.B. entlang von Erosionslinien und Böschungen.

3.4 Die topographische Geländeaufnahme

Der topographischen Geländeaufnahme muß bedingt durch die Aufgabenstellung einer möglichst genauen Beschreibung der Gelände fläche durch eine Prädiktionsmethode besondere Beachtung zugewandt werden. Nur die bei der topographischen Geländeaufnahme festgelegte und zu verwendende Interpretation der aufgenommenen Punkte führt zu einer genauen Beschreibung.

Im vorangegangenen Abschnitt I.3.3 wurde im Zusammenhang mit der Definition des Begriffes der Gelände fläche erläutert, daß bei der Geländeaufnahme die Idealisierung und Abstraktion der Erdoberfläche zur Gelände fläche erfolgt. Hier wird entschieden, welche Kleinformen Bestandteil der Gelände fläche sein sollen und welche nicht erfaßt werden sollen. Die topographische Geländeaufnahme ist eine Diskretisierung der Gelände fläche. Nach der topographischen Geländeaufnahme ist die Gelände fläche durch diskrete Werte gegeben.

In diesem Abschnitt I.3.4 soll näher auf die topographische Geländeaufnahme eingegangen werden. Dabei erfolgt eine bisher nicht übliche inhaltliche und begriffliche Trennung in Aufnahmeprinzip und Aufnahmeverfahren. Das Aufnahmeprinzip beschreibt, welche Punkte und Linien der Gelände fläche für die Aufnahme ausgewählt werden. Das Aufnahmeverfahren bezeichnet das verwendete Gerätesystem und den Meßvorgang. Wird eine Gelände fläche durch rasterförmig angeordnete Punkte erfaßt, so ist damit das Aufnahmeprinzip beschrieben, während als Aufnahmeverfahren hierfür z.B. die photogrammetrische Auswertung eines Stereomodells durch Abtasten paralleler Profile und Registrierung nach konstantem Wegintervall in Betracht kommt.

3.4.1 Aufnahmeprinzipien

Die Aufnahmeprinzipien lassen sich sehr einfach durch die verwendeten Punktklassen und deren Bedeutung für den Verlauf der Gelände­fläche erläutern. Dabei ist zwischen Punktklassen, die ausschließlich Höheninformation oder die zusätzlich noch Forminformation enthalten, zu unterscheiden. Die Aufnahme von Linien oder von Flächen kann auch als die Aufnahme von Punkten mit zusätzlicher Forminformation interpretiert werden.

Wenn Punkte zusätzlich Forminformation enthalten, bedeutet dies vor allem die tagemäßige Erfassung und Festlegung der Formen. Meistens erfolgt bei der Aufnahme eine Kombination von Punkten mit ausschließlicher Höheninformation und von Punkten mit zusätzlicher Forminformation. Die Gelände­fläche wird dann in der Regel überwiegend durch Punkte mit ausschließlicher Höheninformation erfaßt, während Punkte mit Forminformation nur zur Ergänzung und genaueren Darstellung von bestimmten Geländeformen Verwendung finden. Diese Punkte und Linien, die der genaueren und zweckmäßigeren Erfassung dienen, werden oft als charakteristische Geländepunkte und -linien bezeichnet. Bei der Aufnahme kann zusätzlich zwischen der Aufnahme von Einzelpunkten und der punktweisen Aufnahme von Linien unterschieden werden. Bei der Aufnahme von Linien wird in dieser Arbeit der Begriff der Zuordenbarkeit von Formen benachbarter Linien eingeführt und dessen Bedeutung und die damit verbundene Problematik erläutert.

a) Punktklassen mit ausschließlicher Höheninformation

Die Punktklassen mit ausschließlicher Höheninformation werden hier in flächenhaft verteilte Punkte, Profilpunkte und Formbegrenzungslinien untergliedert. Die Bezeichnung 'flächenhaft verteilt' soll vor allem den Unterschied zu linienförmigen Punktanordnungen deutlich machen. Linienförmige Punktanordnungen sind durch die Zuordnung von vorangehenden und nachfolgenden Punkten definiert. Selbstverständlich führen auch linienförmige Punktanordnungen zu einer flächenhaften Verteilung, die durch das Verhältnis zwischen Linienabstand und Punktfolge entlang der Linie bestimmt ist.

- Flächenhaft verteilte Punkte: Bei der Aufnahme von flächenhaft verteilten Punkten muß zwischen zwei Prinzipien unterschieden werden. Für die Aufnahme kann ein Flächenraster vorgegeben sein, dessen zugeordnete Geländehöhen gemessen werden. Es können aber auch die aufzunehmenden Punkte dem Verlauf der Gelände­fläche angepaßt werden, was zu einer unregelmäßigen Punktverteilung mit wechselnder Punktdichte führen kann. Bei vorgegebenem Flächenraster hat die Interpretation zu beachten, daß die Punkte, in denen sich die Neigung oder Krümmung ändert, meistens nicht direkt erfaßt sind. Werden die Punkte dagegen entsprechend dem Verlauf der Gelände­fläche ausgesucht, so finden besonders diese Stellen Beachtung. Bei der Auswahl der Punkte entsprechend dem Gelände­verlauf wird in der Regel mit weniger Punkten eine Gelände­fläche des­selben Abstraktionsgrades beschrieben werden.

- Profilpunkte: Profilpunkte werden entlang von lagemäßig festgelegten Linien aufgenommen, wobei in der Regel parallele Geraden bzw. ebene Senkrechtschnitte verwendet werden. Die Lage der Profile und die Folge der aufgenommenen Punkte entlang der Profile kann dem Verlauf der Gelände­fläche angepaßt sein. Es ist zu beachten, daß die später beschriebenen Punktklassen wie Falllinien, Struktur­linien und Bruchlinien nicht zu den Profilpunkten zählen, da sie Forminformation enthalten. Der bei der Aufnahme verwendete Profilabstand und die Punktfolge entlang der Profile bestimmt, ob es sich um die Aufnahme von mehr flächenhaft verteilten Punkten oder von mehr linienförmig angeordneten Punktfolgen handelt.
- Formbegrenzungslinien: Die Aufnahme von Formbegrenzungslinien wird hauptsächlich bei der manuellen Auswertung von topographischen Geländeaufnahmen angewandt. Dabei wird die Gelände­fläche in einfache Teilformen zerlegt und es werden vor allem die Randlinien dieser Teilformen erfaßt. Der Aufwand für die Aufnahme und die manuelle Auswertung kann dadurch stark reduziert werden, was jedoch mit der Vernachlässigung vieler Kleinformen einhergeht. Bei automatisierten Aufnahme- und Auswerteverfahren kann eine genauere Erfassung der Gelände­fläche erfolgen, was auch meistens angestrebt wird.

b) Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation

- Markante Höhenpunkte: Zu den markanten Höhenpunkten zählen die ausgezeichneten Kuppen-, Mulden- und Sattelpunkte. Die Gelände­fläche besitzt in diesen Punkten eine horizontale Tangentialebene.
- Falllinien: Falllinien zeigen den jeweiligen Verlauf der größten Neigung von Gelände­flächen auf. Dies bedeutet, daß die Gelände­fläche senkrecht zur Falllinie eine horizontale Tangente besitzt. Falllinien sind für die Geländeaufnahme und -beschreibung häufig sehr charakteristische Linien.
- Schichtlinien: Schichtlinien sind Schnittlinien zwischen der Gelände­fläche und parallelen Horizontalebene­n vorgegebenen Abstandes. Sie sind das konventionelle und anschaulich graphische Mittel, um Geländeformen darzustellen. Falllinien und Schichtlinien schneiden sich orthogonal.
- Struktur­linien: Struktur­linien werden zur Erfassung und Beschreibung von Linienstrukturen oder Wechsel in den Gelände­flächen verwendet. Sie beschreiben z.B. den raschen Neigungswechsel beim Übergang zwischen verschiedenen geneigten Teilflächen. Betrachtet man die Krümmungsverhältnisse in den Struktur­linienpunkten, so tritt senkrecht zur Linienrichtung eine wesentlich stärkere Neigungsänderung auf als entlang der Linie.
- Grat und Tallinien: Die Grat- und Tallinien sind zugleich Falllinie und Struktur­linie. Senkrecht zur Grat- und Tallinie besitzt die Gelände­fläche eine horizontale Tangente und gleichzeitig vollzieht sich in den Grat- und Tallinien eine rasche Neigungsänderung. Tallinien werden vor allem durch Wasserläufe ausgebildet.
- Bruchlinien: Bruchlinien beschreiben Unstetigkeitslinien der Geländeneigung. Im Falle vertikaler oder überhängender Flächen können sie auch Flächensprünge repräsentieren. Unstetigkeiten in den Flächenneigungen sind Flächenkanten und

somit Grenzfälle von Strukturlinien. Während bei Strukturlinien der Übergang zwischen den verschiedenen geneigten Teilflächen ausgerundet ist, beschreiben Bruchlinien einen abrupten Übergang. Wie in Abschnitt I.3.3 erwähnt wurde, müssen die Unstetigkeiten nicht unbedingt bei der Erdoberfläche anzutreffen sein, sondern können bei der Idealisierung und Abstraktion entstehen. Dies gilt insbesondere für Flächensprünge, die nur durch die Definition der Gelände­fläche entstehen.

c) Die Zuordenbarkeit von Formen benachbarter Linien

Das Problem der Zuordenbarkeit von Formen benachbarter Linien tritt vor allem bei Schichtlinien auf, ist aber in gewissem Umfang prinzipiell bei der Aufnahme von Linien vorhanden. Die Problematik und der Begriff soll anhand der Abbildungen I.2a und I.2b erläutert werden.

Abb. I.2 Zur Problematik der Zuordenbarkeit von Formen benachbarter Linien

Abb. I.2a

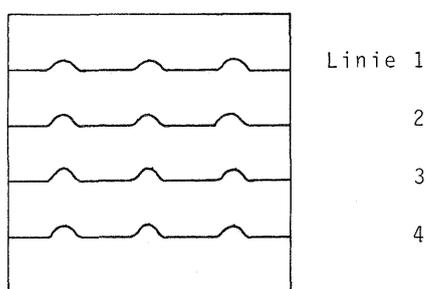
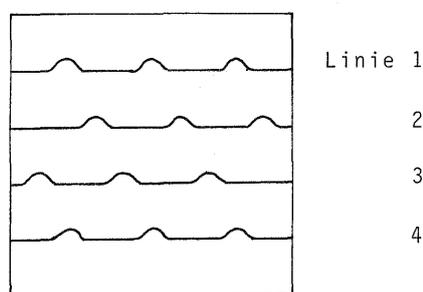


Abb. I.2b



Gegeben sind die dargestellten Schichtlinien 1 bis 4 der Abbildungen I.2a und I.2b und es stellt sich die Frage nach dem Verlauf der Gelände­fläche zwischen diesen Linien. Es erscheint plausibel, in Abbildung I.2a von einer geneigten Ebene auszugehen, die von drei Rinnen durchzogen wird. Die Auswölbungen der vier Schichtlinien werden einander zugeordnet und auf die dazwischenliegende Gelände­fläche übertragen, so daß sich formgleiche Zwischenschichtlinien ergeben. Hierbei ist vor allem die doch sehr geringe Tiefe der Auswölbung im Vergleich zum Abstand der Schichtlinien zu beachten. Durch eine Verschiebung der Linien 2 und 3 in Abbildung I.2b ist die Frage nach dem Verlauf der Gelände­fläche schwieriger, da sich Varianten anbieten. Es kann sich wieder um Rinnen handeln, die jetzt aber etwas gekrümmt verlaufen. Es kann sich jedoch auch um eine Schrägebene handeln, die lokal kleinere Mulden aufweist. In Abbildung I.2a sind die Formen der benachbarten Linien eindeutig zuordenbar, während dies in Abbildung I.2b nicht eindeutig möglich ist.

Die hier geschilderte Zuordenbarkeit von Formen benachbarter Schichtlinien kennzeichnet ein sehr wichtiges Problem bei der Gelände­flächenbeschreibung durch Prädiktionsfunktionen. Prädiktionsmethoden können in der Regel die Ähnlichkeit von Schichtlinien nicht erkennen und zuordnen. In den Ergebnissen zeigen sich deshalb deutliche Unterschiede. Während bei der Zuordnung der Formen sich formgleiche Zwischenlinien ergeben, werden diese bei Prädiktionsfunktionen in Abhängigkeit vom Linienabstand und Größe der Form verflacht. In Linien enthaltene zuordenbare Kleinformen werden nicht auf die dazwischen liegende Gelände­fläche übertragen.

3.4.2 Aufnahmeverfahren

Das bei topographischen Geländeaufnahmen verwendete Aufnahmeverfahren ist durch das Aufnahmesystem und den Meßvorgang beschrieben. Aufnahmeverfahren weisen viele Varianten auf und sollen hier nur insofern behandelt werden, als sie Auswirkungen auf die Aufnahme und die Interpretation der aufgenommenen Punkte haben. Das betrifft einerseits die Verwirklichung des angestrebten Aufnahmeprinzips und andererseits die Meßgenauigkeit des Aufnahmesystems. Entsprechend den Verwendung findenden Gerätesystemen können drei Aufnahmeverfahren unterschieden werden. Dies ist einmal die Tachymeteraufnahme im Gelände, dann die photogrammetrische Auswertung von Stereomodellen und zusätzlich die Digitalisierung von Schichtlinien aus topographischen Karten. Dabei finden heute vor allem bei der photogrammetrischen Auswertung rechnergestützte Verfahren Anwendung, die den Meßvorgang automatisieren.

a) Bemerkungen zur Aufnahme

Untergliederung in Aufnahmeeinheiten: Die Größe der Gebiete, für die topographische Geländeaufnahmen durchgeführt werden sollen, macht meistens eine Unterteilung in Aufnahmeeinheiten erforderlich. Als Aufnahmeeinheit werden bei Tachymeteraufnahmen die Punkte betrachtet, die von einem Standpunkt aus gemeinsam aufgenommen wurden. Bei photogrammetrischer Auswertung entspricht das Stereomodell einer Aufnahmeeinheit. Die Unterteilung in verschiedene Aufnahmeeinheiten führt oft zu Überlappungen, Doppelaufnahmen oder Leerstellen. Außerdem weisen die aufgenommenen Geländehöhen verschiedener Aufnahmeeinheiten oft systematische Abweichungen auf. Während die systematischen Abweichungen und Unterschiede bei Doppelaufnahmen für Punktklassen mit ausschließlicher Höheninformation eventuell von der Prädiktionsmethode über eine Flächenglättung bewältigt werden können, führt dies bei Punktgruppen mit zusätzlicher Forminformation zu direkten Widersprüchen. Diese Widersprüche müssen vorweg beseitigt werden. Bei Punktklassen mit ausschließlicher Höheninformation aus verschiedenen Aufnahmeeinheiten ist eine Zuordnung nicht möglich. Nur bei der Geländeflächenbeschreibung können die systematischen Abweichungen und Unterschiede der Doppelaufnahmen erkannt und eliminiert werden.

Meßgenauigkeit des Aufnahmesystems: Die Meßgenauigkeit des verwendeten Aufnahmesystems muß bei der Interpretation der aufgenommenen Punkte beachtet werden. Sie wirkt bei der Entscheidung mit, ob die Prädiktionsfunktion streng durch die aufgenommenen Punkte verlaufen soll, oder ob Abweichungen zugunsten einer stärker geglätteten Fläche zugelassen werden sollen. Die Meßgenauigkeit ist bei Tachymeteraufnahmen sehr hoch und liegt im Bereich weniger cm. Bei der photogrammetrischen Auswertung wird die Meßgenauigkeit auf den Bildmaßstab bezogen und ist stark vom Meßvorgang abhängig. Bei stationärer Messung wird eine optimale Meßgenauigkeit erreicht und kann je nach Bildqualität und Auswertegerät ungefähr 10-20 Mikron betragen. Bei fliegenden Messungen, wie z.B. beim Abtasten, sinkt die Genauigkeit auf ungefähr 50-100 Mikron ab. Eine besondere Bedeutung beim Abtasten photogrammetrischer Modelle kommt dem Abtastfehler zu. Er beschreibt systematische Abweichungen von der Geländefläche, die auf die Trägheit oder Überkorrektur infolge der Abtastgeschwindigkeit beim Verfolgen der Geländefläche mit der Meßmarke zurückzuführen sind, und die von der Abtast-

richtung abhängig sind. Profile die in entgegengesetzter Richtung abgetastet wurden, zeigen oft entgegengesetzte systematische Fehler. Systematische Fehler können sich auch durch die verschiedenen Aufnahmeeinheiten ergeben. Sie entstehen bei Tachymeteraufnahmen durch die Bestimmung des lokalen Koordinatensystems oder bei der photogrammetrischen Auswertung durch die absolute Orientierung der Modelle.

Behinderungen bei der Aufnahme: Behinderungen bei der Aufnahme ergeben sich hauptsächlich durch schlechte Einsichtsmöglichkeit oder Zugänglichkeit. Bei Tachymeteraufnahmen ist eine Aufnahme fast immer durchführbar, jedoch steigert sich der Aufwand beträchtlich. Dies führt meistens zur Verminderung der Anzahl aufgenommener Punkte, was sich in der Punktanordnung in der verminderten Punktdichte oder in Leerstellen widerspiegelt. Bei photogrammetrischen Auswertungen sind bewaldete Gebiete kritisch. Sie werden oft von der Aufnahme ausgeschlossen oder es kann nur eine wesentlich ungenauere Messung der Geländehöhen erfolgen.

b) Tachymeteraufnahmen

Die Tachymeteraufnahme ist das Standardverfahren bei der direkten Aufnahme im Gelände. Durch den Übergang zur elektrooptischen Entfernungsmessung und automatische Registrierung der Messungen gilt sie im großmaßstäbigen Bereich als leistungsfähig. Die direkte Messung der Punkte im Gelände erlaubt die Aufnahme sämtlicher Punktklassen mit Ausnahme der Schichtlinien. Zum Teil sind Linien durch örtliche Aufnahmebedingungen oder die begrenzte Reichweite der Aufnahme unterbrochen und müssen zusammengesetzt werden.

c) Photogrammetrische Auswertung

Bei der photogrammetrischen Auswertung erfolgt eine erste Aufnahme durch das Luftbildpaar, die dann dem Operateur im Auswertegerät als relativ orientiertes Stereomodell zur eigentlichen topographischen Geländeaufnahme zur Verfügung steht. Beim Meßvorgang durch den Operateur ist zwischen der stationären Messung und der fliegenden Messung zu unterscheiden. Der rechnergestützten Auswertung kommt heute eine erhöhte Bedeutung zu, bei der die Meßmarke lagemäßig geführt und der Operateur hauptsächlich die Geländehöhe mißt. Diese Höhenmessung kann auch von Bildkorrelatoren übernommen werden, wobei jedoch noch gewisse Schwierigkeiten vorhanden sind. Die photogrammetrische Auswertung eignet sich zur Erfassung sämtlicher Punktklassen. Eine besondere Bedeutung hat das Abtasten paralleler Geländeprofile erlangt, wobei nicht genügend erfaßte Formen und Strukturen durch zusätzliche charakteristische Geländelinien und -punkte ergänzt werden. Photogrammetrische Modelle erlauben auch das Abfahren und Registrieren von Schichtlinien.

d) Die Digitalisierung von Schichtlinien aus Karten

Ebenfalls zu den Verfahren der topographischen Geländeaufnahme soll hier die Digitalisierung von Schichtlinien aus vorhandenen Schichtlinienkarten zählen. Es lassen sich Verfahren unterscheiden, bei denen Schichtlinien manuell oder automatisch verfolgt werden und solche, bei denen das Kartenblatt automatisch abgetastet wird und rechnerisch Linien gebildet werden. Digitalisierungen werden derzeit zum Teil schon angewendet und die Möglichkeiten der Weiterverarbeitung entwickelt. Es ist als ein sich in der Fertigstellung befindendes Verfahren anzusehen.

3.5 Prädiktionsverfahren

Prädiktionsverfahren kommt die Aufgabe zu, die Geländefläche entsprechend der topographischen Geländeaufnahme zu beschreiben. Die Größe der Gebiete, für die die topographische Geländeaufnahme durchgeführt wird, macht eine Unterteilung in Teilgebiete, für die die Geländefläche durch eine Prädiktionsfunktion repräsentiert werden kann, erforderlich. Die Möglichkeiten der Unterteilung und des Zusammenschlusses benachbarter Prädiktionsfunktionen zur Gewährleistung der Kontinuität in der Geländeflächendarstellung sind hier nur kurz beschrieben. Entsprechend der Aufgabenstellung dieser Arbeit kommt hier den Prädiktionsmethoden zur Beschreibung der Geländefläche innerhalb der Teilgebiete große Bedeutung zu. Sie sind im weiteren Gegenstand dieser Untersuchungen. In den nächsten Kapiteln sollen bekannte Prädiktionsmethoden auf ihre Eigenschaften untersucht werden und anschließend eine geeignete Prädiktionsmethode zur möglichst genauen Darstellung der Geländefläche abgeleitet werden.

3.5.1 Die Unterteilung in Teilgebiete

Bei der Unterteilung in Teilgebiete, für die die Geländefläche durch eine Prädiktionsfunktion beschrieben wird, können drei Verfahren unterschieden werden.

Regelmäßige Teilgebiete: Als Teilgebiete können regelmäßige Flächenausschnitte, wie z.B. Rechtecke oder Dreiecke verwendet werden, die das Gebiet im Grundriß aufteilen. Die Festlegung der Größe der Teilgebiete wird an die Punktdichte und die Bewegtheit der Geländefläche angepaßt. Die Größe der Teilgebiete kann konstant sein oder variieren.

Dreiecksvermaschung: Bei der Dreiecksvermaschung werden die aufgenommenen Punkte nach bestimmten Kriterien durch Linien verbunden, so daß Dreiecke mit den aufgenommenen Punkten als Eckpunkten entstehen. Daraus ergibt sich automatisch die Anpassung der Größe der Dreiecke an die Punktdichte.

Gleitende Flächen: Bei den gleitenden Flächen repräsentiert die Prädiktionsfunktion die Geländefläche nur in einem Punkt und eventuell seine unmittelbare Umgebung. Ändert sich die Lage des Prädiktionspunktes, so muß eine neue Prädiktionsfunktion ermittelt werden.

Zu den drei Verfahren ist zu bemerken, daß gleitende Flächen nicht verwendet werden sollten, wenn die Punkte, für die Prädiktionswerte ermittelt werden sollen, dicht beieinander liegen. Die jeweilige Neubestimmung der Prädiktionsfunktion führt zu einem erhöhten Aufwand. Andererseits bedeuten auch zu große rechteckige oder andere Teilgebiete, die viele Punkte enthalten, einen erhöhten Aufwand.

3.5.2 Der Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsfunktionen

Um Kontinuität in der Geländeflächenbeschreibung trotz der Unterteilung in Teilgebiete zu erreichen, muß ein Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsfunktionen durchgeführt werden. Es können drei Verfahren des Flächenzusammenschlusses unterschieden werden, wobei jedoch nicht jedes Verfahren bei jeder der verwendeten Prädiktionsmethoden anwendbar ist.

Die simultane Ermittlung der Prädiktionsfunktionen: Werden die Prädiktionsfunktionen für die Teilstücke gleichzeitig bestimmt, so können Anschlußbedingungen eingeführt werden. Solche Anschlußbedingungen sind die Forderungen nach gemeinsamen Funktionswerten und Flächenableitungen entlang der Randlinien.

Die Vorgabe des Flächenverlaufs entlang der Randlinien: Im Gegensatz zur simultanen Ermittlung werden bei diesem Verfahren gemeinsame Funktionswerte oder Flächenableitungen entlang der Randlinien vorgegeben. Die Prädiktionsfunktionen können dann getrennt ermittelt werden, so daß sie aber die vorgegebenen Werte erfüllen. Die vorgegebenen Funktionswerte oder Flächenableitungen müssen bekannt sein oder mit speziellen Verfahren ermittelt werden.

Die Verwendung von Überlappungsbereichen: Der Verlauf der Geländefläche wird durch die aufgenommenen Punkte innerhalb eines Teilgebietes und durch eine bestimmte Anzahl von Punkten außerhalb bestimmt. Weiter entfernt liegende Punkte tragen nichts mehr zur Beschreibung der Geländefläche innerhalb eines Teilgebietes bei. Bei der Verwendung von Überlappungsbereichen wird davon ausgegangen, daß wenn alle zur Beschreibung der Geländefläche notwendigen Punkte verwendet werden, also auch die Punkte außerhalb der Teilgebiete in den Überlappungsbereichen, die Kontinuität beim Übergang zwischen benachbarten Prädiktionsfunktionen gewährleistet ist.

3.5.3 Anforderungen an die Prädiktionsmethoden

Die Beschreibung der Geländefläche erfolgt durch eine Prädiktionsfunktion, die nach einer bestimmten Prädiktionsmethode abgeleitet ist. Die zur Beschreibung von Geländeflächen geeigneten Prädiktionsmethoden und ihre gebräuchlichen Anwendungsvarianten sind im nachfolgenden Abschnitt I.3.6 beschrieben. An dieser Stelle sollen die Anforderungen an leistungsfähige Prädiktionsmethoden zusammengestellt werden. Diese Anforderungen ergeben sich aus der topographischen Geländeaufnahme und ihrer Durchführung nach dem gewählten Aufnahmeprinzip und -verfahren, aus dem prinzipiellen Verlauf von Geländeflächen und aus den Grundgedanken der Geländeflächenbeschreibung. Folgende Punkte sind für die Leistungsfähigkeit einer Prädiktionsmethode kennzeichnend:

- a) Berücksichtigung der Punktklassen einschließlich der Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation
- b) Bewältigung von unregelmäßigen Punktverteilungen, wechselnder Punktdichten und linienförmiger Anordnung der Punkte

- c) Elimination einer bei der Aufnahme durch die Meßgenauigkeit, durch Doppelaufnahmen oder Überlappungen entstandener, in den Stützpunkten enthaltenen Oberflächenrauigkeit.
- d) Beschreibung auch schwieriger Geländeformen und -strukturen (rascher Wechsel der Bewegtheit, Linienstrukturen)
- e) Beschreibung von Unstetigkeiten der Geländefläche (Flächenkanten und Flächensprünge)
- f) Beschreibung durch eine glatte Fläche, die die Geländefläche auch in ihrem Neigungs- und Krümmungsverhalten annähert
- g) Möglichkeit sowohl der strengen Erfüllung der Stützwerte (falls erfüllbar) als auch einer qualifizierten, steuerbaren Flächenglättung zur generalisierten Flächenbeschreibung.

3.6 Gebräuchliche Prädiktionsmethoden und Anwendungsvarianten zur Beschreibung von Geländeflächen

In diesem Abschnitt werden die wichtigsten zur Geländeflächenbeschreibung verwendeten Prädiktionsmethoden und deren Anwendungsvarianten eingeführt und erläutert. Die Prädiktionsmethoden sind in der Fachliteratur veröffentlicht und bekannt. Hier geht es vor allem darum, die Prädiktionsfunktionen einzuführen und zu definieren, um im nachfolgenden Kapitel II die Gewichtsfunktionen ermitteln und charakterisieren zu können. Die Anwendungsvarianten zeigen interessante Aspekte, wie gewisse Nachteile ausgeglichen oder Vorteile erzielt werden konnten. Dazu müssen zuerst die in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen und Symbole definiert werden.

3.6.1 Bezeichnungen und Symbole

In diesem und in den folgenden Kapiteln werden für die auftretenden Variablen und Größen folgende Symbole und Bezeichnungen verwendet:

u, v	=	Lagekoordinaten der Stützpunkte
s	=	Stützwerte
n	=	Anzahl der gegebenen Stützwerte
x, y	=	Flächenparameter zur Beschreibung der Prädiktionsfunktion
z	=	Prädiktionsfunktion
j	=	Index für einen beliebigen, stellvertretend ausgewählten Stützpunkt
i	=	Index für einen beliebigen Punkt der Prädiktionsfunktion
k, l	=	Laufvariable

Für die Vektoren und Matrizen wird folgende Schreibweise verwendet:

$$\begin{aligned} \underline{a} &= \text{Vektor (unterstrichene Kleinbuchstaben)} \\ \underline{A} &= \text{Matrix (unterstrichene Großbuchstaben)} \\ \underline{a}^T, \underline{A}^T &= \text{Transponierung des Vektors } \underline{a} \text{ oder der Matrix } \underline{A} \\ \underline{A}^{-1} &= \text{Inversion der Matrix } \underline{A} \end{aligned}$$

3.6.2 Polynominterpolation und Polynomapproximation

Die Verwendung von Polynomflächen als Interpolations- bzw. Approximationsfunktionen ist sehr gebräuchlich. Polynomflächen sind mathematisch einfach zu formulierende Flächenfunktionen, deren geometrischer Verlauf durch die Ermittlung von Maxima, Minima, Schnittlinien und Symmetrieeigenschaften festgestellt werden kann. Polynomfunktionen ergeben sich durch eine Linearkombination von Gliedern, die aus ganzzahligen, positiven Potenzen der Lageparameter x und y gebildet werden. Wenn der Vektor \underline{f} die Potenzglieder und der Vektor \underline{a} die Koeffizienten enthält, lautet die allgemeine Gleichung für Polynomfunktionen

$$z = \underline{f}^T \underline{a} \quad (\text{I.1a})$$

$$\text{mit } \underline{f}^T = [1 \ x \ y \ x^2 \ xy \ y^2 \ \dots]$$

$$\underline{a}^T = [a_1 \ a_2 \ \dots]$$

Bei der Verwendung von Polynomfunktionen werden bestimmte Potenzglieder ausgewählt, so daß eine Flächenschar mit den Koeffizienten a als Scharparameter definiert ist. Zur Bestimmung der Koeffizienten a können sowohl Stützwerte als auch Flächenableitungen verwendet werden, die jeweils zu einer Bedingungsgleichung führen. Im Falle einer strengen Erfüllung der Stützwerte spricht man von Polynominterpolation, andernfalls von Polynomapproximation.

Bei der Polynominterpolation entspricht die Anzahl der Koeffizienten a der Anzahl der Bedingungsgleichungen, so daß die Koeffizienten a in der Regel aus den Stützwerten s eindeutig nach

$$\underline{a} = \underline{F}^{-1} \underline{s} \quad (\text{I.1b})$$

bestimmt werden können, wobei die Matrix \underline{F} die sich aus den Lagekoordinaten der Stützpunkte ergebenden Potenzen und der Vektor \underline{s} die Stützwerte enthält

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} 1 & u_1 & v_1 & u_1^2 & u_1 v_1 & v_1^2 & \dots \\ 1 & u_2 & v_2 & u_2^2 & u_2 v_2 & v_2^2 & \dots \\ \vdots & & & & & & \\ 1 & u_n & v_n & u_n^2 & u_n v_n & v_n^2 & \dots \end{bmatrix}$$

$$\underline{s}^T = [s_1 \ s_2 \ \dots] .$$

Um zu gewährleisten, daß die Inverse der Matrix F existiert, dürfen keine identischen oder nahezu identischen Stützpunkte vorkommen. Außerdem können durch bestimmte Stützpunktanordnungen bestimmte Potenzglieder nicht eindeutig bestimmbar sein,

Bei der Polynomapproximation ist die Zahl der Koeffizienten kleiner als die Zahl der zu erfüllenden Bestimmungsgleichungen. Die Polynomfunktion läßt sich dann über eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen ermitteln, wobei die Koeffizienten \underline{a} so bestimmt werden, daß die gewichtete Quadratsumme der Abweichungen des Polynoms von den Stützwerten zum Minimum wird:

$$\underline{a}^T = (\underline{F}^T \underline{P} \underline{F})^{-1} \underline{F}^T \underline{P} \underline{s}$$

wobei \underline{F} wieder die sich aus den Lagekoordinaten der Stützpunkte ergebenden Potenzglieder und \underline{P} die den Stützwerten zugeordneten Gewichte enthält.

Als Polynomfunktionen erhält man bei der Polynominterpolation

$$\underline{z} = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s} \quad (\text{I.2a})$$

und bei der Polynomapproximation

$$\underline{z} = \underline{f}^T (\underline{F}^T \underline{P} \underline{F})^{-1} \underline{F}^T \underline{P} \underline{s} . \quad (\text{I.2b})$$

Anwendungen:

Polynominterpolationen und -approximationen zur Beschreibung von Geländeflächen haben in drei Varianten Bedeutung erlangt:

- als 'piecewise polynomials'
BOSMANN, ECKHART, KUBIK [8], De MASSON d'AUTUME [14],
JANCAITIS, JUNKINS [28]
- in Verbindung mit Dreiecksvermaschungen
BAUHUBER, ERLACHER, GÜNTHER [7], BRUNKEN [10], ETHROG [20]
- und als gleitende Polynomflächen
HAENDEL, KLUKE, LUKE [24], KOCH [32], RAPIOR, BOPP [50], SIMA [55]

Bei den 'piecewise polynomials' handelt es sich um Polynomapproximationen. In die Ermittlung der Approximationsfunktion wird gleichzeitig die Minimierung von Neigungs- oder Krümmungswerten mit einbezogen. Dadurch kann eine Glättung der Geländeflächen vorgenommen werden und die Lösbarkeit wird unabhängig von der Stützpunktzahl und -verteilung. Bei den 'piecewise polynomials' wird das Gebiet in regelmäßige Teilgebiete, meistens Quadrate oder gleichseitige Dreiecke, aufgeteilt und jedem Teilgebiet eine Polynomfläche 2. oder 3. Ordnung zugeordnet. Der Zusammenschluß benachbarter Polynomflächen erfolgt durch simultane Ermittlung oder durch die Vorgabe des Flächenverlaufs entlang der Randlinien.

In Verbindung mit der Dreiecksvermaschung werden in der Regel Polynominterpolationen verwendet. Da bei der Dreiecksvermaschung die Stützpunkte die Eckpunkte bilden, sind diese von der Polynomfläche zu erfüllen. Meistens werden Polynome höherer Ordnung verwendet, die gleichzeitig in den Stützpunkten zuvor ermittelte Flächenneigungen erfüllen und so die Kontinuität zwischen benachbarten Flächen gewährleisten.

Die gleitenden Polynomflächen repräsentieren die Geländefläche jeweils nur in einem Punkt oder dessen unmittelbarer Umgebung. Es werden Polynomflächen 1., 2. oder 3. Ordnung verwendet, wobei sich die Zahl der Glieder nach der Anzahl der

zur Bestimmung verwendeten Stützpunkte richtet. Für die Approximation erfolgt eine Gewichtssetzung, die sich an dem Abstand zum Prädiktions- oder Interpolationspunkt orientiert. Neben der Verwendung unterschiedlicher Polynomglieder unterscheiden sich die Approximationen vor allem in der Gewichtssetzung.

3.6.3 Die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate

Die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate ist eine statistische Prädiktionsmethode, die auch zur Beschreibung von Geländeflächen verwendet wird. Dazu werden bestimmte stochastische Eigenschaften für die Erdoberfläche bzw. die Geländefläche vorausgesetzt.

Um die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate zur Beschreibung von Geländeflächen anwenden zu können, muß zuerst eine Zentrierung der aufgenommenen Geländehöhen durch Trendabspaltung vorgenommen werden. Unter der Annahme von Homogenität und Isotropie und der Vernachlässigung von Ortsparametern können die stochastischen Eigenschaften durch Kovarianzfunktionen beschrieben werden, die sich empirisch aus den zentrierten Höhen ermitteln lassen.

Die Kovarianzfunktionen lassen sich auf die Varianz $V = 1$ normieren. Der Verlauf der Kovarianzfunktion wird häufig durch eine Gauß'sche Glockenkurve

$\text{Cov} = (1-f^2) e^{-d^2/m^2}$ beschrieben. Diese Kovarianzfunktion definiert die Kovarianz zwischen zwei Punkten mit der Entfernung d . Die Bewegtheit der Geländefläche spiegelt sich im Parameter m wieder, der zu einem rascheren oder langsameren Absinken der Kovarianzen mit wachsender Entfernung d führt. Die lineare Prädiktion wird zur Geländeflächenbeschreibung im Sinne eines Filters verwendet. Der Parameter f wird als Filterbetrag bezeichnet und enthält die zu eliminierende Oberflächenrauigkeit.

Nach der Festsetzung der Kovarianzfunktion wird bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate der Prädiktionwert nach folgender Formel ermittelt

$$\underline{z} = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s}, \quad (\text{I},3)$$

wobei der Vektor \underline{f} die Kovarianzen $\text{Cov}(k,i)$ zwischen dem zu prädizierenden Punkt und den Stützpunkten, die Matrix \underline{F} die Varianz V und die Kovarianzen $\text{Cov}(k,j)$ zwischen den Stützpunkten und der Vektor \underline{s} die zentrierten Geländehöhen enthält.

$$\begin{aligned} \underline{f}^T &= [\text{Cov}(1,i) \quad \text{Cov}(2,i) \quad \text{Cov}(3,i) \quad \dots \quad \text{Cov}(n,i)] \\ \underline{F} &= \begin{bmatrix} V & \text{Cov}(1,2) & \text{Cov}(1,3) & \dots & \text{Cov}(1,n) \\ \text{Cov}(2,1) & V & \text{Cov}(2,3) & \dots & \text{Cov}(2,n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{Cov}(n,1) & \text{Cov}(n,2) & \text{Cov}(n,3) & \dots & V \end{bmatrix} \\ \underline{s}^T &= [s_1 \quad s_2 \quad s_3 \quad \dots \quad s_n] \end{aligned}$$

Anwendungen:

Die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate wird zur Beschreibung von Geländeflächen in mehreren Varianten angewandt. Die Prädiktionsfunktion kann die Geländefläche jeweils für ein bestimmtes Teilgebiet repräsentieren, das durch eine Unterteilung in regelmäßige Flächengebiete gebildet wird (ASSMUS, KRAUS [5], KRAUS [35], KRAUS, MIKHAIL [37]). Die Bildung von Teilgebieten kann auch mit Hilfe der Dreiecksvermaschung erfolgen (LAUER [41]). Die lineare Prädiktion wird auch im Sinne gleitender Flächen angewandt (DÜPPE, GOTTSCHALK [17], KOCH [33], LAUER [40]). Grundsätzlich wird bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate der Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsfunktionen durch Überlappungsbereiche vollzogen. Die Anwendungen unterscheiden sich hauptsächlich in der Bestimmung der Kovarianzfunktion.

Bei der Unterteilung in regelmäßige Flächenformen kann die Größe der Teilgebiete so gewählt werden, daß genügend Punkte vorhanden sind, um die Kovarianzfunktion empirisch aus den Stützpunkten bestimmen zu können. Eine a priori gewählte Funktion wird an die aus den Stützwerten ermittelten Kovarianzen angepaßt, wobei der Kovarianzfunktionsparameter m und der Filterbetrag f numerisch ermittelt werden. Die Trendabspaltung erfolgt mit Polynomen niedriger Ordnung.

Bei der Dreiecksvermaschung ergeben sich kleinere Teilgebiete, so daß eine empirische Kovarianzfunktionsbestimmung nur schlecht möglich ist. Die Kovarianzfunktion wird a priori unter Berücksichtigung der Dreiecksgröße festgesetzt.

Bei der Anwendung der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate als gleitende Fläche wird zur Trendabspaltung in Abhängigkeit von der Lage des Prädiktionspunktes eine gleitende Schrägebene oder eine gleitende Polynomfläche verwendet. Dadurch ergeben sich für jeden Prädiktionspunkt unterschiedliche zentrierte Stützwerte. Die Kovarianzfunktion wird a priori unter Berücksichtigung der Abstände zwischen den Prädiktionspunkten und den Stützpunkten festgelegt.

3.6.4 Die Methode der multiquadratischen Flächen

Die Methode der multiquadratischen Flächen beruht auf der geometrischen Vorstellung, die Interpolationsfläche als eine Linearkombination einfacher geometrischer Flächen auffassen zu können. Für die Interpolation wird jedem Stützpunkt eine geometrische Fläche zugeordnet, welche insbesondere das Flächenverhalten in unmittelbarer Umgebung eines Stützpunktes repräsentiert. Die Stützpunkte werden streng erfüllt und die sich aus der Linearkombination ergebenden Koeffizienten können als Maßstabsfaktoren interpretiert werden.

In der Regel werden den Stützpunkten Rotationsflächen zugeordnet, was die flächenbeschreibende Aussage eines Stützpunktes widerspiegelt. Diese Rotationsflächen werden auch als Kernfunktionen bezeichnet. Die einem Stützpunkt j mit den Lagekoordinaten x_j und y_j zugeordnete Fläche stellt sich dar als $g_j = f(x, y, x_j, y_j)$, wobei x und y die Flächenparameter sind. Bei Rotationsflächen können die Flächenparameter x und y und die Lagekoordinaten x_j, y_j

des Punktes j durch den Abstand d_j des Interpolationspunktes zum Stützpunkt j ersetzt werden, und als Rotationsfläche ergibt sich

$$g_j = f(d_j) .$$

Somit ergibt sich bei der Methode der multiquadratischen Flächen die Interpolationsfunktion nach

$$\underline{z} = \underline{f}^T \underline{a} , \quad (I.4)$$

wobei der Vektor \underline{f} die den Stützpunkten zugeordneten Rotationsflächen und der Vektor \underline{a} die Koeffizienten der Linearkombination enthält,

$$\begin{aligned} \underline{f}^T &= [g_1 \quad g_2 \quad \dots \quad g_n] \\ \underline{a}^T &= [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_n] \end{aligned}$$

Die Koeffizienten lassen sich wie bei der Polynominterpolation aus der Forderung nach Erfüllung der gegebenen Stützwerte bestimmen. Die Zahl der zu bestimmenden Koeffizienten entspricht der Zahl der gegebenen Stützpunkte.

Dies führt zur Interpolationsfunktion

$$\underline{z} = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s} , \quad (I.5)$$

wobei die Matrix \underline{F} die sich aus den Bestimmungsgleichungen ergebenden Koeffizienten und der Vektor \underline{s} die Stützwerte enthält. Die Koeffizienten sind Funktionswerte der Rotationsflächen, die z.B. die Rotationsfläche j im zu erfüllenden Stützpunkt 1 entsprechend der Entfernung d_j annimmt,

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} g_1(d_{11}) & g_2(d_{21}) & \dots & g_n(d_{n1}) \\ g_1(d_{12}) & g_2(d_{22}) & \dots & g_n(d_{n2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_1(d_{1n}) & g_2(d_{2n}) & \dots & g_n(d_{nn}) \end{bmatrix}$$

$$\underline{s} = [s_1 \quad s_2 \quad \dots \quad s_n]$$

Als Rotationsflächen kommen vor allem Kegel und Hyperboloide, die aus der Funktion $g = (b + d^2)^c$ durch entsprechende Wahl der Parameter b und c entstehen, oder die aus der Gauß'schen Glockenkurve $g = e^{-d^2/b^2}$ entstehende Rotationsfläche in Betracht.

Anwendungen:

Bei der Beschreibung von Geländeflächen mit der Methode der multiquadratischen Flächen eignet sich eine Unterteilung in regelmäßige Teilgebiete und die Verwendung von Überlappungsbereichen (ARTHUR [4], CHILES, DELFINER [12], GÖPFERT [21], HARDY [25]).

Varianten ergeben sich in der Wahl der Rotationsfläche und der darin enthaltenen Parameter. Als besonders geeignet werden die Hyperboloide angesehen ($c = 0.5$), und der Parameter b , der sich auf das Krümmungsverhalten der Interpolationsfläche in den Stützpunkten auswirkt, wird entsprechend dem mittleren oder minimalen Stützpunktabstand festgelegt.

3.6.5 Die Methode der finiten Elemente

Der Beschreibung der Geländefläche nach der Methode der finiten Elemente liegt ein Gauß-Markov Prozeß 2. Ordnung zugrunde. Das Gebiet, für das die Geländeflächenbeschreibung erfolgen soll, wird mit einem dichten Raster überzogen. Die Rasterhöhen beschreiben die Geländefläche und werden nach einem Ausgleichungsansatz nach vermittelnden Beobachtungen ermittelt, der das geforderte Verhalten der zu ermittelnden Rasterhöhen wiedergibt. Die Methode der finiten Elemente läßt sich anhand dieses Ausgleichungsansatzes erläutern.

Die Unbekannten sind die zu ermittelnden Rasterhöhen. Es existieren zwei Gruppen von Beobachtungen. Eine Gruppe von Beobachtungen sind die Krümmungen in den Rasterpunkten entlang der Rasterlinien und ihrer Winkelhalbierenden. Sie werden als fiktive Beobachtungen mit dem Wert 0 behandelt und können als Funktion der unbekannt Rasterhöhen dargestellt werden. Die zugeordneten Verbesserungen stellen nach der Ausgleichung die Krümmungen dar. Die andere Gruppe von Beobachtungen sind die Stützwerte der Stützpunkte. Auch sie können als Funktion der unbekannt Rasterhöhen dargestellt werden, was der Repräsentation der Geländefläche innerhalb eines Rasterquadrats durch eine Polynomfläche entspricht. Die Verbesserungen zeigen die Abweichungen dieser Polynomflächen von den Stützwerten.

Für die formelmäßige Darstellung nach dem Ausgleichungsansatz nach vermittelnden Beobachtungen

$$\underline{v} = \underline{A} \underline{z} - \underline{f}$$

werden die sich ergebenden Vektoren und Matrizen entsprechend den beiden Gruppen von Beobachtungen in Subvektoren und Submatrizen unterteilt.

$$\begin{bmatrix} \underline{v}_I \\ \underline{v}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_I \\ \underline{A}_{II} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{z} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{s} \end{bmatrix}$$

Die Subvektoren und Matrizen haben folgende Bedeutung:

- \underline{v}_I = Krümmungen in den Rasterpunkten
- \underline{v}_{II} = Verbesserungen an den Stützwerten
- \underline{z} = unbekannt Rasterhöhen
- $\underline{0}$ = Nullvektor
- \underline{s} = Stützwerte
- \underline{A}_I = Koeffizientenmatrix für die unbekannt Rasterhöhen entsprechend den Verbesserungsgleichungen für die Krümmungen
- \underline{A}_{II} = Koeffizientenmatrix für die unbekannt Rasterhöhen entsprechend den Verbesserungen der Stützwerte

Führt man für die Lösung des Gleichungssystems die Gewichtsmatrix \underline{P} ein, so ist die Submatrix \underline{P}_I den Krümmungen in den Rasterpunkten und die Submatrix \underline{P}_{II} den Verbesserungen an den Stützwerten zugeordnet

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{P}_I & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{P}_{II} \end{bmatrix}.$$

Dabei kann individuell für jede Krümmung oder für jeden Stützpunkt ein Gewicht festgesetzt und eingeführt werden. Als Lösung für die unbekanntes Rasterhöhen ergibt sich nach dem Prinzip der Minimierung der gewogenen Quadratsumme der Verbesserungen

$$\underline{z} = (\underline{A}_I^T \underline{P}_I \underline{A}_I + \underline{A}_{II}^T \underline{P}_{II} \underline{A}_{II})^{-1} \underline{A}_{II}^T \underline{P}_{II} \underline{S} \quad (\text{I.6})$$

Anwendungen:

Die Methode der finiten Elemente kann direkt wie oben geschildert zur Beschreibung von Geländeflächen angewandt werden (De MASSON d'AUTUME |15|, EBNER, REISS |18|, EBNER |19|). Zweckmäßigerweise wird das Gebiet in schmale Streifen aufgeteilt, um eine günstige Bandstruktur für die Lösung des entstehenden Gleichungssystems zu erhalten. Der Zusammenschluß der Streifen erfolgt mit Hilfe von Überlappungsbereichen oder es können die schon bekannten Rasterhöhen entlang der äußeren Rasterlinien festgehalten werden,

Unterschiedliche Anwendungen der Prädiktionsmethode ergeben sich durch unterschiedliche Methoden der Gewichtsfestsetzung zur Steuerung der Glättung, in der Definition der Krümmungen, in der Berücksichtigung von Bruchlinien und in der Beschreibung der Geländefläche durch ein Polynom innerhalb der Rasterquadrate.

3.6.6 Formaler Vergleich der Prädiktionsmethoden

Betrachtet man die in den Abschnitten I.3.6.2-5 vorgestellten Prädiktionsmethoden, so können diese formal wie folgt miteinander verglichen oder ineinander überführt werden, was in der Literatur bei der Beschreibung der Prädiktionsmethoden teilweise vermerkt ist. Vergleichende Untersuchungen zu Prädiktions-eigenschaften der verschiedenen Methoden sind jedoch kaum veröffentlicht.

Die Gleichungen (I.2), (I.3) und (I.5) zeigen, daß es sich sowohl bei der Polynominterpolation oder -approximation, der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate als auch bei den multiquadratischen Flächen um Linearkombinationen bestimmter Funktionen handelt, deren Koeffizienten aus den Stützwerten bestimmt werden. Bei der Polynomapproximation ist die Zahl der zu bestimmenden Koeffizienten kleiner als die Zahl der Stützpunkte,

Bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate und den multiquadratischen Flächen handelt es sich um auf die Stützpunkte zentrierte Rotationsfunktionen, während es bei der Polynominterpolation oder -approximation Linearkombinationen von Polynomflächen unterschiedlichen Grades sind, wie Horizontalebene $z = a_1$, die Schrägebenen $z = a_2x$ und $z = a_3y$, die Polynomflächen 2. Grades $z = a_4x^2$, $z = a_5y^2$ und $z = a_6xy$ usw.

Während bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate eine Filterung und Flächenglättung möglich ist, gestattet die Methode der multiquadratischen Flächen eine freiere Wahl der Rotationsfunktion. Beide Verfahren verwenden zum Teil die Gauß'sche Glockenkurve und sind dann identisch, wenn bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate auf eine Filterung verzichtet wird.

Die Methode der finiten Elemente läßt sich sowohl in die 'piecewise polynomials' als auch in die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate einbinden. Die Methode der finiten Elemente kann mit der simultanen Bestimmung je einer Polynomfläche pro Rasterquadrat verglichen werden, und die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate und die Methode der finiten Elemente sind identisch, wenn die Kovarianzfunktion entsprechend gewählt wird und der vergleichbare Gauß-Markov Prozeß zugrunde gelegt wird.

3.7 Genauigkeitsuntersuchungen

Neben der Entwicklung von Verfahren zur Beschreibung von Geländeflächen ist es für die Anwendung von besonderer Bedeutung, Aussagen und Information über die Genauigkeit der Geländeflächenbeschreibung verfügbar zu haben, um die Anforderungen an die Geländeflächenbeschreibung gewährleisten zu können und um Rückschlüsse auf die topographische Geländeaufnahme und Auswertung ziehen zu können. Im Gegensatz zu den redundanten Systemen der Ausgleichsrechnung, die zusätzlich zur Berechnung der Ergebnisse Aussagen über die Genauigkeit der eingebrachten Beobachtungen und der zu ermittelnden Unbekannten liefern, kann bei der Geländeflächenbeschreibung eine Genauigkeitsaussage nicht direkt abgeleitet werden. Da direkte Vergleiche von Geländeflächen in der Regel nur über Unterschiede Aufschluß geben, können absolute Genauigkeitsaussagen erst durch die Aufnahme zusätzlicher Geländepunkte oder durch Flächensimulationen gemacht werden und falls andere Geländeflächenbeschreibungen in Bezug auf Aufnahme, Geländetyp und Geländeflächenbeschreibung übereinstimmen, übertragen werden. Sowohl Vergleiche von präzidierten Geländeflächen als auch Vergleiche mit zusätzlich aufgenommenen Punkten und Linien, Vergleiche mit Simulationsflächen wurden durchgeführt und sind veröffentlicht (ACKERMANN [1], Arbeitsgemeinschaft Topographie der AdV [2], GÜRDOGAN [23], HEEGE, RIEGER [26], KUBIK [34], MAKAROVIČ [43], MASSA, WAIZENEGGER [45], SCHILCHER [53], TEMPFLI [58]).

Der komplexe Vorgang der Geländeflächenbeschreibung mit Idealisierung der Erdoberfläche, Abstraktion von Kleinformen, Auswahl und Aufnahme von Geländepunkten, Beschreibung der Geländefläche durch eine Prädiktionsfunktion führt zu Genauigkeitsaussagen, die sich meistens nicht eindeutig den einzelnen Komponenten zuordnen lassen. Welche Fehlereinflüsse unterschieden werden können und welche Genauigkeitsaussagen aus Testgebieten und Flächensimulationen ableitbar sind, ist in den Abschnitten I.3.7.1-3 beschrieben. Für die Aufgabestellung dieser Arbeit ist der in Abschnitt I.3.7.4 beschriebene Prädiktionsfehler von besonderer Bedeutung. In diesem Abschnitt werden ebenfalls die Rückschlüsse der hier angestellten Genauigkeitsbetrachtungen auf den Untersuchungsverlauf dieser Arbeit zusammengefaßt.

3.7.1 Fehlereinflüsse auf die Beschreibung der Geländefläche

Zweckmäßigerweise folgt die Gliederung der Fehlereinflüsse der in Abschnitt I.3.1 gegebenen Übersicht über die Begriffe und Vorgänge der topographischen Geländeaufnahme und Geländeflächenbeschreibung. Jedem der Vorgänge sind bestimmte Fehlereinflüsse zuordenbar. In der nachfolgenden Tabelle I.1 sind die Begriffe und Vorgänge der topographischen Geländeaufnahme und Geländeflächenbeschreibung sowie die daraus resultierenden Fehlereinflüsse mit den in dieser Arbeit verwendeten Bezeichnungen zusammengestellt. Anschließend sind die Fehlereinflüsse erläutert.

Begriff	Vorgang	Fehlereinfluß
Erdoberfläche		
↓		
↓		
Geländefläche	Idealisierung Abstraktion	Definition der Geländefläche
↓		
↓		
Stützpunkte	Diskretisierung	Meßgenauigkeit Repräsentation der Geländefläche durch die aufgenommenen Punkte
↓		
↓		
Prädiktions- funktion	Prädiktion	Prädiktionsfehler

Tab. I.1 Fehlereinflüsse bei der Geländeaufnahme und Geländeflächenbeschreibung

Erläuterung

Definition der Geländefläche: Die Geländefläche wird durch Idealisierung und Abstraktion aus der Erdoberfläche abgeleitet. Dies ist ein subjektiver Vorgang. Sowohl bei der Idealisierung als auch bei der Abstraktion müssen bestimmte Entscheidungen getroffen werden, die verschiedene Beobachter unterschiedlich fällen werden. Deutliche Unterschiede ergeben sich vor allem, wenn bestimmte Formen berücksichtigt oder nicht berücksichtigt werden. Der Begriff der Definition der Geländefläche beschreibt den Spielraum bei der Festsetzung des Verlaufs der Geländefläche.

Meßgenauigkeit: Der Begriff der Meßgenauigkeit wurde schon im Abschnitt I.3.4.2 im Zusammenhang mit den Aufnahmeverfahren eingeführt und behandelt. Er gibt die Genauigkeit des Aufnahmesystems wieder, wobei es sich sowohl um zufällige als auch systematische Fehler handeln kann.

Repräsentation der Geländefläche durch die aufgenommenen Punkte: Nach der Diskretisierung wird die Geländefläche durch die aufgenommenen Punkte repräsentiert. Die aufgenommenen Punkte können den Verlauf der Geländefläche mit einer bestimmten Genauigkeit wiedergeben. Von besonderer Bedeutung sind hierbei Geländeflächenformen, die durch die aufgenommenen Punkte unvollständig erfaßt oder nicht eindeutig interpretierbar sind. In der Regel ist vor allem das Verhältnis zwischen der Punktdichte und der Bewegtheit der Geländefläche für die Genauigkeit der Repräsentation der Geländefläche durch die aufgenommenen Punkte entscheidend.

Prädiktionsfehler: Der Prädiktionsfehler beschreibt die Abweichung der Prädiktionsfunktion von der Gelände­fläche unter der Voraussetzung, daß die Gelände­fläche durch die aufgenommenen Punkte fehlerfrei und vollständig repräsentiert wird.

3.7.2 Empirische Genauigkeitsuntersuchungen

Empirische Genauigkeitsuntersuchungen basieren auf dem Vergleich der Prädiktionsfläche mit zusätzlich aufgenommenen Geländehöhen oder es werden direkt verschiedene Prädiktionsflächen miteinander verglichen. Für ein bestimmtes Gebiet können die Vorgänge der Idealisierung und Abstraktion, der Diskretisierung oder der Prädiktion mehrfach und gegebenenfalls in verschiedenen Varianten durchgeführt und die Ergebnisse verglichen werden. Die möglichen Untersuchungen mit Zielen und Verlauf sind im nachfolgenden Diagramm zusammengestellt und werden anschließend erläutert.

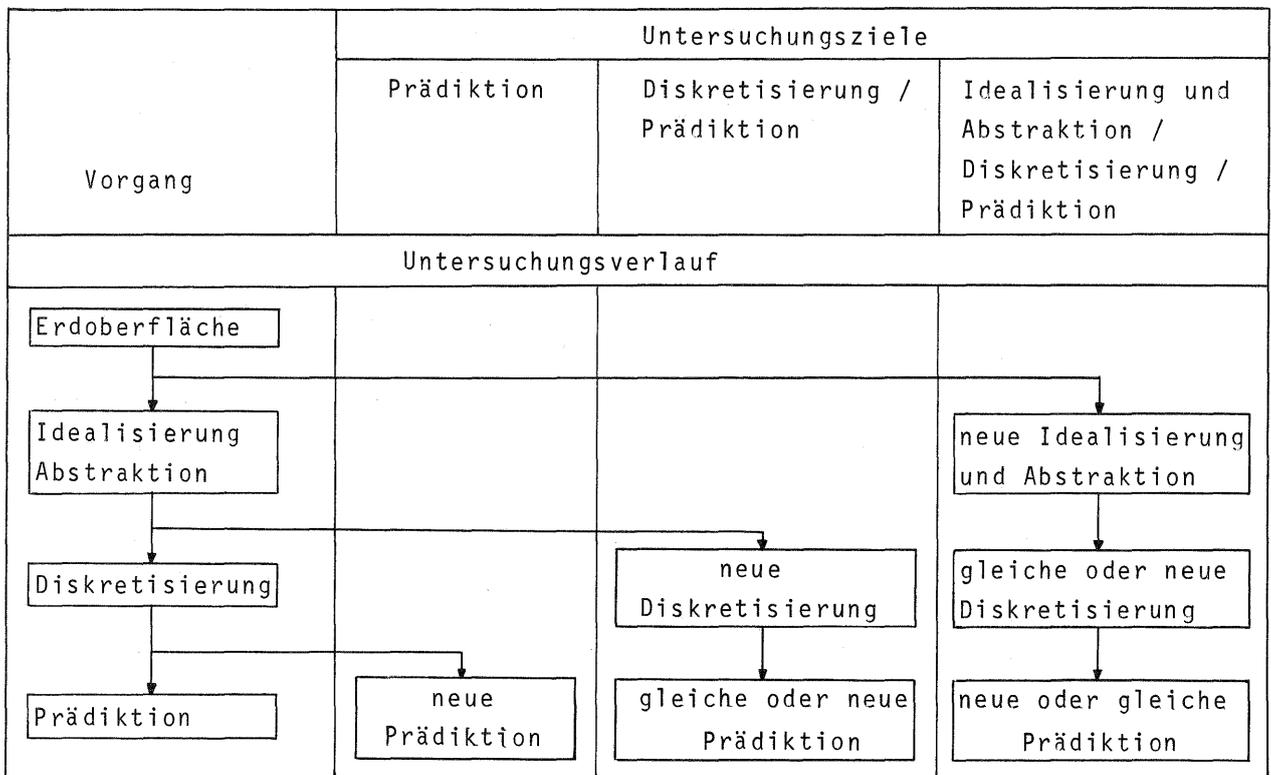


Diagramm I.1 Empirische Genauigkeitsuntersuchungen

Erläuterung der Untersuchungen

Im Diagramm I.1 werden in der 1. Spalte die Vorgänge der Idealisierung und Abstraktion, der Diskretisierung und der Prädiktion aufgezeigt. Variiert man einen oder mehrere dieser Vorgänge, so kann die zuerst ermittelte Prädiktionsfläche entweder direkt mit der neuen Diskretisierung oder mit der neuen Prädiktionsfläche verglichen werden. Diskrete Werte lassen sich nur vergleichen, wenn sie identische Lagekoordinaten besitzen.

Im folgenden sind mögliche Ergebnisse von Untersuchungen aufgeführt:

1. Vergleich von Prädiktionsmethoden

Geht man von einer gegebenen Geländeaufnahme (Diskretisierung) aus, so kann die Geländefläche nach unterschiedlichen Prädiktionsmethoden beschrieben werden. Es zeigen sich vor allem die Unterschiede zwischen Prädiktionsmethoden. Eine Aussage über den Prädiktionsfehler läßt sich nur unter Annahme einer fehlerfreien oder zumindest wesentlich genaueren Prädiktionsmethode ableiten.

2. Unterschiedliche Diskretisierungen

- a) Vergleicht man die Prädiktionsfläche mit zusätzlichen diskreten Werten (Kontrollpunkte), so läßt sich der Einfluß der Repräsentation der Geländefläche durch die aufgenommenen Punkte und des Prädiktionsfehlers abschätzen.
- b) Verwendet man verschiedene Diskretisierungen aber dieselbe Prädiktionsmethode, so läßt sich der Einfluß der Diskretisierung (Aufnahmeprinzip, Aufnahmeverfahren) feststellen.
- c) Verwendet man verschiedene Diskretisierungen und verschiedene Prädiktionsmethoden, so kann die Eignung von Prädiktionsmethoden für bestimmte Diskretisierungen aufgezeigt werden, wenn man die Eignung einer Prädiktionsmethode für eine bestimmte Diskretisierung voraussetzt.

3. Neue Idealisierung und Abstraktion

- a) Wiederholt man die Idealisierung und Abstraktion und diskretisiert lagemäßig dieselben Punkte, so können die diskreten Werte direkt miteinander verglichen werden und zeigen die Genauigkeit der Definition der Geländefläche.
- b) Ermittelt man für beide Diskretisierungen die Geländefläche nach der gleichen Prädiktionsmethode, so zeigt sich der Einfluß der Definition der Geländefläche auf die Prädiktionsfläche.
- c) Variiert man neben der Idealisierung und Abstraktion auch die Diskretisierung und Prädiktionsmethoden, so handelt es sich um vollständig unabhängige Geländeaufnahmen und Auswertungen eines bestimmten Gebietes und die Unterschiede zeigen die Genauigkeit des gesamten Vorganges der Geländeaufnahme und Geländeflächenbeschreibung.

Wertung:

Faßt man die möglichen Ergebnisse von empirischen Genauigkeitsuntersuchungen zusammen, so liefern sie vor allem Vergleiche, während absolute Aussagen nur schwer möglich sind. Dies gilt insbesondere für den Vergleich von Prädiktionsverfahren ausgehend von der gleichen Geländeaufnahme. Kernproblem aller Genauigkeitsuntersuchungen zur Geländeflächenbeschreibung ist die Repräsentation der Geländefläche durch die aufgenommenen Punkte, da die Genauigkeit der Repräsentation nur schwer zu beurteilen ist. Ein sehr wichtiger Einfluß auf die Genauigkeitsaussagen ist der Bewegtheit des ausgewählten Gebietes zuzuordnen, die in ihren Erscheinungsformen doch recht unterschiedlichen Geländeflächen erlauben nur sehr spezielle Aussagen und die Übertragbarkeit auf andere Gebiete muß kritisch überprüft werden.

3.7.3 Die Verwendung von Simulationsflächen

Anstelle der durch Idealisierung und Abstraktion aus der Erdoberfläche abgeleiteten Geländeflächen können für Genauigkeitsuntersuchungen auch Simulationsflächen, die formelmäßig gegeben sind, verwendet werden und so der Einfluß der Idealisierung und Abstraktion von vornherein umgangen werden. Die diskreten Werte werden aus der Simulationsfläche entnommen und daraus die Prädiktionsfläche ermittelt. Die Simulationsfläche und die Prädiktionsfläche werden in der Regel punktweise verglichen. Auch ein formelmäßiger Vergleich der beiden Flächenfunktionen ist denkbar. Der Untersuchungsgang wird wieder anhand eines Diagramms dargestellt, erläutert und kritisch betrachtet.

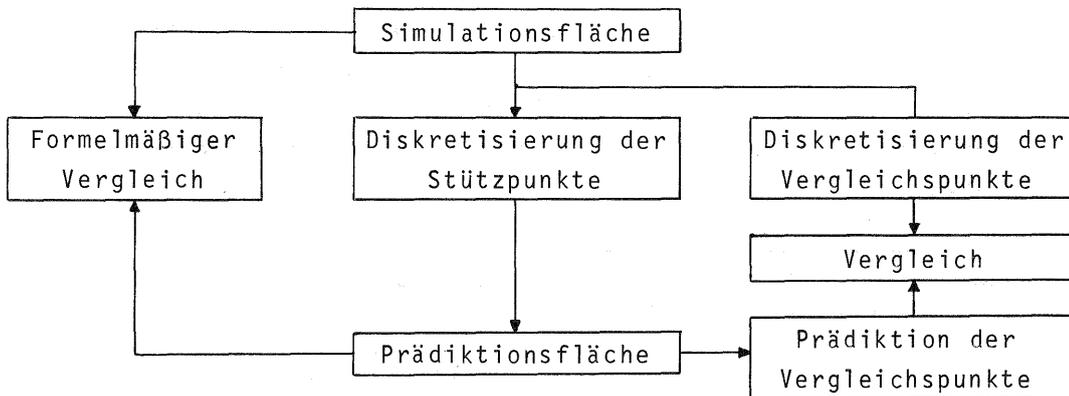


Diagramm I.2 Genauigkeitsuntersuchungen mit Hilfe von Simulationsflächen

Erläuterung der Untersuchungen

1. Formelmäßiger Vergleich der Simulationsfläche und der Prädiktionsfläche: Sind sowohl die Simulationsfläche als auch die Prädiktionsfläche formelmäßig explizit gegeben, so kann die Approximation der Prädiktionsfläche an die Simulationsfläche direkt verglichen werden. Von Bedeutung hierbei sind vor allem die in den beiden Flächenformeln enthaltenen Scharparameter. Im günstigsten Falle entspricht die Anzahl der Koeffizienten der Scharparameter der Simulationsfläche der Anzahl der diskretisierten Punkte und entsprechend sollte die Anzahl der Scharparameter für die Prädiktionsfläche gewählt sein.
2. Vergleich von diskreten Werten: Einfacher als der formelmäßige Vergleich können die Simulationsfläche und die Prädiktionsfläche über diskrete Werte verglichen werden. Es können sehr einfach Geländeflächen mit unterschiedlicher Bewegtheit simuliert und mittlere und maximale Abweichungen von der Prädiktionsfläche ermittelt werden.

Wertung:

Flächensimulationen haben gegenüber den empirischen Genauigkeitsuntersuchungen den Vorteil, daß sie weniger aufwendig sind und der Einfluß der Idealisierung und Abstraktion entfällt. Das Problem der Diskretisierung und Repräsentation der Geländefläche durch die aufgenommenen Punkte tritt anhand der freien Scharparameter der Simulationsfläche, der Anzahl der diskretisierten Punkte und der

Anzahl der freien Scharparameter der Prädiktionsfläche deutlich in Erscheinung. Ist die Simulationsfläche durch diskrete Punkte genügend dicht erfaßt und kann die Prädiktionsfläche dem Verlauf der diskreten Punkte folgen, so ergeben sich Unterschiede vor allem aus dem Krümmungsverhalten der Simulationsfläche und der Prädiktionsfläche.

3.7.4 Die Ermittlung des Prädiktionsfehlers und Rückschlüsse auf die anstehenden Untersuchungen

Die Aufgabenstellung dieser Arbeit, nämlich die möglichst genaue Beschreibung der Gelände- fläche entsprechend den aufgenommenen Punkten, ist identisch mit der Minimierung des Prädiktionsfehlers. Zur Ermittlung des Prädiktionsfehlers muß von der Annahme ausgegangen werden, daß die aufgenommenen Punkte die Gelände- fläche fehlerfrei und vollständig repräsentieren, da andernfalls dieser Ein- fluß der Repräsentation der Gelände- fläche durch die aufgenommenen Punkte in die Ergebnisse miteingeht. Wieder wird in einem Diagramm der Untersuchungsverlauf aufgezeigt und erläutert.

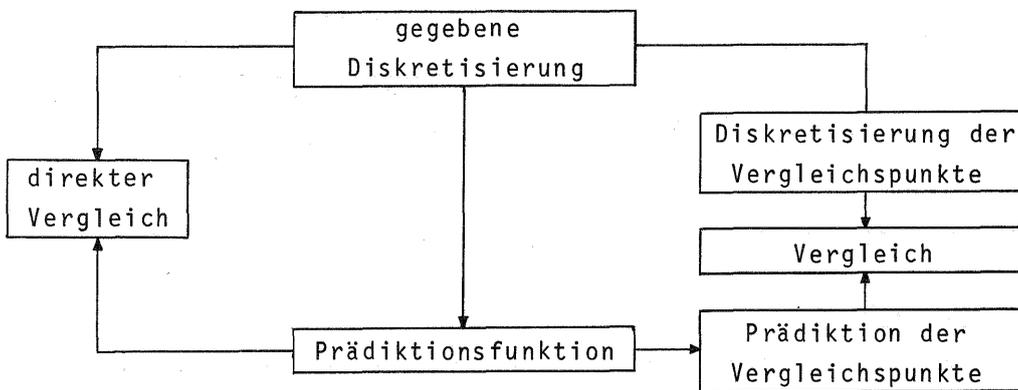


Diagramm I.3 Ermittlung des Prädiktionsfehlers

Erläuterung und Wertung:

Bei der Ermittlung des Prädiktionsfehlers wird von einer gegebenen Diskretisierung ausgegangen, die die Gelände- fläche fehlerfrei und vollständig repräsentiert, und daraus die Prädiktionsfläche ableitet. Die Prädiktionsfläche kann entweder über zusätzlich diskretisierte Punkte oder direkt beurteilt werden. Bei der Verwendung von zusätzlich diskretisierten Punkten kann die mittlere und maximale Abweichung der Punkte von der Prädiktionsfläche ermittelt werden. Das eigentliche Problem liegt jedoch in der Entscheidung, ob die durch die Stützpunkte repräsentierte Gelände- fläche tatsächlich durch den diskreten Punkt verlaufen muß, oder ob der zusätzlich diskretisierte Punkt den Verlauf der Gelände- fläche detaillierter beschreibt und somit eigentlich in die Geländeauf- nahme mit einbezogen hätte werden müssen. Es ergibt sich ein bestimmter Spiel- raum, innerhalb dessen die Abweichung der Prädiktionsfläche von einem diskreten Wert anhand der aufgenommenen Punkte als gerechtfertigt, akzeptabel oder als nicht akzeptabel erscheint. In Anbetracht dieser sehr subjektiven Entscheidung ist die direkte Beurteilung der Prädiktionsfläche anhand des entsprechend den

aufgenommenen Punkten erwarteten Verlaufs als gleichwertig anzusehen. Dabei wird auf subjektive Erfahrungen über den Verlauf von Geländeflächen zurückgegriffen und wie dieser Verlauf bei topographischen Geländeaufnahmen erfaßt wird. Eine solche Betrachtungsweise des Prädiktionsfehlers führt zu qualitativen Aussagen über den Prädiktionsfehler und nicht zu einer strengen quantitativen Abschätzung.

Rückschlüsse auf die anstehenden Untersuchungen

Bei der Zielsetzung dieser Arbeit einer möglichst genauen Beschreibung der Geländefläche, die oben als die Minimierung des Prädiktionsfehlers gleichgesetzt wird, handelt es sich nicht um ein generelles Genauigkeitsproblem, wie in Abschnitt I.2.1 erläutert wurde. Die üblicherweise durchgeführten Geländeaufnahmen und verwendeten Prädiktionsmethoden genügen in den meisten Fällen den gestellten Genauigkeitsanforderungen. Anders stellt sich die Situation jedoch dar, wenn bei der Geländeaufnahme Behinderungen auftreten, Geländeformen nur durch sehr wenige Punkte erfaßt sind, Leerstellen enthalten sind, ungünstige Punktverteilungen auftreten, das Gelände sehr unregelmäßig strukturiert ist, Doppelaufnahmen oder überlappende Aufnahmeeinheiten zu einer für die Geländeflächenbeschreibung unerwünschten Rauigkeit führen, eine sehr leistungsfähige Glättung erfolgen soll und Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation zu berücksichtigen sind. Diese Probleme treten nur an wenigen Stellen im Kartenblatt auf, jedoch sind einige wenige schlechte Stellen nicht zu akzeptieren. Dabei handelt es sich nicht nur um die absolute Höhengenaugkeit, vor allem soll die Geländeflächenneigung und -krümmung richtig wiedergegeben werden. Für die Lösung dieser qualitativen Problemstellung eignet sich der oben angesprochene direkte Vergleich der Prädiktionsfläche mit den gegebenen diskreten Werten. Handelt es sich jedoch um prinzipielle Eignung des Prädiktionsverfahrens, um z.B. eine deutlich überbestimmte Fläche wiederzugeben, so wird auf Flächensimulationen zurückgegriffen, um die Eignung auch quantitativ nachzuweisen. Ergänzt wird der Untersuchungsverlauf meistens nach der qualitativen Lösung, durch die Verwendung von Flächensimulationen.

II. DIE UNTERSUCHUNG VON PRÄDIKTIONSMETHODEN MIT HILFE VON GEWICHTSFUNKTIONEN

Die Problematik der möglichst genauen Beschreibung der Geländeflächen durch ein Prädiktionsverfahren entsprechend der durchgeführten topographischen Geländeaufnahme wird in dieser Arbeit analysiert mit dem Ziel einer Weiterentwicklung in Bezug auf die erreichbare Genauigkeit der Geländeflächenbeschreibung. Wie in Kapitel I dargelegt wurde, ist die topographische Geländeaufnahme durch eine Vielzahl von Varianten gekennzeichnet, und nur die qualifizierte Interpretation der aufgenommenen Punkte führt zum optimalen Ergebnis. Für die möglichst genaue Geländeflächenbeschreibung werden verschiedene Prädiktionsverfahren verwendet, die sich in der Methode der Unterteilung in Teilgebiete, des Zusammenschlusses benachbarter Prädiktionsfunktionen und in der Prädiktionsmethode, mit der die Geländefläche innerhalb eines Teilgebietes durch eine Funktion beschrieben wird, unterscheiden. Dabei ist bei gegebener Diskretisierung hauptsächlich die verwendete Prädiktionsmethode für die Genauigkeit der Geländeflächenbeschreibung verantwortlich, während die Unterteilung in Teilgebiete und der Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsfunktionen mehr algorithmische und programmtechnische Problemstellungen beinhalten. Allerdings müssen auch sie bestimmten Anforderungen genügen, da sie sonst zu einer Verminderung der Leistungsfähigkeit führen.

Der Beschreibung der Geländefläche sind bestimmte Prädiktionsmethoden zugrunde gelegt, deren Grundzüge in Abschnitt I.3.6 erläutert wurden. In diesem Kapitel sollen diese unterschiedlichen Prädiktionsmethoden miteinander verglichen werden. Grundlage dieses Vergleiches bilden die Gewichtsfunktionen. Sie sind charakteristisch für die Prädiktion und können für die in Abschnitt I.3.6 vorgestellten Prädiktionsmethoden abgeleitet werden. Von besonderer Bedeutung ist die dabei erreichte Loslösung der Charakterisierung von den Stützwerten. Während der Verlauf der Prädiktionsfunktion maßgeblich von den Stützwerten beeinflusst wird, zeigen die Gewichtsfunktionen den prinzipiellen Verlauf der Prädiktionsfunktion zwischen den Stützpunkten auf, vor allem auch die Abhängigkeit von der Lage der Stützpunkte. Es wird gezeigt, wann die unterschiedlichen Prädiktionsmethoden zu vergleichbaren oder zu charakteristischen Ergebnissen führen und welchen Einfluß die Prädiktionsparameter haben.

Dazu wird zuerst die allgemeine Ableitung der Gewichtsfunktionen, deren Definition und die Interpretation in Bezug auf die Prädiktionseigenschaften behandelt. Danach erfolgt die Betrachtung der in Abschnitt I.3.6 vorgestellten Prädiktionsmethoden. Die Gewichtsfunktionen werden abgeleitet und die Auswirkungen der wichtigsten Prädiktionseigenschaften auf die Gewichtsfunktionen aufgezeigt. Selbstverständlich kann in Anbetracht ihrer Vielzahl nicht auf alle Varianten der Prädiktionsmethoden eingegangen werden.

1. Die Gewichtsfunktionen

Die Untersuchung von Prädiktionsmethoden mit Hilfe von Gewichtsfunktionen stützt sich auf den funktionalen Zusammenhang zwischen den Stützwerten und der Prädiktionsfunktion, während der zugrunde liegende theoretische Hintergrund keine Beachtung findet. Gewichtsfunktionen beschreiben den Einfluß eines Stützwertes auf die Prädiktionsfunktion. Sie zeigen insbesondere, welche Auswirkungen die Veränderung eines Stützwertes auf die Prädiktionsfläche hat.

In diesem Abschnitt wird die prinzipielle Ableitung von Gewichtsfunktionen aus einer gegebenen Prädiktionsfunktion erläutert. Die Ableitung beruht auf dem Vergleich der durch die Prädiktionsfunktion beschriebenen Fläche mit der durch die Gewichtsfunktionen beschriebenen Fläche. Charakteristische Eigenschaften von Prädiktionsflächen erscheinen ebenfalls in den Gewichtsfunktionen. Entsprechend können bestimmte Gewichtsfunktionstypen erkannt werden.

1.1 Die Ableitung von Gewichtsfunktionen

Die Prädiktionsfunktionen: Prädiktionsfunktionen werden in der Regel in expliziter Form

$$z = f(x,y)$$

beschrieben, die den Spezialfall der Parameterform

$$x = f_x(\bar{x},\bar{y}), \quad y = f_y(\bar{x},\bar{y}), \quad z = f_z(\bar{x},\bar{y})$$

mit $x = \bar{x}$ und $y = \bar{y}$ bildet. Deshalb werden x und y als Flächenparameter bezeichnet.

Berücksichtigt man, daß die Prädiktionsfunktion aus den gegebenen Stützpunkten ermittelt wird, so ergibt sich die Prädiktionsfunktion

$$z = f(x,y,u_1 \dots u_n, v_1 \dots v_n, s_1 \dots s_n), \quad (\text{II.1})$$

in der zusätzlich die Lagekoordinaten u , v der n Stützpunkte und die Stützwerte s auftreten.

Die Gewichtsfunktionen: Zerlegt man einen beliebigen Prädiktionswert z_i an der Stelle i in die Komponenten t_1 bis t_n , mit denen die einzelnen Stützpunkte an der Bildung des prädizierten Wertes z_i beteiligt sind, so kann man z_i schreiben als

$$z_i = t_1 + t_2 + \dots + t_j \dots + t_n.$$

Jede Komponente t_j ist das Produkt aus dem Stützwert s_j des dazugehörigen Stützpunktes j und dem Gewicht p_j , mit dem der Stützwert s_j zur Bildung des prädizierten Wertes z_i beiträgt. Beschreibt man das Gewicht p_j des Stützpunktes j entsprechend der Prädiktionsfunktion durch die Flächenparameter x und y , so ergibt sich die Gewichtsfunktion p_j des Stützpunktes j an einer beliebigen Stelle x,y als

$$p_j = f_j(x,y). \quad (\text{II.2})$$

Diese Gewichtsfunktion definiert für jeden Prädiktionspunkt i , mit welchem Gewicht der Stützwert des Punktes j in die Berechnung des prädizierten Wertes z_i eingeht.

Die Ableitung der Gewichtsfunktionen: Ordnet man jedem Stützpunkt eine eigene Gewichtsfunktion zu, so ist dadurch die Prädiktionsfläche

$$z = \underline{p}^T \underline{s} \quad (II.3)$$

festgelegt. Der Vektor \underline{p} enthält die Gewichtsfunktionen $p_j = f_j(x,y)$ für die n Stützpunkte und der Vektor \underline{s} die Stützwerte s_j .

$$\underline{p}^T = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_j \ \dots \ p_n]$$

$$\underline{s}^T = [s_1 \ s_2 \ \dots \ s_j \ \dots \ s_n]$$

Vergleicht man die Darstellung der Prädiktionsfunktion (II.1) mit der Darstellung durch Gleichung (II.2), so müssen die Gewichtsfunktionen so festgesetzt werden, daß identische Flächen beschrieben werden. Für die Gewichtsfunktionen ergibt sich daraus die Bedingung

$$\underline{p}^T \underline{s} = f(x,y,u_1 \dots u_n, v_1 \dots v_n, s_1 \dots s_n) \quad (II.4)$$

aus der sie abgeleitet werden können.

1.2 Charakteristische Eigenschaften von Gewichtsfunktionen

Leitet man für verschiedene Prädiktionsfunktionen die Gewichtsfunktionen ab, so können bestimmte charakteristische Eigenschaften der Gewichtsfunktionen festgestellt werden. Diese Eigenschaften können bei gegebener Prädiktionsfunktion streng formelmäßig abgeleitet werden. Da bei einzelnen Prädiktionsfunktionen immer nur bestimmte Eigenschaften auftreten, wird in diesem Abschnitt ein Überblick über die prinzipiellen charakteristischen Eigenschaften der Gewichtsfunktionen gegeben. Diese Eigenschaften werden anhand der Abbildungen II.1¹⁾ erläutert. Anschließend werden in den Abschnitten II.2 bis II.5 für die in Abschnitt I.3.4 vorgestellten Prädiktionsmethoden die Gewichtsfunktionen und deren Eigenschaften formelmäßig abgeleitet. Entsprechend den charakteristischen Eigenschaften lassen sich bestimmte Gewichtsfunktionsstypen feststellen. Die Gewichtsfunktionen sind entscheidend davon beeinflusst, ob die Stützwerte streng erfüllt werden oder ob geglättet wird. Außerdem schlagen sich die wichtigsten Charakteristiken im Verlauf der Prädiktionsfläche zwischen den Stützpunkten nieder, was anhand der Abbildungen schematisch aufgezeigt wird.

a) Die strenge Erfüllung der Stützwerte (Abb. II.1.1)

Wird bei der Ermittlung der Prädiktionsfunktion gefordert, daß die gegebenen Stützwerte streng zu erfüllen sind, d.h. die Prädiktionsfläche durch die Stützpunkte gehen soll, so weisen die Gewichtsfunktionen in dem Stützpunkt, dem sie zugeordnet sind, den Wert 1 auf, während sie in allen anderen Stützpunkten den Wert 0 besitzen. Der Wert 1 im zugeordneten Stützpunkt und die Werte 0 in den anderen Stützpunkten werden als Stützstellen der Gewichtsfunktion bezeichnet. Die Erfüllung der Stützstellen durch die Gewichtsfunktion bei strenger Erfüllung der Stützwerte durch die Prädiktionsfunktion erklärt sich einfach aus der Betrachtung, daß die Änderung eines Stützwertes zu keiner Änderung der Prädiktionsfläche in den übrigen Stützpunkten führen darf.

¹⁾ Hinweis: Die Abbildungen sind für die durch die römischen Ziffern gekennzeichneten Kapitel zusammengefaßt und den jeweiligen Kapiteln angefügt.

b) Die Glättung von Prädiktionsfunktionen (Abb. II.1.2)

Bei der Glättung von Prädiktionsfunktionen werden Abweichungen von den Stützwerten zugunsten eines geglätteten Verlaufs zugelassen. Dies führt auch bei den Gewichtsfunktionen zu Abweichungen von den Stützstellen und ihr Verlauf erscheint ebenfalls geglättet. Je stärker die Prädiktionsfunktion geglättet ist, umso größer werden die Abweichungen an den Stützstellen. Während die Abweichungen der Prädiktionsfunktion von den Stützwerten (Filterbeträge) durch die Stützwerte selbst beeinflusst werden, zeigen die Gewichtsfunktionen unabhängig vom Stützwert den tatsächlich zugrunde liegenden Glättungsfaktor, nämlich den Einfluß der umliegenden Stützpunkte auf den Prädiktionswert im Stützpunkt selbst. Dieser Einfluß ist nur von der Stützwertverteilung abhängig.

c) Der Verlauf der Prädiktionsfläche zwischen den Stützpunkten

Der Verlauf der Prädiktionsfläche zwischen den Stützpunkten überträgt sich auf den Verlauf der Gewichtsfunktionen. Während bei der Prädiktionsfläche der Verlauf durch die Stützwerte entscheidend beeinflusst wird, zeigen die Gewichtsfunktionen den charakteristischen Verlauf deutlicher auf, da er sich hier immer auf die Stützstellen bezieht. Der Einfluß der Stützwerte ist ausgeschaltet. Deshalb steht in diesem Abschnitt der geometrische Verlauf der Gewichtsfunktionen im Vordergrund.

Eine exakte mathematische Beschreibung der geometrischen Eigenschaften der Gewichtsfunktionen ist nicht erforderlich, da begrifflich und anschaulich vier Gewichtsfunktionsstypen definiert werden können, die die wesentlichen Unterschiede aufzeigen. Als Bezeichnungen werden hierfür 'gedämpft schwingend', 'linear ausgeformt', 'rasch abfallend' und 'ausschwingend' gewählt. Selbstverständlich treten auch häufig Gewichtsfunktionen in den Grenzbereichen auf, die eine eindeutige Zuordnung unmöglich machen. Eine strenge Zuordnung ist jedoch bedeutungslos, da die Prädiktionseigenschaften gegebenenfalls besser durch die verschiedenen Komponenten beschrieben werden.

Gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen (Abb. II.1.3)

Gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen ergeben sich, wenn die Prädiktionsfläche 'gleichmäßig ausgewölbt' ist. Prädiktionsflächen können ein gleichmäßiges Krümmungsverhalten besitzen, ohne daß es zwischen den Stützpunkten zu größeren Ausschwingungen kommt. Diesen Prädiktionsflächen liegen in der Regel die gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen zugrunde. Dieses Schwingungsverhalten wird durch die Stützstellen verursacht. Da eine Gewichtsfunktion nur in dem Stützpunkt, dem sie zugeordnet ist, den Stützstellenwert 1 hat, steigt sie vom Wert 0 in den unmittelbar umgebenden Stützpunkten zu diesem Wert 1 an. Am Stützpunkt selbst ist sie ausgerundet und je nach Lage der umgebenden Stützpunkte kann der maximale Wert größer 1 etwas entfernt zu liegen kommen. Gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen können jedoch keine erheblich größeren Werte als 1 annehmen. Außerhalb der unmittelbar umgebenden Stützpunkte bewirkt der Anstieg zum Wert 1 im zugeordneten Stützpunkt, daß hier kleinere negative Werte auftreten und sich die Gewichtsfunktion entsprechend einer gedämpften Schwingung dem Wert 0 annähert. Es wird darauf hingewiesen, daß die Bedingung für gedämpft

schwingende Gewichtsfunktionen, den Wert 1 nicht erheblich zu überschreiten, bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung zu einem ungleichmäßigen Krümmungsverhalten führt. Ein gleichmäßiges Krümmungsverhalten kann zu Werten deutlich größer als 1 und zu größeren negativen Werten führen. Der von gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen geforderte Verlauf kann anhand folgender Vorstellung einfach erläutert werden. Stellt man sich vor, daß aus den Stützpunkten kleine Dreiecksmaschen gebildet werden und die Fläche für jedes Dreieck durch eine Ebene beschrieben wird, so sind bei gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen die Ecken und Kanten nur so ausgerundet, daß keine Werte deutlich größer als 1 oder deutlich kleiner als 0 auftreten.

Linear ausgeformte Gewichtsfunktionen (Abb. II.1.4)

Der Verlauf von Prädiktionsflächen zwischen den Stützpunkten kann hauptsächlich durch die unmittelbar umliegenden Stützpunkte gestaltet sein. Dies führt zu stärkeren Krümmungen in den Stützpunkten selbst. Die Fläche kann mit der oben geschilderten Dreiecksvermaschung und Darstellung der Dreiecksflächen durch Ebenen verglichen werden, ohne daß es allerdings zur Ausbildung von Kanten kommt. Diese Prädiktionsflächen führen zu den linear ausgeformten Gewichtsfunktionen. Die linear ausgeformten Gewichtsfunktionen fallen vom Wert 1 in dem zugeordneten Stützpunkt näherungsweise linear zu dem Wert 0 in den umliegenden Stützpunkten ab und behalten darüber hinaus den Wert 0 bei. Linear ausgeformte Gewichtsfunktionen können als Horizontalebene mit aufgesetztem Kegel beschrieben werden. Die Werte 0 außerhalb der unmittelbar umgebenden Stützpunkte zeigen, daß der Stützpunkt keinen Einfluß auf die Prädiktionsfläche in diesem Bereich hat.

Rasch abfallende Gewichtsfunktionen (Abb. II.1.5)

Prädiktionsflächen können zwischen den Stützpunkten zeltdachartig durchhängen oder terrassenähnliche Ausformungen haben. Aus diesen Prädiktionsflächen leiten sich die rasch abfallenden Gewichtsfunktionen ab. Sie besitzen den Wert 1 im zugeordneten Stützpunkt und fallen in einem bestimmten Bereich rasch vom Wert 1 zum Wert 0 ab. Dieses rasche Abfallen muß nicht unmittelbar am zugeordneten Stützpunkt erfolgen. Bei zeltdachartigen Prädiktionsflächen fällt die Gewichtsfunktion in unmittelbarer Nähe zum zugeordneten Stützpunkt ab, während bei terrassenförmigen Prädiktionsflächen das Abfallen sich erst ab einer gewissen größeren Entfernung vollzieht.

Ausschwingende Gewichtsfunktionen (Abb. II.1.6)

Prädiktionsflächen können gegebenenfalls stark ausschlagen. Geringe Stützwertunterschiede zwischen zwei eng benachbarten Punkten werden um ein vielfaches verstärkt in den freien Raum extrapoliert. Dieses Verhalten ist meistens nicht beabsichtigt und die Prädiktionsfläche somit unbrauchbar. Diese Prädiktionsflächen enthalten ausschwingende Gewichtsfunktionen, die Funktionswerte zwischen den Stützpunkten deutlich größer als 1 und deutlich kleiner als 0 haben. Sie besitzen in den Stützstellen große Flächenneigungen und dazwischen führen die Neigungswechsel zu starke Krümmungen. Es ist zu bemerken, daß ausschwingende Gewichtsfunktionen auch vorhanden sein können, obwohl die Prädiktionsflächen dieses Verhalten, bedingt durch die Stützwerte, nicht zeigen.

d) Normierte Gewichtsfunktionen (Abb. II.1.7)

Besitzen alle Stützpunkte denselben Stützwert, so wird im allgemeinen eine Horizontalebene als Prädiktionsfläche erwartet. Es kann jedoch bei den verschiedenen Prädiktionsmethoden zu einem zeltdachartigen Durchhängen der Fläche oder zu Schwingungen kommen. Dieses Verhalten wird bei den Gewichtsfunktionen deutlich, wenn man die Summe aller Gewichtsfunktionen betrachtet. Ist die Summe aller Gewichtsfunktionen kleiner als 1, so sinkt hier die Prädiktionsfläche unter die Horizontalebene ab, ist die Summe größer als 1, so liegt an dieser Stelle die Prädiktionsfläche über der Horizontalebene. Ist die Summe aller Gewichtsfunktionen in jedem Punkt 1, so werden diese Gewichtsfunktionen als normiert bezeichnet.

2. Die Gewichtsfunktionen bei der Polynominterpolation und -approximation

Die Polynominterpolation führt zur strengen Erfüllung der Stützwerte, die Polynomapproximation verzichtet auf die strenge Erfüllung zugunsten einer geglätteten Fläche. Für beide Fälle werden in diesem Abschnitt die Gewichtsfunktionen abgeleitet. Anhand eines einfachen Beispiels werden die Eigenschaften der Interpolation bzw. Approximation und der zugeordneten Gewichtsfunktionen aufgezeigt. In die Untersuchung werden auch die gleitenden Polynomflächen mit einbezogen.

2.1 Die Ableitung der Gewichtsfunktionen

Im Abschnitt I.3.6.2 wurde die Polynominterpolation und -approximation mit ihren Anwendungen zur Beschreibung von Geländeflächen erläutert. Die Flächenfunktion ergibt sich für die Polynominterpolation nach Gleichung (I.2a)

$$z = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s}$$

und für die Polynomapproximation nach Gleichung (I.2b)

$$z = \underline{f}^T (\underline{F}^T \underline{P} \underline{F})^{-1} (\underline{F}^T \underline{P}) \underline{s} .$$

Der Vektor \underline{f} enthält die Potenzglieder der Flächenparameter x und y , und die Matrix \underline{F} ergibt sich aus den Stützpunktkoordinaten u und v zur Bestimmung der Polynomkoeffizienten a . Der Vektor \underline{s} enthält die Stützwerte. Bei den gleitenden Polynomflächen finden Polynomapproximationen Verwendung, wobei die Gewichtsmatrix \underline{P} als Funktion der Abstände zu den Stützpunkten definiert ist. In den übrigen Fällen wird bei den Polynomapproximationen meistens eine Einheitsmatrix als Gewichtsmatrix eingeführt. Vergleicht man die Gleichungen (I.2a) und (I.2b) mit der Beschreibung der Prädiktionsfläche durch die Gewichtsfunktionen nach Gleichung (II.3), so ergibt sich der Vektor \underline{p} , der die Gewichtsfunktionen enthält, für die Polynominterpolation bzw. -approximation zu

$$\underline{p} = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \quad \text{bzw.} \quad \underline{p} = \underline{f}^T (\underline{F}^T \underline{P} \underline{F})^{-1} (\underline{F}^T \underline{P}) .$$

Die einem beliebigen Stützpunkt j zugeordnete Gewichtsfunktion p_j folgt daraus mit

$$p_j = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{e}_j \quad (\text{II.5a})$$

$$\text{bzw. } p_j = \underline{f}^T (\underline{F}^T \underline{P} \underline{F})^{-1} (\underline{F}^T \underline{P}) \underline{e}_j . \quad (\text{II.5b})$$

Der Vektor \underline{e}_j enthält die Stützstellen der Gewichtsfunktion p_j , also den Wert 1 für den Stützpunkt selbst und die Werte 0 an den übrigen Stützpunkten. Die Gewichtsfunktion und die Prädiktionsfunktion unterscheiden sich nur dadurch, daß der Vektor \underline{s} mit den Stützwerten durch den Vektor \underline{e}_j mit den Stützstellen der Gewichtsfunktion ersetzt wird. Daraus leiten sich folgende Eigenschaften ab:

- Die Gewichtsfunktionen sind Polynome mit den gleichen Potenzgliedern wie die Interpolations- bzw. Approximationsfunktion,
- Die Gewichtsfunktionen besitzen jedoch andere Polynomkoeffizienten als die Interpolations- bzw. Approximationsfunktion. Die Koeffizienten a entsprechen bei der Polynominterpolation der j -ten Spalte der invertierten Matrix \underline{F} und bei der Polynomapproximation der j -ten Spalte der Matrix, die durch das Produkt $(\underline{F}^T \underline{P} \underline{F})^{-1} (\underline{F}^T \underline{P})$ gebildet wird.
- Die Koeffizienten der Gewichtsfunktionen sind so bestimmt, daß entweder das Polynom die Stützstellen streng erfüllt oder daß das Polynom sich den Stützstellen entsprechend einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate anpaßt.

2.2 Eigenschaften der Gewichtsfunktionen

Anhand eines einfachen Beispielen lassen sich die charakteristischen Eigenschaften der aus Polynomen abgeleiteten Gewichtsfunktionen aufzeigen. Dabei ist besonders das Verhalten der Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit von der Stützpunktanordnung von Bedeutung. Als Demonstrationsbeispiel werden fünf unregelmäßig, eindimensional verteilte Stützpunkte verwendet (siehe Abb. II.2-7).

a) Die Gewichtsfunktionen bei der Polynominterpolation

Als Interpolationsfunktion wird das Polynom $z = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3 + a_5 x^5$ gewählt, das entsprechend den fünf gegebenen Stützpunkten fünf zu bestimmende Polynomkoeffizienten hat. In Abbildung II.2 sind das Interpolationspolynom und die fünf daraus abgeleiteten und den Stützpunkten zugeordneten Gewichtsfunktionen dargestellt. Die Interpolationsfunktion verläuft durch die Stützpunkte und die Gewichtsfunktionen erfüllen die Stützstellen. Der Verlauf der Gewichtsfunktionen kann als gedämpft schwingend bis leicht ausschlagend charakterisiert werden. Bei gleichmäßiger Stützpunktverteilung ergeben sich bei der Polynominterpolation gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen, während sie bei unregelmäßigen Stützpunktverteilungen stark ausschlagen. Ob sich das Ausschlagen auf die Interpolationsfläche überträgt, ist von den Stützwerten abhängig.

b) Die Gewichtsfunktionen bei der Polynomapproximation

Als Approximation wird für dieses Beispiel das Polynom $z = a_1 + a_2x + a_3x^2$ gewählt, das über einer Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit der Einheitsmatrix als Gewichtsmatrix den fünf Stützpunkten angepaßt wird. In Abbildung II.3 sind das Approximationspolynom und die Gewichtsfunktionen der fünf Stützpunkte dargestellt.

Es zeigt sich für die Polynomapproximation eine schlechte Anpassung der Approximationsfunktion an die Stützwerte und der Gewichtsfunktionen an die Stützstellen. Die durch das Polynom vorgegebene geometrische Form ist dominierend. Polynomapproximationen sind im Vergleich zu anderen Prädiktionmethoden nicht flexibel in ihrer Anpassung an die Stützstellen. Bei anderen Prädiktionmethoden kann zum Teil die Anpassung an die Stützstellen über Parameter gesteuert werden.

c) Die Gewichtsfunktionen bei gleitenden Polynomflächen

Für die gleitenden Polynomflächen wird dasselbe Polynom wie bei der Polynomapproximation verwendet, nämlich $z = a_1 + a_2x + a_3x^2$. Für die Abbildungen II.4 und II.5 wird ein Gewichtsansatz verwendet, bei dem die Stützpunkte streng erfüllt werden, während bei den Abbildungen II.6 und II.7 die Stützpunkte nur näherungsweise erfüllt werden. Die Abbildungen II.4 und II.6 zeigen für das gewählte Beispiel je ein Prädiktionsergebnis mit den dazugehörigen Gewichtsfunktionen der fünf Stützpunkte. In den Abbildungen II.5 und II.7 wird die Abhängigkeit der Prädiktionsergebnisse und der Gewichtsfunktion des dritten Stützpunktes vom Gewichtsansatz aufgezeigt.

Gewichtsfunktionen und Prädiktionsergebnisse zeigen eine starke Abhängigkeit von der für den Gewichtsansatz gewählten Funktion. Dabei ist das Verhältnis zwischen den Stützpunktabständen und dem Absinken der Funktion von Bedeutung.

Bei einer Funktion, die für den Abstand 0 gegen unendlich geht, führt ein langsames Absinken zu stärkeren Krümmungen der Gewichtsfunktionen in den Stützstellen, während bei einem raschen Absinken die Gewichtsfunktionen in der Nähe der Stützstellen stärker ausschlagen. Der Verlauf der Gewichtsfunktionen ist durch ein unregelmäßiges Krümmungsverhalten gekennzeichnet, das somit von einem gedämpft schwingenden Verlauf abweicht, was bei den Prädiktionsergebnissen zu einem unruhigen Verlauf zwischen den Stützpunkten führt.

Bei einer Funktion für den Gewichtsansatz, die für den Abstand 0 einen bestimmten endlichen Wert annimmt, bestimmt das Absinken der Funktion die Annäherung der Gewichtsfunktionen an die Stützstellen. Je rascher die Funktion abfällt, umso besser nähert sich die Gewichtsfunktion den Stützstellen an. Von einem zunächst gleichmäßig ausgewölbten Verlauf bei schlechter Anpassung an die Stützstellen erreicht die Gewichtsfunktion bei einem rascheren Absinken der Funktion für den Gewichtsansatz zunehmend eine bessere Anpassung an die Stützstellen, wobei wieder die unregelmäßigen Abweichungen vom gedämpft schwingenden Verlauf auftreten.

Die Funktion für den Gewichtsansatz ist für die Prädiktionseigenschaften entscheidend. Besonders bei unregelmäßigen Stützpunktverteilungen führen gleitende Polynomflächen zu einer schlechten Anpassung der Gewichtsfunktion an die Stützstellen oder es treten unregelmäßige Abweichungen vom gedämpft schwingenden Verlauf auf, die sich auf die Prädiktionsfläche übertragen.

d) Normierte Gewichtsfunktionen

Bei Polynominterpolationen oder -approximationen entstehen normierte Gewichtsfunktionen, wenn das verwendete Polynom das Absolutglied enthält, was in der Regel der Fall ist. Die Summe aller Gewichtsfunktionen ergibt sich, wenn alle Stützpunkte den Stützwert 1 annehmen, Enthält das Polynom das Absolutglied, so ist die Summe aller Gewichtsfunktionen eine Horizontalebene, so daß normierte Gewichtsfunktionen vorliegen.

e) Zusammenfassung

Beurteilt man die Polynominterpolation und -approximation anhand der daraus ableitbaren Gewichtsfunktionen, so können folgende Eigenschaften festgestellt werden.

- Polynominterpolationen führen bei regelmäßigen Stützpunktverteilungen zu gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen und zu entsprechend gleichmäßig ausgewölbten Interpolationsflächen.
- Bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung schwingen die Gewichtsfunktionen stark aus, was bei entsprechenden Stützwerten zu dem bekannten Ausschwingen der Interpolationsflächen führt.
- Polynomapproximationen zeigen sich nicht sehr anpassungsfähig an die Stützstellen bzw. Stützwerte.
- Bei gleitenden Polynomflächen besteht die Schwierigkeit in der Wahl der Funktion für den Gewichtsansatz, besonders wenn unregelmäßige Stützpunktverteilungen vorliegen. Sehr leicht kann dabei der glatte Verlauf der Interpolations- oder Approximationsfläche zwischen den Stützpunkten verschwinden. Es ergibt sich ein Krümmungsverhalten, das durch die gegebenen Stützpunkte nicht gerechtfertigt ist.

3. Die Gewichtsfunktionen bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate

Die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate legt der Gelände- fläche ein bestimmtes homogenes und isotropes, stochastisches Verhalten zu- grunde, das durch die Kovarianzfunktion beschrieben wird. Die Untersuchungen in diesem Abschnitt beschränken sich auf die Verwendung der Gauß'schen Glocken- kurve als Kovarianzfunktion, die zur Beschreibung der Gelände- fläche bevorzugt wird. Der Einfluß der Kovarianzfunktion auf das Prädiktionsergebnis kann anhand der Gewichtsfunktionen deutlich aufgezeigt werden. Dabei können Rückschlüsse auf die empirische Bestimmung von Kovarianzfunktionen gezogen werden.

3.1 Die Ableitung der Gewichtsfunktionen

Als Prädiktionsfunktion gilt für die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate nach Abschnitt II.3.6.3 Gleichung (I,3) $z = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s}$. Bei der Prädiktion wird von einer Kovarianzfunktion ausgegangen, welche die im Vektor \underline{f} enthaltenen Kovarianzen zwischen dem Prädiktionspunkt und den Stützpunkten sowie die Varianz und die Kovarianzen der Stützpunkte festsetzt. Der Vektor \underline{s} enthält die zentrierten Stützwerte. Vergleicht man die durch die Gewichtsfunktionen beschriebene Fläche mit der Prädiktionsfläche nach Gleichung (II.4), so leitet sich daraus der Vektor \underline{p} , der die Gewichtsfunktionen enthält, ab

$$\underline{p} = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} .$$

Die Gewichtsfunktion eines beliebigen Stützpunktes j ist somit

$$p_j = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{e}_j . \quad (\text{II.6})$$

Der Übergang von der Prädiktionsfunktion zu den Gewichtsfunktionen vollzieht sich wie schon bei der Polynominterpolation und -approximation durch die Substitution der Stützwerte \underline{s} durch die Stützstellen \underline{e}_j . Die Gewichtsfunktionen sind somit im Typ identisch mit der durch die Prädiktion beschriebenen Fläche. Bei der linearen Prädiktion ohne Filterung erfüllen die Gewichtsfunktionen die Stützstellen streng, da immer, wenn der Prädiktionspunkt mit einem Stützpunkt zusammenfällt, der Vektor \underline{f} mit einer Zeile und Spalte der Matrix \underline{F} identisch ist. Nach der Definition der Matrizeninversion ergeben sich die Stützstellen als Lösung. Bei der linearen Prädiktion mit Filterung unterscheidet sich das Element auf der Hauptdiagonale der Matrix \underline{F} vom entsprechenden Element des Vektors \underline{f} und dem Filterparameter f^2 .

3.2 Eigenschaften der Gewichtsfunktionen

Die Eigenschaften der Gewichtsfunktionen werden durch die Kovarianzfunktion und die Stützpunktanordnung bestimmt. Verwendet man als Kovarianzfunktion die Gauß'sche Glockenkurve

$$\text{Cov} = (1-f^2) e^{-d^2/m^2} ,$$

so enthält die Kovarianzfunktion die beiden Parameter m und f , die hier Prädiktionsparameter genannt werden. Der Parameter m beeinflusst das Absinken der Kovarianzfunktion in Beziehung zu den Stützpunktabständen, der Parameter f steuert die Filterung in den Stützpunkten. Anhand des gleichen Beispiels, das auch bei der Polynominterpolation und -approximation verwendet wurde, können die Einflüsse der Prädiktionsparameter m und f in Abhängigkeit von der Stützpunktanordnung erläutert werden (Abb, II.8-13).

a) Der Einfluß des Parameters m

Der Parameter m der Kovarianzfunktion entspricht einem Maßstabsparameter in bezug auf die sich aus der Stützpunktanordnung ergebenden Stützpunktabstände. In Abbildung II.8 sind für einen Parameter m mittlerer Größe die sich ergebenden Gewichtsfunktionen der fünf Stützpunkte und das Prädiktionsergebnis dargestellt, wobei auf eine Filterung der Stützwerte verzichtet wurde, Abbildung II.9 zeigt

die Abhängigkeit des Prädiktionsergebnisses und der Gewichtsfunktionen des 3. Stützpunktes vom Parameter m . In Abbildung II.10 ist die Summe aller Gewichtsfunktionen dargestellt.

Es zeigt sich, daß bei einem kleinen Parameter m die Gewichtsfunktionen vom Wert 1 zum Wert 0 rasch abfallen. Bei mittleren und größeren Parameterwerten m ergeben sich gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen, solange die Stützpunktanordnung regelmäßig ist. Bei einer unregelmäßigen Stützpunktanordnung und einem größeren Parameter m kommt es zu einem starken Ausschlagen der Gewichtsfunktionen.

Die Summe aller Gewichtsfunktionen macht deutlich, daß ein kleiner Parameter m zu einem Durchhängen der Prädiktionsfläche führt, da die Summe aller Gewichte zwischen den Stützpunkten deutlich kleiner als 1 ist. Bei einem größeren Parameter m nähert sich die Summe aller Gewichte dem Wert 1 an.

b) Der Einfluß des Parameters f

Der Parameter f steuert den Grad der Filterung. Der Einfluß des Parameters f auf die Filterung ist dabei vom verwendeten Parameter m abhängig. In Abbildung II.11 ist für das gewählte Beispiel das bei der linearen Prädiktion mit Filterung erzielte Prädiktionsergebnis mit den dazugehörigen Gewichtsfunktionen der fünf Stützpunkte dargestellt. Die Abbildung II.12 zeigt die Abhängigkeit des Prädiktionsergebnisses und der Gewichtsfunktion des 3. Stützpunktes vom Filterparameter bei festgehaltenem Parameter m mittlerer Größe und die Abbildung II.13 zeigt den Einfluß des Parameters m bei festgehaltenem Filterparameter f .

Es zeigt sich, daß über den Parameter f die Anpassung der Gewichtsfunktionen an die Stützstellen gesteuert werden kann. Bei einem größeren Parameter f ergeben sich flach verlaufende Gewichtsfunktionen. Die Filterwirkung des Parameters f ist umso größer, je größer der Parameter m ist. So wird in Abbildung II.13 bei einem gleich bleibenden Filterparameter und einem kleinen Parameter m eine gute Anpassung der Gewichtsfunktion an die Stützstellen erreicht. Bei einem größeren Parameter m ergeben sich flach verlaufende Gewichtsfunktionen.

c) Zusammenfassung

Die Eigenschaften der sich bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate ergebenden Gewichtsfunktionen lassen sich wie folgt skizzieren:

- Die Gewichtsfunktionen leiten sich aus der Prädiktionsfunktion durch Substitution der Stützwerte durch die Stützstellen ab.
- Der Prädiktionsparameter m ist für den Verlauf der Gewichtsfunktion entscheidend. Ein kleiner Parameter m führt zu rasch abfallenden Gewichtsfunktionen. Größere Parameter m führen bei regelmäßiger Stützpunktanordnung zu gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen, bei unregelmäßigen Stützpunktanordnungen zu ausschlagenden Gewichtsfunktionen.
- Der Parameter f steuert die Glättung, was sich in der Anpassung der Gewichtsfunktion an die Stützstellen zeigt. Beachtenswert ist die Verstärkung der Filterwirkung bei anwachsendem Parameter m .

- Um bei Prädiktionen immer die gleichen Eigenschaften für die Gewichtsfunktionen zu gewährleisten, muß die Stützpunktanordnung berücksichtigt werden und nicht, wie bei der empirischen Kovarianzfunktionsbestimmung, die Variabilität der Stützwerte.
- Bei sehr unregelmäßigen Stützpunktanordnungen können rasch abfallende oder ausschwingende Gewichtsfunktionen nur durch eine starke Filterung und genügend großem Parameter m verhindert werden.
- Bei der Wahl des Filterparameters f ist die Größe des Parameters m zu berücksichtigen.

4. Die Gewichtsfunktionen bei der Methode der multiquadratischen Flächen

Bei der Methode der multiquadratischen Flächen wird eine Interpolationsfunktion verwendet und die Stützpunkte werden streng erfüllt. Die Interpolationsfunktion ist eine Linearkombination von Rotationsflächen. Die Rotationsfläche $g = e^{-d^2/m^2}$ führt zum gleichen Ergebnis wie die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn auf eine Filterung verzichtet wird. Es erübrigt sich somit eine Beschreibung dieser Gewichtsfunktionen und es wird auf den vorhergehenden Abschnitt II.3 verwiesen. Die Rotationsfläche $g = \sqrt{m + d^2}$ führt jedoch in Abhängigkeit vom Prädiktionsparameter m zu beachtenswerten Gewichtsfunktionen, so daß in diesem Abschnitt neben der Ableitung der Gewichtsfunktionen die wesentlichen Merkmale dieser Gewichtsfunktionen aufgezeigt werden.

4.1 Die Ableitung der Gewichtsfunktionen

Bei der Methode der multiquadratischen Flächen wird jedem Stützpunkt eine Rotationsfläche zugeordnet und die dazugehörigen Koeffizienten so bestimmt, daß die Stützpunkte streng erfüllt werden. Als Interpolationsfunktion ergibt sich nach Abschnitt I.3.6.4 Gleichung (I.5)

$$\underline{z} = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s} .$$

Der Vektor \underline{f} enthält die sich für den Interpolationspunkt ergebenden Funktionswerte der einzelnen Rotationsflächen. Die Matrix \underline{F} ergibt sich aus dem Gleichungssystem zur Bestimmung der Koeffizienten für die Linearkombination. Der Vektor \underline{s} enthält die Stützwerte.

Vergleicht man wieder die Interpolationsfunktion mit der durch die Gewichtsfunktionen beschriebenen Fläche nach Gleichung (II.4), so leitet sich daraus die Gewichtsfunktion eines beliebigen Stützpunktes j ab

$$p_j = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{e}_j , \quad (\text{II.7})$$

wobei der Vektor \underline{e}_j die Stützstellen enthält. Die Gewichtsfunktion stellt wieder eine Linearkombination der verwendeten Rotationsflächen dar, wobei die Koeffizienten so bestimmt werden, daß die Stützstellen erfüllt sind.

4.2 Eigenschaften der Gewichtsfunktionen

In diesem Abschnitt werden die Eigenschaften der Gewichtsfunktionen geschildert, wie sie sich bei der Verwendung der Rotationsfläche $g = \sqrt{m+d^2}$ ergeben. Dabei ist vor allem der Einfluß des Parameters m auf die Gewichtsfunktionen von Bedeutung. Es wird wieder dasselbe Beispiel herangezogen, das schon bei der Polynominterpolation und -approximation und bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate verwendet wurde.

Die sich für die Rotationsfläche ergebenden Gewichtsfunktionen sind in Abbildung II.14 dargestellt. Es zeigt sich, daß in Abhängigkeit vom Parameter m der Typ der entstehenden Gewichtsfunktionen variiert. Beim Parameter $m = 0$ entsteht eine kegelförmige Rotationsfläche, was zu linear ausgeformten Gewichtsfunktionen führt. Beim Parameter $m = 1$ verschwinden die Spitzen in den Stützpunkten und die Interpolationsfunktion ist im Bereich der Stützpunkte ausgerundet. Beim Parameter $m = 5$ ergeben sich gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen. Größere Parameter m führen dann bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung zu ausschwingenden Gewichtsfunktionen.

Zusammenfassung

Die Verwendung der Rotationsfläche $g = \sqrt{m+d^2}$ führt bei der Methode der multi-quadratischen Flächen für kleine Parameter m zu linear ausgeformten Gewichtsfunktionen, die bei mittlerem Parameter m in gedämpft schwingende und bei größerem Parameter m und unregelmäßiger Stützpunktverteilung in ausschwingende Gewichtsfunktionen übergehen.

5. Die Gewichtsfunktionen bei der Methode der finiten Elemente

Bei der Methode der finiten Elemente ergibt sich im Gegensatz zu den anderen Prädiktionmethoden keine Flächenbeschreibung mit Hilfe der Flächenparameter x und y , sondern es werden Werte für ein regelmäßiges Raster ermittelt. Entsprechend ergeben sich auch die Gewichtsfunktionen in einer Rasterdarstellung. Anhand der Rasterwerte lassen sich die charakteristischen Eigenschaften von Gewichtsfunktionen und Prädiktionsergebnis ebenfalls aufzeigen.

5.1 Die Ableitung der Gewichtsfunktionen

Bei der Methode der finiten Elemente ergeben sich die unbekanntes Rasterhöhen als Lösung einer Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen nach Abschnitt I.3.6.5 Gleichung (I.6)

$$\underline{z} = (\underline{A}_{I-I}^T \underline{P}_I \underline{A}_I + \underline{A}_{II-II}^T \underline{P}_{II-II} \underline{A}_{II-II})^{-1} (\underline{A}_{II-II}^T \underline{P}_{II-II}) \underline{s} .$$

Die Bedeutung der Matrizen ist im Abschnitt I.3.6.5 beschrieben. Vergleicht man die Gleichung mit der durch die Gewichtsfunktionen beschriebenen Fläche nach Gleichung (II.4), so leitet sich daraus die Gewichtsfunktion eines beliebigen Stützpunktes j ab

$$\underline{p}_j = (\underline{A}_{I-I}^T \underline{P}_I \underline{A}_I + \underline{A}_{II-II}^T \underline{P}_{II-II} \underline{A}_{II-II})^{-1} (\underline{A}_{II-II}^T \underline{P}_{II-II}) \underline{e}_j . \quad (\text{II.8})$$

Die Gewichtsfunktionen entsprechen wieder der Prädiktionsformel, wenn die Stützwerte durch die Stützstellen substituiert werden. Die Eigenschaften der Prädiktion und der Gewichtsfunktionen ist von der Gewichtsfestsetzung abhängig, wobei die Matrix \underline{P}_I den Krümmungen und die Matrix \underline{P}_{II} den Stützwerten zugeordnet ist. Jeder Krümmung und jedem Stützwert kann ein individuelles Gewicht zugeordnet werden.

5.2 Eigenschaften der Gewichtsfunktionen

Um den Einfluß der Gewichtsfestsetzung auf die Gewichtsfunktionen deutlich und einfach aufzeigen zu können, wird angenommen, daß die Stützpunkte mit Rasterpunkten zusammenfallen. Dann läßt sich eine weitere Unterteilung der Gewichtsmatrix \underline{P}_I vornehmen, wobei den Krümmungen an den Rasterpunkten, die zugleich Stützpunkte sind, das Gewicht p_{12} zugeordnet wird, während die Krümmungen an den übrigen Rasterpunkten das Gewicht p_{11} erhalten. Das Gewicht p_{11} für die Krümmungen an den Rasterpunkten, die nicht mit Stützpunkten zusammenfallen, wird festgehalten und ihm der Wert 1 zugewiesen. Demgegenüber variieren das Gewicht p_{12} für die Krümmungen in den Stützpunkten und das Gewicht p_2 für die Abweichung des Prädiktionwertes vom Stützwert.

In den Abbildungen II.15-17 sind die Prädiktionsergebnisse und die entstehenden Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit von den Gewichten p_{11} , p_{12} und p_2 dargestellt. Es wird wieder das schon zuvor verwendete Beispiel benutzt. Setzt man alle Gewichte gleich eins, so zeigen das Prädiktionsergebnis und die Gewichtsfunktionen ein sehr gleichmäßiges Krümmungsverhalten bei einer schwachen Filterung (Abb. II.15). Ordnet man den Verbesserungen in den Stützwerten ein hohes Gewicht p_{12} zu, z.B. $p_{12} = 10000$, so werden die Stützpunkte nahezu streng erfüllt (Abb. II.16). Ein kleines Gewicht p_{12} für die Krümmungen in den Rasterpunkten, die zugleich Stützpunkte sind, führt zu linear ausgeformten Gewichtsfunktionen. Bei größeren Gewichten p_{12} ergeben sich gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen, die bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung und genügend großem Gewicht p_{12} auch ausschlagen können. Senkt man das Gewicht p_2 für die Verbesserungen an den Stützwerten, so erfolgt eine Flächenglättung (Abb. II.17). Je kleiner die Gewichte p_2 sind, umso stärker ist die Glättung und die Abweichungen an den Stützstellen werden größer.

Zusammenfassung:

Die Methode der finiten Elemente zeigt sich durch die Möglichkeit der gezielten Gewichtsfestsetzung als sehr flexibel. Es lassen sich sowohl linear ausgeformte Gewichtsfunktionen als auch gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen erzeugen. Unregelmäßige Stützpunktverteilungen können zu ausschlagenden Gewichtsfunktionen führen. Der gewünschte Grad der Flächenglättung ist steuerbar.

6. Zusammenfassung

Für die in Abschnitt I.3.6 vorgestellten Prädiktionsmethoden konnten die Gewichtsfunktionen nach dem vorgestellten Ansatz abgeleitet werden. Die den Gewichtsfunktionen zugeordneten charakteristischen Eigenschaften erlauben eine einfache Klassifizierung der auftretenden Gewichtsfunktionen und genügen für deren ausreichende Beschreibung.

Bei den vier Prädiktionsmethoden konnten anhand der Gewichtsfunktionen Ähnlichkeiten aber auch Unterscheidungsmerkmale nachgewiesen werden. Da vergleichbare Prädiktionsflächen zu unterschiedlichen Gewichtsfunktionen führen können, zeigen die Gewichtsfunktionen die Prädiktionseigenschaften deutlicher auf. Der Einfluß der Stützwerte auf das Prädiktionsergebnis ist in den Gewichtsfunktionen nicht enthalten, so daß anhand der Gewichtsfunktionen die Eigenschaften der Prädiktionsflächen bei beliebigen Stützwertkombinationen erkennbar werden. Der Einfluß der Prädiktionsparameter, vor allem zur Steuerung des Krümmungsverhaltens und der Glättung, spiegelt sich in den Gewichtsfunktionen wieder. Ebenfalls erklären die Gewichtsfunktionen den bedeutenden Einfluß der Stützpunktverteilung auf das Prädiktionsergebnis.

Es zeigt sich, daß alle vier Prädiktionsmethoden bei regelmäßiger Stützpunktanordnung und geeigneter Wahl der Prädiktionsparameter zu gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen führen. Unter dieser Voraussetzung sind die vier Prädiktionsmethoden als gleichwertig anzusehen und führen zu nahezu identischen Ergebnissen. Um bei unregelmäßiger Stützpunktanordnung ausschwingende Gewichtsfunktionen zu vermeiden, kann bei der Methode der multiquadratischen Flächen der Parameter m der Rotationsfläche $g = \sqrt{m+d^2}$ verkleinert werden und bei der Methode der finiten Elemente kann das Gewicht für die Krümmungen in den Stützpunkten reduziert werden. Gegebenenfalls gehen die Gewichtsfunktionen bei diesen beiden Prädiktionsmethoden in linear ausgeformte Gewichtsfunktionen über, während ein kleiner Parameter m der Kovarianzfunktion bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate zu rasch abfallenden Gewichtsfunktionen führt. Der Übergang von gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen zu linear ausgeformten Gewichtsfunktionen führt zu geringeren Änderungen des Prädiktionsergebnisses als der Übergang zu rasch abfallenden Gewichtsfunktionen. Ausschwingende Gewichtsfunktionen sind in der Regel unbrauchbar.

Während bei der Methode der multiquadratischen Flächen eine Flächenglättung nicht möglich ist, ist bei der Polynomapproximation nur eine schlechte Anpassung an die Stützstellen möglich. Bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate ist über den Filterbetrag und bei der Methode der finiten Elemente ist über die Gewichtsfestsetzung eine sehr flexible Anpassung der Gewichtsfunktionen an die Stützstellen möglich und somit die gewünschte Glättung der Prädiktionsfläche steuerbar.

7. Abbildungen zu Kapitel II

Abb. II.1 Charakteristische Eigenschaften von Prädiktionsflächen und Gewichtsfunktionen

- Stützwerte
- Stützstelle

Prädiktionsfläche Gewichtsfunktion

Abb. II.1.1 Strenge Erfüllung der Stützwerte

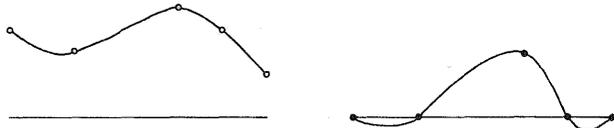


Abb. II.1.2 Geglättete Prädiktionsflächen

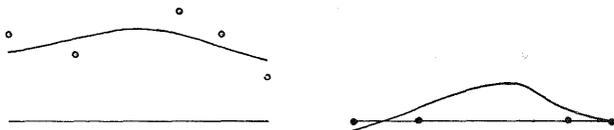


Abb. II.1.3 Gedämpft schwingende Gewichtsfunktion

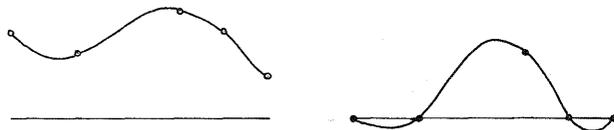


Abb. II.1.4 Linear ausgeformte Gewichtsfunktion

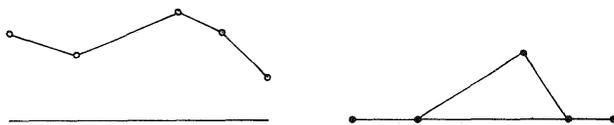
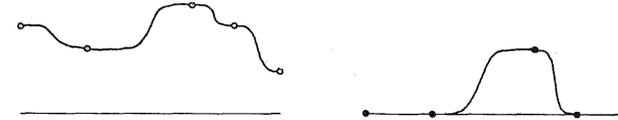


Abb. II.1.5 Rasch abfallende Gewichtsfunktionen

a) terrassenförmig



b) zeltedachartig

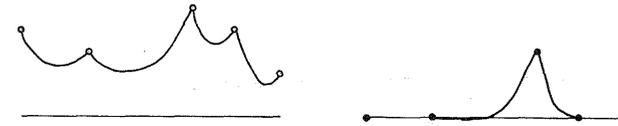


Abb. II.1.6 Ausschwingende Gewichtsfunktionen

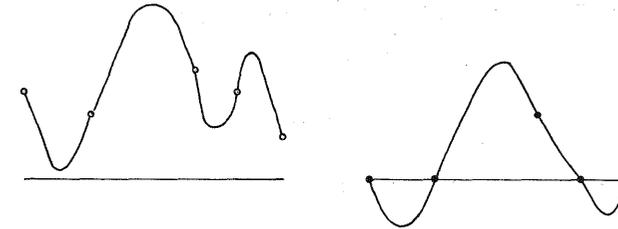


Abb. II.1.7 Summe aller Gewichtsfunktionen

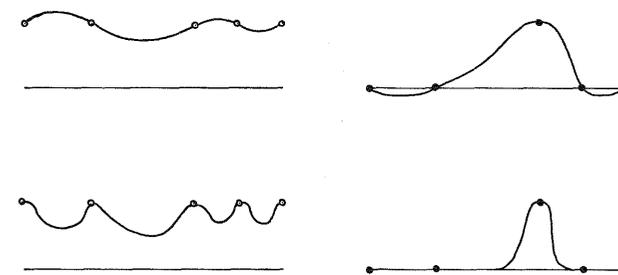
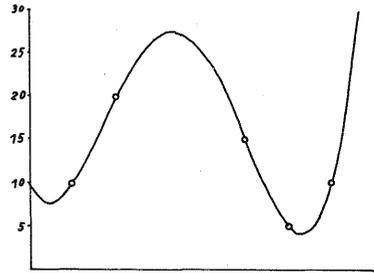


Abb. II.2 Die Gewichtsfunktionen bei der Polynominterpolation

a) Die Interpolationsfunktion



b) Die Gewichtsfunktionen der Stützpunkte

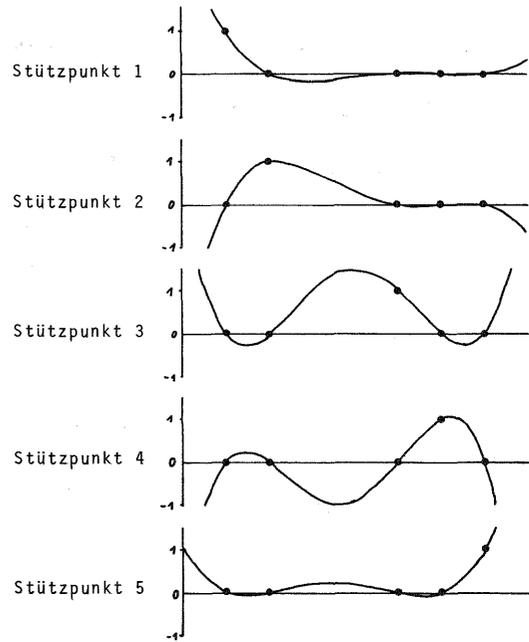
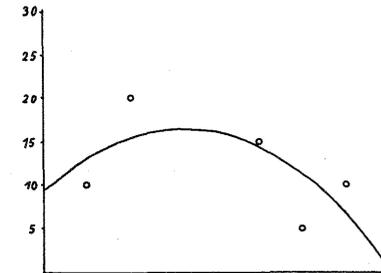


Abb. II.3 Die Gewichtsfunktionen bei der Polynomapproximation

a) Die Approximationsfunktion



b) Die Gewichtsfunktionen der Stützpunkte

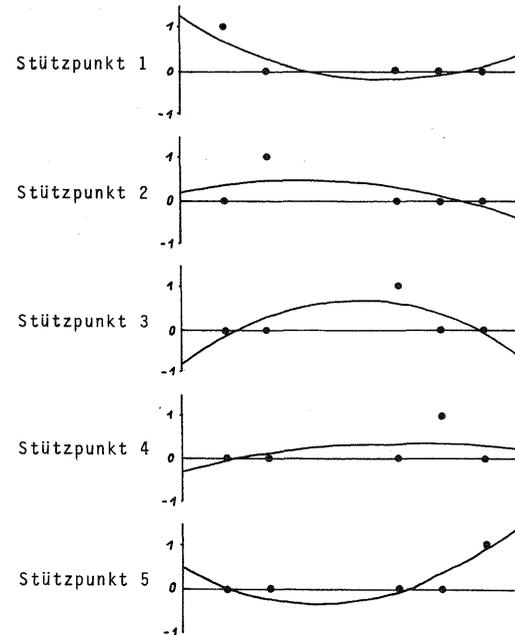
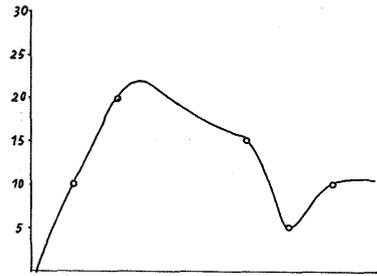


Abb. II.4 Gleitende Polynomflächen mit strenger Erfüllung der Stützwerte

a) Die Interpolationsfunktion



b) Die Gewichtsfunktionen der Stützpunkte

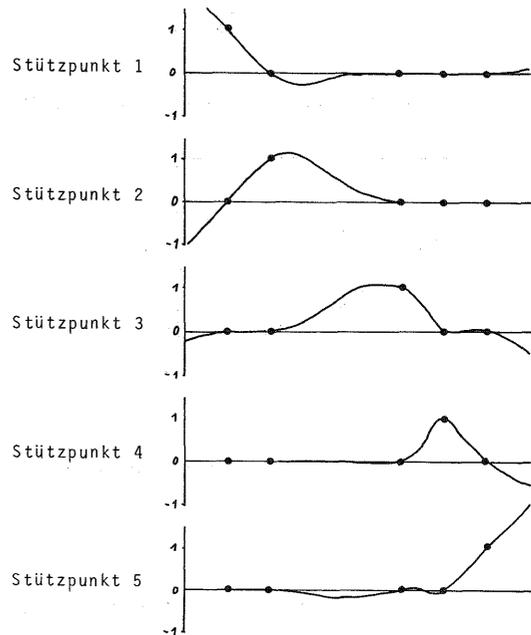
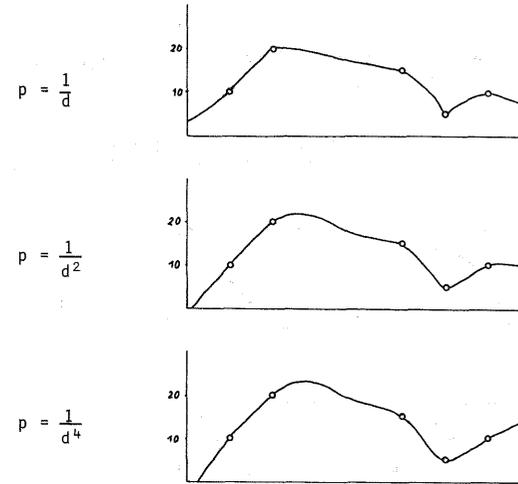


Abb. II.5 Einfluß des Gewichtsansatzes bei gleitenden Polynomflächen und strenger Erfüllung der Stützwerte

a) Auswirkung auf die Interpolationsfunktion



b) Auswirkung auf Gewichtsfunktionen (dargestellt für Stützpunkt 3)

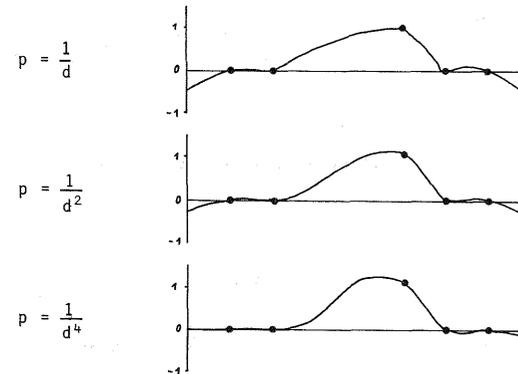
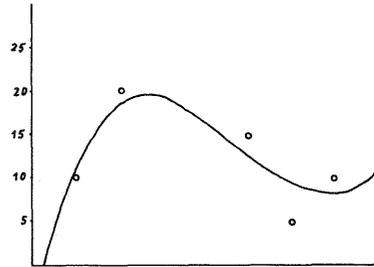


Abb. II.6 Gleitende Polynomflächen mit Glättungsansatz

a) Die Approximationsfunktion



b) Die Gewichtsfunktionen der Stützpunkte

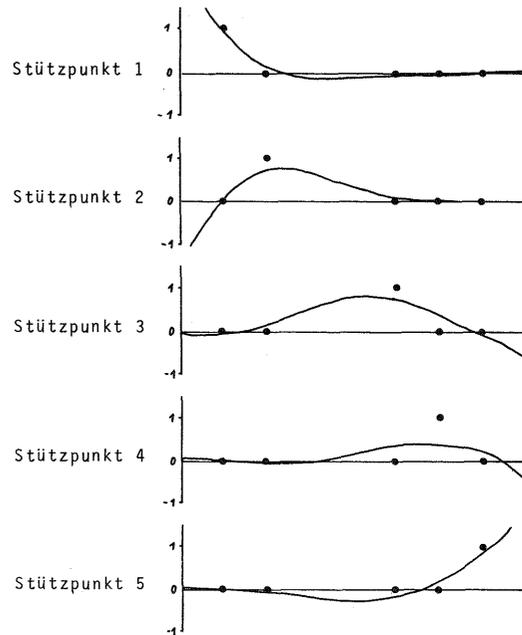
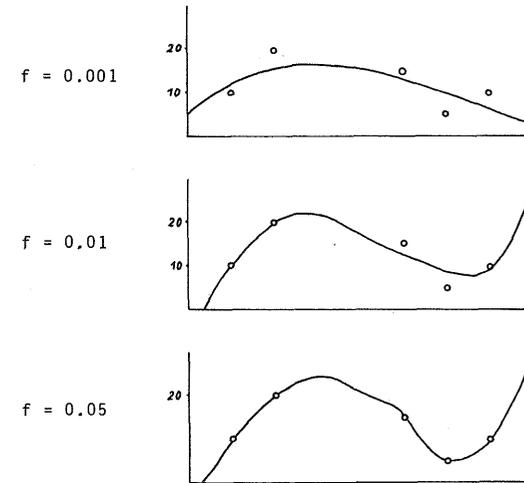


Abb. II.7 Einfluß des Glättungsansatzes bei gleitenden Polynomflächen

$$\text{Glättungsansatz: } p = \frac{1}{1+fd^2}$$

a) Auswirkung auf Approximationsflächen



b) Auswirkung auf die Gewichtsfunktionen (dargestellt für Stützpunkt 3)

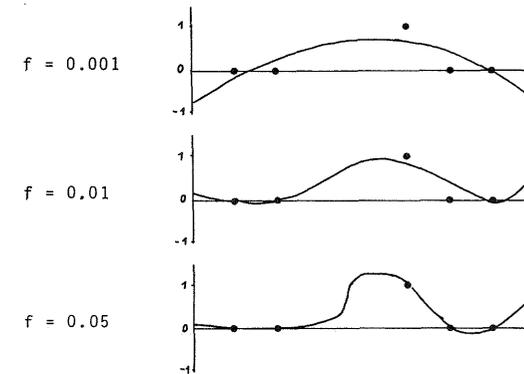
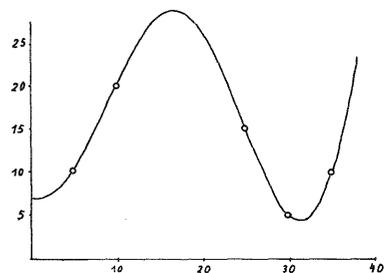


Abb. II.8 Die Gewichtsfunktionen bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate ohne Filterung

Kovarianzfunktion: $Cov = e^{-d^2/m^2}$ mit $m = 20$

a) Die Prädiktionsfunktion



b) Die Gewichtsfunktionen der Stützpunkte

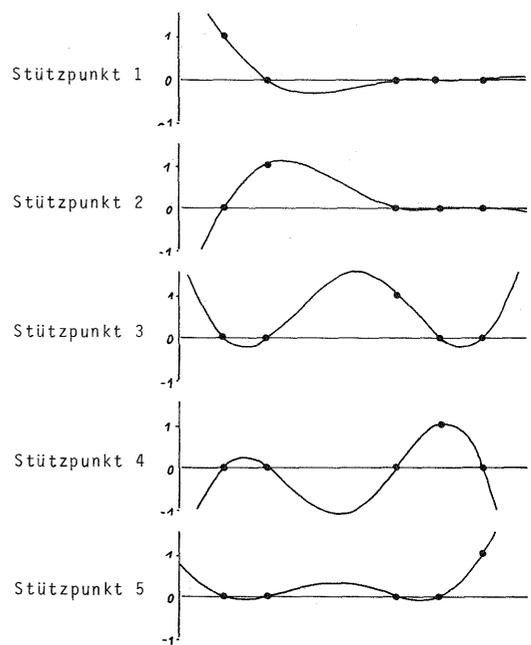
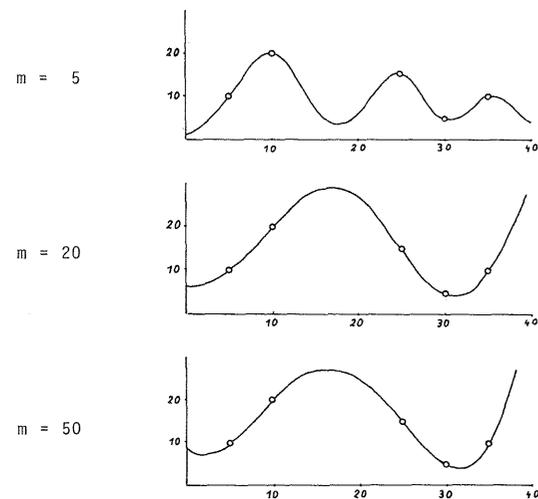


Abb. II.9 Der Einfluß des Parameters m bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate ohne Filterung

Kovarianzfunktion: $Cov = e^{-d^2/m^2}$

a) Auswirkung auf die Prädiktionsfunktion



b) Auswirkung auf die Gewichtsfunktionen (dargestellt für Stützpunkt 3)

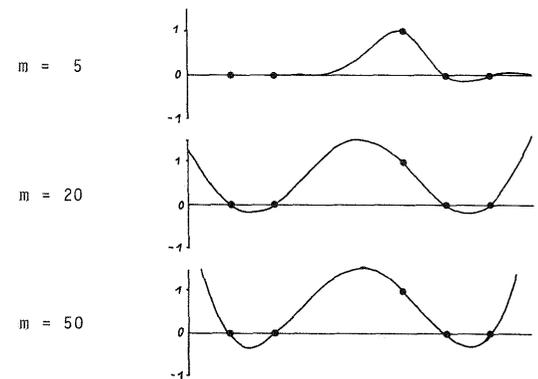


Abb. II.10 Der Einfluß des Parameters m auf die Summe der Gewichtsfunktionen bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate ohne Filterung

Kovarianzfunktion: $Cov = e^{-d^2/m^2}$

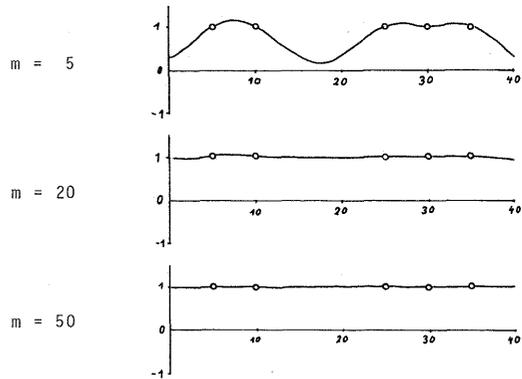
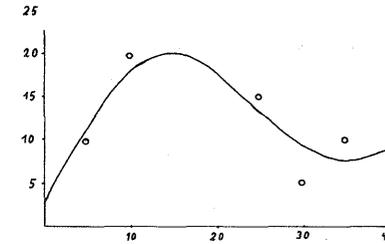


Abb. II.11 Die Gewichtsfunktionen bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Filterung

Kovarianzfunktion: $Cov = (1-f) e^{-d^2/m^2}$ mit $m = 25$, $f = 0.01$

a) Die Prädiktionsfunktion



b) Die Gewichtsfunktionen der Stützpunkte

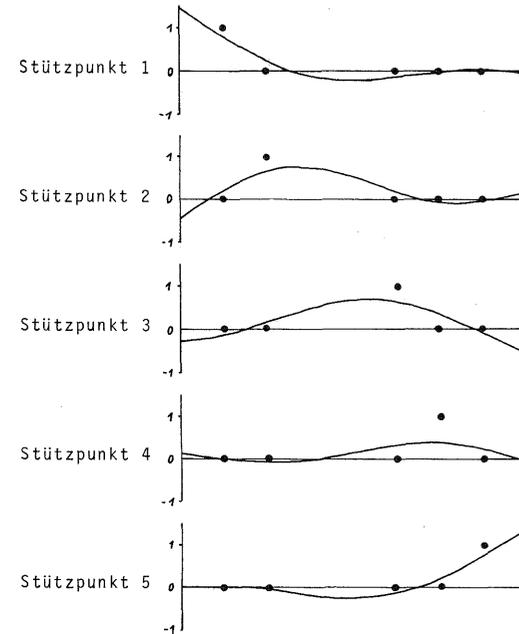
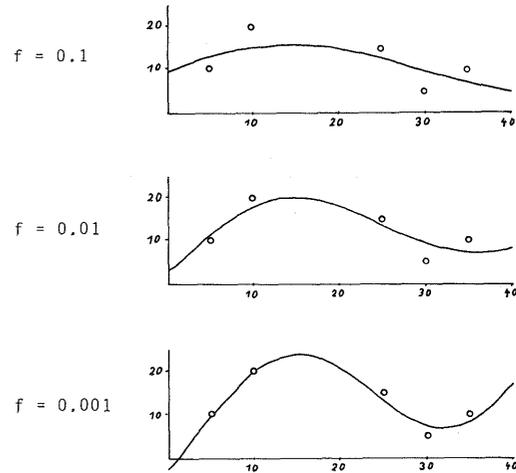


Abb. II.12 Der Einfluß des Filterbetrages f bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate
 Kovarianzfunktion: $\text{Cov} = (1-f) e^{-d^2/m^2}$ mit $m = 25$

a) Auswirkung auf die Prädiktionsfunktion



b) Auswirkung auf die Gewichtsfunktionen (dargestellt für Stützpunkt 3)

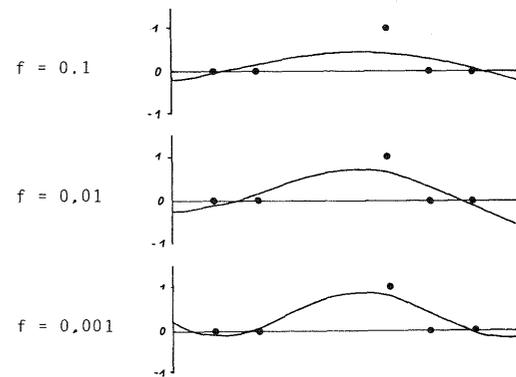
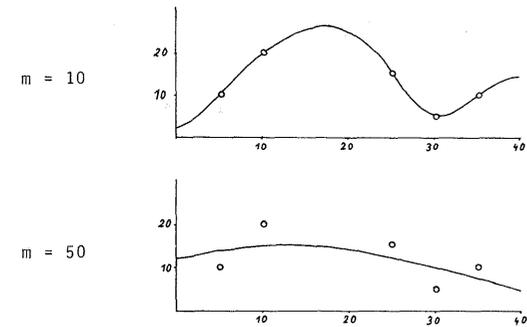


Abb. II.13 Der Einfluß des Parameters m auf die Filterung bei der linearen Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate
 Kovarianzfunktion: $\text{Cov} = (1-f) e^{-d^2/m^2}$ mit $f = 0,01$

a) Auswirkung auf die Prädiktionsfunktion



b) Auswirkung auf die Gewichtsfunktionen (dargestellt für Stützpunkt 3)

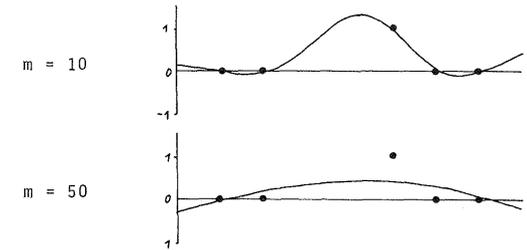
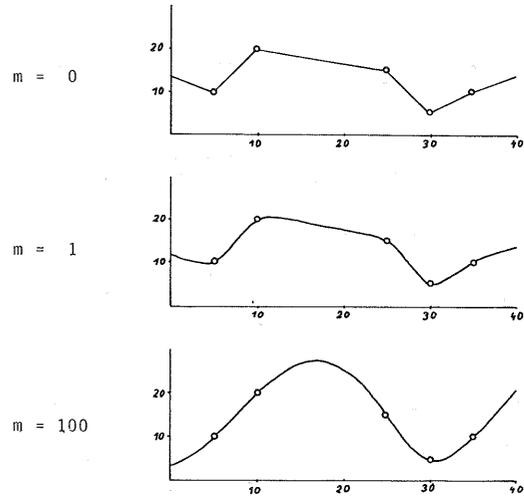


Abb. II.14 Die Gewichtsfunktionen bei den multiquadratischen Flächen
 Rotationsfläche: $g = \sqrt{m+d^2}$

a) Auswirkung auf die Interpolationsfläche



b) Auswirkung auf die Gewichtsfunktionen
 (dargestellt für Stützpunkt 3)

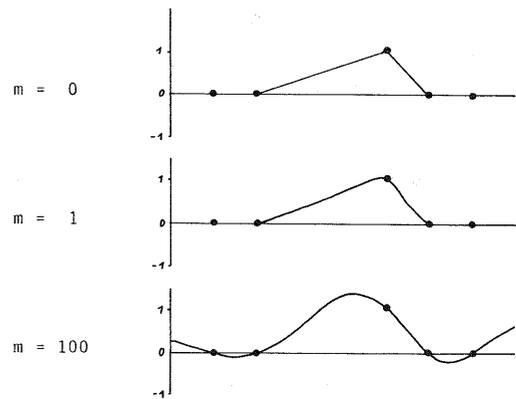
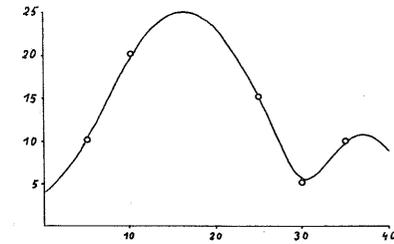


Abb. II.15 Die Gewichtsfunktion bei der Methode der finiten Elemente
 Gewichtsfestsetzung: $p_{11} = 1, p_{12} = 1, p_2 = 1$

a) Das Prädiktionsergebnis



b) Die Gewichtsfunktionen

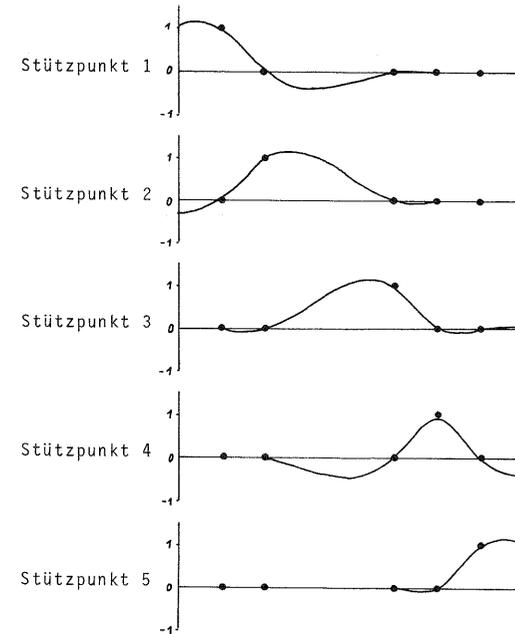
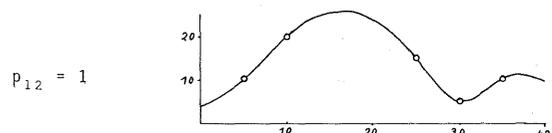
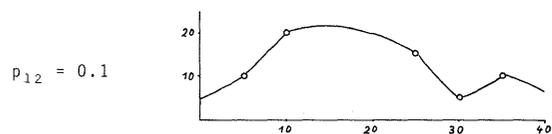
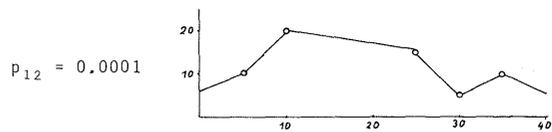


Abb. II.16 Der Einfluß des Gewichts p_{12} (Krümmung in den Stützpunkten) bei der Methode der finiten Elemente

Gewichtsfestsetzung: $p_{11} = 1$, $p_2 = 10000$

a) Auswirkung auf das Prädiktionsergebnis



b) Auswirkung auf die Gewichtsfunktionen (dargestellt für Stützpunkt 3)

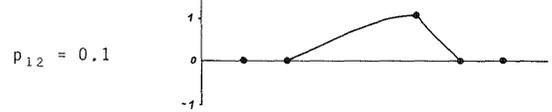
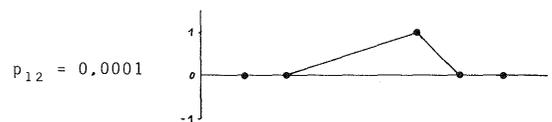
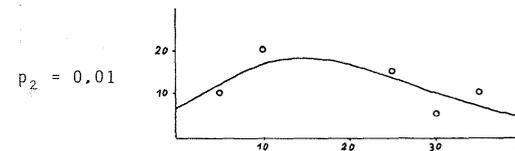
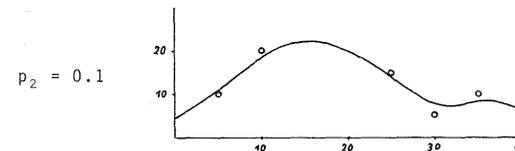


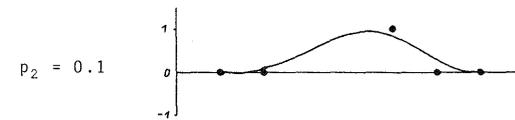
Abb. II.17 Der Einfluß des Gewichts p_2 (Abweichung von den Stützpunktwerten) bei der Methode der finiten Elemente

Gewichtsfestsetzung $p_{11} = 1$, $p_{12} = 1$

a) Auswirkung auf das Prädiktionsergebnis



b) Auswirkung auf die Gewichtsfunktionen (dargestellt für Stützpunkt 3)



III. DIE PRÄDIKTION MIT GEWICHTSFUNKTIONEN

Die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen ist als eine neue Prädiktionsmethode zu betrachten. Sie führt zu einer speziellen Betrachtungsweise der Prädiktion und der Prädiktionsergebnisse. Dabei ist sie nicht wie die anderen Prädiktionsmethoden an einen bestimmten funktionalen Zusammenhang zwischen den Stützpunkten und der Prädiktionsfunktion gebunden. Sie baut sich auf die in Kapitel II angestellten Untersuchungen von Prädiktionsmethoden mit Hilfe von Gewichtsfunktionen auf. Bei dieser Untersuchung wurden aus den Prädiktionsfunktionen Gewichtsfunktionen abgeleitet, anhand deren charakteristischen Eigenschaften die Prädiktionsflächen und die Wirkung der Prädiktionsparameter vergleichbar werden. Bei der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen wird umgekehrt von der Tatsache ausgegangen, daß bestimmte Gewichtsfunktionen zu Prädiktionsflächen mit entsprechenden charakteristischen Eigenschaften führen. Die gewünschten Eigenschaften der Prädiktionsflächen sind durch die Prädiktionsaufgabe und die daraus folgende Interpretation der Stützpunkte festgelegt. Die Gewichtsfunktionen zeigen jedoch deutlicher den charakteristischen Verlauf der Prädiktionsflächen auf. Der Einfluß der Stützwerte ist eliminiert und die charakteristischen Eigenschaften werden in bezug auf die Stützstellen gesehen. Zusätzlich veranschaulicht die Gewichtsfunktion die durch eine Stützwertänderung hervorgerufene Änderung der Prädiktionsfläche. So stellt sich bei der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen die Aufgabe, die Gewichtsfunktionen durch geeignete mathematische Funktionen so zu definieren, daß die von der Prädiktionsaufgabe geforderten Eigenschaften gewährleistet sind. Welche mathematische Funktion zur Beschreibung der Gewichtsfunktion verwendet wird, ist in weitem Bereich beliebig, jedoch von der Eignung für die Erzeugung bestimmter Gewichtsfunktionen abhängig. Bei den vorliegenden Untersuchungen wurde eine Linearkombination von Grundfunktionen verwendet. Sie zeigt sich leistungsfähig sowohl in der Erzeugung unterschiedlicher Gewichtsfunktionstypen als auch in der Gewährleistung eines bestimmten Gewichtsfunktionstyps unabhängig von der Stützpunktanordnung. Eine vergleichbare Leistungsfähigkeit kann auch mit der Methode der finiten Elemente erreicht werden.

Gewichtsfunktionen als Linearkombination von Grundfunktionen sollen hier in diesem Kapitel die Vielfalt unterschiedlicher Gewichtsfunktionen und die Leistungsfähigkeit und Möglichkeiten der Linearkombination demonstrieren. Zugleich wird die Grundlage für die Beschreibung von Geländeflächen durch die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen in Kapitel IV geschaffen.

1. Der allgemeine Prädiktionsansatz und die Charakterisierung von Gewichtsfunktionen

Der allgemeine Prädiktionsansatz beschreibt die Ableitung der Prädiktionsfläche aus den Stützwerten und den zugeordneten Gewichtsfunktionen. Er wird hier insofern als allgemein bezeichnet, als er sämtliche Varianten von Gewichtsfunktionen, wie sie bei den verschiedenen Prädiktionsaufgaben verwendet werden können, einschließt. Aus dem allgemeinen Prädiktionsansatz werden für die verschiedenen Prädiktionsaufgaben spezielle Prädiktionsansätze entwickelt, mit denen dann gezielt bestimmte Gewichtsfunktionen erzeugt werden.

Aus den Stützwerten und den Gewichtsfunktionen ergibt sich die Prädiktionsfläche als

$$\underline{z} = \underline{p}^T \underline{s} \quad (\text{III.1})$$

mit

$$\underline{p}^T = [p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_j \quad \dots \quad p_n]$$

$$\underline{s}^T = [s_1 \quad s_2 \quad \dots \quad s_j \quad \dots \quad s_n] .$$

Der Vektor \underline{p} enthält die den Stützpunkten zugeordneten Gewichtsfunktionen mit den Lagekoordinaten des Prädiktionspunktes x und y als Flächenparameter

$$p_j = f_j(x, y) . \quad (\text{III.2})$$

Betrachtet man die bei den verschiedenen Prädiktionen verwendbaren Gewichtsfunktionen, so lassen sich im einzelnen die Prädiktionen entsprechend den folgenden Abschnitten III.1.1-6 charakterisieren.

1.1 Die Berücksichtigung der Stützpunkte bei der Ermittlung der Gewichtsfunktionen

Sehr einfache Beschreibungen von Gewichtsfunktionen berücksichtigen die gegebenen Stützpunkte nicht oder nur die Lage des Stützpunktes, dem sie zugeordnet sind. So läßt sich eine Gewichtsfunktion als $p_j = \text{const.}$ oder als Funktion des Abstandes zwischen Prädiktionspunkt und zugeordnetem Stützpunkt $p_j = f_j((x-x_j)^2 + (y-y_j)^2)$ definieren. Solche Gewichtsfunktionen führen zu einfachen oder gleitenden Mittelbildungen.

Wesentlich leistungsfähiger sind die linearen Prädiktionsfunktionen, die bei der Ermittlung der Gewichtsfunktion die Lagekoordinaten sämtlicher Stützpunkte berücksichtigen, während die Stützwerte nur über die Gewichtsfunktionen in die Prädiktion eingehen. Die in Kapitel I zur Geländeflächenbeschreibung vorgestellten gebräuchlichen Prädiktionsfunktionen gehören dieser Klasse an. Die Berücksichtigung der Lagekoordinaten der Stützpunkte kann zur strengen oder näherungsweisen Erfüllung der Stützstellen durch die Gewichtsfunktion führen. Sind die Gewichtsfunktionen von den Stützwerten unabhängig, so entstehen bei gleichen Stützpunktanordnungen immer dieselben Gewichtsfunktionen.

Es ist auch denkbar, daß ein oder mehrere Stützwerte in die Beschreibung einer Gewichtsfunktion eingehen, was hier aber nicht weiter verfolgt wird. Die Gewichtsfunktionen zeigen dann nicht mehr, welche Änderung an der Prädiktionsfläche eine Stützwertänderung hervorruft, da sich für jede Stützwertkombination unterschiedliche Gewichtsfunktionen ergeben.

1.2 Die mathematische Funktion zur Beschreibung der Gewichtsfunktion

Die Gewichtsfunktionen müssen durch mathematische Funktionen definiert werden. Dazu kann prinzipiell jede geeignete Funktion verwendet werden. In Betracht kommen besonders die Linearkombination einfacher Grundfunktionen (Polynome, gebrochene rationale Funktionen, Exponentialfunktionen, trigonometrische Funktionen) und die Methode der finiten Elemente. Dabei ist es möglich, jede Gewichtsfunktion durch eine andere mathematische Funktion zu beschreiben.

1.3 Die strenge oder näherungsweise Erfüllung der Stützstellen

Die Stützstellen von Gewichtsfunktionen wurden in Abschnitt II,1,2 eingeführt und ihre Bedeutung erläutert. Die strenge Erfüllung der Stützstellen durch die Gewichtsfunktionen gewährleistet, daß die Prädiktionsfunktion für beliebige Stützwertkombinationen die Stützwerte streng erfüllt. Geglättete Gewichtsfunktionen verzichten zugunsten des geglätteten Verlaufs auf die strenge Erfüllung der Stützstellen. Die Abweichung der Gewichtsfunktion von den Stützstellen spiegelt den Glättungsgrad wider.

1.4 Der geometrische Verlauf von Gewichtsfunktionen

Zur Beschreibung des geometrischen Verlaufs von Gewichtsfunktionen, wie er sich in den Funktionswerten, ausgezeichneten Punkten, Neigungen und Krümmungen widerspiegelt, wurden in Abschnitt II,1,2 vier Gewichtsfunktionstypen eingeführt, die durch folgende Bezeichnungen gekennzeichnet werden:

- gedämpft schwingend
- linear ausgeformt
- rasch abfallend
- ausschwingend

1.5 Unstetigkeiten von Gewichtsfunktionen

Gewichtsfunktionen sind meistens stetige und stetig differenzierbare Funktionen. Sie können aber auch Unstetigkeitsstellen enthalten. Es kann eine Unstetigkeit in den Flächenableitungen oder in den Funktionswerten vorliegen. Die Unstetigkeit kann punktweise oder entlang von Unstetigkeitslinien auftreten.

1.6 Die Normierung von Gewichtsfunktionen

Es kann zwischen normierten und nicht normierten Gewichtsfunktionen unterschieden werden. Normierte Gewichtsfunktionen erhält man, wenn alle Gewichtsfunktionen durch die Summe der Gewichtsfunktionen dividiert werden, so daß die Summe der normierten Gewichtsfunktionen immer gleich ist. Bei manchen mathematischen Beschreibungen von Gewichtsfunktionen entstehen automatisch normierte Gewichtsfunktionen oder genähert normierte Gewichtsfunktionen. Der Einfluß der Normierung wurde in Abschnitt II,1,2 beschrieben. Er wird besonders deutlich, wenn alle Stützpunkte denselben Stützwert besitzen, und beseitigt bestimmte Durchhängungs- oder Schwingungserscheinungen.

2. Die Linearkombination von Grundfunktionen bei strenger Erfüllung der Stützstellen

Bei der Linearkombination von Grundfunktionen wird jedem Stützpunkt eine Funktion, die als Grundfunktion bezeichnet wird, zugeordnet, Prinzipiell können vielerlei Funktionen als Grundfunktionen verwendet werden, jedoch ist auf ihre Eignung für die Linearkombination zu achten. Die Forderung nach der strengen Erfüllung der Stützstellen beinhaltet, daß die durch die Linearkombination beschriebene Flächenschar dieselbe Zahl an unabhängigen Scharparametern besitzen muß wie Stützpunkte gegeben sind. Deshalb werden die Grundfunktionen zweckmäßigerweise auf den zugeordneten Stützpunkt zentriert und solche Funktionen verwendet, die bei der Hinzunahme eines weiteren Stützpunktes mit anderen Lagekoordinaten ein Ansteigen des Freiheitsgrades gewährleisten, Stützpunkte mit identischen Lagekoordinaten verursachen eine größere Anzahl von Scharparametern als tatsächlich Bedingungen vorhanden sind oder es entstehen nicht erfüllbare Bedingungen. Die Behandlung von Stützpunkten mit identischen Koordinaten wird in Abschnitt III.3 behandelt,

Ordnet man zur Bestimmung einer Gewichtsfunktion p_j jedem Stützpunkt die Grundfunktion $g_{jk} = f_{jk}(x,y)$ zu, wobei der Index k den Stützpunkt, dem die Grundfunktion zugeordnet ist, kennzeichnet, so ergibt sich als Flächenschar

$$\underline{p}_j = \underline{f}_j^T \underline{a}_j, \quad (\text{III.3})$$

wobei der Vektor \underline{f}_j die n Grundfunktionen mit den Flächenparametern x und y und der Vektor \underline{a}_j die Scharparameter enthält:

$$\begin{aligned} \underline{f}_j^T &= [g_{j1} \quad g_{j2} \quad \dots \quad g_{jn}] \\ \underline{a}_j^T &= [a_{j1} \quad a_{j2} \quad \dots \quad a_{jn}] . \end{aligned}$$

Die Bestimmung der Scharparameter erfolgt aus der Forderung nach strenger Erfüllung der Stützstellen. Unter der Voraussetzung, daß die Inverse \underline{F}^{-1} existiert, ergeben sich die Scharparameter nach

$$\underline{a}_j = \underline{F}_j^{-1} \underline{e}_j. \quad (\text{III.4})$$

Die Matrix \underline{F}_j geht aus den Bedingungsgleichungen für die Stützstellen hervor und der Vektor \underline{e}_j enthält die Stützwerte der Gewichtsfunktion,

$$\underline{F}_j = \begin{bmatrix} f_{j1}(u_1, v_1) & f_{j2}(u_1, v_1) & \dots & f_{jj}(u_1, v_1) & \dots & f_{jn}(u_1, v_1) \\ f_{j1}(u_2, v_2) & f_{j2}(u_2, v_2) & \dots & f_{jj}(u_2, v_2) & \dots & f_{jn}(u_2, v_2) \\ \vdots & & & & & \\ f_{j1}(u_n, v_n) & f_{j2}(u_n, v_n) & \dots & f_{jj}(u_n, v_n) & \dots & f_{jn}(u_n, v_n) \end{bmatrix}$$

$$\underline{e}_j^T = [\quad 0 \quad \quad 0 \quad \quad \dots \quad 1 \quad \quad \dots \quad 0 \quad]$$

Somit ergibt sich die Gewichtsfunktion als Linearkombination von Grundfunktionen bei strenger Erfüllung der Stützstellen nach

$$\underline{p}_j = \underline{f}_j^T \underline{F}_j^{-1} \underline{e}_j. \quad (\text{III.5})$$

Der Grundfunktionsparameter

Durch die Zuordnung der Grundfunktionen zu den Stützpunkten wird eine Beziehung zwischen dem geometrischen Verlauf der Grundfunktion und den Lagekoordinaten der Stützpunkte hergestellt. Durch die Verwendung eines Grundfunktionsparameters m kann der geometrische Verlauf der Grundfunktion mit der Stützpunktverteilung gekoppelt werden. Er entspricht einem Maßstabsparameter zwischen der Grundfunktion und den Stützpunktkoordinaten. Als Flächenparameter zur Beschreibung der Grundfunktion werden nun die Parameter x/m und y/m verwendet, so daß sich die Grundfunktion darstellt als

$$g_{jk} = f_{jk}(x/m, y/m) . \quad (\text{III.6})$$

Die Normierung von Gewichtsfunktionen

Bei der Verwendung von normierten Gewichtsfunktionen muß die Summe aller Gewichtsfunktionen in jedem Prädiktionsspunkt den Wert 1 ergeben. Dies wird durch eine Division der Gewichtsfunktionen durch die Summe aller Gewichtsfunktionen erreicht

$$p_j^N = p_j / \sum_{k=1}^n p_k . \quad (\text{III.7})$$

Stützpunktkonstante Grundfunktionen

Ordnet man für die Ermittlung sämtlicher Gewichtsfunktionen einem Stützpunkt immer dieselbe Grundfunktion zu, so haben wir es mit stützpunktkonstanten Grundfunktionen zu tun. Dies hat zur Folge, daß die Matrix $\underline{F}_j = \underline{F}$ zur Bestimmung der Scharparameter für alle Gewichtsfunktionen gleich ist. Die Prädiktionsfunktion kann direkt aus den Stützwerten bestimmt werden nach

$$z = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s} . \quad (\text{III.8})$$

Normierte Gewichtsfunktionen ergeben sich dann als

$$p_j^N = (\underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{e}_j) / (\underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{n}) , \quad (\text{III.9})$$

wobei alle Elemente des Vektors \underline{n} gleich 1 sind. Die Prädiktionsfläche aus normierten Gewichtsfunktionen lautet

$$z = (\underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s}) / (\underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{n}) . \quad (\text{III.10})$$

Die Verwendung von stützpunktkonstanten Grundfunktionen führt zu einer starken Reduzierung des Rechenaufwandes, da nur noch ein Gleichungssystem gelöst werden muß.

Die Veränderung von Grundfunktionen

Aus der Gleichung (III.5) der Gewichtsfunktionen läßt sich einfach herleiten, daß die Veränderung einer oder mehrerer Grundfunktionen durch die Multiplikation mit einem konstanten Faktor keine Auswirkungen auf die Gewichtsfunktion hat. Der für eine Grundfunktion aus dem Gleichungssystem ermittelte Scharparameter ergibt sich durch Multiplikation des ursprünglichen Scharparameters mit dem reziproken Wert des Faktors. Die Multiplikation des neuen Scharparameters mit der im Vektor \underline{f} enthaltenen veränderten Grundfunktion hebt die Wirkung wieder auf.

Verändert man eine oder mehrere Grundfunktionen um einen konstanten Betrag, was einer Verschiebung der Grundfunktion entspricht, so kann das in eine Verschiebung der Stützstellen um einen konstanten Betrag überführt werden. Die Verschiebung der Stützstellen entspricht der negativen Summe der Produkte aus Verschiebung der Grundfunktion und Scharparameter.

Nachdem bei der Erläuterung des Begriffes der Grundfunktion nur die prinzipiellen Anforderungen festgestellt wurden, werden nun im Abschnitt III.2.1 einige praktisch verwendbare Grundfunktionen vorgestellt, wobei gleichzeitig die Vielfalt möglicher Gewichtsfunktionen und charakteristische Prädiktionsergebnisse aufgezeigt werden. Dabei wird grundsätzlich allen Stützpunkten die gleiche Grundfunktion zugewiesen. Im Abschnitt III.2.2 wird dann die Möglichkeit der Kombination verschiedener Grundfunktionen aufgezeigt.

2.1 Gewichtsfunkenonen bei der Verwendung gleicher Grundfunktionen

Entsprechend der zweidimensionalen Stützpunktverteilung ist es naheliegend, Rotationsflächen als Grundfunktionen zu verwenden. Bei Rotationsflächen kann die Achse im Stützpunkt zentriert werden und außerdem besitzen Rotationsflächen keine Richtungsabhängigkeit, wofür im allgemeinen keine Notwendigkeit vorliegt. Da sich der Verlauf der Grundfunktionen durch die Linearkombination auf die Prädiktionsfläche überträgt, eignen sich nur Funktionen, die keinen extremen Krümmungsverlauf besitzen, so daß einfachen Rotationsflächen der Vorzug zu geben ist. Betrachtet man einfache Rotationsflächen, die im positiven Funktionswertbereich verlaufen, so kann zwischen monoton steigenden oder monoton zum Wert 0 fallenden Flächen unterschieden werden. Um auch an der Rotationsachse stetige Flächenableitungen zu erhalten, müssen die Rotationsflächen an dieser Stelle eine horizontale Tangentialebene besitzen. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so wird an dieser Stelle eine Spitze ausgebildet.

Bezeichnet man die Entfernung eines Punktes zur Rotationsachse mit dem Parameter d , so können Rotationsflächen als Funktion dieses Flächenparameters beschrieben werden

$$g = f(d) . \quad (\text{III.11})$$

Berücksichtigt man nach Gleichung (III,6) einen Grundfunktionsparameter, der das Steigen oder Fallen der Rotationsfläche in Beziehung zu den Lagekoordinaten der Stützpunkte setzt, so ergibt sich die Rotationsfläche als

$$g = f(d/m) . \quad (\text{III.12})$$

Um Gewichtsfunktionen als Linearkombination gleicher Grundfunktionen zeigen zu können, wurden vier Grundfunktionen ausgewählt, von denen jede eine bestimmte Rotationsflächenform vertritt. Es sind monoton steigende Rotationsflächen mit horizontaler Tangentialebene bzw. ausgebildeter Spitze an der Rotationsachse, sowie monoton zum Wert 0 fallende Rotationsflächen, ebenfalls mit horizontaler Tangentialebene oder Spitze. Alle Rotationsflächen besitzen auf der Achse den Funktionswert 1. Als Rotationsflächen wurden folgende Funktionen ausgewählt (Abb. III.1):

$$g_A = \sqrt{1 + d^2/m^2} \quad g_B = \frac{1}{1 + d^2/m^2}$$

$$g_C = 1 + d/m \quad g_D = \frac{1}{1 + d/m}$$

Diese Funktionen eignen sich für die Linearkombination, da bei der Hinzunahme eines weiteren Stützpunktes sich die Zahl der Scharparameter um 1 erhöht. Es könnten jedoch auch andere Funktionen mit ähnlichem Verlauf verwendet werden. In Betracht kommen vor allem noch die Exponentialfunktionen $g = e^{-d^2/m^2}$ oder $g = e^{-d/m}$. Diese Funktionen sind im geometrischen Verlauf den Rotationsflächen $g_B = \frac{1}{1 + d^2/m^2}$ bzw. $g_D = \frac{1}{1 + d/m}$ sehr ähnlich. Bei den entstehenden Gewichtsfunktionen lassen sich kaum Unterschiede erkennen. Es wurde festgestellt, daß hauptsächlich der geometrische Verlauf der Grundfunktion die Gewichtsfunktionen entscheidend beeinflusst und nicht die unterschiedliche funktionale Definition.

2.1.1 Die entstehenden Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit von Grundfunktion und Grundfunktionsparameter

Verwendet man die vier Grundfunktionen, die die verschiedenen Rotationsflächenformen repräsentieren, so zeigt sich ein deutlicher Einfluß der Grundfunktionsparameter. Setzt man den Grundfunktionsparameter gleich dem mittleren Stützpunktabstand, so führt vor allem eine Variation in diesem Bereich zu unterschiedlichen Ergebnissen.

Anhand zweier Beispiele lassen sich die aus den vier Rotationsflächen ergebenden Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit vom Grundfunktionsparameter charakterisieren. Beim Beispiel 1 (Abb. III.2.1) sind die Stützpunkte in einem quadratischen Raster mit dem Rasterabstand w angeordnet. Beispiel 2 (Abb. III.2.2) geht vom gleichen quadratischen Raster aus, wobei zusätzlich auf einer Rasterlinie ein weiterer Punkt eingefügt ist. Dieser zusätzliche Punkt hat zum nächstgelegenen Rasterpunkt den Abstand $w/4$. Um die für die beiden Stützpunktanordnungen erhaltenen Gewichtsfunktionen zu charakterisieren, eignen sich die Profile entlang der Rasterlinie durch den eingefügten Punkt.

Für die vier Rotationsflächen werden die Grundfunktionsparameter $m_1 = 0,2 w$, $m_2 = w$ und $m_3 = 5 w$ verwendet. Dargestellt sind die normierten Gewichtsfunktionen. Der Unterschied zwischen den normierten und nicht normierten Gewichtsfunktionen ist bei den Grundfunktionsparametern m_2 und m_3 gering. Nur beim Grundfunktionsparameter m_1 und den Grundfunktionen g_B und g_D hat die Normierung einen Einfluß auf die Gewichtsfunktionen.

Die sich für die Rotationsflächen und Grundfunktionsparameter ergebenden Profile sind in den Abbildungen III.3-6 dargestellt. In der nachfolgenden Tabelle III.1 ist der Verlauf der Gewichtsfunktionen entsprechend den Definitionen des Abschnitts II.1.2 charakterisiert, wobei folgende Bezeichnungen verwendet werden:

Gedämpft schwingend = Typ 1
 linear ausgeformt = Typ 2
 ausschwingend = Typ 3
 rasch abfallend = Typ 4

Rotationsfläche	Beispiel	Gewichtsfunktionstyp			Abbildung
		Grundfunktionsparameter			
		$m_1=0.2w$	$m_2=w$	$m_3=5w$	
$g_A = \sqrt{1 + d^2/m^2}$	1	Typ 2	Typ 1	Typ 1	III,3,1
	2	Typ 2	Typ 1	Typ 3	III,3,2
$g_B = \frac{1}{1 + d^2/m^2}$	1	Typ 4	Typ 1	Typ 1	III,4,1
	2	Typ 4	Typ 1	Typ 3	III,4,2
$g_C = 1 + d/m$	1	Typ 2	Typ 2	Typ 2	III,5,1
	2	Typ 2	Typ 2	Typ 2	III,5,2
$g_D = \frac{1}{1 + d/m}$	1	Typ 4	Typ 2	Typ 2	III,6,1
	2	Typ 4	Typ 2	Typ 2	III,6,2

Tab. III.1 Charakterisierung der aus den Rotationsflächen entstehenden Gewichtsfunktionen

Für nicht normierte Gewichtsfunktionen ergibt sich bei den Rotationsflächen g_B und g_D eine Veränderung bei einem kleinen Grundfunktionsparameter m_1 . Das rasche Abfallen der Gewichtsfunktion erfolgt unmittelbar in der nächsten Umgebung des zugeordneten Stützpunktes.

Durch die vier Rotationsflächen und die entsprechende Wahl des Grundfunktionsparameters können die verschiedenen Gewichtsfunktionstypen erzeugt werden, Entsprechend der Erwartung über den Verlauf der Prädiktionsfläche kann für die Beschreibung der Gewichtsfunktion eine geeignete Rotationsfläche und ein geeigneter Grundfunktionsparameter ausgewählt werden.

2.1.2 Prädiktionsbeispiele

An einem Beispiel läßt sich demonstrieren, zu welchen Prädiktionsergebnissen die verschiedenen Gewichtsfunktionstypen, die durch eine Linearkombination gleicher Grundfunktionen erzeugt werden, führen. Dazu wird ein Beispiel mit eindimensionaler Stützpunktanordnung verwendet, wobei für die verschiedenen Gewichtsfunktionen immer die gleiche Stützpunktanordnung und die gleichen Stützwerte Verwendung finden.

In Abbildung III.7 sind die mit den verschiedenen Gewichtsfunktionen prädierten Profile dargestellt. In der nachfolgenden Tabelle III.2 sind die für die prädierten Profile verwendeten Gewichtsfunktionen mit den verwendeten Rotationsflächen und Grundfunktionsparameter zusammengestellt,

Abbildung	Gewichtsfunktionstyp	Rotationsfläche	Grundfunktionsparameter
III.7.1	Typ 1	$g_A = \sqrt{1 + d^2/m^2}$	$m_2 = w$
III.7.2	Typ 2	$g_C = 1 + d/m$	$m_2 = w$
III.7.3	Typ 3 (norm.)	$g_B = \frac{1}{1 + d^2/m^2}$	$m_1 = 0,2w$
III.7.4	Typ 3 (nicht norm.)	$g_B = \frac{1}{1 + d^2/m^2}$	$m_1 = 0,2w$
III.7.5	Typ 4	$g_B = \frac{1}{1 + d^2/m^2}$	$m_3 = 5 w$

Tab. III.2 Gewichtsfunktionen für die Prädiktionsbeispiele

2.2 Die Verwendung verschiedener Grundfunktionen

Prinzipiell können weitgehend beliebige Grundfunktionen durch eine Linearkombination zusammengefügt werden, jedoch wird die Zuordnung von Grundfunktionen unter dem Gesichtspunkt der Erzeugung bestimmter Gewichtsfunktionen erfolgen, wobei die Wahl in der Besonderheit der einzelnen Stützpunkte begründet sein sollte.

Inwiefern die Linearkombination verschiedener Grundfunktionen zu den gewünschten Gewichtsfunktionen führt, bleibt von den verwendeten Grundfunktionen und von der Stützpunktanordnung abhängig. Die Lösbarkeit des Gleichungssystems zur Bestimmung der Scharparameter bei der strengen Erfüllung der Stützstellen ist nur von geringer Bedeutung, da schon lange vor diesem Grenzbereich Gewichtsfunktionen entstehen, die unregelmäßig und stark ausschlagen, und deshalb zu keinem sinnvollen Prädiktionsergebnis mehr führen.

Es bleibt der Anpassung des allgemeinen Prädiktionsansatzes an die gestellte Prädiktionsaufgabe vorbehalten, bestimmte Algorithmen für die Zuordnung von Grundfunktionen und Verwendung von Grundfunktionsparametern zu finden, so daß Gewichtsfunktionen gewährleistet sind, mit denen die Prädiktionsflächen das gewünschte Verhalten zeigen. Ist eine andere mathematische Beschreibung der Gewichtsfunktionen der Linearkombination von Grundfunktionen überlegen, so ist dieser Beschreibung der Vorzug zu geben.

Im folgenden Abschnitt wird auf eventuell zweckmäßige Kombinationen von verschiedenartigen Grundfunktionen eingegangen, ohne die Leistungsfähigkeit oder Einschränkungen in der Anwendbarkeit näher zu untersuchen. Eine solche Untersuchung kann meist nur anhand von systematisch ausgewählten Prädiktionsbeispielen erfolgen, die die auftretenden speziellen Probleme und Besonderheiten enthalten. Sie werden durch die auftretenden Stützpunktanordnungen und die gewünschte Interpretation der Stützpunkte bestimmt. Die Entwicklung eines solchen speziellen Prädiktionsansatzes wird später in Kapitel IV für die möglichst genaue Beschreibung von Geländeflächen entsprechend der topographischen Geländeaufnahme gezeigt.

2.2.1 Die Verwendung von Rotationsflächen mit variablem Grundfunktionsparameter

Bei der Verwendung von gleichen Rotationsflächen mit variablem Grundfunktionsparameter wird jedem Stützpunkt die gleiche Rotationsfläche zugewiesen, der Grundfunktionsparameter kann aber für jeden Stützpunkt unterschiedlich gewählt werden. Entsprechend der Funktion des Grundfunktionsparameters als Maßstabsfaktor zwischen den Stützpunktabständen und den Rotationsflächen kann der Grundfunktionsparameter an den lokalen mittleren Stützpunktabstand oder an die Entfernung zum nächstbenachbarten Stützpunkt gekoppelt werden. Die Verwendung von variablen Grundfunktionsparametern dient hauptsächlich zur Elimination unerwünschter Auswirkungen von unregelmäßigen Stützpunktverteilungen, da hierdurch eine bessere Konstanz des entstehenden Gewichtsfunktionstyps erreicht werden kann.

2.2.2 Die Kombination von stetig differenzierbaren mit nicht stetig differenzierbaren Grundfunktionen

Die Stetigkeit und stetige Differenzierbarkeit von Grundfunktionen überträgt sich auf die Gewichtsfunktionen und die Prädiktionsfläche. Besonders stark wirkt sich eine Unstetigkeit an dem Stützpunkt aus, dem die Gewichtsfunktion zugeordnet ist. Durch die Zuordnung von stetig differenzierbaren und nicht stetig differenzierbaren Grundfunktionen kann erreicht werden, daß die Prädiktionsflächen in bestimmten Stützpunkten Spitzen aufweisen. Eine solche Grundfunktionskombination kann dann sinnvoll sein, wenn Teile der Fläche gleichmäßig gekrümmt sind, die Fläche aber in bestimmten Punkten oder Linien Unstetigkeiten in der 1. Ableitung besitzen soll. Durch eine dichte Punktfolge entlang von Linien und die Zuordnung von nicht stetig differenzierbaren Grundfunktionen zu diesen Punkten kann näherungsweise eine Flächenkante (Bruchkante) erzeugt werden.

2.2.3 Die Verwendung affin-transformierter Grundfunktionen

Affin-transformierte Grundfunktionen entstehen aus den Rotationsflächen durch eine Affintransformation. Bei Schnitten mit Horizontalebene ergeben sich somit Ellipsen. Die Verwendung affin-transformierter Grundfunktionen kann bei unterschiedlichen Punktdichten in zwei zueinander senkrechten Richtungen zweckmäßig sein. Es wird dadurch eine gleichmäßige Punktdichte simuliert. Die Verwendung affin-transformierter Grundfunktionen kann mit der Verwendung von Rotationsflächen kombiniert werden.

3. Die Glättung von Gewichtsfunktionen bei der Linearkombination von Grundfunktionen

Bei der Glättung von Gewichtsfunktionen werden die Stützstellen zugunsten eines geglätteten Verlaufs nur näherungsweise erfüllt. Der Begriff der Glättung wurde in Abschnitt I.2.2 in Anlehnung an MORITZ [48] als Verminderung des quadratischen Mittelwertes der 2. Flächenableitungen definiert. Bei der Beschreibung der Gewichtsfunktionen durch eine Linearkombination von Grundfunktionen können die Gewichtsfunktionen in diesem Sinne geglättet werden und führen zu geglätteten Prädiktionsflächen.

Betrachtet man den Einfluß der Scharparameter auf die Ableitungen der Gewichtsfunktionen, so zeigt sich eine lineare Abhängigkeit nach Gleichung (III.3). Kleinere Scharparameter führen zu kleineren 1. und 2. Flächenableitungen.

In einen Ausgleichungsansatz nach vermittelnden Beobachtungen läßt sich sowohl die Forderung nach der Erfüllung der Stützstellen als auch der Wunsch nach Minimierung der Scharparameter integrieren. Es entsteht eine Wechselbeziehung zwischen der Erfüllung der Stützstellen und der Minimierung der Scharparameter, die über die Gewichtsfestsetzung gesteuert wird. Die erste Gruppe von n Verbesserungsgleichungen ergibt sich aus der Forderung nach Erfüllung der Stützstellen. Jeder Stützstelle wird eine Verbesserung als Funktion der Scharparameter zugeordnet, so daß sich folgende Verbesserungsgleichungen ergeben:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_j \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(u_1, v_1) & f_2(u_1, v_1) & \dots & f_n(u_1, v_1) \\ f_1(u_2, v_2) & f_2(u_2, v_2) & \dots & f_n(u_2, v_2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_1(u_j, v_j) & f_2(u_j, v_j) & \dots & f_n(u_j, v_j) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_1(u_n, v_n) & f_2(u_n, v_n) & \dots & f_n(u_n, v_n) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_j \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Die zweite Gruppe von ebenfalls n Verbesserungsgleichungen ergibt sich für die Scharparameter. Jeder Scharparameter wird einer Verbesserung gleichgesetzt, so daß die Größe der Scharparameter in die Minimierung der Quadratsumme der Verbesserungen eingeht. Die n Verbesserungsgleichungen lauten

$$\begin{bmatrix} v_{n+1} \\ v_{n+2} \\ \vdots \\ v_{n+2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Verwendet man Subvektoren und Submatrizen, so kann der Ausgleichungsansatz formuliert werden als

$$\begin{bmatrix} \underline{v}_I \\ \underline{v}_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{F}_j \\ \underline{E} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{e}_j \\ \underline{o} \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Die Subvektoren und Submatrizen haben folgende Bedeutung

- \underline{v}_I = Verbesserungen an den Stützstellen
- \underline{v}_{II} = Werte der Scharparameter
- \underline{F}_j = Matrix zur Bestimmung der Scharparameter bei strenger Erfüllung der Stützstellen
- \underline{E} = Einheitsmatrix
- \underline{a} = unbekannte Scharparameter
- \underline{e}_j = Stützstellen
- \underline{o} = Nullvektor

Nach der Einführung einer Gewichtsmatrix

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} \underline{P}_I & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{P}_{II} \end{bmatrix},$$

wobei die Submatrix \underline{P}_I den Verbesserungen an den Stützstellen und die Submatrix \underline{P}_{II} den Werten der Scharparameter zugeordnet wird, ergibt sich als Lösung für den Ausgleichungsansatz

$$\underline{a} = (\underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{F}_j + \underline{P}_{II})^{-1} \underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{e}_j \quad (\text{III.14})$$

und als geglättete Gewichtsfunktion

$$\underline{p}_j = \underline{f}^T (\underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{F}_j + \underline{P}_{II})^{-1} \underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{e}_j. \quad (\text{III.15})$$

Die Gleichung der geglätteten Gewichtsfunktionen kann auf eine Form gebracht werden, die mit den Gewichtsfunktionen bei strenger Erfüllung der Stützstellen vergleichbar ist, nämlich

$$\underline{p}_j = \underline{f}^T (\underline{F}_j + \Delta \underline{F}_j)^{-1} \underline{e}_j \quad (\text{III.16})$$

$$\text{mit } \Delta \underline{F}_j = \underline{P}_I \underline{F}_j^T \underline{P}_{II}^{-1} \quad (\text{III.17})$$

Herleitung:

$$\begin{aligned} \underline{a} &= (\underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{F}_j + \underline{P}_{II})^{-1} \underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{e}_j && | (\underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{F}_j + \underline{P}_{II}) \text{ linksseitig} \\ (\underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{F}_j + \underline{P}_{II}) \underline{a} &= \underline{F}_j^T \underline{P}_I \underline{e}_j && | (\underline{F}_j^T \underline{P}_I)^{-1} \text{ linksseitig} \\ (\underline{F}_j + (\underline{F}_j^T \underline{P}_I)^{-1} \underline{P}_{II}) \underline{a} &= \underline{e}_j \\ \underline{a} &= (\underline{F}_j + \underline{P}_I^{-1} \underline{F}_j^T \underline{P}_{II}^{-1})^{-1} \underline{e}_j \end{aligned}$$

Die Glättung von Gewichtsfunktionen kann bei der Linearkombination von Grundfunktionen über eine Veränderung der Matrix \underline{F}_j zur Bestimmung der Scharparameter um die Matrix $\Delta \underline{F}_j = \underline{P}_I^{-1} \underline{F}_j^T \underline{P}_{II}^{-1}$ vorgenommen werden. Dazu müssen den Verbesserungen an den Stützstellen und den Scharparametern geeignete Gewichte zugeordnet werden.

3.1 Die Gewichtssetzung zur Glättung

Die Gewichtssetzung erlaubt eine gezielte Steuerung der Glättung. Das Verhältnis der Gewichte für die Verbesserungen an den Stützstellen und für die Werte der Scharparameter bestimmt den Glättungsgrad. Dabei ist die Größe der Verbesserungen an den Stützstellen durch deren Werte, nämlich 0 bzw. 1, beschränkt, während die Scharparameter größere positive oder negative Werte erreichen können. Deshalb werden bei nicht zu starker Glättung den Scharparametern nur kleine Gewichte zugeordnet.

Über die Submatrix \underline{P}_I kann für jede Stützstelle eine individuelle Anpassung der Gewichtsfunktion erreicht werden. Ordnet man der Verbesserung einer Stützstelle ein sehr hohes Gewicht zu, so erfüllt die Gewichtsfunktion diese Stützstelle nahezu streng. Erfüllen alle Gewichtsfunktionen eine bestimmte Stützstelle, so verläuft die Prädiktionsfläche durch diesen Stützpunkt.

Bei den Submatrizen \underline{P}_I und \underline{P}_{II} kann zwischen nicht korrelierten und korrelierten Gewichtsmatrizen unterschieden werden, was zu Diagonalmatrizen oder zu vollbesetzten Matrizen führt. Bedeutsamer als die Frage nach der Verwendung von korrelierten Gewichtsmatrizen ist aus numerischen Gesichtspunkten die Reduktion der Matrix $\Delta \underline{F}_j$ auf eine Diagonalmatrix, da hierdurch eine deutliche Reduktion des Rechenaufwandes erreicht wird. Dazu wird die Matrix \underline{P}_{II} gleich \underline{F}_j^T gesetzt. Die Matrix $\Delta \underline{F}_j$ ist nun die Inverse der Matrix \underline{P}_I und entspricht der Gewichtskoeffizientenmatrix \underline{G} für die Verbesserungen an den Stützstellen. Sie kann einfach als Diagonalmatrix angesetzt werden. Es kann weiterhin eine individuelle Gewichtssetzung für die Erfüllung der Stützstellen durch die Gewichtsfunktion erfolgen.

Es zeigt sich, daß diese vereinfachte Gewichtssetzung für die in Kapitel IV gestellten Anforderungen an die Glättung von Geländeflächen ausreicht. Untersuchungen haben gezeigt, daß bei der Verwendung von monoton steigenden Rotationsflächen g_A und g_C negative Diagonalwerte für $\Delta \underline{F}_j$ und für monoton fallende Rotationsflächen g_B und g_D positive Diagonalwerte für $\Delta \underline{F}_j$ verwendet werden müssen, um geglättete Gewichtsfunktionen zu erhalten. Im folgenden Abschnitt III.3.2 soll gezeigt werden, wie anhand von Beispielen das Glättungsverhalten von Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit von der Glättungssteuerung untersucht werden kann.

3.2 Die Untersuchung des Glättungsverhaltens

Die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen bietet eine leistungsfähige Möglichkeit, das Glättungsverhalten von Prädiktionsfunktionen zu untersuchen oder zu prüfen. Dazu genügt die Verwendung eines einfachen Beispiels, wobei die Gewichtsfunktion eines ausgewählten Stützpunktes in Abhängigkeit von verschiedenen Stützpunktanordnungen untersucht wird. Die Stützpunkte werden auf beiden Seiten des ausgewählten Stützpunktes entlang einer Geraden in gleichmäßigen Abständen angeordnet. Werden alle Stützpunkte auf einer Seite des ausgewählten Stützpunktes gleichzeitig in Richtung zum ausgewählten Stützpunkt verschoben, so ist vor allem in drei Positionen das Verhalten der entstehenden Gewichtsfunktionen von

Bedeutung. In Position 1 (Abb. III.8.1) besitzen sämtliche Punkte den gleichen Abstand und die Glättung wird durch die Abweichungen der Gewichtsfunktion von den Stützstellen bestimmt. Dadurch kann die Glättung bei gleichmäßiger Stützpunktverteilung in Abhängigkeit vom Stützpunktabstand gezeigt werden. In Position 2 (Abb. III.8.2) haben sich auf der einen Seite die Stützpunkte dem ausgewählten Stützpunkt soweit genähert, daß die Gewichtsfunktion auf der anderen Seite ihr maximales Ausschlagen erreicht. Die Glättung ist durch die Stelle und den Grad des Ausschlagens gekennzeichnet. In Position 3 (Abb. III.8.3) fällt der ausgewählte Stützpunkt und der sich nähernde Stützpunkt zusammen. Vor allem die Abweichung von der Stützstelle im ausgewählten Stützpunkt selbst und in den nächstbenachbarten Stützpunkten beschreiben den Glättungsgrad.

4. Theoretische Genauigkeitsbetrachtung

Die Genauigkeit der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen leitet sich aus dem Prädiktionsansatz nach Gleichung (III.1)

$$z = \underline{p} \underline{s}$$

ab. Der Prädiktionsfehler z_e ist als Unterschied zwischen der fehlerfreien Prädiktionsfläche z_s und der tatsächlich prädizierten Fläche z_i definiert

$$z_e = z_s - z_i, \quad (\text{III.18})$$

woraus sich die Prädiktionsgenauigkeit nach

$$\sigma_z = \sqrt{[z_e \ z_e]} \quad (\text{III.19})$$

ergibt.

Bei der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen ist der Prädiktionsfehler auf Fehler in der Gewichtsfestsetzung zurückzuführen, während die Stützpunkte als fehlerfrei betrachtet werden müssen. Da die Gewichtsfestsetzung für die Prädiktion über die Gewichtsfunktionen erfolgt, führt dies zur Unterscheidung zwischen dem wahren oder fehlerfreien Verlauf von Gewichtsfunktionen und dem geschätzten oder fehlerhaften Verlauf von Gewichtsfunktionen.

Auch bei Glättung müssen die Stützwerte als fehlerfrei betrachtet werden, da sie für die Prädiktion fest vorgegeben sind. Fehler in den Stützwerten sind dem Problem der Diskretisierung zuzuordnen, das hier nicht behandelt wird. Deshalb sind bei Glättung und fehlerfreiem Verlauf der Gewichtsfunktionen die für die Stützpunkte prädizierten Werte ebenfalls fehlerfrei, obwohl sie von den Stützwerten abweichen.

Somit ergibt sich aus dem Unterschied zwischen dem wahren Verlauf der Gewichtsfunktion p_s und der verwendeten oder geschätzten Gewichtsfunktion p_i der Fehler p_e im Verlauf der Gewichtsfunktion nach

$$p_e = p_s - p_i, \quad (\text{III.20})$$

woraus sich die Genauigkeit oder Streuung des Verlaufs der Gewichtsfunktion ableitet nach

$$\sigma_p = \sqrt{[p_e \ p_e]/n}. \quad (\text{III.21})$$

Obwohl der Prädiktionsfehler auf fehlerhaft verlaufende Gewichtsfunktionen zurückzuführen ist, gehen die Stützwerte als Multiplikationsfaktoren in den Prädiktionsfehler ein. Deshalb wird die theoretische Genauigkeitsbetrachtung in zwei Teile gegliedert, einmal in die Betrachtung der Fehler im Verlauf der Gewichtsfunktionen und zweitens in die Betrachtung des Prädiktionsfehlers in Abhängigkeit von den Stützwerten bei fehlerhaft verlaufenden Gewichtsfunktionen.

Es kann eine formelmäßige Abhängigkeit zur Abschätzung der Prädiktionsgenauigkeit angegeben werden, wenn aus empirischen Untersuchungen die Genauigkeit des Verlaufs der Gewichtsfunktionen bekannt ist. Der Einfluß der Stützwerte ist näherungsweise von der mittleren Neigung und Krümmung der Prädiktionsfläche sowie dem mittleren Stützpunktabstand abhängig, wobei die der Flächenneigung und Flächenkrümmung zugeordneten Koeffizienten ebenfalls empirisch bestimmt werden müssen.

4.1 Die Genauigkeit des Verlaufs von Gewichtsfunktionen

Der Fehler im Verlauf der Gewichtsfunktion p_ϵ ist der Unterschied zwischen dem wahren Verlauf der Gewichtsfunktion p_s und der durch eine mathematische Formel oder funktional beschriebenen Gewichtsfunktion p_i . Somit entscheidet primär die gewählte mathematische Formel oder Funktion über den Gewichtsfunktionsfehler.

Geht man davon aus, daß der Verlauf der Gewichtsfunktionen durch eine bestimmte Linearkombination von Grundfunktionen fehlerfrei beschrieben werden können, so bleiben als Fehlerursache die gewählten Grundfunktionsparameter. Die Voraussetzung, daß durch eine bestimmte Linearkombination von Grundfunktionen der Verlauf der Gewichtsfunktionen fehlerfrei beschrieben werden kann, stützt sich auf die vorausgehenden Untersuchungen. Diese haben gezeigt, daß die Linearkombination von Grundfunktionen ein breites Spektrum an Gewichtsfunktionen umfaßt und daß verschiedene Grundfunktionen bei bestimmter Parameterwahl und Stützpunktanordnung zu vergleichbaren Grundfunktionstypen führen. Deshalb ist die Wahl einer bestimmten Gewichtsfunktion nicht entscheidend, solange der geforderte Gewichtsfunktionstyp gewährleistet ist.

Für fehlerhafte Grundfunktionsparameter m kann die Genauigkeit des Verlaufs einer Gewichtsfunktion abgeleitet werden, jedoch ist es besser auf einen Faktor a überzugehen. Da die Größe der Grundfunktionsparameter stark variieren kann und so ein absoluter Fehler m_ϵ sich unterschiedlich auswirken wird, können die Grundfunktionsparameter mit dem Faktor $a = 1$ multipliziert werden. Es wird somit der Übergang auf einen fehlerhaften Faktor a und somit auf einen relativen Fehler der Grundfunktionsparameter m vollzogen. Anstelle einer Gewichtskoeffizientenmatrix Q^{mm} der Grundfunktionsparameter m kann die Varianz σ_a^2 des Faktors a verwendet werden.

Wendet man das Fehlerfortpflanzungsgesetz an, so ergibt sich aus der Gleichung III.5 für die Gewichtsfunktionen

$$p_j = \underline{f}_j^T \underline{F}_j^{-1} \underline{e}_j$$

und aus der Genauigkeit σ_a des Faktors a die Genauigkeit des Verlaufs der Gewichtsfunktionen als

$$\sigma_p = b \sigma_a, \quad (\text{III.22})$$

wobei b die partielle Ableitung von $\underline{f}_j \underline{F}_j^{-1} \underline{e}_j$ nach a

$$b = \frac{\partial(\underline{f}_j^T \underline{F}_j^{-1} \underline{e}_j)}{\partial a} \quad (\text{III.23})$$

enthält.

Dabei ist es gleichgültig, daß bei der Glättung die Matrix \underline{F}_j in Gleichung (III.5) durch die Matrizenaddition $\underline{F}_j + \Delta \underline{F}_j$ ersetzt wird. Entsprechend muß in den folgenden Formeln jeweils \underline{F}_j durch $\underline{F}_j + \Delta \underline{F}_j$ ersetzt werden. Eventuell kann der Ansatz auch noch um einen Fehler a der Matrix $\Delta \underline{F}_j$ erweitert werden. Wie schon bei der Prädiktionsgenauigkeit von fehlerfreien Stützwerten \underline{s} ausgegangen wurde, sind auch hier die Stützstellen \underline{e}_j als fehlerfrei zu betrachten.

Die Ableitung des Produktes $\underline{f}_j^T \underline{F}_j^{-1} \underline{e}_j$ kann unter Verwendung der Produktregel für partielle Ableitungen $\frac{\partial(A \cdot B)}{\partial x} = A \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial x} B$ und der Regel für die Ableitung von inversen Matrizen $\frac{\partial A^{-1}}{\partial x} = -A^{-1} \frac{\partial A}{\partial x} A^{-1}$ so geschrieben werden, daß direkt die Ableitung des Vektors \underline{f}_j und die Ableitung der Matrix \underline{F}_j eingehen.

$$b = \frac{\partial \underline{f}_j^T}{\partial a} \underline{F}_j^{-1} - \underline{f}_j^T \underline{F}_j^{-1} \frac{\partial \underline{F}_j}{\partial a} \underline{F}_j^{-1} \underline{e}_j \quad (\text{III.24})$$

Die partiellen Ableitungen des Vektors \underline{f}_j und der Matrix \underline{F}_j entstehen durch Ableitung der Elemente nach a , also der Grundfunktionen an der jeweiligen Stelle nach a . Die Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ geht z.B. durch die Einführung des Faktors a in $g_A = \sqrt{1+d^2/(a^2 m^2)}$ über und die partielle Ableitung nach a an der Stelle $a = 1$ ist

$$\frac{\partial g_A}{\partial a} = \frac{d^2/m^2}{\sqrt{1+d^2/m^2}}.$$

Unter Verwendung der Gleichungen (III.22-24) ist es somit möglich, bei einer angenommenen Genauigkeit des Faktors a die Genauigkeit des Verlaufs der Gewichtsfunktionen, die sich aus den Grundfunktionen und den Stützpunktverteilungen ergeben, zu ermitteln. Der rechentechnische Aufwand ist jedoch so hoch, daß er nur bei Verwendung von Größtrechnern bewältigt werden kann.

Während die quantitativen Aussagen dieser Genauigkeitsuntersuchungen interessante Aspekte über die Genauigkeit des Verlaufs der Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit von der Stützpunktanordnung aufzeigen, sind die qualitativen Aussagen absehbar. Bei der Prädiktion ohne Glättung ist der sich für die Prädiktionsgenauigkeit ergebende Wert in den Stützpunkten 0 und steigt in den Zwischenräumen entsprechend deren Größe an. Bei der Prädiktion mit Glättung sinkt der sich für die Genauigkeit des Verlaufs der Gewichtsfunktionen ergebende Wert nicht auf 0 ab, jedoch kann dieser Wert in den Zwischenräumen kleiner sein als bei einer vergleichbaren Prädiktion ohne Glättung.

4.2 Der Einfluß der Stützwerte auf die Prädiktionsgenauigkeit

Bei fehlerhafter Gewichtssetzung gehen die Stützwerte als Multiplikationsfaktoren in den Prädiktionsfehler nach

$$z_{\epsilon} = \underline{p}_{\epsilon} \underline{s} \quad (\text{III.25})$$

ein, und die Prädiktionsgenauigkeit ergibt sich aus

$$\sigma_z = \sqrt{\underline{s}^T \sigma_p^2 \underline{s}} \quad (\text{III.26a})$$

oder bei Verwendung einer Gewichtskoeffizientenmatrix \underline{Q}^{PP}

$$\sigma_z = \sqrt{\underline{s}^T \underline{Q}^{PP} \underline{s}} \cdot \sigma_o . \quad (\text{III.26b})$$

Dies zeigt, daß der Prädiktionsfehler oder die Streuung σ_z um den Faktor a ansteigt, wenn um den Faktor a vergrößerte Stützwerte vorliegen.

Trotz dieses einfachen Zusammenhanges läßt sich die Auswirkung der Stützwerte auf die Prädiktionsgenauigkeit schlecht abschätzen. Der Einfluß der Stützwerte kann jedoch präzisiert werden, indem auf die Prädiktionsfläche übergegangen wird und die 1. und 2. Flächenableitungen betrachtet werden. Dazu eignen sich vor allem Mittelwerte der Flächenableitungen, wobei im folgenden die Mittelwerte der 1. Flächenableitungen als mittlere Neigung und Mittelwerte der 2. Flächenableitungen als mittlere Krümmung bezeichnet werden (was nicht streng der Definition der Krümmung entspricht). Tatsächlich sind auch nicht die Flächenableitungen der prädierten Fläche für die Prädiktionsgenauigkeit entscheidend, sondern die der fehlerfreien Prädiktionsfläche. Durch die erreichte Annäherung der beiden Flächen kann auf eine Unterscheidung verzichtet werden.

Mittelwerte für die Flächenableitungen ergeben sich direkt aus dem funktionalen Zusammenhang oder können einfacher aus einem prädierten Raster ermittelt werden. Entlang einer Rasterlinie j kann für den Rasterpunkt j,k aus dem vorangehenden Rasterpunkt $j,k-1$ und dem nachfolgenden Rasterpunkt $j,k+1$ die Neigung ermittelt werden nach

$$n = (z_{j,k+1} - z_{j,k-1})/2w \quad (\text{III.27})$$

und die Krümmung nach

$$k = (z_{j,k+1} + z_{j,k-1} - 2z_{j,k})/w^2 , \quad (\text{III.28})$$

wobei w die Rasterweite ist.

Neben der mittleren Neigung und Krümmung muß bei der Abschätzung der Prädiktionsgenauigkeit auch der mittlere Stützpunktabstand d_m eingeführt werden. Als Abschätzungsformel für die Prädiktionsgenauigkeit ergibt sich dann

$$\sigma_z = (a_1 n_m + a_2 k_m) d_m \sigma_p . \quad (\text{III.29})$$

Warum dieser formelmäßige Zusammenhang geeignet ist, um die Abhängigkeit der Prädiktionsgenauigkeit von den Stützwerten zu beschreiben, ergibt sich aus folgenden Überlegungen. In die Formel gehen alle wichtigen Komponenten ein, die die Prädiktionsgenauigkeit beeinflussen. Eventuell könnte der Ansatz noch um einen Faktor für die Stützpunktverteilung erweitert werden. Multipliziert man alle Stützwerte mit einem Faktor a , so steigt die mittlere Neigung und Krümmung an, so daß sich ein um den Faktor a vergrößerter Wert für die Prädiktionsge-

nauigkeit ergibt. Verändert man die Lagekoordinaten aller Stützpunkte um den Faktor a , so werden die mittleren Neigungen und Krümmungen mit dem Wert a dividiert. Da gleichzeitig der mittlere Stützpunktabstand um den Faktor a steigt, bleibt die Prädiktionsgenauigkeit erhalten. Dieses Verhalten der Prädiktionsgenauigkeit bei Veränderung der Stützwerte oder der Lagekoordinaten der Stützpunkte ist nach Gleichung (III.26a) zu fordern. In der Abschätzungsformel sind außerdem noch die Koeffizienten a_1 und a_2 sowie die Genauigkeit des Verlaufs der Gewichtsfunktionen σ_p enthalten, die empirisch für die jeweilige Prädiktionsaufgabe bestimmt werden müssen.

5. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Leistungsfähigkeit und die Perspektive der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen dargelegt. Die von einer Prädiktionsaufgabe geforderte Interpretation der Stützpunkte findet in den Gewichtsfunktionen Beachtung. Die Gewichtsfunktionen besitzen charakteristische Eigenschaften, die zu einem ganz bestimmten Verlauf der Prädiktionsfläche führen. Sehr anschaulich zeigen die Gewichtsfunktionen den Verlauf der Prädiktionsfläche auf, wenn sie gleichzeitig als Änderung der Prädiktionsfläche, verursacht durch eine Stützwertänderung, interpretiert werden können. Die Vielfalt verschiedenartiger Gewichtsfunktionen zeigt ein breites Spektrum möglicher Prädiktionsflächen mit unterschiedlichen Eigenschaften auf. Aus dieser Vielfalt wurden einige Gewichtsfunktions-typen repräsentativ ausgewählt, die als Vertreter bestimmter Charakteristiken zu betrachten sind und deren Auswirkungen auf Prädiktionsflächen untersucht wurden.

Für die Untersuchungen wurde zur Beschreibung der Gewichtsfunktionen die Linearkombination von Grundfunktionen ausgewählt. Die Linearkombination von Grundfunktionen ist durch die Wahl der Grundfunktion, der Grundfunktionsparameter und durch die Möglichkeit der Glättung als sehr leistungsfähig einzustufen. Die sich für die Linearkombination bietenden Möglichkeiten und Varianten wurden dargelegt.

Es wurden vier Grundfunktionen als repräsentative Vertreter eines Typs ausgewählt und die in Abhängigkeit von der Stützpunktanordnung und vom Grundfunktionsparameter entstehenden Gewichtsfunktionen charakterisiert. Ebenfalls wurden die Prädiktionseigenschaften der entstehenden Gewichtsfunktionen anhand von Beispielen vorgeführt. Neben der Verwendung von Grundfunktionen mit variablem Grundfunktionsparameter ist auch die Kombination unterschiedlicher Grundfunktionen und die Verwendung affin-transformierter Grundfunktionen möglich. Für die Glättung von Gewichtsfunktionen konnte ein leistungsfähiger Ansatz abgeleitet werden, der sowohl variabel im Glättungsgrad ist als auch individuelle Glättungsgrade an den Stützstellen erlaubt. Anhand eines einfachen Beispiels läßt sich das Glättungsverhalten der Gewichtsfunktionen untersuchen.

Für die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen kann eine theoretische Genauigkeitsbetrachtung durchgeführt werden. Die Prädiktionsgenauigkeit wird auf die Genauigkeit der Gewichtsfestsetzung zurückgeführt, wobei die Stützwerte als fehlerfrei betrachtet werden müssen, aber als Multiplikationsfaktoren in die Prädiktionsgenauigkeit eingehen. Der Einfluß der Stützwerte auf die Prädiktionsgenauigkeit kann präzisiert und eine Abschätzungsformel angegeben werden, wenn auf die mittlere Neigung und Krümmung der Prädiktionsfläche und auf den mittleren Stützpunktabstand übergegangen wird.

6. Abbildungen zu Kapitel III

Abb. III.1 Die ausgewählten Grundfunktionen (Schnittdarstellung eines Astes)

$$g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$$

$$g_B = \frac{1}{1+d^2/m^2}$$

$$g_C = 1+d/m$$

$$g_D = \frac{1}{1+d/m}$$

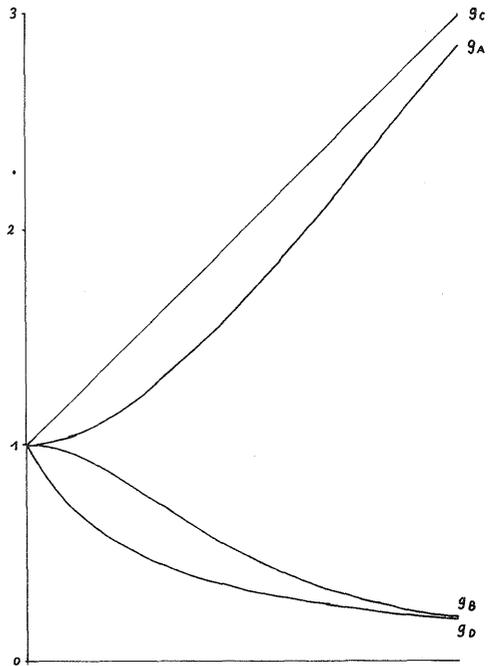


Abb. III.2 Gewählte Stützpunktanordnungen für Charakterisierung der Gewichtsfunktionen

- Stützpunkt
- ausgewählter Stützpunkt, aus dessen Gewichtsfunktion das charakteristische Profil entnommen wird

Abb. III.2.1 Beispiel 1

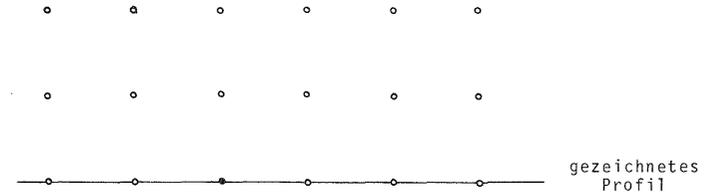


Abb. III.2.1 Beispiel 2

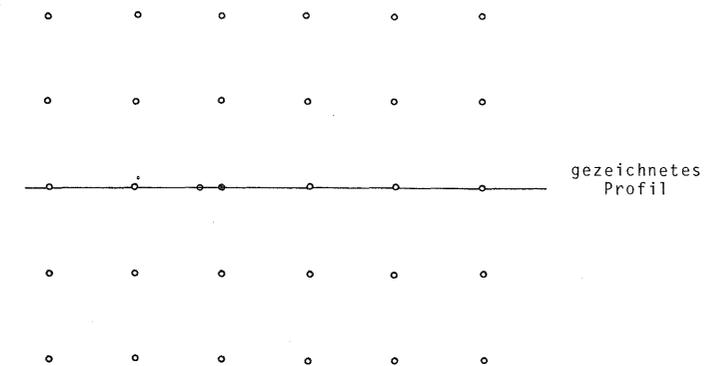


Abb. III.3 Gewichtsfunktionen der Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$

Abb. III.3.1 Beispiel 1

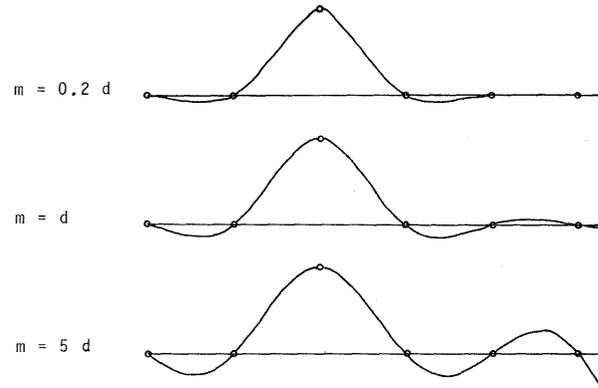


Abb. III.3.2 Beispiel 2

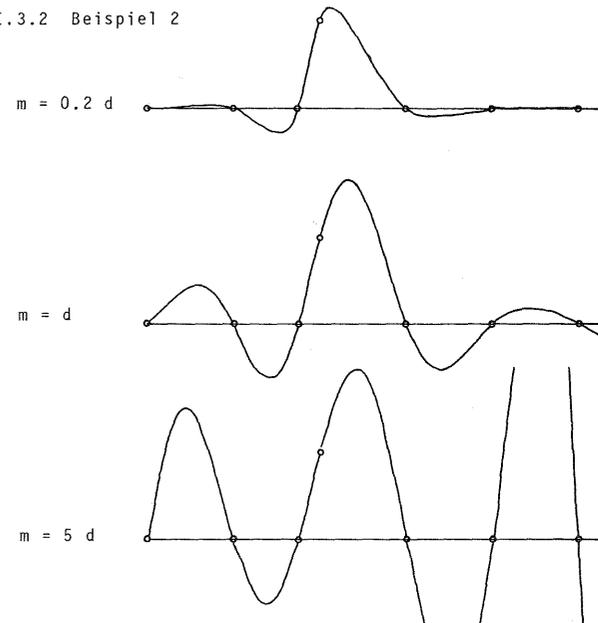


Abb. III.4 Gewichtsfunktionen der Grundfunktion $g_B = \frac{1}{1+d^2/m^2}$

Abb. III.4.1 Beispiel 1

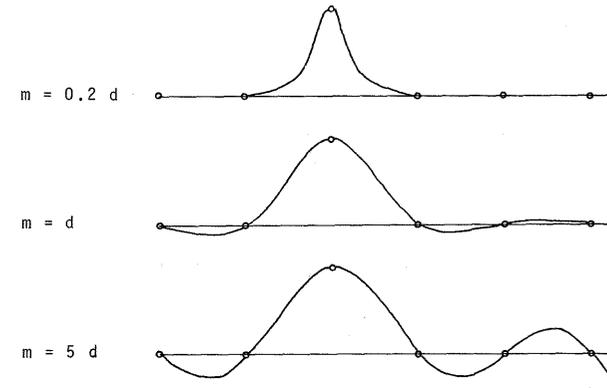


Abb. III.4.2 Beispiel 2

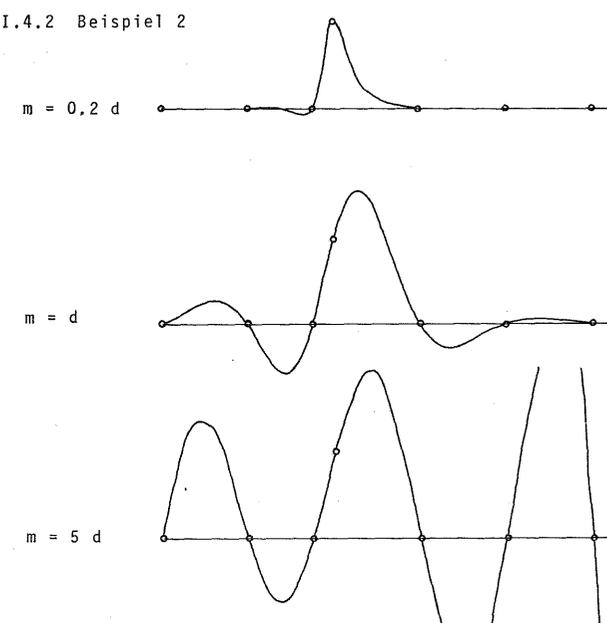


Abb. III.5 Gewichtsfunktionen der Grundfunktion $g_C = 1+d/m$

Abb. III.5.1 Beispiel 1

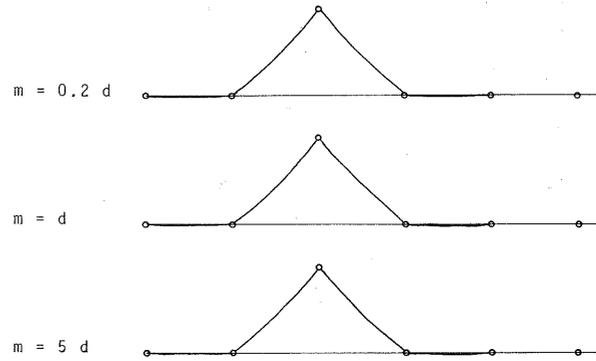


Abb. III.5.2 Beispiel 2

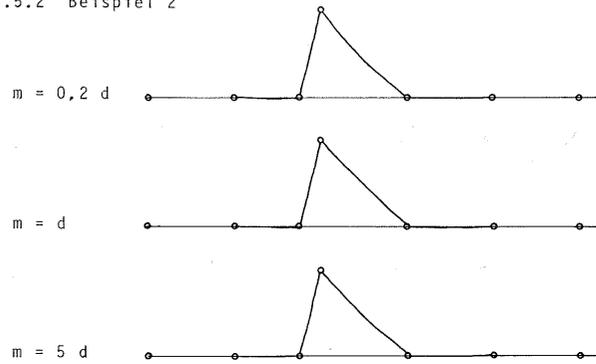


Abb. III.6 Gewichtsfunktionen der Grundfunktion $g_D = \frac{1}{1+d/m}$

Abb. III.6.1 Beispiel 1

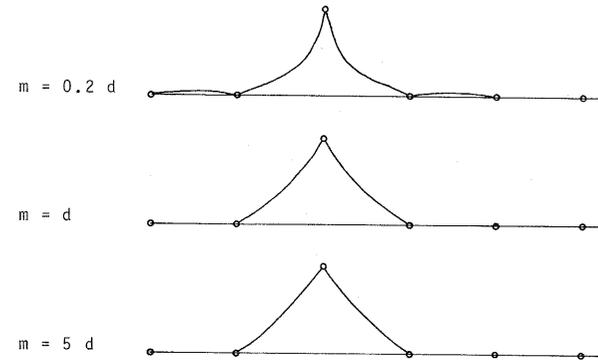


Abb. III.6.2 Beispiel 2

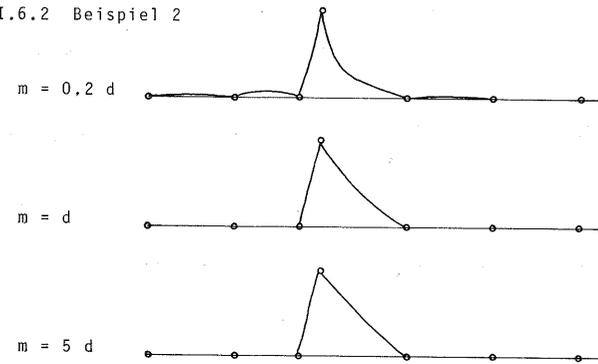


Abb. III.7 Prädiktionsbeispiele

Abb. III.7.1 Gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen

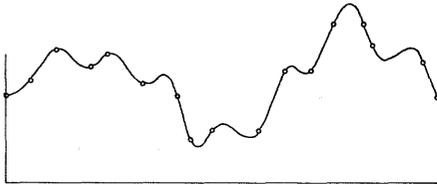


Abb. III.7.2 Linear ausgeformte Gewichtsfunktionen

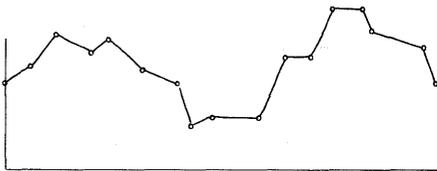


Abb. III.7.3 Rasch abfallende Gewichtsfunktionen (normiert)

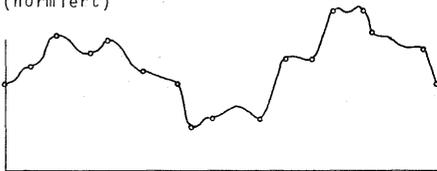


Abb. III.7.4 Rasch abfallende Gewichtsfunktionen (nicht normiert)

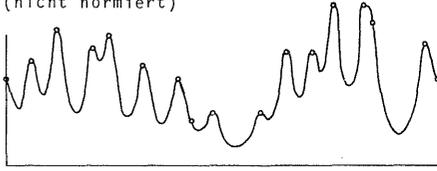


Abb. III.7.5 Ausschwingende Gewichtsfunktionen

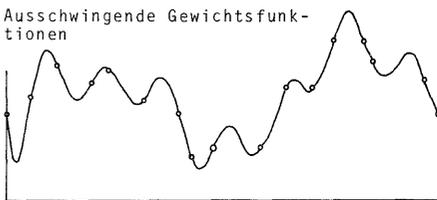


Abb. III.8 Untersuchung des Glättungsverhaltens anhand eines Beispiels

- Stützstellen
- ausgewählter Stützpunkt, für den die Gewichtsfunktion dargestellt wird

Abb. III.8.1 Position 1: gleichmäßige Stützpunktverteilung

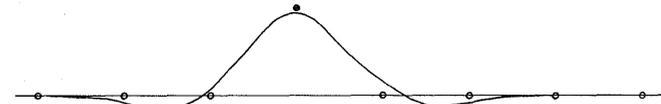


Abb. III.8.2 Position 2: maximales Ausschlagen

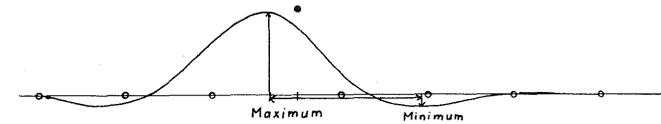
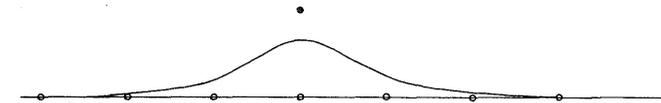


Abb. III.8.3 Position 3: zwei zusammenfallende Stützpunkte



IV. DIE BESCHREIBUNG VON GELÄNDEFLÄCHEN DURCH DIE PRÄDIKTION MIT GEWICHTSFUNKTIONEN

Ausgangspunkt und Ziel dieser Arbeit ist die möglichst genaue Beschreibung von Geländeflächen entsprechend der topographischen Geländeaufnahme. Eine besondere Bedeutung für die Beschreibung von Geländeflächen kommt hierbei der verwendeten Prädiktionsmethode und der darin enthaltenen Interpretation der aufgenommenen Geländepunkte zu. In Kapitel II wurde aufgezeigt, wie Prädiktionsmethoden mit Hilfe der daraus ableitbaren Gewichtsfunktionen analysiert und charakteristische Prädiktionseigenschaften beschrieben werden können. In Kapitel III wurde die Ableitung von Gewichtsfunktionen zur Beschreibung von Prädiktionseigenschaften in eine neue, sehr allgemeine Prädiktionsmethode überführt, die die vier beschriebenen, zur Geländeflächenbeschreibung verwendeten Prädiktionsmethoden einschließt.

Bei der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen müssen nach dem geforderten Verlauf der Prädiktionsfläche Gewichtsfunktionen ausgewählt werden, die die geforderten Prädiktionseigenschaften gewährleisten. Die Beschreibung der Gewichtsfunktionen erfolgt durch eine mathematische Funktion. Prinzipiell besteht hier weitgehend Freiheit in der Wahl der Funktion, jedoch ist auf ihre Eignung zu achten. Eine geeignete mathematische Funktion stellt in Anbetracht der Möglichkeiten zur Erzeugung verschiedener Gewichtsfunktionen die Linearkombination von Grundfunktionen dar. Im vorausgehenden Kapitel III wurden schon solche Gewichtsfunktionen verwendet und in diesem Kapitel soll nun die Leistungsfähigkeit von Gewichtsfunktionen als Linearkombination von Grundfunktionen zur Beschreibung von Geländeflächen untersucht werden. Dazu müssen in Abhängigkeit von der topographischen Geländeaufnahme für die Linearkombination geeignete Grundfunktionen und die dazugehörigen Grundfunktionsparameter ausgewählt werden.

Topographische Geländeaufnahmen sind durch das Aufnahmeprinzip und Aufnahmeverfahren gekennzeichnet. Das Aufnahmeprinzip legt die zur Aufnahme verwendeten Punktklassen und die Auswahl der Punkte und Linien fest. Das Aufnahmeverfahren unterscheidet die verwendeten Aufnahmesysteme und den Meßvorgang. Der Untersuchungsgang folgt den verschiedenen Aufnahmeprinzipien unter Beachtung der Aufnahmeverfahren. Zuerst wird davon ausgegangen, daß die Prädiktionsflächen die aufgenommenen Punkte streng erfüllen sollen und können. Behandelt werden die verschiedenen Punktverteilungen, unterteilt in Punktklassen mit ausschließlicher Höheninformation und in Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation, wozu die markanten Höhenpunkte, Falllinienpunkte, Schichtlinienpunkte, Strukturlinienpunkte, Grat- und Tallinienpunkte und Bruchlinienpunkte zählen. Abschließend wird die Glättung von Geländeflächen zur Elimination einer in den Stützpunkten enthaltenen Oberflächenrauigkeit oder zur Flächengeneralisierung untersucht.

Ausgehend von der jeweiligen Situation, die durch die vorliegende Stützpunktanordnung und die geforderte Interpretation der aufgenommenen Punkte bestimmt wird, müssen geeignete Gewichtsfunktionen ausgewählt und durch eine Linearkombination

von Grundfunktionen erzeugt werden. Die Auswahl der Grundfunktionen und Grundfunktionsparameter stützt sich auf die Untersuchungen in Kapitel III und wird falls erforderlich durch weitere Untersuchungen ergänzt. Nach der Festlegung geeigneter Grundfunktionen und Grundfunktionsparameter erfolgt eine Überprüfung der entstehenden Gewichtsfunktionen und Prädiktionsergebnisse.

Für charakteristische oder besondere Stützpunktanordnungen werden die Gewichtsfunktionen ermittelt und durch Schichtlinien dargestellt. Zur Überprüfung der Prädiktionsergebnisse werden sowohl Flächensimulationen als auch praktisch durchgeführte topographische Geländeaufnahmen verwendet. Flächensimulationen erlauben einen direkten Vergleich zwischen der vorgegebenen Fläche und der Prädiktionsfläche, was zu qualitativen und quantitativen Aussagen führt. Bei der Verwendung von praktischen Geländeaufnahmen wird die Prädiktionsfläche mit Hilfe von Schichtlinien dargestellt, wobei gleichzeitig die Lage der aufgenommenen Punkte angegeben wird. Solange die Prädiktionsfläche nicht geglättet wird, läßt sich bei dieser Darstellung die durch die Prädiktion beschriebene Fläche subjektiv anhand der gegebenen Stützpunkte überprüfen, da die Lage und die Höhe der aufgenommenen Punkte aus der Schichtliniendarstellung entnommen werden kann. Bei geglätteten Prädiktionsflächen können diese mit den nicht geglätteten verglichen werden.

Für die Schichtliniendarstellung wurde das an den photogrammetrischen Instituten der Universitäten in Stuttgart und Wien entwickelte Programmsystem SCOP verwendet (ASSMUS [6], KRAUS [36], STANGER [57]). In diesem Rechenprogramm wird die Geländefläche durch die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate beschrieben. Dazu wird eine Unterteilung in rechteckige Teilgebiete vorgenommen und benachbarte Prädiktionsflächen werden durch Überlappungsbereiche zusammengeschlossen. Zum Teil wurde die lineare Prädiktion nach der Methode der kleinsten Quadrate durch die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen ersetzt. Zum Teil wurde für die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen ein eigenes Rechenprogramm verwendet, das ein digitales Höhenmodell erzeugt, das als Schnittstelle für die Höhenlinienableitung mit dem Programmsystem SCOP diente.

1. Flächenhaft verteilte Punkte mit ausschließlicher Höheninformation

Die Erfassung der Geländefläche durch flächenhaft verteilte Punkte ist durch die fortschreitende Automation das rationellste und gebräuchlichste Aufnahmeprinzip geworden (Abschn. I.3.4.1). Es sollten hier auch die linienförmig angelegten Geländeaufnahmen dazu gezählt werden, wenn sie durch die Punktfolge entlang der Linien und den Linienabstand zu einer flächenhaften Verteilung führen, die durch die Linien definierte Punktfolge jedoch ohne Bedeutung für den Verlauf der Geländefläche ist. Der Geländeaufnahme mit flächenhaft verteilten Punkten wird in der Praxis meistens der Vorzug gegeben, eventuell wird die Aufnahme durch Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation noch ergänzt.

Bei flächenhaft verteilten Punkten kann die Auswahl der Bewegtheit und dem Verlauf der Geländefläche angepaßt werden, jedoch erfolgt die Auswahl der aufgenommenen Punkte mehr willkürlich und nicht nach eindeutigen Kriterien. Die durch

die aufgenommenen Punkte beschriebene Gelände­fläche soll ein gleichmäßiges Krümmungsverhalten zeigen, ohne jedoch auszu­schwingen. Durch die zufällige Auswahl der Punkte kann die Gelände­fläche Kuppen und Mulden ausformen, deren höchste bzw. tiefste Stelle die Höhen der Stütz­werte übersteigt. Rasche Wechsel in der Bewegtheit der Gelände­fläche sind möglich und spiegeln sich oft in der lokalen Punktdichte wider.

1.1 Die Ermittlung geeigneter Gewichtsfunktionen

Bei flächenhaft verteilten Punkten sollte zur Beschreibung von Gelände­flächen gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen verwendet werden (Abschn. II,1.4). Diese Forderung ergibt sich sehr einfach aus der Vorstellung, welchen Einfluß die Änderung eines Stütz­wertes an der Prädiktions­fläche hervorrufen soll. Das Schwingungsverhalten dieser Gewichtsfunktion ruft nach den unmittelbar benach­barten Punkten kleine negative Werte hervor und nähert sich dann dem Wert 0 an. Bei der Beschreibung von Gelände­flächen sollten normierte Gewichtsfunktionen den Vorzug erhalten, um bei Stütz­punkten mit gleicher Höhe eine Horizontalebene als Gelände­fläche zu erhalten (Abschn. II,1.6).

Geht man von den in Abschnitt III.2.1.1 ermittelten Gewichtsfunktionen aus, so besitzt die Linearkombination der Grundfunktion $g_A = \frac{1}{\sqrt{1+d^2/m^2}}$ entscheidende Vorteile. Sie ist in der Lage, gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen zu erzeugen, führt jedoch bei einem kleinen Grund­funktionsparameter zu linear ausgeformten Gewichtsfunktionen, im Gegensatz zu den rasch abfallenden Gewichtsfunktionen der Grundfunktion $g_B = \frac{1}{1+d^2/m^2}$.

Jedoch zeigen die Untersuchungen, daß ein für alle Stütz­punkte gleicher Grund­funktionsparameter bei unregelmäßiger Stütz­punktverteilung zu ausschwingenden oder linear ausgeformten Gewichtsfunktionen führt. Dies erfordert die Verwen­dung variabler Grund­funktionsparameter (Abschn. III.2.2.1).

Es kann jedoch jedem Stütz­punkt die gleiche Grundfunktion zugeordnet werden, so daß sich die Prädiktions­fläche direkt nach Gleichung (III.10) ermitteln läßt (Abschn. III.2). Die Verwendung von stütz­punkt­konstanten Grund­funktionen ist unter den heutigen Voraussetzungen durch die Forderung nach einem vertretbaren Rechenaufwand für die Beschreibung der Gelände­fläche zwingend.

Die Ermittlung geeigneter Grund­funktionsparameter erfolgt in mehreren Schritten. Zuerst wird der Einfluß des Grund­funktionsparameters auf das Schwingungsverhalten der Gewichtsfunktion bei regelmäßiger Stütz­punktverteilung untersucht und ein geeigneter Parameter ausgewählt. Anhand eines Prädiktions­beispi­eles wird die Eignung des ausgewählten Grund­funktionsparameters und die Notwendigkeit gedämpft schwingender Gewichtsfunktionen aufgezeigt. Danach wird eine zweckmäßige Variation des Grund­funktionsparameters bei unregelmäßiger Stütz­punktverteilung abgeleitet und anhand verschiedener Stütz­punktverteilungen werden die entstehenden Gewichtsfunktionen dargestellt und beschrieben.

1.1.1 Der Einfluß des Grundfunktionsparameters auf das Schwingungsverhalten der Gewichtsfunktion

Für die Erzeugung gedämpft schwingender Gewichtsfunktionen wird in diesem Abschnitt für die als geeignet betrachtete Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ ein zweckmäßiger Grundfunktionsparameter m ausgewählt. Um den Einfluß der Stützpunktanordnung auszuschalten, wird von einer regelmäßigen Stützpunktanordnung ausgegangen. Als Beispiel dienen 5 mal 5 Punkte, die in einem quadratischen Raster angeordnet sind. Für den zentral gelegenen Punkt werden die Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit der verschiedenen Grundfunktionsparameter ermittelt, wobei das Profil der Gewichtsfunktionen durch den zentralen Punkt entlang einer Rasterlinie betrachtet wird. Der Verlauf dieser Profile ist in der Tabelle IV.1 und in der Abbildung IV.1 dargestellt.

Grundfunktionsparameter m	Funktionswerte entlang der Profile										
	Abstand vom zentralen Punkt ($w =$ Rasterweite)										
	0.0w	0.2w	0.4w	0.6w	0.8w	1.0w	1.2w	1.4w	1.6w	1.8w	2.0w
0.5 w	1.000	0.911	0.692	0.426	0.179	0.000	-0.088	-0.104	-0.078	-0.037	0.000
1.0 w	1.000	0.927	0.731	0.469	0.207	0.000	-0.122	-0.159	-0.132	-0.070	0.000
1.5 w	1.000	0.932	0.747	0.491	0.224	0.000	-0.145	-0.201	-0.178	-0.101	0.000
2.0 w	1.000	0.935	0.757	0.506	0.236	0.000	-0.163	-0.234	-0.218	-0.131	0.000
3.0 w	1.000	0.939	0.771	0.52	0.253	0.000	-0.191	-0.291	-0.288	-0.186	0.000

Tab. IV.1 Vergleich der Gewichtsfunktionsprofile in Abhängigkeit vom Grundfunktionsparameter

Grundfunktion: $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$

Betrachtet man den Einfluß des Grundfunktionsparameters m auf das Schwingungsverhalten der Gewichtsfunktion, so verstärkt sich die Schwingung bei zunehmendem Grundfunktionsparameter. Nach der Forderung, daß die Gewichtsfunktion ein möglichst gleichmäßiges Krümmungsverhalten zeigen sollte, sich jedoch außerhalb der nächstbenachbarten Punkte dem Wert 0 annähern sollte, erscheint der Grundfunktionsparameter $m = 1w$ als geeignet. Beim Parameter $m = 1w$ zeigt die Gewichtsfunktion im Vergleich zum Parameter $m = 0.5w$ schon einen wesentlich gleichmäßigeren Krümmungsverlauf, die negativen Funktionswerte sind jedoch betragsmäßig noch deutlich kleiner als beim Parameter $m = 1.5w$. Die sich beim Parameter $m = 1w$ ergebenden Gewichtsfunktionen werden somit als geeignet angesehen, um die Änderung der Prädiktionsfläche bei einer Stützwertänderung zu beschreiben.

Die Methode der Auswahl eines geeigneten Grundfunktionsparameters spiegelt deutlich den Charakter der Prädiktionsmethode wider. Es erfolgt eine subjektive Auswahl, die sich innerhalb eines gewissen Rahmens abspielen kann und die sich an den geforderten Prädiktioneigenschaften orientiert. Die Notwendigkeit dieser in bestimmtem Maße subjektiven Auswahl ist durch die in Abschnitt I.3.7 geschilderte Problematik bedingt. Empirische Ergebnisse müssen in gleicher Weise sub-

ektiv analysiert und gewertet werden, so daß an ihre Stelle die direkte Beurteilung der Gewichtsfunktionen treten kann.

Wie zu Beginn dieses Abschnittes dargelegt wurde, führt auch die Grundfunktion $g_B = \frac{1}{1+d^2/m^2}$ bei genügend großem Grundfunktionsparameter m und regelmäßiger Stützpunktverteilung ebenfalls zu gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen. Eine sehr gute Übereinstimmung der beiden Grundfunktionen ergibt sich dann, wenn der Grundfunktionsparameter bei der Grundfunktion $g_B = \frac{1}{1+d^2/m^2}$ um ungefähr den Faktor 1.5 größer ist als bei der Grundfunktion $g_A = \frac{1}{\sqrt{1+d^2/m^2}}$.

1.1.2 Kennzeichnende Prädiktionseigenschaft gedämpft schwingender Gewichtsfunktionen

Die Forderung nach gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen und die schlechtere Eignung von linear ausgeformten Gewichtsfunktionen leitet sich aus einem repräsentativen Beispiel ab, das in vielen ähnlichen Varianten bei topographischen Geländeaufnahmen auftritt. Es betrifft die möglichst genaue Wiedergabe von Geländeformen, die durch die unmittelbar umgebenden Punkte nicht ausreichend beschrieben sind, und die die Hinzunahme von weiter entfernten Punkten für die eindeutige Bestimmung der Geländeform unerlässlich machen. Die für das Beispiel verwendete Geländeform und die gegebenen Stützpunkte sind in Abbildung IV.2 dargestellt.

Die Geländeform entspricht einem Bergrücken und wird durch die Funktion $z = 50 - (x+y-50)^2/50$ simuliert. Die gegebenen 6 mal 6 Stützpunkte sind in einem quadratischen Raster mit einem Abstand von 10 Einheiten angeordnet. Der Bergrücken verläuft diagonal zum Raster, so daß für das mittlere Rasterquadrat jeweils die zwei sich diagonal gegenüberliegenden Rasterpunkte die gleiche Höhe aufweisen. Zwei der vier Rasterpunkte haben die Höhe der Bergrückenlinie, nämlich 50, und die beiden anderen liegen mit einer Höhe von 48 entsprechend tiefer. Betrachtet man bei der Ermittlung des Prädiktionwertes für den Rastermittelpunkt nur die Höhen der vier Rasterpunkte, so erscheint ein Prädiktionwert von 49 als arithmetisches Mittel aus den vier Stützpunkthöhen als gerechtfertigt. Erst durch die Hinzunahme der 12 nächsten, weiter entfernt liegenden Rasterpunkte ist die vorgegebene Geländeform durch die Stützpunkte genügend bestimmt, so daß ein Prädiktionwert von 50 ermittelt werden kann.

Um dieses Prädiktionsergebnis erzielen zu können, müssen gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen verwendet werden, die nicht unmittelbar nach den nächstbenachbarten Stützpunkten den Wert 0 annehmen, sondern kleinere negative Werte erreichen. Verwendet man die aus der Grundfunktion $g_A = \frac{1}{\sqrt{1+d^2/m^2}}$ durch Linearkombination erzeugten Gewichtsfunktionen, so ergeben sich in Abhängigkeit vom Grundfunktionsparameter m folgende Prädiktionswerte, die in Tabelle IV.2 zusammengestellt sind.

Grundfunktionsparameter m	1.0w	1.5w	2.0w	4.0w	Sollwert
Prädiktionwert	49.95	49.95	49.96	49.98	50.00

Tab. IV.2 Kennzeichnende Prädiktionwerte für gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen

$$\text{Grundfunktion: } g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$$

Es zeigt sich, daß sich schon beim Parameter $m = 1w$ der Prädiktionwert dem Sollwert sehr dicht annähert und die Annäherung bei größeren Grundfunktionsparametern noch verbessert wird.

Ergänzend sollen in Tabelle IV.3 noch Prädiktionwerte einiger linear ausgeformter Gewichtsfunktionen aufgeführt werden, die sich aus den in Abschnitt III.2.1 vorgestellten Grundfunktionen $g_D = \frac{1}{1+d/m}$ und $g_C = 1+d/m$ ergeben.

Grundfunktion	$g_D = \frac{1}{1+d/m}$				$g_C = 1+d/m$
Parameter m	1.0w	1.5w	2.0w	4.0w	2.0w
Prädiktionwert	48.36	49.00	49.28	49.64	49.87

Tab. IV.3 Kennzeichnende Prädiktionwerte für linear ausgeformte Gewichtsfunktionen

Bei der Grundfunktion $g_D = \frac{1}{1+d/m}$ führt der Parameter $m = 1.5w$ zur Mittelbildung zwischen den vier umliegenden Rasterhöhen. Bei steigendem Parameter m verringert sich der Unterschied zum Sollwert, was zeigt, daß die Gewichtsfunktionen nur näherungsweise linear ausgeformte Gewichtsfunktionen sind. Untersuchungen haben gezeigt, daß die Prädiktionsergebnisse und Gewichtsfunktionen für die Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ bei sehr kleinem Parameter m und für die Grundfunktion $g_D = \frac{1}{1+d/m}$ bei sehr großem Parameter m sich der Grundfunktion $g_C = 1+d/m$ stark annähern, die weitgehend unabhängig vom Betrag des Grundfunktionsparameters ist.

1.1.3 Die Variation des Grundfunktionsparameters bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung

Durch die Zuordnung von Grundfunktionen mit verschiedenen Grundfunktionsparametern kann bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung verhindert werden, daß eine Gewichtsfunktion entweder bei eng zusammenliegenden Punkten ausschwingt oder bei weiter auseinanderliegenden Punkten linear ausgeformt ist. Das Ausschwingen wird durch das Ansteigen vom Wert 0 in einem eng benachbarten Stützpunkt zum Wert 1 in dem Stützpunkt, dem die Gewichtsfunktion zugeordnet ist, verursacht. Deshalb sollte der Grundfunktionsparameter dem Abstand zum nächstbenachbarten Stützpunkt angepaßt werden. Setzt man den Grundfunktionsparameter gleich dem Abstand zum nächstbenachbarten Stützpunkt, so führt dies bei einer regelmäßigen

Stützpunktanordnung zu einem gleichbleibenden Grundfunktionsparameter, wie er in Abschnitt IV.1.1.1 für die Erzeugung gedämpft schwingender Gewichtsfunktionen als geeignet festgestellt wurde. Bei weiter entfernt liegenden Stützpunkten steigt bei dieser variablen Parameterfestsetzung der Grundfunktionsparameter an, so daß weiterhin gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen entstehen. Bei eng benachbarten Punkten sinken die Parameter ab, so daß keine ausschlagenden Gewichtsfunktionen entstehen. Die Variation der Grundfunktionsparameter ist in Abbildung IV.3 für ein Beispiel dargestellt, das im nachfolgenden Abschnitt erläutert wird. Sämtliche durchgeführten Untersuchungen, bei denen zum Teil die Grundfunktionsparameter erheblich variieren, führten zu den geforderten gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen.

1.1.4 Beispiele für die entstehenden gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen

Gewichtsfunktionen als Linearkombination der Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$, wobei der Grundfunktionsparameter m entsprechend dem Abstand zum nächstgelegenen Stützpunkt variiert, werden als geeignet angesehen, um Geländeflächen bei regelmäßiger oder unregelmäßiger Stützpunktanordnung mit hoher Genauigkeit zu beschreiben, da die Erzeugung von gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen gewährleistet wird.

In diesem Abschnitt werden vier Gewichtsfunktionen zur Demonstration vorgestellt. Die vier Gewichtsfunktionen ergeben sich aus zwei Stützpunktanordnungen, aus denen je zwei Punkte ausgewählt wurden. Die beiden Stützpunktanordnungen sind in Abbildung IV.3 dargestellt, wobei einmal eine fast konstante Stützpunktdichte vorliegt und einmal sich die Stützpunktdichte lokal ändert. Diese Abbildung zeigt auch die sich entsprechend dem Abstand zum jeweiligen nächstgelegenen Stützpunkt ergebende Variation der Grundfunktionsparameter. Die Radien der Grundfunktionsparameter wurden im Maßstab 1:2 abgebildet, um eine bessere graphische Darstellung zu erhalten. Aus den beiden Stützpunktanordnungen wurde jeweils ein Punkt mit einem eng benachbarten Stützpunkt und ein Punkt mit einem relativ weit entfernten Nachbarpunkt ausgewählt. Für diese vier Punkte wurden die Gewichtsfunktionen ermittelt, die in Abbildung IV.4 durch Schichtlinien dargestellt sind. Die Abbildungen zeigen nur einen Ausschnitt der Gebiete, in dem die Stützpunkte liegen.

Die Gewichtsfunktionen zeigen den geforderten gedämpft schwingenden Verlauf. In Tabelle IV.4 sind die Extremwerte der vier Gewichtsfunktionen zusammengestellt.

Stützpunkt	Stützpunktanordnung	Funktionswerte		Abbildung
		Maximum	Minimum	
1	I	1.180	-0,495	IV,4,1
2	I	1.053	-0,112	IV,4,2
3	II	1.000	-0,282	IV,4,3
4	II	1.000	-0,195	IV,4,4

Tab. IV.4 Extremwerte der vier Gewichtsfunktionen (Abb. IV.4)

Grundfunktion: $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$, variabler Grundfunktionsparameter

Die Extremwerte der Gewichtsfunktionen zeigen, daß alle vier Gewichtsfunktionen den Wert 1 nur geringfügig überschreiten. Die Gewichtsfunktion 1 erreicht mit 1.180 den größten Wert. Die gleiche Gewichtsfunktion weist auch den größten negativen Wert von -0.495 auf. Diese Gewichtsfunktion ist durch einen sehr dicht benachbarten Stützpunkt und größere umgebende Leerstellen gekennzeichnet, so daß der Verlauf dieser Gewichtsfunktion durchaus noch dem geforderten gedämpft schwingenden Verlauf entspricht. Die negativen Werte der anderen Gewichtsfunktionen liegen zwischen -0.112 und -0.282.

1.2 Flächensimulationen

Mit Hilfe von Flächensimulationen soll in diesem Abschnitt gezeigt werden, daß die oben geschilderte Erzeugung von gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen zu den gewünschten Prädiktionsflächen führt. Dazu werden Stützwerte, die aus einfachen Grundformen entnommen sind, vorgegeben, und die mit den Gewichtsfunktionen erzeugte Prädiktionsfläche mit den vorgegebenen Grundformen verglichen. Ebenso werden Stützpunkte mit einem unregelmäßigen Stützwertverlauf vorgegeben, wobei anhand der Schichtliniendarstellung die durch die Stützpunkte mit Hilfe der Gewichtsfunktionen erzeugten Prädiktionsflächen beurteilt werden können. Zusätzlich werden noch Sonderfälle von Stützpunktanordnungen, wie sie Leerstellen und Extrapolationen darstellen, betrachtet.

1.2.1 Die Prädiktion einfacher Grundformen

Vier einfache, in Geländeflächen enthaltene Grundformen stellen Schrägebenen, Bergkuppen, Bergrücken oder Verwindungsformen dar. Sie lassen sich durch Spiegelung an einer Horizontalebene in ebenfalls auftretende Umkehrungsformen verwandeln. Diese vier Grundformen werden jetzt zur Flächensimulation verwendet und hier durch folgende Funktionen repräsentiert,

Grundform	Schrägebene	Bergkuppe	Bergrücken	Verwindungsform
Funktion	$(x+y)/2$	$50 + [(x-50)^2 + (y-50)^2] / 100$	$50 - (x-50)^2 / 50$	$\frac{y}{2} + (50-y)(x-50)^2 / 5000$

Die vier Grundformen sind in Abbildung IV.5 dargestellt, wobei der verwendete Gebietsausschnitt durch die Linien $x=0, x=100$ und $y=0, y=100$ begrenzt ist. Für zwei Stützpunktanordnungen werden aus diesen Grundformen die Stützwerte entnommen und die Prädiktionsfläche mit den Grundformen verglichen. Als Stützpunktanordnungen werden einmal ein quadratisches Raster mit der Rasterweite $w = 10$ und dann die in Abbildung IV.3.1 dargestellte unregelmäßige Stützpunktverteilung mit fast konstanter Stützpunktdichte herangezogen. Diese unregelmäßige Stützpunktverteilung wurde schon zur Demonstration der entstehenden Gewichtsfunktionen verwendet. Für den Vergleich zwischen Prädiktionsfläche und vorgegebener Sollfläche werden für ein dichtes Raster mit der Rasterweite $w = 1$ die Werte prädiziert, wobei ein 20 Einheiten breiter Randstreifen unberücksichtigt bleibt.

Die sich zwischen der Prädiktionsfläche und der Sollfläche ergebenden mittleren und maximalen Abweichungen sind in Tabelle IV.5 dargestellt.

Stützpunkt- anordnung	Abweichung: Sollfläche-Prädiktionsfläche		
	mittel	maximal	
quadr. Raster	Schrägebene	0.008	0.040
	Bergkuppe	0.010	0.034
	Bergrücken	0,031	0.078
	Verwindungsform	0.014	0.042
unregelmäßig (Abb. IV.3.1)	Schrägebene	0.013	0.152
	Bergkuppe	0.011	0.126
	Bergrücken	0,032	0,171
	Verwindungsform	0,016	0,095

Tab. IV.5 Abweichungen der Prädiktionsflächen von den vier Grundformen
 Grundfunktion: $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$, variabler Grundfunktions-
 parameter m

Überträgt man die Grundformen und Abweichungen auf Geländeflächen, so kann die Einheit Meter gewählt werden. Betrachtet man dann die Gebietsgröße von $100 \cdot 100 \text{ m}^2$ und die Verwendung von 100 Punkten für die Erfassung der Formen, wobei Höhenunterschiede von 50 m bzw. 100 m bei der Schrägebene auftreten, so müssen die Abweichungen von bis zu 3.2 cm für das Mittel und von bis zu 17.1 cm für das Maximum als sehr gering beurteilt werden. Die erwartete Genauigkeit der Repräsentation von Geländeflächen durch die aufgenommenen Punkte ist im allgemeinen deutlich geringer einzuschätzen. Insgesamt zeigt sich bei der unregelmäßigen Stützpunktanordnung eine geringere Genauigkeit als beim quadratischen Raster. Während die Mittelwerte nur geringfügig höher liegen, steigen die Maximalwerte um einen Faktor zwischen 2.3 und 3.8 an.

1.2.2 Die Prädiktionsflächen bei unregelmäßigen Stützwerten

Aus jeder der vier Grundformen und der unregelmäßigen Stützpunktanordnung (Abb. IV.3.1) läßt sich sehr einfach eine Kombination unregelmäßiger Stützwerte erzeugen, um den Verlauf der entstehenden Prädiktionsflächen aufzuzeigen, die sich bei der oben beschriebenen Linearkombination der Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ mit variablem Grundfunktionsparameter m ergeben. Dazu wird das Gebiet mit einem quadratischen Raster mit der Rasterweite $w = 10$ überzogen und für die Rastermittelpunkte werden aus einer Grundform die Höhen ermittelt. Den unregelmäßig verteilten Stützpunkten wird jetzt nicht die Höhe, die sich aus der Lage ergeben würde, zugeordnet, sondern die Höhe des Rastermittelpunktes des Rasterquadrates, in dem sie liegen. Damit erfolgt eine Verzerrung der vier Grundformen entsprechend der unregelmäßigen Stützpunktverteilung.

Die mit diesen Stützwerten erhaltenen Prädiktionsflächen sind in Abbildung IV.6 dargestellt, wobei ein 20 Einheiten breiter Randstreifen wieder unberücksichtigt bleibt. Die Prädiktionsflächen lassen die ursprünglichen Grundformen noch erkennen, jedoch treten auch deutliche Abweichungen auf. Die Schichtliniendarstellung bestätigt einen gleichmäßigen Krümmungsverlauf der Prädiktionsfläche, ohne daß jedoch ein ausschwingendes Verhalten zu erkennen ist. Die Abweichungen von den Grundformen können auf die Form von gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen zurückgeführt werden.

1.2.3 Sonderfälle

Als Sonderfälle von flächenhaft verteilten Stützpunkten sind Leerstellen und Extrapolationen anzusehen. Da bei topographischen Geländeaufnahmen diese Sonderfälle unbeabsichtigt oder aus Zwangssituationen heraus auftreten können, sind diese Sonderfälle auch bei der Prädiktion von Geländeflächen zu beachten. Bei der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen hat vor allem die Verwendung von normierten Gewichtsfunktionen einen entscheidenden Anteil an der Bewältigung dieser Problemstellung. Durch die normierten Gewichtsfunktionen wird ein starkes Absinken oder Ansteigen der Prädiktionsfläche verhindert und die Prädiktionsfläche strebt einem bestimmten Mittelwert aus den Stützwerten zu. Die Gewichtsfunktionen sollten in den Leerstellen oder im Extrapolationsgebiet näherungsweise linear ausgeformt sein, was im Vergleich zu rasch abfallenden Gewichtsfunktionen zur besseren Überbrückung von Leerstellen und gleichmäßigeren Fortführung der Prädiktionsfläche bei Extrapolationen führt.

a) Leerstellen

Zur Demonstration, daß Gewichtsfunktionen als Linearkombination der Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ bei variablem Grundfunktionsparameter m auch zur Überbrückung von Leerstellen geeignet sind, werden zwei Simulationsbeispiele herangezogen. Beiden wird die in Abbildung IV.3.1 dargestellte unregelmäßige Stützpunktanordnung zugrunde gelegt. Die im Inneren des durch die Linien $x=20$, $x=80$ und $y=20$, $y=80$ begrenzten Quadrates liegenden Stützpunkte entfallen, so daß hier eine Leerstelle entsteht. Die Simulationsflächen repräsentieren den Ausschnitt einer Kugelfläche und eine Schrägebene, deren Randbereiche wannenartig hochgezogen sind.

Die Prädiktionsflächen und die verwendeten Stützpunkte sind in Abbildung IV.7 dargestellt. Abbildung IV.7.1 zeigt den Ausschnitt der Kugelfläche, die trotz der fehlenden Punkte im Inneren sehr ähnlich nachgebildet ist. Nur kleine Unterschiede sind erkennbar. Bei Abbildung IV.7.2 wird im Bereich der Leerstelle eine Schrägebene ausgebildet, obwohl nur Stützwerte aus den hochgezogenen Rändern vorliegen. Entsprechend der Stützpunktanordnung kommt es zu kleineren Störungen am Rand, was durch die schwache Stützpunktbesetzung am Rand durchaus begründet ist.

b) Extrapolationen

Zur Demonstration des Verhaltens der verwendeten Prädiktion mit Gewichtsfunktionen bei Extrapolationen wurde als Beispiel eine Schrägebene ausgewählt. Das Gebiet der in Abbildung IV.3.1 dargestellten Stützpunktverteilung wurde halbiert und die Punkte der oberen Hälfte entfallen. In Abbildung IV.8 sind die verwendeten Stützpunkte und die erhaltene Prädiktionsfläche dargestellt. Im Extrapolationsbereich schwächt sich das Ansteigen, das durch die Stützpunkte verursacht wird, immer mehr ab. Die Schichtlinien rücken weiter auseinander und deuten den Übergang zu einer Horizontalebene mit der mittleren Höhe der Stützpunkte an.

1.3 Praktische Beispiele

Zur abschließenden Demonstration der Leistungsfähigkeit der für flächenhaft verteilte Stützpunktanordnungen entwickelten Prädiktionsmethode werden drei Beispiele praktischer Geländeaufnahmen herangezogen. Die Prädiktionsmethode beruht auf der Beschreibung der Gewichtsfunktionen durch die Linearkombination der Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$, wobei der Grundfunktionsparameter m entsprechend dem Abstand zum nächstgelegenen Stützpunkt variiert. Bei den Beispielen ist die Bedingung erfüllt, daß keine Stützpunkte zusammenfallen oder zu dicht zusammenrücken, da dies durch die Linearkombination ohne Glättungsmöglichkeit nicht bewältigt werden kann.

Die Stützpunktanordnungen der drei Beispiele und die Prädiktionsflächen sind in den Abbildungen IV.9 dargestellt. Anhand dieser drei Beispiele kann subjektiv die Leistungsfähigkeit der Prädiktionsmethode beurteilt werden, wenn der Verlauf der Prädiktionsfläche mit den gegebenen Stützpunkten verglichen wird. Dem Gedankengang dieser Arbeit folgend kann bestätigt werden, daß die Prädiktionsfläche einen gleichmäßigen Krümmungsverlauf besitzt, ohne daß es zu Ausschwüngen oder kleinen Unregelmäßigkeiten kommt. Weder die starke Variation des Grundfunktionsparameters noch sehr unterschiedliche Stützpunktdichten bei der Erfassung der Geländeformen haben störende Einflüsse auf den Verlauf der Prädiktionsfläche.

Beispiel 1 (Abb. IV.9.1): Diese Geländefläche zeigt eine durch einen Damm durchschnittene Talform. Die topographische Geländeaufnahme erfolgte photogrammetrisch durch die Messung der Geländehöhen eines vorgegebenen quadratischen Rasters. Die Rasterweite betrug 15 m im Gelände und für die Schichtliniendarstellung wurde ein Schichtlinienintervall von 2,5 m verwendet.

Beispiel 2 (Abb. IV.9.2): Die Geländefläche dieses Beispiels entspricht einer Sattelform. Die topographische Geländeaufnahme erfolgte photogrammetrisch durch Einzelpunktmessung. Dabei variierte der Punktabstand beträchtlich. Der kleinste Punktabstand zwischen zwei benachbarten Punkten betrug 0,25 m und der größte Abstand eines Punktes zu seinem nächsten Nachbarpunkt 37,88 m. Dies führt zu einer großen Variation der verwendeten Grundfunktionsparameter, die sich auf den Verlauf der Prädiktionsfläche nicht störend auswirkt.

Beispiel 3 (Abb. IV.9.3): Bei diesem Beispiel stellt die Geländefläche eine abfallende Schrägebene dar, in der sich eine kleine Bergkuppe erhebt. Diesem Beispiel liegt eine Tachymeteraufnahme zugrunde, bei der die Anzahl der aufgenommenen Punkte sehr niedrig gehalten wurde. Die Punktdichte wechselt im Bereich der Bergkuppe und der umgebenden Schrägebene. Trotz der lokal unterschiedlichen Punktdichte und der minimalen Anzahl der zur Erfassung verwendeten Punkte zeigt die Schichtliniendarstellung deutlich ausgeprägte Formen.

2. Die Auswirkung der linienförmigen Stützpunktanordnung auf die Gewichtsfunktionen und Prädiktionsflächen

Bei den Punktklassen mit ausschließlicher Höheninformation wurde in Abschnitt I.3.4.1 zwischen flächenhaft verteilten und linienförmig angeordneten Stützpunkten unterschieden. Im vorhergehenden Abschnitt IV.1 wurde für flächenhafte Stützpunktverteilungen eine geeignete Beschreibung der Gewichtsfunktionen durch eine Linearkombination von Grundfunktionen gefunden. Für linienförmige Stützpunktanordnungen lassen sich die Gewichtsfunktionen auf dieselbe Weise ermitteln und für die Beschreibung von Geländeflächen verwenden, jedoch sollten die Auswirkungen der linienförmigen Stützpunktanordnung bekannt sein und beachtet werden.

Linienförmige Stützpunktanordnungen sind durch das ungleiche Verhältnis zwischen Punktfolge entlang der Linie und dem Linienabstand gekennzeichnet. Bei topographischen Geländeaufnahmen treten sowohl sehr dichte als auch weitläufige Aufnahmen auf. Entspricht die Punktfolge entlang der Linien ungefähr dem Linienabstand, so entsteht eine flächenhafte Verteilung, die keiner besonderen Beachtung bedarf. Da es sich um Punkte ohne Forminformation handelt, sind die durch die Linien definierten Punktfolgen für den Verlauf der Geländefläche bedeutungslos. Es können Gewichtsfunktionen wie bei flächenhaft verteilten Punkten verwendet werden.

Ein Sonderfall liegt vor, wenn parallele Geländeprofile aufgenommen wurden und infolge unterschiedlicher Bewegtheit der Geländefläche die Punktfolge entlang der Profile vom Profilabstand abweicht. Meistens sollten dann die Formen benachbarter Linien einander zugeordnet werden und auf die zwischenliegende Geländefläche übertragen werden (Abschn. I.3.4.1c). In diesen Fällen ist es zweckmäßig, affin-transformierte Grundfunktionen zu verwenden.

2.1 Dicht erfaßte Linien

Der Einfluß einer dichten Punktfolge entlang von Linien auf die Prädiktionsfläche kann anhand der entstehenden Gewichtsfunktionen aufgezeigt und beschrieben werden.

a) Die Gewichtsfunktionen

Eine für dicht aufgenommene Linien charakteristische Gewichtsfunktion ist in Abbildung IV.10 dargestellt. Dabei beträgt das Verhältnis zwischen Punktabstand entlang der Linie und Linienabstand 1:5. Durch die dichte Punktfolge entlang der

Linie entsprechen die Grundfunktionsparameter dem Punktabstand entlang der Linie. Der Linienabstand hat keinen Einfluß auf die Grundfunktionsparameter. Daraus leitet sich der durch die Stützstellen bestimmte Verlauf der Gewichtsfunktion ab. Entlang der Linie, auf der der ausgewählte Stützpunkt liegt, dessen Gewichtsfunktion betrachtet wird, zeigt die Gewichtsfunktion einen gedämpft schwingenden Verlauf. Betrachtet man die zur Darstellung der Gewichtsfunktion verwendeten Schichtlinien, so können diese näherungsweise in der unmittelbaren Umgebung des ausgewählten Stützpunktes als Ellipsen beschrieben werden. Trotz der ellipsenähnlichen Gestalt der Gewichtsfunktion sinkt diese in der Mitte zwischen den beiden Linien auf einen Wert von ungefähr 0.2 ab.

b) Auswirkungen auf die Prädiktionsfläche

Der gedämpft schwingende Verlauf der Gewichtsfunktionen entlang der Linien gewährleistet, daß die Prädiktionsfläche entlang der Linien ein gleichmäßiges Krümmungsverhalten zeigt, aber nicht unzulässig ausschwingt. Zwischen den Linien führt das im Verhältnis zum Linienabstand rasche Abfallen der Gewichtsfunktionen zu einer Verflachung der in den Linien enthaltenen Profilformen. Zwischen den Linien entsprechen die Prädiktionswerte einem gewichteten arithmetischen Mittel, wozu jeweils mehrere Punkte aus den beiden benachbarten Linien herangezogen werden. Die Mittelbildung bewirkt eine Abschwächung der in den Linien enthaltenen Kuppen- und Muldenformen, was durch die fehlenden negativen Werte der Gewichtsfunktionen nicht aufgefangen wird. Geht man davon aus, daß die in den Linien enthaltenen Formen einander nicht zugeordnet werden sollen, so ist diese Verflachung zwischen den Linien gerechtfertigt. Es liegt eine unterschiedliche Informationsdichte vor und die im Linienprofil enthaltenen Kleinformen verschwinden mit wachsender Entfernung. Die weiter entfernten Linien zeigen diese Kleinformen nicht mehr. Je größer der Linienabstand, umso stärker verflachen die Formen. Deshalb ist der verwendete Linienabstand für die Genauigkeit der Geländeflächenbeschreibung entscheidend. Die größere Punktdichte entlang der Linien erhöht die Genauigkeit nur lokal entlang der Linien.

2.2 Weitläufig erfaßte Linien

Bei der oben beschriebenen Prädiktionsmethode zeigen die Gewichtsfunktionen die zugrunde liegende flächenhafte Interpretation der Stützpunkte. Die Linieninformation bleibt unberücksichtigt. Während bei dichten Punktfolgen der Verlauf der Geländefläche entlang der Linien festgehalten ist, wird er bei weitläufig erfaßten Linien durch seitlich liegende Punkte mitgestaltet. Falls sich diese Punkte nicht in den Verlauf der Geländefläche, wie er durch die Linienpunkte beschrieben wird, einfügen, verändern sie den Verlauf.

Eine weitläufige Punktfolge kann durch eine Linienverdichtung sehr einfach in eine dichte Punktfolge umgewandelt werden, so daß der Linienverlauf indirekt in die Beschreibung der Geländefläche eingeht. Zur Linienverdichtung eignen sich meistens einfache Prädiktions- oder Interpolationsmethoden, da der Verlauf der Geländefläche zwischen zwei Linienpunkten durch die zwei vorausgehenden und nachfolgenden Punkte festgelegt ist. Gegebenenfalls kann auch die für flächen-

haft verteilte Punkte verwendete Prädiktionmethode auf die Prädiktion von Geländeprofilen entlang von Linien übertragen werden.

2.3 Die Berücksichtigung unterschiedlicher Stützpunktdichten durch affin-transformierte Grundfunktionen

Bei topographischen Geländeaufnahmen werden zum Teil gezielt unterschiedliche Punktdichten in Bezug auf Punktfolge entlang der Linien und Linienabstand verwendet, wenn die unterschiedliche Bewegtheit der Geländefläche dies als zweckmäßig erscheinen läßt. In diesen Fällen sollen die Kleinformen benachbarter Linien einander zugeordnet und auf die zwischen den Linien liegende Geländefläche übertragen werden. Eine Verflachung der Profilformen, die sich aus dem verwendeten größeren Linienabstand ergeben würde, ist unerwünscht. Wird z.B. ein Bergrücken durch orthogonal verlaufende Linien auf diese Weise erfaßt, so soll die Bergrückenlinie zwischen den aufgenommenen Linien nicht absinken. Diese Aufgabenstellung ist durch die Verwendung von affin-transformierten Grundfunktionen (Abschn. III.2.2.3) lösbar.

Affin-transformierte Grundfunktionen entstehen aus Rotationsflächen durch die Zuordnung und Ausrichtung eines lokalen Koordinatensystems dx , dy zu jeder Grundfunktion, wobei den sich ergebenden Koordinatenabschnitten unterschiedliche Grundfunktionsparameter m_x und m_y zugeordnet werden. Die sich aus der Rotationsfläche $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ ergebende affin-transformierte Grundfunktion stellt sich dar als

$$g_E = \sqrt{1 + dx^2/m_x^2 + dy^2/m_y^2} . \quad (\text{IV.1})$$

Zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Punktdichten wird das Koordinatensystem dx , dy in Linienrichtung ausgerichtet, wobei die y Achse in Linienrichtung zeigt. Der Grundfunktionsparameter m_y leitet sich aus dem Abstand zur nächsten Linie und der Grundfunktionsparameter m_x aus dem Abstand zum nächsten Punkt entlang der Linie ab. Zur Ermittlung der Grundfunktionswerte müssen die Stützpunkte in das lokale Koordinatensystem transformiert und die Koordinatenabschnitte dx und dy ermittelt werden.

Abbildung IV.11 zeigt eine Gewichtsfunktion als Linearkombination der elliptischen Grundfunktion $g_E = \sqrt{1+dx^2/m_x^2+dy^2/m_y^2}$. Im Vergleich zu der in Abbildung IV.10 dargestellten Gewichtsfunktion, bei der die gleiche Stützpunktanordnung aber rotationssymmetrische Grundfunktionen verwendet wurden, besitzen die den Schichtlinien angenäherten Ellipsen eine wesentlich größere numerische Exzentrizität. Vor allem treten zwischen der nächsten und übernächsten Linie wieder negative Funktionswerte auf, wie sie bei gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen üblich sind.

Diese Verwendung affin-transformierter Grundfunktionen entspricht der Simulation einer gleichmäßigen Stützpunktdichte. Die unter Annahme einer gleichmäßigen Stützpunktdichte ermittelte Prädiktionsfläche wird dann entsprechend den unterschiedlichen Grundfunktionsparametern m_x und m_y verzerrt. Die Zuordnung der Formen benachbarter Linien erfolgt durch die Grundfunktionsparameter m_x und m_y , so daß der Linienabstand der Punktfolge entlang der Linien gleichgesetzt wird.

Dadurch wird eine Verflachung der Geländeprofile zwischen den Linien vermieden, die sich aus dem größeren Profilabstand und der flächenhaften Interpretation der Stützpunkte ergeben würde.

3. Die Berücksichtigung von Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation

Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation werden bei der topographischen Geländeaufnahme zur genaueren und einfacheren Erfassung der Geländefläche verwendet. Sie ergänzen in der Regel die Geländeerfassung durch flächenhaft verteilte Punkte. Bei den Punktklassen kann zwischen der Aufnahme von Einzelpunkten, zu denen die markanten Höhenpunkte zählen, und der Aufnahme von Linien unterschieden werden, zu denen die Falllinien, Strukturlinien, Grat- und Tallinien und Bruchlinien zählen. Die Geländeerfassung durch digitalisierte Schichtlinien ist ein eigenständiges Aufnahmeprinzip, das in der Regel nur durch markante Höhenpunkte vervollständigt wird. Wie diese Punktklassen bei der verwendeten Linearkombination von Grundfunktionen berücksichtigt werden können, ist Gegenstand dieses Abschnittes. Die Punktklassen sind in Abschnitt I.3.4.1 näher beschrieben.

3.1 Markante Höhenpunkte

Durch die markanten Höhenpunkte wird angezeigt, daß die Geländefläche in diesen Punkten eine horizontale Tangentialebene besitzt, was hauptsächlich zur Lage- und höhenmäßigen Festlegung des relativ höchsten oder tiefsten Punktes auf Kuppen bzw. in Mulden verwendet wird. Bei den Prädiktionsflächen wird die Forderung nach einer horizontalen Tangentialebene in den markanten Höhenpunkten so interpretiert, daß die Flächenneigungen in Richtung zweier senkrecht aufeinander stehender Linien den Wert 0 haben sollen.

3.1.1 Die Erfüllung von Flächenneigungen durch die Verwendung von Ergänzungsfunktionen

Bei der Prädiktion mit Gewichtsfunktionen ergibt sich die Prädiktionsfläche nach Gleichung (III.1) $z = \underline{p}^T \underline{s}$, wobei in dieser Arbeit für die Beschreibung der Gewichtsfunktionen eine Linearkombination von Grundfunktionen verwendet wird. Durch die Verwendung von stützpunktkonstanten Grundfunktionen (Abschn. III.2) ergibt sich die Prädiktionsfläche direkt nach Gleichung (III.8) $z = \underline{f}^T \underline{F}^{-1} \underline{s}$.

Aus der Forderung, daß die Prädiktionsfläche in einem beliebigen Punkt u_j, v_j , der in der Regel mit einem Stützpunkt zusammenfällt, was aber nicht Bedingung ist, in einer bestimmten Richtung r die Flächenneigung n_j besitzen soll, ergibt sich die Bedingungsgleichung

$$\frac{\partial z}{\partial r(u_j, v_j)} = n_j \quad (\text{IV.2})$$

Da eine Linearkombination von n Grundfunktionen nur die n gegebenen Stützpunkte erfüllen kann, muß für jede zu erfüllende Flächenbedingung ein neuer Freiheitsgrad eingeführt werden. Dazu wird der Linearkombination eine weitere Funktion zugefügt, die hier Ergänzungsfunktion genannt werden soll, so daß sich die Zahl der Scharparameter erhöht. Als Ergänzungsfunktion ist die Funktion

$$e = \frac{dx}{(1 + d^2/m^2)} \quad (\text{IV.3})$$

geeignet, was auf folgenden Eigenschaften beruht. Dieser Funktion, die in Abbildung IV.12 dargestellt ist, ist ein lokales Koordinatensystem dx , dy zugrunde gelegt, wobei die Achse dx in Richtung der vorgegebenen Neigung verläuft. Aus der Lage eines Punktes ergibt sich der Koordinatenabschnitt dx und die Entfernung d zum Ursprung des Koordinatensystems. Der Parameter m beschreibt das Absinken der Ergänzungsfunktion zum Wert 0 mit wachsender Entfernung d zum zugeordneten Punkt und kann den Grundfunktionsparametern angepaßt werden. Diese Funktion wird als geeignet betrachtet, da der Scharparameter direkt die Neigung der Funktion in der vorgegebenen Richtung bestimmt, aber die Neigung der Prädiktionsfläche senkrecht zur vorgegebenen Richtung nicht verändert. Für wachsende Entfernung d strebt die Funktion gegen 0. Besitzt die Prädiktionsfläche die geforderte Neigung schon näherungsweise, so werden sich nur kleine Scharparameter ergeben.

Für die Erfüllung der sich aus den markanten Höhenpunkten ergebenden Forderungen an die Flächenneigungen müssen pro Punkt zwei Ergänzungsfunktionen verwendet werden, die orthogonal zueinander ausgerichtet sind. In der Regel wird die Ausrichtung der beiden Funktionen in x und in y Richtung erfolgen.

3.1.2 Demonstrationsbeispiel

Die Wirkung der gewählten Berücksichtigung markanter Höhenpunkte kann an folgendem Beispiel aufgezeigt werden. Es sind unregelmäßig flächenhaft verteilte Stützpunkte gegeben, von denen alle bis auf zwei die Höhe 20 besitzen. Von den beiden restlichen Punkten hat einer die Höhe 30 und einer die Höhe 10, so daß der erste Punkt einen höchsten Punkt auf einer Bergkuppe und der zweite Punkt einen tiefsten Punkt in einer Mulde darstellen soll. Abbildung IV.13.1 zeigt die Prädiktionsfläche, wenn alle Punkte als flächenhaft verteilte Punkte behandelt werden und die den beiden Punkten zugeordnete Forminformation unberücksichtigt bleibt. Es zeigt sich, daß der höchste und tiefste Punkt der Prädiktionsfläche nicht mit den beiden Punkten zusammenfallen. Das Prädiktionsergebnis bei Berücksichtigung der beiden Punkte als markante Höhenpunkte ist in Abbildung IV.13.2 dargestellt. Der höchste und der tiefste Punkt fallen jetzt mit den markanten Höhenpunkten zusammen. Dadurch kommt es zwangsläufig zu einem etwas verstärkten Schwingungsverhalten der Prädiktionsfläche.

3.2 Falllinien

Falllinien geben den Verlauf der größten Flächenneigung an. Bei einer weitläufigen Erfassung der Falllinien sollte eine Verdichtung vorgenommen werden, wenn dicht benachbarte Punkte eine Störung des Geländeverlaufs entlang der Falllinie befürchten lassen. Falllinien können ähnlich wie die markanten Höhenpunkte behandelt werden. Der Verlauf der Falllinien bestimmt gleichzeitig, daß senkrecht zur Linienrichtung die Geländefläche eine horizontale Flächentangente besitzt. Dies kann als Forderung an die Flächenneigungen bei der Ermittlung der Prädiktionsfläche berücksichtigt und durch die Verwendung von Ergänzungsfunktionen erfüllt werden. Es eignet sich wieder die bei den markanten Höhenpunkten verwendete Ergänzungsfunktion, die senkrecht zur Falllinie nach dem Verlauf der horizontalen Flächentangenten ausgerichtet wird.

Abbildung IV.14 zeigt zwei Prädiktionsflächen, wobei in Abbildung IV.14.1 die Forminformation der Falllinie nicht berücksichtigt und in Abbildung IV.14.2 berücksichtigt wurde. Die Berücksichtigung der Forminformation verändert den Verlauf der Prädiktionsfläche, so daß die Schichtlinien die Falllinien senkrecht schneiden, was gleichbedeutend mit einer horizontalen Flächentangente senkrecht zur Falllinie ist.

3.3 Schichtlinien

Die Erfassung von Geländeflächen durch digitalisierte Schichtlinien ist in der Regel durch eine sehr dichte Punktfolge entlang der Schichtlinien gekennzeichnet. Der Linienabstand ist von der Neigung der Geländefläche abhängig, so daß die Linien bei steilen Geländeflächen eng zusammenrücken und bei flachen Geländeflächen weit auseinanderliegen.

Die Forminformation der Schichtlinien ergibt sich aus ihrer Definition als Schnittlinien zwischen der Geländefläche und Horizontalebene. Dadurch sind entlang der Schichtlinien horizontale Flächentangenten und rechtwinklige Schnitte der Schichtlinien mit den Falllinien bedingt.

Aus dieser Eigenschaft leitet sich die manuelle Interpolation von Geländehöhen in Schichtlinienkarten ab, der mit der zugrunde liegenden strengen Interpretation der Schichtlinien eine hohe Genauigkeit zuzuordnen ist. Zur Interpolation von Geländehöhen wird die durch den Interpolationspunkt verlaufende Falllinie herangezogen. Die Interpolation erfolgt entlang dieser Falllinien, wobei die Abstände zu benachbarten Schichtlinien entlang der Falllinie berücksichtigt werden. Durch die Ermittlung der Falllinien werden sehr streng die Formen benachbarter Linien einander zugeordnet und so auf die dazwischenliegende Geländefläche übertragen.

Die Automation dieser manuellen Interpolation stößt jedoch auf kaum lösbare Schwierigkeiten und es ist kein programmierbarer Algorithmus bekannt, nachdem die oft gekrümmt verlaufenden Falllinien auch in flachen, bewegten und mit Kleinformen durchsetzten Geländeflächen streng ermittelt werden können. Verwendet man für die Beschreibung der Geländefläche die für unregelmäßig flächenhaft ver-

teilte Punkte entwickelte Prädiktionsmethode, so kann dabei auf die Verwendung von Ergänzungsfunktionen zur strengen Erfüllung der Flächentangenten in Schichtlinienrichtung verzichtet werden. Durch die sehr dichte Punktfolge entlang der Schichtlinien ist diese Bedingung weitgehend erfüllt.

Die eigentliche Problematik liegt in der geforderten Zuordnung von Formen benachbarter Linien, deren Größe im Verhältnis zum Linienabstand gering ist, die aber formgleich in ermittelten Zwischenlinien erscheinen sollen. Bei dichten Punktfolgen und größeren Linienabständen tritt, wie in Abschnitt IV.2.1 aufgezeigt wurde, eine Verflachung der Formen auf. Die bei digitalisierten Schichtlinien entstehenden Gewichtsfunktionen sind den in Abschnitt IV.3.2,1 ermittelten Gewichtsfunktionen (Abb. IV.10) sehr ähnlich. Enthalten die Schichtlinien keine Kleinformen, bei denen das Zuordnungsproblem auftritt, so ist eine hohe Genauigkeit der Prädiktionsflächen gewährleistet.

Anhand zweier Beispiele soll die Leistungsfähigkeit der für flächenhaft verteilte Punkte entwickelten Prädiktionsmethode aufgezeigt werden. Dazu sind in den Abbildungen IV.15 und 16 die gegebenen Schichtlinien und die aus den Prädiktionsflächen abgeleiteten Zwischenlinien dargestellt. Abbildung IV.15 zeigt ein Beispiel, wo das Problem der Zuordenbarkeit im wesentlichen nicht auftritt, und die Form der Zwischenlinien fügt sich in den Verlauf der gegebenen Schichtlinien ein. Somit kann die hohe Genauigkeit der Prädiktionsfläche bestätigt werden. Abbildung IV.16 zeigt ein Beispiel, wo die Schichtlinien zuordenbare Formen enthalten. Die Zwischenlinien lassen eine Verflachung der Formen erkennen. Das Prädiktionsergebnis entspricht nicht der Zielsetzung und in diesem Falle muß von einer verminderten Genauigkeit der Geländeflächenbeschreibung ausgegangen werden.

3.4 Strukturlinien

Strukturlinien kennzeichnen den unscharfen Übergang zwischen zwei verschiedenen geneigten Teilflächen, wobei senkrecht zur Strukturlinie eine größere Flächenkrümmung auftritt. Die durch eine Strukturlinie beschriebene Form ist mit einer ausgerundeten Flächenkante vergleichbar. Entsprechend wird von der Prädiktionsfläche erwartet, daß sich im Bereich der Strukturlinie ein rascher Neigungswechsel vollzieht.

Überträgt man diese Anforderung an die Prädiktionsfläche auf die Betrachtungsweise der Gewichtsfunktionen, so müssen die Gewichtsfunktionen in den Strukturlinienpunkten stärker gekrümmt sein, vergleichbar den linear ausgeformten Gewichtsfunktionen. Da die Krümmungen der Gewichtsfunktionen von den verwendeten Grundfunktionsparametern abhängig sind, müssen für die den Strukturlinienpunkten zugeordneten Grundfunktionsparameter kleinere Grundfunktionsparameter verwendet werden. Um jedoch trotz der kleineren Grundfunktionsparameter für das Geländeprofil entlang der Strukturlinien einen gleichmäßigen Krümmungsverlauf zu erhalten, ist eine Verdichtung der Strukturlinien erforderlich.

Bei den in diesem Abschnitt verwendeten Beispielen erfolgte die Verdichtung entsprechend den reduzierten Grundfunktionsparametern, jedoch erscheint eine weniger starke Reduzierung zur Verminderung des Rechenaufwandes ausreichend, was jedoch nicht im Vordergrund dieser Untersuchung steht. Die Untersuchungen und Beispiele dieses Abschnittes bestätigen, daß durch die Verkleinerung der Grundfunktionsparameter bei entsprechender Verdichtung der Strukturlinienpunkte die Geländefläche in den Strukturlinien einen raschen Neigungswechsel vollzieht. Der Krümmungsgrad ist von der Größe der Grundfunktionsparameter abhängig.

a) Einfluß der Stützpunktverdichtung auf die Gewichtsfunktionen

In Abbildung IV.17 sind drei Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit von der Verdichtung einer Strukturlinie dargestellt. Es wurde wieder die unregelmäßig flächenhaft verteilte Stützpunktanordnung aus Abschnitt IV.1.1.4, Abbildung IV.3.1 herangezogen, wobei entlang der Linie $y=50$ eine Strukturlinie eingeführt wurde und zur Strukturlinie dicht benachbarte Punkte weggelassen wurden. Bei dicht benachbarten Punkten ist der Verlauf der Gewichtsfunktionen und der Prädiktionsfläche durch die Punkte der Strukturlinie festgelegt, so daß die Krümmung der Geländefläche im Bereich der Strukturlinie direkt erfaßt ist. Als Verdichtungsintervalle wurden $w=5$ und 2.5 verwendet. Der mittlere Stützpunktabstand der Punktanordnung beträgt 10 . Bei den drei Abbildungen ist vor allem der Verlauf der Gewichtsfunktionen senkrecht zur Strukturlinie von Bedeutung. Bei einer stärkeren Verdichtung sind die Gewichtsfunktionen im Bereich der Strukturlinie stärker gekrümmt und fallen mit wachsender Entfernung rascher ab.

b) Einfluß auf die Prädiktionsfläche

Legt man wieder die oben beschriebene Stützpunktanordnung zugrunde, so kann hiermit eine durch zwei Schrägebenen gebildete Dachform beschrieben werden, die entlang der Strukturlinie zusammenstoßen und eine horizontale Schnittlinie mit der Höhe 50 besitzen. Die beiden Dachflächen haben eine Flächenneigung von 1 . Die Höhe der Strukturlinie unterscheidet sich von der Schnittlinie der beiden Schrägebenen durch die etwas geringere Höhe, die für Beispiel 1 mit 45 und für Beispiel 2 mit 48 gewählt wurde. Der Verlauf der senkrecht zur Strukturlinie prädierten Profile wurde gemittelt, wobei nur geringe Abweichungen zwischen den einzelnen Profilen auftraten. In Abbildung IV.18 sind für die beiden Beispiele der ungefähre Profilverlauf dargestellt, während das eigentliche Interesse dem ebenfalls dargestellten Krümmungsverlauf in Abhängigkeit von der Strukturlinienverdichtung gilt. Der Krümmungsverlauf wird hier durch die 2. Ableitungen repräsentiert. Bei beiden Beispielen tritt die maximale Krümmung in der Strukturlinie auf und steigt bei einer stärkeren Verdichtung an. Bei kleineren Grundfunktionsparametern für die Strukturlinienpunkte verkleinert sich vor allem die Krümmung mit wachsender Entfernung von der Strukturlinie sehr rasch. Der Neigungswechsel, der sich im Bereich der Strukturlinie vollzieht, ist durch die Stützwerte der beiden aufeinanderstoßenden Flächen und die Höhe der Strukturlinie vorgegeben.

c) Demonstrationsbeispiel

Der Einfluß der Reduzierung der Grundfunktionsparameter bei den Strukturlinienpunkten auf die Prädiktionsfläche kann am folgenden Beispiel gezeigt werden. Die verwendete Flächensimulation entspricht einer Dammform. Sie zerfällt in eine Dammläche, die Böschungen und eine Horizontalebene, auf der der Damm aufgebaut ist. Der Übergang der Böschungen zu der Dammläche und der Horizontalebene ist durch zwei Strukturlinien erfaßt, die beide horizontal verlaufen. Zusätzlich existieren weiter von der Dammform entfernte flächenhaft verteilte Punkte, die die Horizontalebene beschreiben.

Die sich bei drei unterschiedlichen Punktdichten der Strukturlinien ergebenden Prädiktionsflächen sind in Abbildung IV.19 dargestellt. Es zeigt sich, daß bei einer dichteren Punktfolge sowohl der Verlauf der Geländefläche entlang der Strukturlinie besser erfaßt ist und auch die Trennung in Dammläche, Böschungen und Horizontalebene deutlicher wird. Das Krümmungsverhalten der Geländefläche an den Strukturlinien zeigt sich deutlich durch das Ansteigen und den höchsten Punkt der Dammläche. Treten entlang der Strukturlinien stärkere Krümmungen auf, so vollzieht sich ein rascherer Neigungswechsel im Bereich der Strukturlinien, und die Dammhöhe verringert sich. Dieses Verhalten ist an den Schichtlinien der Dammlächen erkennbar, deren Anzahl bei Verdichtung auf drei absinkt, während ohne Verdichtung fünf Schichtlinien auftreten. Im Vergleich dazu beträgt der Höhenunterschied zwischen Böschungsunterkante und Böschungsoberkante zehn Schichtlinienintervalle. Das Prädiktionsergebnis kann bei der größten Verdichtung als zufriedenstellend betrachtet werden, da die Teilformen ausgeprägt sind und das Ansteigen der Dammläche reduziert wird. Nur bei der Verwendung von Bruchlinien anstelle der Strukturlinien müßte die Dammläche einer Horizontalebene entsprechen.

3.5 Grat- und Tallinien

Grat- und Tallinien sind zugleich Falllinie und Strukturlinie. Sie beschreiben das Zusammenstoßen zweier verschieden geneigter Teilflächen entlang von Falllinien.

Die Berücksichtigung von Grat- und Tallinien folgt der doppelten Aussage über den Verlauf der Geländefläche. Wie bei den Strukturlinien werden für die Grat- und Tallinienpunkte die Grundfunktionsparameter reduziert und eine entsprechende Verdichtung vorgenommen, um eine stärkere Krümmung der Geländefläche entlang der Linien zu erzeugen. Gleichzeitig werden den Grat- und Tallinienpunkten Ergänzungsfunktionen zugeordnet, um einen rechtwinkligen Schnitt zwischen Schichtlinien und Grat- und Tallinien zu gewährleisten.

3.6 Bruchlinien

Bruchlinien bezeichnen Unstetigkeitsstellen in der Geländeﬂäche, wobei es sich entweder um eine Unstetigkeit der Flächenneigungen wie bei Flächenkanten oder um eine Unstetigkeit der Geländehöhen wie bei den durch die Parameterdarstellung entstehenden Flächensprünge handeln kann.

Für die Behandlung von Bruchlinien kommen zwei unterschiedliche Methoden in Betracht. Bei der Linearkombination von Grundfunktionen können Grundfunktionen, die entsprechende Unstetigkeiten aufweisen, verwendet werden. Die Geländeﬂäche kann aber auch dem Verlauf der Bruchlinien folgend unterteilt werden und die Geländeﬂäche für jedes der Teilgebiete durch eine eigene Prädiktionsﬂäche beschrieben werden. Sowohl bei der Verwendung von unstetigen Grundfunktionen als auch bei der Trennung in mehrere Prädiktionsﬂächen treten gewisse Schwierigkeiten auf, die berücksichtigt werden müssen. Insgesamt können die bei der Trennung in mehrere Prädiktionsﬂächen auftretenden Schwierigkeiten besser bewältigt werden.

3.6.1 Die Verwendung von unstetigen Grundfunktionen

Um mit Hilfe einer Linearkombination von Grundfunktionen streng Flächenkanten ausbilden zu können, müssen die den Bruchlinienpunkten zugeordneten Grundfunktionen entlang der Bruchlinien eine Flächenkante besitzen. Die den Bruchlinienpunkten zugeordneten Grundfunktionen müssen so gewählt werden, daß die erzeugten Gewichtsfunktionen, sobald sie eine Bruchlinie überschreiten, abrupt den Wert 0 annehmen. Dazu müßten die Grundfunktionen den polygonzugartigen Verlauf der Bruchlinien beachten, was je nach Dichte der Erfassung zu kleineren oder größeren Brechungswinkeln führt. Ebenso sind frei endende Bruchlinien zu berücksichtigen. Da keine Grundfunktion gefunden wurde, die in jedem Fall zur Ausbildung der durch die Bruchlinien und Stützpunkte geforderten Bruchkanten führt und sich außerdem nicht störend auf den übrigen Verlauf der Prädiktionsﬂäche auswirkt, ist dieses Verfahren nicht anwendbar. Dasselbe gilt für die Behandlung von Flächensprüngen.

Jedoch können mit guter Näherung Flächenkanten durch die Verwendung der Grundfunktion $g_C = 1+d/m$, die die Form eines Kegels besitzt, ausgebildet werden. Dazu sollten die Bruchlinien stark verdichtet werden, um eine enge Folge der kegelförmigen Grundfunktionen zu erreichen. Ordnet man den flächenhaft verteilten Punkten die Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ mit variablem Grundfunktionsparameter m zu, verdichtet die Bruchlinien und ordnet den Bruchlinienpunkten die Grundfunktion $g_C = 1+d/m$ zu, so können Prädiktionsﬂächen, die näherungsweise Flächenkanten enthalten, erzeugt werden. Abbildung IV.20 zeigt auf diese Weise erzeugte Prädiktionsﬂächen. Die vorgegebene Flächenform wird durch zusammenstoßende Ebenen gebildet. Die Abbildung zeigt eine deutliche Ausbildung von Flächenkanten bei stark verdichteten Bruchlinien. Die Gewichtsfunktionen nehmen jedoch nicht streng den Wert 0 an, wenn sie eine Bruchlinie überschreiten, so daß sich gewisse Abweichungen von den vorgegebenen Ebenen bemerkbar machen.

3.6.2 Die Trennung in verschiedene Prädiktionsflächen

Die Trennung in verschiedene Prädiktionsflächen beinhaltet zwei Problemstellungen. Es muß ein programmierbarer Algorithmus gefunden werden, der die Trennung in Teilgebiete durchführt. Um auch allen Sonderfällen gerecht zu werden, steigert sich der Lösungsaufwand bezüglich der Softwareentwicklung beträchtlich. Der Rechenaufwand sinkt jedoch durch die Zerlegung in kleinere Einheiten etwas ab. Anwendbare Algorithmen sind bekannt, so daß dieses Problem lösbar ist. Das zweite Problem bildet die Genauigkeit der Geländeflächenbeschreibung durch die Prädiktionsfläche. Da für die Ermittlung der Prädiktionsfläche nur die innerhalb eines Teilgebietes liegenden Punkte herangezogen werden können, bricht die Information über den Verlauf der Geländefläche am Rand abrupt ab. Dies führt zu Genauigkeitseinbußen, vor allem dann, wenn die Geländefläche nur durch wenige Stützpunkte erfaßt ist und streifenförmige Teilgebiet entstehen.

Anhand dreier Beispiele soll die durch streifenförmige Teilgebiete bei nur wenigen Stützpunkten verursachte Genauigkeitsverminderung aufgezeigt werden. Abbildung IV.21 zeigt für drei Beispiele je eine Böschung, die durch eine Schrägebene dargestellt wird. Als Stützpunkte sind nur Bruchlinienpunkte entlang der unteren und oberen Böschungskante gegeben. In Abbildung IV.21,1 liegen sich die Stützpunkte auf der unteren und oberen Böschungskante direkt gegenüber. Zwischen den Stützpunkten steigt die untere Böschungskante an und die obere sinkt ab. Abbildung IV.21.2 und Abbildung IV.21.3 zeigen die Auswirkung eines Punktes, der auf der gegenüberliegenden Böschungskante keinen Gegenpunkt besitzt. Der Stützwert verzieht die Böschungskante.

Die geschilderten Einflüsse sind darauf zurückzuführen, daß es durch die unterschiedlichen Punktdichten senkrecht und entlang der Böschung nicht zu gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen kommt. Besitzt ein Stützpunkt auf der anderen Böschungskante keinen Gegenpunkt, so besitzt die Gewichtsfunktion auf der gegenüberliegenden Böschungskante einen größeren Wert, und die Höhe der gegenüberliegenden Böschungskante wird hauptsächlich durch den Stützpunkt auf der anderen Böschungskante beeinflußt.

Als Maßnahmen zur Vermeidung dieses nachteiligen Einflusses können zwei Methoden angewandt werden. Die Bruchlinien müssen soweit verdichtet werden, daß eine gleichmäßige Punktdichte entsteht. Dadurch wird bei Flächenkanten gleichzeitig auch ein guter Zusammenschluß benachbarter Prädiktionsflächen erreicht. Außerdem können Schrägebenen im Sinne von Trendflächen für jedes Teilgebiet verwendet werden. Schrägebenen haben den Vorteil, daß sie keine Krümmungen aufweisen, die sich auf die Geländefläche übertragen. Besonders bei Dammformen nähern Schrägebenen die Geländefläche sehr gut an. Die Reduzierung der Stützwerte durch die Schrägebene bewirkt, daß der Verlauf der Gewichtsfunktionen nicht in gleichem Maße auf die Prädiktionsfläche übertragen wird, da der Multiplikationsfaktor, der dem reduzierten Stützwert entspricht, verkleinert ist.

Das Problem der sehr unterschiedlichen Stützwerte von Punkten auf oberen und unteren Böschungskanten wird durch die Verwendung von Schrägebenen weitgehend gelöst. Nur bei gekrümmt verlaufenden Böschungen sollte die zuerst erwähnte Methode der Bruchlinienverdichtung angewandt werden.

4. Die Glättung von Geländeflächen

Die Glättung von Geländeflächen hat die Aufgabe, eine in den Stützpunkten enthaltene Oberflächenrauigkeit, die im Widerspruch zur gewünschten idealisierten und abstrahierten Darstellung der Erdoberfläche steht, zu eliminieren. Diese Oberflächenrauigkeit entsteht durch die beschränkte Meßgenauigkeit bei der Aufnahme und die Genauigkeit der Definition der Geländefläche. Dies führt bei dichten Aufnahmen, wie sie entweder generell vorliegen oder wie sie durch Doppelaufnahmen und überlappende Aufnahmeeinheiten entstehen können, zu eng benachbarten Punkten, die bei strenger Erfüllung der Stützpunkte einen wesentlich bewegteren Verlauf der Geländefläche erzeugen.

Die Glättung der Geländefläche kann jedoch nur einen Teil dieser Problematik bewältigen. Punktklassen mit zusätzlicher Forminformation führen bei Doppelaufnahmen oder zu dichten Aufnahmen unter den geschilderten Ursachen zu einem direkten Widerspruch, nicht nur in den aufgenommenen Höhen, sondern auch in der lagemäßigen Beschreibung. Diese Widersprüche müssen vorab beseitigt werden. Das automatische Erkennen der Notwendigkeit der Bereinigung bereitet jedoch gewisse Schwierigkeiten. Die auftretenden Widersprüche können oft durch einfache Mittelbildung beseitigt werden. Im Falle von Linien können diese von den anderen aufgenommenen Punkten als unabhängig betrachtet werden und für die notwendige Glättung kann der in diesem Abschnitt entwickelte Glättungsansatz verwendet werden.

An die Glättung von Geländeflächen werden hohe Anforderungen gestellt, wobei sowohl die unterschiedlichen Ursachen für die Forderung nach einer Flächen-glättung berücksichtigt werden müssen, als auch der Glättungsgrad vorausschauend steuerbar sein muß, und nicht erst anhand der erzielten Glättung verstärkt oder abgeschwächt werden kann. In diesem Abschnitt wird ein Glättungsansatz entwickelt, der diesen Forderungen gerecht wird. Mit diesem Ansatz lassen sich die Elimination einer Oberflächenrauigkeit, die Berücksichtigung unterschiedlicher Punktgruppen, Abweichungen zwischen benachbarten Aufnahmeeinheiten und die Elimination des Abtastfehlers behandeln.

4.1 Die Entwicklung des Glättungsansatzes

Bei der Entwicklung des Glättungsansatzes muß zunächst ein geeigneter Parameter zur Steuerung des gewünschten Glättungsgrades eingeführt werden. Dieser Glättungsparameter muß in die Beschreibung der Gewichtsfunktionen durch eine Linearkombination von Grundfunktionen integriert werden, so daß gezielt Flächenteile geglättet werden können, während bestimmte Abstützpunkte streng erfüllt werden können. Dabei sollen die entstehenden geglätteten Gewichtsfunktionen einen Verlauf aufweisen, wie er für eine zweckmäßige Glättung von Geländeflächen erforderlich erscheint.

4.1.1 Die Steuerung des Glättungsgrades durch einen Entfernungsparameter

Für die Steuerung des Glättungsgrades erscheint zunächst die Verwendung eines bestimmten Filterbetrages geeignet, der angibt, welche mittleren und maximalen Abweichungen die Prädiktionsfläche von den gegebenen Stützwerten erreichen kann und soll. Tatsächlich ist ein solcher Filterbetrag zur Steuerung des Glättungsgrades nur bedingt geeignet, da in der Regel keine Übereinstimmung zwischen angestrebtem und tatsächlich erzielt Filterbetrag erreicht werden kann. Geht man z.B. davon aus, daß für sämtliche Punkte die Höhe zweimal gemessen wurde, so ist der tatsächlich erzielte Filterbetrag ausschließlich durch die Höhendifferenzen bestimmt. Die in den Stützpunkten enthaltene Oberflächenrauigkeit bestimmt den tatsächlich erzielten Filterbetrag und kann nicht vorgegeben werden.

Die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen zeigt diese Eigenschaft deutlich auf. Die Gewichtsfunktionen bestimmen, inwiefern umliegende Stützpunkte zur Ermittlung des Prädiktionswertes in einem Stützpunkt beitragen. Wieviel der prädizierte Wert jedoch vom Stützwert des betreffenden Stützpunktes abweicht, hängt von den Stützwerten der umliegenden Punkte ab. Deshalb zeigen auch die in Kapitel II für die verschiedenen Prädiktionsmethoden abgeleiteten Gewichtsfunktionen deutlicher die tatsächlich zugrunde liegende Glättung als irgendwelche Prädiktionsbeispiele.

Aus diesem Grunde wird für die Glättung von Geländeflächen ein Entfernungsparameter als leistungsfähiger eingestuft. Dieser Entfernungsparameter bestimmt, daß alle Stützpunkte, deren Nachbarpunkte weiter entfernt sind als durch den Entfernungsparameter definiert ist, streng erfüllt werden. Ist ein dichter benachbarter Stützpunkt vorhanden, so erfolgt eine näherungsweise Erfüllung des Stützpunktes und eine Flächenglättung entsprechend der später aufgezeigten Gewichtsfunktionen. Der Entfernungsparameter kann den Stützpunkten individuell zugeordnet werden, so daß manche Punkte noch bei einem eng benachbarten Punkt streng erfüllt werden, während Geländeflächenausschnitte, die durch weiter auseinanderliegende Punkte erfaßt sind, geglättet werden,

4.1.2 Die Glättung bei der Linearkombination von Grundfunktionen

Für die Beschreibung von Geländeflächen eignen sich gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen, wie sie bei der Linearkombination der Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ entstehen, wobei der Grundfunktionsparameter m entsprechend dem Abstand zum nächstbenachbarten Stützpunkt variiert. Bei der Linearkombination wurde seither ein Zusammenrücken zweier Stützpunkte ausgeschlossen, da sich für die Bestimmung der Scharparameter ein unbestimmtes Gleichungssystem ergeben würde. Ebenso würde der Grundfunktionsparameter m den Wert 0 annehmen, was zu infiniten Grundfunktionswerten führt.

Im Abschnitt III.3 wurde für die Linearkombination von Grundfunktionen ein prinzipieller Glättungsansatz aufgezeigt, der auf der Minimierung der Scharparameter beruht, was über eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen durchführbar ist. Als Gleichung für geglättete Gewichtsfunktionen ergab sich nach (III.16) $p_j = \underline{f}^T (\underline{F}_j + \Delta \underline{F}_j)^{-1} \underline{e}_j$.

Dabei wurde auf die Möglichkeit und Leistungsfähigkeit der Gewichtsfunktionsglättung hingewiesen, wenn durch die Addition der Matrix $\Delta \underline{F}_j$ nur einige Diagonalglieder der Matrix \underline{F}_j verändert werden. Um geglättete Gewichtsfunktionen zu erhalten, müssen bei der Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ vom Wert 1 auf der Hauptdiagonalen bestimmte Beträge abgezogen werden. Bleiben Glieder der Hauptdiagonalen unverändert, so erfüllt die Gewichtsfunktion die entsprechenden Stützstellen streng.

Um die für die Beschreibung von Geländeflächen verwendeten Gewichtsfunktionen zu glätten, werden den Grundfunktionen größere Grundfunktionsparameter zugewiesen, als sich aus dem Abstand zum nächsten Nachbarpunkt ergeben würde. Dadurch wird gewissermaßen eine größere Entfernung der Stützpunkte zueinander und eine geringere Bewegtheit der Geländefläche simuliert. Die Grundfunktionsparameter können entweder bis zu einem vorgegebenen Mindestparameter m_{\min} angehoben werden oder es kann ein um einen Faktor vergrößerter Grundfunktionsparameter m_{fak} verwendet werden. Es werden nur diejenigen Grundfunktionsparameter vergrößert, deren Stützpunkt, dem sie zugeordnet sind, zugunsten eines geglätteten Verlaufs der Prädiktionsfläche nicht streng erfüllt werden soll. Um jedoch ein Ausschwingen der Gewichtsfunktionen infolge der vergrößerten Grundfunktionsparameter zu vermeiden, müssen die Diagonalglieder für die Stützpunkte mit vergrößertem Grundfunktionsparameter um einen bestimmten Betrag Δf verkleinert werden.

4.1.3 Die Ermittlung zweckmäßig geglätteter Gewichtsfunktionen

Um zu gewährleisten, daß zweckmäßig geglättete Gewichtsfunktionen entstehen, muß die Auswirkung der Vergrößerung des Grundfunktionsparameters und die Auswirkung der Veränderung des Diagonalelements der Matrix \underline{F}_j untersucht werden. Es liegt jetzt ein vergrößerter Grundfunktionsparameter m vor, der zum Abstand zum nächstbenachbarten Stützpunkt d_{\min} in Beziehung zu setzen ist, woraus sich dann ein zweckmäßiger Betrag Δf für die Veränderung des Diagonalelementes ableitet. Als funktionaler Zusammenhang wurde die Funktion

$$\Delta f = a(1 - d_{\min}^2/m^2) \text{ für } d_{\min} < m \text{ und } \Delta f = 0 \text{ für } d_{\min} \geq m \quad (\text{IV.4})$$

ausgewählt. Dabei ist gleichgültig, ob die Vergrößerung des Grundfunktionsparameters durch einen Mindestparameter oder durch einen Faktor erfolgt. Die Veränderung Δf des Diagonalgliedes nimmt einen maximalen Betrag a an, wenn zwei Stützpunkte zusammenfallen, die Veränderung Δf erreicht den Wert 0, sobald der Abstand zum nächstbenachbarten Punkt dem Grundfunktionsparameter entspricht. Das Anwachsen der Veränderung vom Wert 0 für $d_{\min} = m$ zum Wert a für $d_{\min} = 0$ leitet sich aus dem immer stärker werdenden Ausschwingen der Gewichtsfunktionen bei zusammenrückenden Stützpunkten ab. Der Verlauf zwischen diesen beiden Eck-

werten wird durch ein Polynom 2. Ordnung beschrieben, was zu befriedigenden Ergebnissen führte.

Die zweckmäßige Wahl des Wertes a erfolgt anhand des in Abschnitt III.3.2 geschilderten Beispiels, das gleichzeitig die Eignung der ausgewählten Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit vom gewählten funktionalen Zusammenhang zeigt. Dazu werden 8 Stützpunkte entlang einer Geraden mit einem konstanten Abstandsintervall w angeordnet. Verringert man den Abstand zwischen dem 4. und 5. Punkt, wobei die übrigen Stützpunkte mitverschoben werden, so ergeben sich bei der Prädiktion ohne Glättung für den Punkt 5 immer stärker ausschwingende Gewichtsfunktionen. Führt man zur Glättung den Mindestparameter $m_{\min} = w$ ein, so können die Gewichtsfunktionen in Abhängigkeit vom Parameter a und dem reduzierten Intervall w_r betrachtet werden. Dazu sind in Tabelle IV.6 die größten Werte, die die Gewichtsfunktionen des 5. Stützpunktes erreichen, angegeben.

reduziertes Intervall w_r		maximale Werte der Gewichtsfunktionen						
		1.0w	0.7w	0.5w	0.3w	0.2w	0.1w	0.0w
Parameter a	0.001	1.000	1.025	1.109	1.335	1.546	1.667	0.498
	0.01	1.000	0.970	0.955	0.885	0.781	0.609	0.484
	0.05	1.000	0.805	0.677	0.545	0.488	0.445	0.428
	0.1	1.000	0.691	0.553	0.451	0.416	0.391	0.374

Tab. IV.6 Abhängigkeit der geglätteten Gewichtsfunktionen vom Parameter a und dem reduzierten Intervall w_r

Betrachtet man die Werte, die die Gewichtsfunktionen des 5. Stützpunktes bei den unterschiedlichen Abständen w_r zwischen Punkt 4 und 5 erreichen, so wird der Parameter $a = 0.05$ als geeigneter Parameter betrachtet. Die Gewichtsfunktionen dieses Punktes sind in Abbildung IV.22 dargestellt. Bei diesem Wert fallen die größten Werte ungefähr gleichmäßig vom Wert 1 beim Abstand $w_r = w$ zum Wert 0.5 beim Abstand $w_r = 0$ ab. Diese Gewichtsfunktionen sind geeignet, um bei jedem Abstand zwischen Punkt 4 und 5 eine geglättete Prädiktionsfläche zu erzeugen, wenn dies durch unterschiedliche Stützwerte gefordert wird. Sie verlaufen weder zu flach noch zu stark schwingend.

4.2 Die Elimination einer Oberflächenrauigkeit

Durch die beschränkte Genauigkeit des Aufnahmeverfahrens und der Definition der Geländefläche kann in den aufgenommenen Punkten eine Oberflächenrauigkeit enthalten sein, die bei dicht zusammenliegenden Punkten erkannt und eliminiert werden kann. Liegen die aufgenommenen Punkte weiter auseinander, so hat die beschränkte Genauigkeit der aufgenommenen Stützwerte keine Auswirkung auf die Bewegtheit der Geländefläche und ist somit nicht feststellbar. Deshalb sollte die Geländefläche die Stützpunkte trotz beschränkter Genauigkeit streng erfüllen. Bei dicht zusammenliegenden Punkten wird auf eine strenge Erfüllung der Stützpunkte zugunsten eines geglätteten Verlaufs der Geländefläche verzichtet.

Entsprechend der Ursache, ob das dichte Zusammenrücken lokal durch Doppelaufnahmen oder überlappende Aufnahmeeinheiten entstanden ist oder ob generell eine dichte Aufnahme vorliegt, wird die Glättung der Gelände­fläche durch einen Entfernungsparameter gesteuert. Sind lokal dichte Aufnahmen auf Doppelaufnahmen oder überlappende Aufnahmeeinheiten zurückzuführen, so wird dem Entfernungsparameter ein Mindestwert m_{\min} zugewiesen. Dieser Mindestparameter entspricht einem Punktabstand, der bei topographischen Geländeaufnahmen auch bei der Erfassung stark bewegter Formen nicht unterschritten wird. Dieser minimale Punktabstand leitet sich aus der Darstellbarkeit der Gelände­fläche in topographischen Karten und in digitalen Höhenmodellen ab. Bei generell dichten Punktverteilungen können entweder sämtliche Grundfunktionsparameter bis zu einem entsprechend großen Mindestparameter m_{\min} angehoben werden, der der Mindestgröße der zu beschreibenden Formen gleichkommt, oder es kann ein um einen Faktor vergrößerter Grundfunktionsparameter m_{fak} verwendet werden, was einer generellen Glättung unabhängig von der lokalen Stützpunktdichte entspricht. Bei der Verwendung von um einen Faktor vergrößerten Grundfunktionsparameter kann zusätzlich gefordert werden, daß ein Mindestparameter nicht unterschritten wird.

4.2.1 Simulationsbeispiele

Anhand zweier Simulationsbeispiele soll aufgezeigt werden, daß einerseits die Verwendung eines nicht zu großen Mindestparameters keine nennenswerten Auswirkungen auf die Prädiktionsfläche hat, wenn in den Stützpunkten keine Oberflächenrauigkeit enthalten ist, daß aber andererseits im Falle einer vorhandenen Oberflächenrauigkeit diese eliminiert wird. Als nicht zu großer Mindestparameter wird ungefähr der mittlere Stützpunktabstand angesehen. Beiden Beispielen wird wieder die in Abbildung IV.3.1 dargestellte unregelmäßig flächenhaft verteilte Stützpunktanordnung zugrunde gelegt. Zur Flächenglättung werden sowohl Mindestparameter als auch um einen Faktor vergrößerte Grundfunktionsparameter verwendet.

Beispiel 1: Die Auswirkung der Flächenglättung bei Stützpunkten, die keine Oberflächenrauigkeit enthalten.

Um die Auswirkung der Flächenglättung zu untersuchen, wenn in den Stützpunkten keine Oberflächenrauigkeit enthalten ist, werden die in Abschnitt IV.1.2.1 verwendeten Simulationsflächen herangezogen, die die vier Grundformen, Schrägenebene, Bergkuppe, Bergrücken und eine Verwindungsform repräsentieren. Als Mindestparameter werden $m_{\min} = 5$ und $m_{\min} = 10$ gesetzt, was dem halben bzw. dem mittleren Stützpunktabstand entspricht. Überschreitet ein Grundfunktionsparameter gemäß der Entfernung zum nächstbenachbarten Punkt den Mindestparameter, so wird dieser vergrößert und das zugeordnete Diagonalelement um den Betrag $\Delta f = 0.05 (1 - d_{\min}^2 / m^2)$ verkleinert. In Tabelle IV.7 sind die Prädiktionsergebnisse für die beiden Glättungsstufen mit der Prädiktionsfläche ohne Glättung anhand der Abweichungen von der Sollfläche verglichen.

Glättungsstufe	Form	Abweichungen							
		mittel				maximal			
		1	2	3	4	1	2	3	4
ohne Glättung		0.013	0.011	0.032	0.016	0.152	0.126	0.171	0.095
$m_{\min} = 5$		0.014	0.012	0.032	0.016	0.152	0.126	0.171	0.095
$m_{\min} = 10$		0.014	0.012	0.030	0.015	0.139	0.115	0.162	0.085

Tab. IV.7 Auswirkung der Flächenglättung auf die Prädiktion der vier Geländegrundformen bei kleinem Mindestparameter

Die Werte der Tabelle IV.7 zeigen deutlich, daß die Verwendung eines nicht zu großen Mindestparameters kaum einen Einfluß auf das Prädiktionsergebnis hat, wenn in den Stützpunkten keine Oberflächenrauigkeit enthalten ist.

Beispiel 2: Demonstration der Flächenglättung in Abhängigkeit vom Glättungsansatz

Bei diesem Beispiel wird eine Oberflächenrauigkeit durch eine Normalverteilung mit dem Erwartungswert 0 und der Varianz 1 simuliert. Den Stützpunkten werden die aus der Normalverteilung erhaltenen Zufallswerte zugewiesen. Als Glättungsansatz werden sowohl Mindestparameter als auch um einen Faktor vergrößerte Grundfunktionsparameter verwendet. Die Mindestparameter nehmen die Werte $m = 5, 10, 20$ und 40 an, als Faktoren für die Vergrößerung wurden $fak = 1.5, 2$ und 3 ausgewählt. Der Glättungsgrad der Prädiktionsfläche läßt sich aus der Varianz der prädizierten Werte eines dichten Rasters und aus den mittleren und maximalen Abweichungen zwischen Stützwerten und den für die Stützpunkte prädizierten Werten ermitteln. Diese den Glättungsgrad charakterisierenden Werte sind in Tabelle IV.8 zusammengestellt, Zusätzlich sind die Prädiktionsflächen in Abbildung IV.23 dargestellt.

Glättungsansatz		Varianz der prädizierten Rasterwerte		Abweichung der prädizierten Werte von den Stützwerten	
		absolut	%	mittel	maximal
ohne Glättung		0.875	100	0.000	0.000
Mindestparameter	$m_{\min} = 5$	0.881	101	0.033	0.155
	10	0.736	84	0.319	1.006
	20	0.377	43	0.758	2.394
	40	0.211	24	0.922	3.088
um einen Faktor vergrößerte Grundfunktions-	$fak = 1.5$	0.690	79	0.402	0.991
	2	0.572	65	0.618	1.668
	3	0.486	56	0.753	2.283

Tab. IV.8 Auswirkung der Flächenglättung in Abhängigkeit vom Steuerparameter

Die Varianz der prädizierten Rasterwerte beträgt bei der Prädiktion ohne Glättung 0.875. Das Schichtlinienbild (Abb. IV.23.1) zeigt bei der Prädiktion ohne Glättung den angestrebten gleichmäßig gekrümmten Verlauf ohne daß es zu Ausschwingungen kommt. Vergleicht man die beiden Glättungsansätze, so lassen sich die Ergebnisse mit den um einen Faktor erhöhten Grundfunktionsparameter (Abb. IV.23.3) zwischen die Ergebnisse mit den Mindestparametern $m_{\min} = 10$ und $m_{\min} = 20$ (Abb. IV.23.2) einreihen. Die Verwendung eines Faktors erlaubt eine generell gleichmäßigere Flächenglättung sowohl bei eng zusammenliegenden als auch bei weiter auseinanderliegenden Stützpunkten. Die Anhebung auf einen entsprechend großen Mindestparameter bewirkt eine durchgreifendere Glättung. Während bei den Mindestparametern $m_{\min} = 5$ und $m_{\min} = 10$ sowie den Faktoren $fak = 1.5, 2$ und 3 die durch Stützpunkte bestimmte Form weitgehend erhalten bleibt, erfolgt bei den Mindestparametern $m_{\min} = 20$ und $m_{\min} = 40$ eine sehr starke Glättung. Die Varianz der prädizierten Rasterwerte zeigt, wieviel von der durch die Stützwerte simulierten Oberflächenrauigkeit eliminiert wird. Bei den Mindestparametern steigt der Anteil der eliminierten Rauigkeit von 16 % bei $m_{\min} = 10$ auf 57 % bei $m_{\min} = 20$ und auf 76 % bei $m_{\min} = 40$ an, bei den Faktoren steigt der eliminierte Anteil von 22 % beim Faktor $fak = 1.5$ auf 45 % beim Faktor $fak = 3$ an. Bei der Glättung kann immer nur ein Teil der enthaltenen Rauigkeit eliminiert werden, da der Übergang zwischen Rauigkeit und Bewegtheit der Geländefläche fließend ist.

4.2.2 Praktisches Beispiel

Als praktisches Beispiel für die Elimination einer Oberflächenrauigkeit wurde als Beispiel die Verzweigung einer Talform gewählt, wobei auf einer Seite der Talhang oben in eine schwach geneigte Ebene ausläuft. Die topographische Geländeaufnahme entstammt einer photogrammetrischen Auswertung durch Einzelpunktmessung. Die Prädiktionsfläche bei strenger Erfüllung der Stützpunkte ist in Abbildung IV.24.1 dargestellt. Dabei treten immer wieder kleinere Schwingungen im Schichtlinienverlauf auf, was als Folge einer in den Stützpunkten enthaltenen Oberflächenrauigkeit interpretiert werden kann. Wird der Verlauf dieser Prädiktionsfläche entsprechend der geforderten Abstraktion als zu stark bewegt angesehen, so kann die Geländefläche unter Verwendung des oben geschilderten Glättungsansatzes geglättet werden. Für die Glättung dieser Geländefläche wurde die Vergrößerung der Grundfunktionsparameter um den Faktor $fak = 4$ gewählt. Die geglättete Prädiktionsfläche ist in Abbildung IV.24.2 dargestellt. Die Schichtlinien weisen nicht mehr die kleinen Schwingungen auf. Durch die Unterdrückung der Kleinformen tritt mehr der großflächige Verlauf der Geländefläche in den Vordergrund, wie er für kleinmaßstäbige Darstellungen gewünscht wird.

4.3 Die Berücksichtigung von Punktklassen

Während im vorangegangenen Abschnitt davon ausgegangen wurde, daß für die Glättung von Geländeflächen alle Punkte gleich zu behandeln sind, wird in diesem Abschnitt die Berücksichtigung unterschiedlicher Punktklassen aufgezeigt. Die Einteilung in Punktklassen für die Glättung wird in der Regel den in Abschnitt

I.3.4.1 beschriebenen und seither verwendeten Punktklassen folgen, jedoch kann für die Glättung auch eine weitere Unterteilung vorgenommen werden. Bei der Beibehaltung der Punktklassen erscheint es zweckmäßig, wieder zwischen Doppelaufnahmen und überlappenden Aufnahmeeinheiten und zwischen generell dichten Aufnahmen zu unterscheiden. Bei Doppelaufnahmen und überlappenden Aufnahmeeinheiten kann für jede Punktklasse ein eigener Mindestparameter definiert werden, der dem minimalen Abstand bei der Erfassung der Geländeformen mit der jeweiligen Punktklasse definiert. Dabei erscheinen unterschiedliche Mindestparameter für die verschiedenen Punktklassen der topographischen Geländeaufnahme durchaus angemessen. Bei einer generell dichten Aufnahme treten für die Glättung der Geländefläche die Prinzipien der Generalisierung in den Vordergrund. Der Verlauf der Geländefläche, der durch die flächenhaft verteilten Punkte erfaßt wird, kann stark geglättet werden, während die besonders charakteristischen Linien und Punkte festgehalten und insbesondere die Flächenkrümmungen entlang dieser Linien nicht verflacht werden sollen. Deshalb sollte für diese Linien nur ein sehr kleiner Mindestparameter zur Elimination von Doppelaufnahmen verwendet werden. Für die flächenhaft verteilten Punkte können die Grundfunktionsparameter um einen Faktor vergrößert oder es kann ein entsprechend groß gewählter Mindestparameter verwendet werden.

4.3.1 Simulationsbeispiel

Die Berücksichtigung verschiedener Punktklassen bei der Flächenglättung kann anhand eines Simulationsbeispiels aufgezeigt werden. Die verwendete Simulationsfläche (Abb. IV.25.1) besitzt in einer Richtung einen wellenförmigen Verlauf und steigt in der anderen Richtung konstant an, ohne dabei den wellenförmigen Verlauf zu verlieren. Die Stützpunktanordnung entspricht einem quadratischen Raster, wobei die Rasterlinien der einen Richtung mit den Wellenbergen und -tälern zusammenfallen.

Verwendet man einen Glättungsansatz, bei dem alle Grundfunktionsparameter um den Faktor 2 vergrößert werden, was infolge der regelmäßigen Stützpunktanordnung einem Mindestparameter $m_{\min} = 2w$ entspricht, so verschwindet der wellenförmige Verlauf beinahe vollständig und die Prädiktionsfläche entspricht einer gleichmäßig ansteigenden Schrägebene (Abb. IV.25.2). Zur Demonstration der Berücksichtigung von Punktklassen werden zwei Punktklassen gebildet, wobei für eine Punktklasse der Faktor 2 zur Vergrößerung des Grundfunktionsparameters beibehalten wird, während die Punkte der anderen Punktklasse streng erfüllt werden. Die Punkte, die streng zu erfüllen sind, liegen auf der Linie entlang des mittleren Wellentales und auf den beiden äußersten Linien entlang von Wellenbergen. Zwischen diesen drei Linien liegen jeweils zwei weitere Linien, die zugunsten eines geglätteten Verlaufes nicht streng zu erfüllen sind. Die Höhen dieser Linien würden ohne Glättung ein wellenförmiges Ansteigen, Abfallen und erneutes Ansteigen von der mittleren zu den beiden äußeren Linien verursachen. In Abbildung IV.25.3 ist das Prädiktionsergebnis bei Berücksichtigung der beiden Punktklassen durch den Glättungsansatz dargestellt. Die Prädiktionsfläche steigt von den mittleren Linien monoton zu den äußeren Linien an, wobei

es in der Nähe der beiden dazwischen liegenden Linien zu terrassenförmigen Ausformungen kommt.

4.3.2 Praktisches Beispiel

Bei dem im vorhergehenden Abschnitt verwendeten praktischen Beispiel kann auch eine Glättung unter Berücksichtigung von verschiedenen Punktklassen durchgeführt werden. Dazu werden zwei Punktklassen gebildet. Punkte entlang von charakteristischen Geländelinien werden streng erfüllt, während der Verlauf der übrigen Geländefläche geglättet wird. Für die Glättung werden die Grundfunktionsparameter um den Faktor 4 vergrößert. Abbildung IV.26 zeigt die ermittelte Prädiktionsfläche, wo auch die Zugehörigkeit der Punkte zu den verschiedenen Punktklassen erkennbar ist. Die Prädiktionsfläche zeigt einen deutlich geglätteten Verlauf, wobei die wichtigsten Geländelinien festgehalten sind.

4.4 Die Behandlung überlappender Aufnahmeeinheiten

Überlappende Aufnahmeeinheiten bewirken, daß Teile der Geländefläche doppelt erfaßt sind. Infolge der beschränkten Meßgenauigkeit der Aufnahme und der Definition der Geländeflächen können Punkte der verschiedenen Aufnahmeeinheiten, wenn sie dicht zusammenfallen, eine Oberflächenrauigkeit enthalten. Vor allem aber treten häufig systematische Abweichungen zwischen den Punkten der verschiedenen Aufnahmeeinheiten auf, die sich bei Tachymeteraufnahmen durch unterschiedlich orientierte lokale Koordinatensysteme und sich bei photogrammetrischen Modellen durch die Genauigkeit der absoluten Orientierung ergeben.

In Abschnitt IV.2 wurde ein Glättungsansatz für Doppelaufnahmen und überlappende Aufnahmeeinheiten vorgestellt. Geht man jedoch davon aus, daß für die Stützpunkte die zugehörige Aufnahmeeinheit bekannt ist, so läßt sich ein noch leistungsfähigerer Ansatz ableiten. Die Ermittlung der Grundfunktionsparameter aus dem Abstand zum nächstbenachbarten Stützpunkt erfolgt jetzt nur anhand von Punkten derselben Aufnahmeeinheit. Dadurch geben die Grundfunktionsparameter die für die Erfassung der Geländeformen verwendete Punktdichte wieder, die durch die Überlappung entstandene Punktverdichtung bleibt unberücksichtigt. Sie führt aber durch das Auftreten von dicht benachbarten Punkten im Vergleich zu den ermittelnden Grundfunktionsparametern zur Glättung der Geländefläche, wobei die Unterschiede zwischen den beiden Aufnahmeeinheiten ausgeglichen werden.

4.4.1 Simulationsbeispiel

Ein einfaches Simulationsbeispiel zeigt die Wirksamkeit dieses Glättungsansatzes. Es sind Punkte zweier Aufnahmeeinheiten gegeben. Jede Aufnahmeeinheit beschreibt eine Horizontalebene, wobei die Stützpunkte in einem quadratischen Raster angeordnet sind. Die durch die beiden Aufnahmeeinheiten beschriebenen Horizontal Ebenen besitzen eine Höhendifferenz von 10 Einheiten. Die beiden sich überdeckenden Raster sind entlang einer Rasterlinie um eine halbe Rasterweite verschoben, so daß jeweils ein Punkt aus der einen Aufnahme zwischen zwei Punkte der anderen Aufnahme zu liegen kommt,

In Abbildung IV.27.1 ist das Prädiktionsergebnis dargestellt, wenn auf eine Flächenglättung verzichtet wird. Das Schichtlinienbild zeigt eine wellenförmige Prädiktionsfläche, die durch die wechselnden Höhen der beiden Aufnahmeeinheiten verursacht wird. Zusätzlich bilden sich in den Stützpunkten Kuppen oder Mulden aus. Verwendet man den oben für überlappende Aufnahmeeinheiten beschriebenen Glättungsansatz, bei dem die Grundfunktionsparameter nur aus Punkten der gleichen Aufnahmeeinheit ermittelt werden, so erhält man als Prädiktionsfläche ungefähr eine Horizontalebene, die zwischen den unterschiedlichen Stützwerten der beiden Aufnahmeeinheiten verläuft. Diese Prädiktionsfläche ist in Abbildung IV.27.2 dargestellt.

4.4.2 Praktisches Beispiel

Ebenso läßt sich die Leistungsfähigkeit des Glättungsansatzes anhand eines praktischen Beispiels aufzeigen. Dazu werden Ausschnitte aus zwei sich überlappenden photogrammetrischen Modellen verwendet, Abbildung IV.28.1 zeigt die Prädiktionsfläche bei fehlerfreier absoluter Orientierung der beiden photogrammetrischen Modelle, wobei auf eine Flächenglättung verzichtet werden kann. Abbildung IV.28.2 zeigt die Prädiktionsfläche, wenn in der absoluten Orientierung des einen Modells ein Fehler enthalten ist. Die höhenmäßige Orientierung eines Modells wurde um zwei Schichtlinienintervalle verschoben. Es zeigt sich im Überlappungsbereich die Ausbildung von Kuppen und Mulden in den Stützpunkten. Verwendet man bei der fehlerhaften Orientierung den oben beschriebenen Glättungsansatz, so zeigt die Prädiktionsfläche, die in Abbildung IV.28.3 dargestellt ist, trotz des fehlerhaft orientierten Modells einen glatten Übergang zwischen den beiden Modellen. Die Kuppen und Mulden sind verschwunden. Die Geländefläche bei fehlerfrei orientiertem Modell und die geglättete Geländefläche bei fehlerhaft orientiertem Modell besitzen eine starke Ähnlichkeit, wobei die Verschiebung eines Teils der Geländefläche um zwei Schichtlinienintervalle natürlich etwas die Geländeform verändert.

4.5 Die Elimination des Abtastfehlers

Ein bekannter Effekt beim Abtasten von photogrammetrischen Modellen ist das Auftreten des Abtastfehlers. Abtastfehler sind systematische Abweichungen der abgetasteten Profile in Abhängigkeit von der Abfahrriichtung. Der in Abschnitt IV.1 entwickelte Glättungsansatz erlaubt eine sehr leistungsfähige Elimination des Abtastfehlers bei der Prädiktion der Geländefläche.

Entsprechend den beiden Abfahrriichtungen können die aufgenommenen Profile in zwei Aufnahmeeinheiten zerlegt werden. Dadurch entsteht bei einer gleichmäßig flächenhaften Punktverteilung der Aufnahme eine unterschiedliche Punktdichte innerhalb der Aufnahmeeinheiten, da in der Regel nur jedes zweite Profil in der gleichen Richtung abgefahren ist.

Die unterschiedliche Punktdichte kann nach Abschnitt IV.2.3 durch die Verwendung affin-transformierter Grundfunktionen berücksichtigt werden. Der die kleinere Halbachse repräsentierende Grundfunktionsparameter entspricht dem Abstand zum

nächstbenachbarten Punkt entlang des Profils, und der die größere Halbachse repräsentierende Grundfunktionsparameter entspricht dem Abstand zum nächsten Profil mit der gleichen Abfahrriichtung, in der Regel dem doppelten Profilabstand. Da die Punkte der dazwischen liegenden Profile mit entgegengesetzter Abfahrriichtung enger benachbart sind als der Abstand zum Profil mit der gleichen Abfahrriichtung, wird der Glättungsansatz durch die Veränderung des Diagonalgliedes nach $\Delta f = a(1 - d_{\min}^2/m^2)$ wirksam. Der minimale Abstand d_{\min} ist durch den Abstand zum nächstbenachbarten Punkt der anderen Abfahrriichtung definiert und der Grundfunktionsparameter m versteht sich als der Radius der Ellipse in Richtung zum nächstbenachbarten Punkt der anderen Abfahrriichtung,

Abbildung IV.29 zeigt ein Beispiel für die Elimination des Abtastfehlers, wobei ein größerer Abtastfehler auftritt. Die Prädiktionsfläche ohne Elimination des Abtastfehlers zeigt in Abbildung IV.29,1 deutlich die durch den Abtastfehler entstehenden wellenförmigen Schwingungen der Schichtlinien, wobei die Extremstellen mit den Profilen zusammenfallen. Verwendet man den oben beschriebenen Glättungsansatz, so verschwindet, wie Abbildung IV.29,2 zeigt, der Wellencharakter der Schichtlinien. Die eigentliche Form der Geländefläche bleibt trotz der Glättung gut erhalten.

5. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Prädiktion mit Gewichtsfunktionen zur Beschreibung von Geländeflächen gemäß der Zielsetzung dieser Arbeit einer möglichst hohen Leistungsfähigkeit angewandt. Die Gewichtsfunktionen wurden durch Linearkombinationen von Grundfunktionsfunktionen erzeugt. Ausgehend von den bei topographischen Geländeaufnahmen verwendeten Punktklassen wurden geeignete Gewichtsfunktionen ausgewählt und durch eine Linearkombination beschrieben, so daß die geforderte Interpretation der Stützpunkte verwirklicht wurde.

Der für die richtige Interpretation der Stützpunkte notwendige Verlauf der Gewichtsfunktionen wurde überprüft und die mit den Gewichtsfunktionen erzielten Prädiktionsergebnisse aufgezeigt. Dazu wurden sowohl Simulationsflächen als auch praktische Beispiele verwendet. Diese Ergebnisse können als voll zufriedenstellend betrachtet werden, so daß von einer hohen Genauigkeit der Prädiktionemethode bei der Geländeflächenbeschreibung ausgegangen werden kann.

Nur im Falle von Linien, bei denen eine strenge Zuordnung von Formen benachbarter Linien gefordert wird, sind gewisse Abstriche zu machen. Dies tritt hauptsächlich bei Schichtlinien auf. Jedoch ist die Prädiktion auch für digitalisierte Schichtlinien geeignet, falls die auftretende Verflachung der Kleinformen in Kauf genommen werden kann.

Besonders leistungsfähig erscheint die Prädiktionemethode bei flächenhaft verteilten Punkten und wechselnder Bewegtheit der Geländefläche, bei der Berücksichtigung von Flächenneigungen für markante Höhenpunkte und Falllinien und bei der Flächenglättung. Bei der Flächenglättung bietet der Entfernungsparameter eine optimale Möglichkeit zur Steuerung. Bei Strukturlinien und Bruchkanten muß

auf eine Verdichtung zurückgegriffen werden, bzw. müssen als Hilfsmittel Trendflächen und Gebietseinteilung eingeführt werden. Jedoch ist dann die hohe Leistungsfähigkeit ebenfalls gewährleistet.

Nach den in dieser Arbeit durchgeführten qualitativen Untersuchungen, die hauptsächlich die prinzipielle Behandlung der Punktklassen und die Ermittlung einer leistungsfähigen Prädiktionsmethode zum Ziele haben, kann nun eine Verfeinerung des Ansatzes mit empirischen Untersuchungen folgen. Dabei kann den Untersuchungen die in Abschnitt III.4 entwickelte Abschätzungsformel für die Prädiktionsgenauigkeit zugrunde gelegt werden. Diese Untersuchungen sind nicht mehr Gegenstand dieser Arbeit, da sie aufwendige praktische Untersuchungen unter Berücksichtigung sehr verschiedener Geländeaufnahmen und Geländetypen einschließen, die den Rahmen dieser Arbeit übersteigen.

Abschließend sind hier noch einmal die wichtigsten Grundsätze bei der Behandlung der verschiedenen Punktklassen zusammengestellt.

- a) Für die Erzeugung von gedämpft schwingenden Gewichtsfunktionen wird zweckmäßigerweise die Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$ verwendet und der Grundfunktionsparameter m variiert gemäß dem Abstand zum nächsten Nachbarpunkt. Dies gewährleistet gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen auch bei unregelmäßiger Stützpunktverteilung. Bei dieser Grundfunktion ist ein rasches Absinken der Gewichtsfunktion ausgeschlossen.
- b) Bei flächenhaft verteilten und linienförmig angeordneten Punkten kann dieser Ansatz direkt angewandt werden. Bei dichter Punktfolge entlang der Linien werden die Kleinformen etwas verflacht auf die zwischen den Linien liegenden Fläche übertragen. Gegebenenfalls können bei parallelen Profilen und unregelmäßiger Punktdichte elliptische Grundfunktionen verwendet werden, so daß die Verflachung verhindert wird.
- c) Bei Schichtlinien kann dieser Prädiktionsansatz ebenfalls direkt angewandt werden, wobei wieder die Verflachung der Kleinformen zu beachten ist.
- d) Den markanten Höhenpunkten werden zwei Ergänzungsfunktionen zugeordnet, die in x und y Richtung orientiert sind, so daß die Forderung nach horizontalen Tangentialebenen erfüllt werden kann.
- e) Den Falllinienpunkten wird ebenfalls die Ergänzungsfunktion zugeordnet, so daß sich senkrecht zur Falllinie horizontale Flächentangenten ergeben.
- f) Strukturlinienpunkten sollten Grundfunktionen mit verkleinerten Grundfunktionsparametern zugeordnet werden, so daß eine stärkere Krümmung der Fläche entlang der Strukturlinien erzeugt wird. Um trotzdem einen gleichmäßig gekrümmten Verlauf der Geländefläche entlang der Linien zu gewährleisten, ist eine Verdichtung erforderlich.
- g) Grat- und Tallinien sind zugleich Falllinie und Strukturlinie, so daß sowohl Ergänzungsfunktionen als auch verringerte Grundfunktionsparameter zu verwenden sind. Ebenfalls kommt somit eine Verdichtung in Betracht.

- h) Bruchlinien werden zweckmäßigerweise durch die Trennung in unabhängige Prädiktionsflächen bewältigt. Um negative Effekte bei Böschungen zu vermeiden, können Schrägebenen als Trendflächen und eine Linienverdichtung eingeführt werden.
- i) Für die Glättung wird ein Entfernungsparameter verwendet, der definiert, wann Punkte streng zu erfüllen sind oder wann sie zugunsten eines geglätteten Verlaufs nur näherungsweise erfüllt werden. Der Grundfunktionsparameter wird entsprechend angehoben und das zugeordnete Diagonalglied der Matrix \underline{F} wird nach $\Delta f = 0.05(1 - d_{\min}^2/m^2)$ vergrößert, wobei m dem vergrößerten Grundfunktionsparameter entspricht und d_{\min} der Abstand zum nächsten Nachbarpunkt ist. Mit diesem Ansatz ergeben sich zweckmäßig geglättete Gewichtsfunktionen und können die unterschiedlichen Glättungsprobleme behandelt werden.
- j) Da bei Geländeaufnahmen ein bestimmter Mindestabstand der Aufnahme nicht unterschritten wird, kann dieser als Mindestparameter eingeführt werden, so daß Doppelaufnahmen und überlappende Aufnahmeeinheiten bewältigt werden können.
- k) Ist die Information über die Aufnahmeeinheit bekannt, so kann der Grundfunktionsparameter nur aus Punkten derselben Aufnahmeeinheit ermittelt werden, so daß die Glättung g im Überlappungsbereich wirksam wird.
- l) Für Flächenglättungen im Sinne von Generealisierungen können genügend große Mindestparameter eingeführt werden oder es können die Grundfunktionsparameter mit einem Faktor multipliziert werden. Dabei sollten die Punktklassen verschieden behandelt werden, wobei insbesondere die charakteristischen Geländelinien und Punkte festgehalten werden sollten.
- m) Abtastfehler können wie Punkte verschiedener Aufnahmeeinheiten behandelt werden, wobei die Trennung entsprechend der Abfahrriichtung erfolgt. Die Verwendung elliptischer Grundfunktionen bewirkt die Glättung der dazwischen liegenden Profile mit entgegengesetzter Abfahrriichtung.

6. Abbildungen zu Kapitel IV

Abb. IV.1 Der Einfluß des Grundfunktionsparameters m auf das Schwingungsverhalten der Gewichtsfunktion

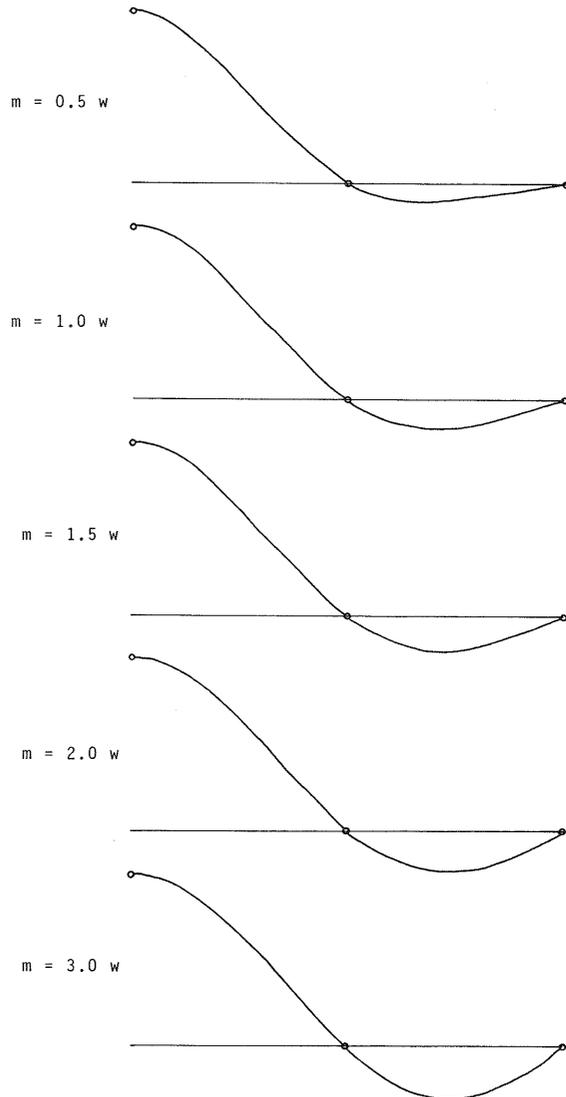


Abb. IV.2 Beispiel für die kennzeichnende Prädiktionseigenschaft gedämpft schwingender Gewichtsfunktionen

- Stützpunkt
- kritischer Prädiktionspunkt

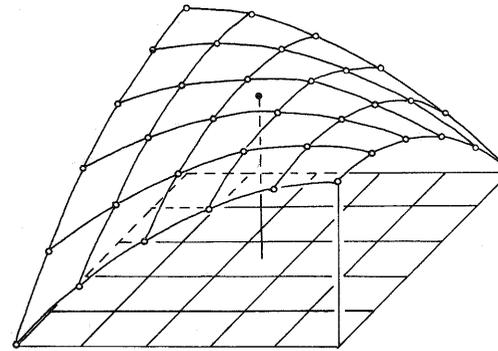


Abb. IV.3 Standardbeispiele für unregelmäßig flächenhafte Punktverteilungen

Stützpunktverteilungen

Für die Punkte 1,2,3 und 4 sind in Abbildung IV.4 die Gewichtsfunktionen 1,2,3 und 4 dargestellt.

Abb. IV.3.1
Stützpunktanordnung I:
Konstante Stützpunktdichte

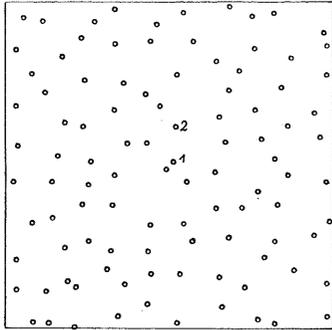
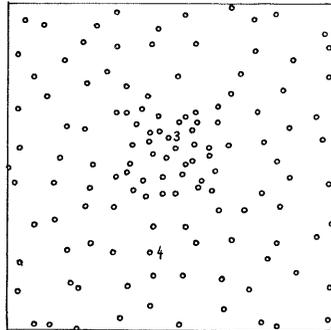


Abb. IV.3.2
Stützpunktanordnung II:
Variierende Stützpunktdichte



Variation der Grundfunktionsparameter

Abb. IV.3.3
Stützpunktanordnung I:
Konstante Stützpunktdichte

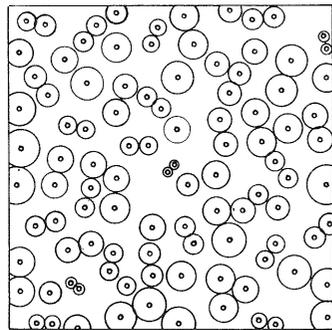
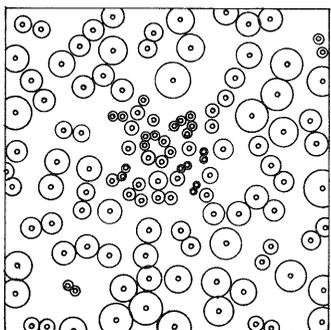


Abb. IV.3.4
Stützpunktanordnung II:
Variierende Stützpunktdichte



- Stützpunkte
- ⊙ Größe der Grundfunktionsparameter
(Radien im Maßstab 1:2)

Abb. IV.4 Beispiele für gedämpft schwingende Gewichtsfunktionen

Aus Stützpunktanordnung I: Konstante Stützpunktdichte

Abb. IV.4.1
Stützpunkt 1
Schichtlinienintervall 0.2

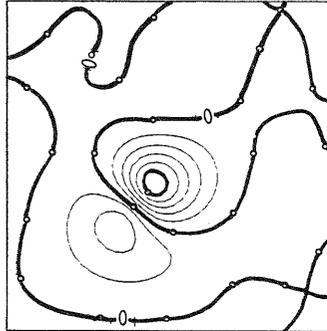
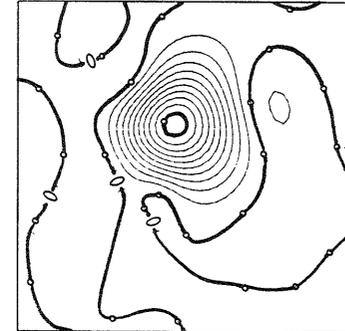


Abb. IV.4.2
Stützpunkt 2
Schichtlinienintervall 0.1



Aus Stützpunktanordnung II: Variierende Stützpunktdichte

Abb. IV.4.3
Stützpunkt 3
Schichtlinienintervall 0.2

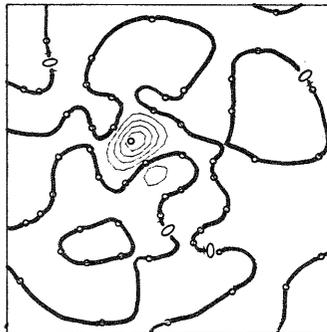


Abb. IV.4.4
Stützpunkt 4
Schichtlinienintervall 0.1

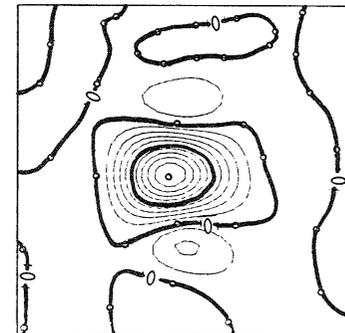


Abb. IV.5 Die vier als Flächensimulationen verwendeten Grundformen

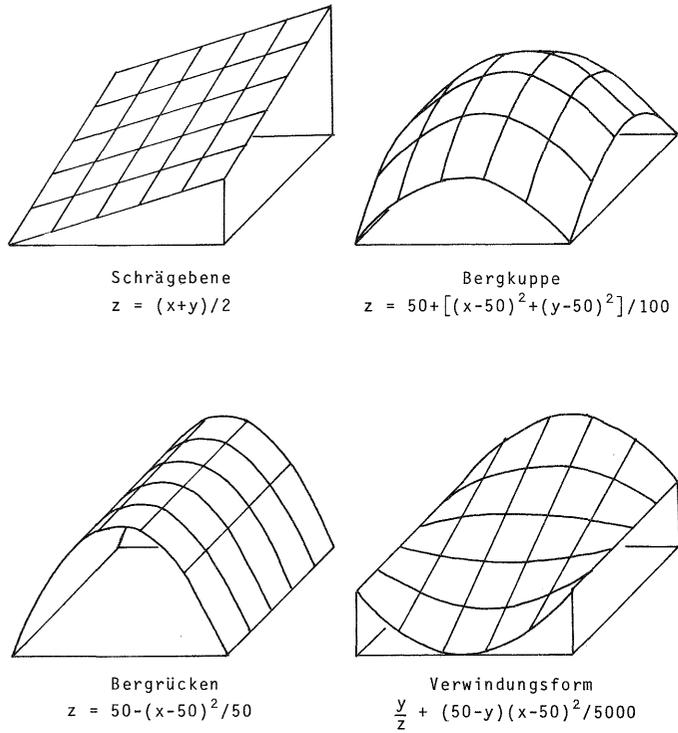


Abb. IV.6 Prädiktionsflächen bei unregelmäßigen Stützwerten

Abb. IV.6.1
 Verzerrung der Grundform "Schrägebene"

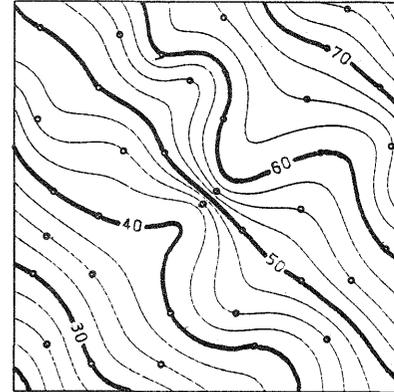


Abb. IV.6.2
 Verzerrung der Grundform "Bergkuppe"

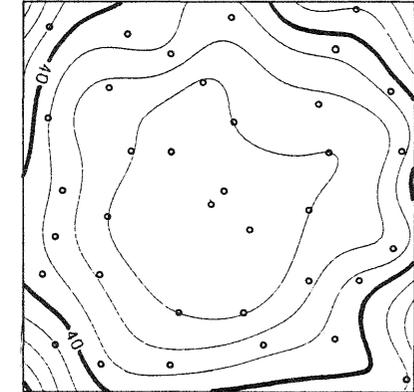


Abb. IV.6.3
 Verzerrung der Grundform "Bergrücken"

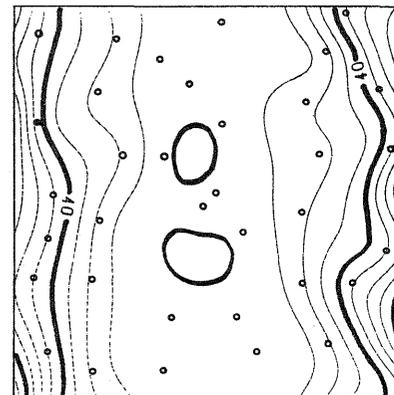


Abb. IV.6.4
 Verzerrung der Grundform "Verwindungsform"

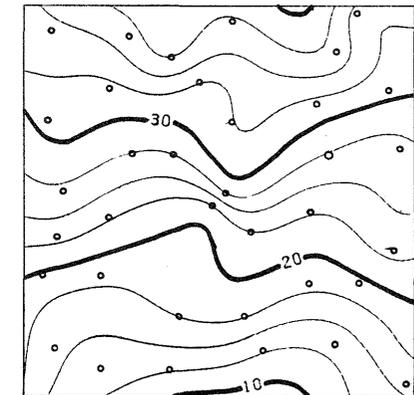


Abb. IV.7 Verhalten der Prädiktionsfläche bei Leerstellen

Abb. IV.7.1
Ausschnitt einer Kugelfläche

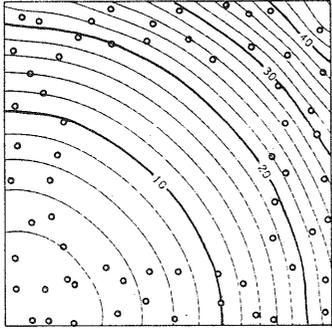


Abb. IV.7.2
Schrägebene mit Böschungsrändern

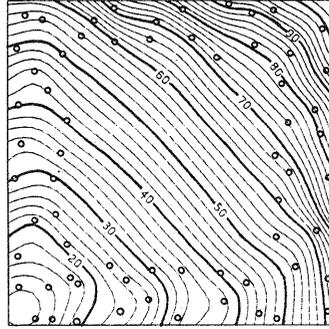


Abb. IV.8
Verhalten der Prädiktionsflächen bei Extrapolationen

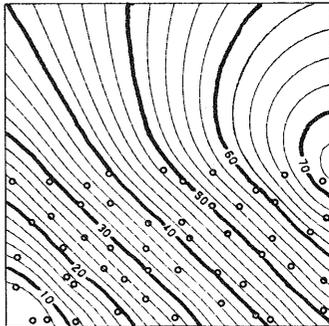


Abb. IV.9 Praktische Beispiele von Geländeaufnahmen mit unregelmäßig flächenhaften Punktverteilungen

Abb. IV.9.1
Beispiel 1: Photogrammetrische Aufnahme eines quadratischen Rasters

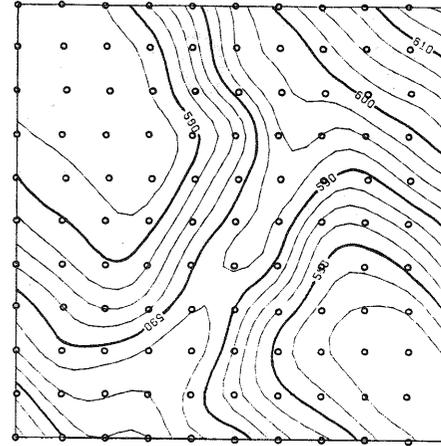


Abb. IV.9.2
Beispiel 2: Photogrammetrische Aufnahme durch Einzelpunktmessung

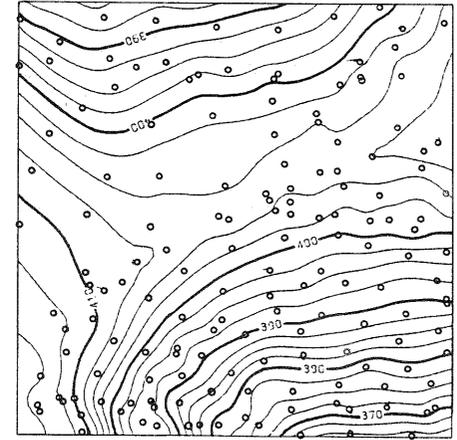


Abb. IV.9.3
Beispiel 3: Tachymeteraufnahme

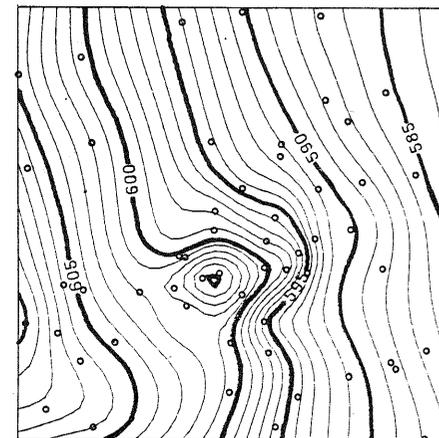


Abb. IV.10 Beispiel für eine Gewichtsfunktion bei dicht erfaßten Linien

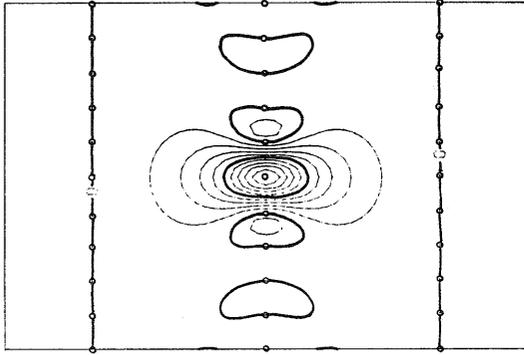


Abb. IV.11 Beispiel für eine Gewichtsfunktion bei Verwendung von affin-transformierten Grundfunktionen bei unterschiedlichem Verhältnis zwischen Linienabstand und Punktfolge

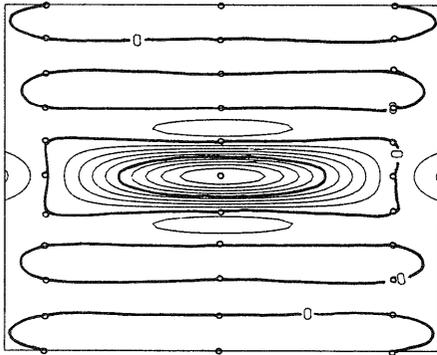
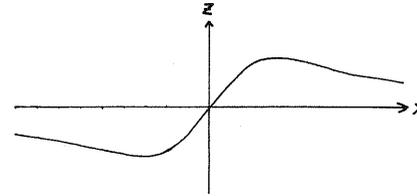


Abb. IV.12 Die Ergänzungsfunktion $e = \frac{dx}{(1+d^2/m^2)}$

Schnitt mit Vertikalebene entlang der x Achse



Schichtliniendarstellung

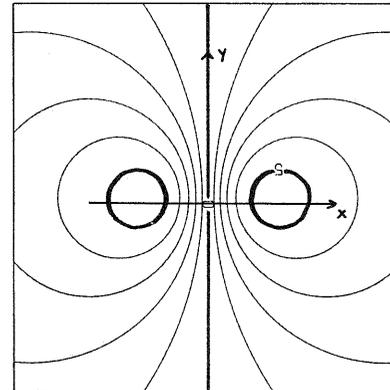


Abb. IV.13 Beispiel für die Berücksichtigung markanter Höhenpunkte durch die Verwendung von Ergänzungsfunktionen
 □ markanter Höhenpunkt

Abb. IV.13.1 Prädiktionsfläche ohne Berücksichtigung der Punkte als markante Höhenpunkte

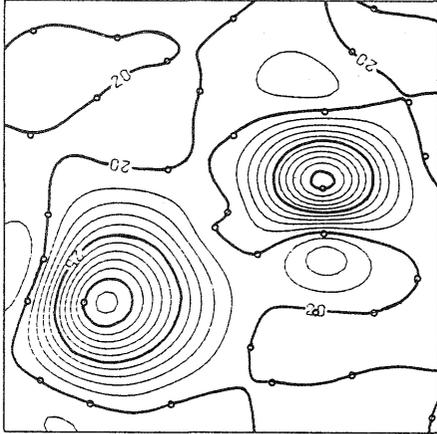


Abb. IV.13.2 Prädiktionsfläche bei Berücksichtigung der Punkte als markante Höhenpunkte

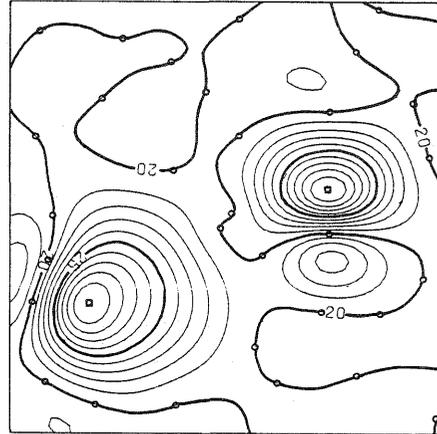


Abb. IV.15 Beispiel für eine aus digitalisierten Schichtlinien ermittelte Prädiktionsfläche ohne zuordenbare Strukturen

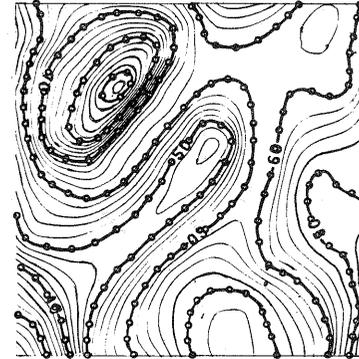


Abb. IV.16 Beispiel für eine aus digitalisierten Schichtlinien ermittelte Prädiktionsfläche mit zuordenbaren Strukturen

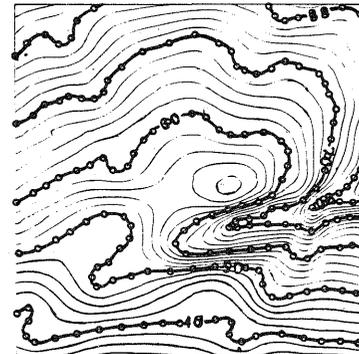


Abb. IV.14 Beispiel für die Berücksichtigung von Falllinien durch Ergänzungsfunktionen
 □ Falllinienpunkt

Abb. IV.14.1 Prädiktionsfläche ohne Berücksichtigung der Falllinieninformation

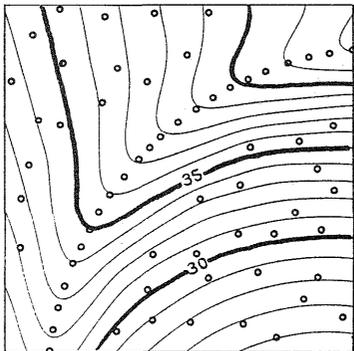


Abb. IV.14.2 Prädiktionsfläche bei Berücksichtigung der Falllinieninformation

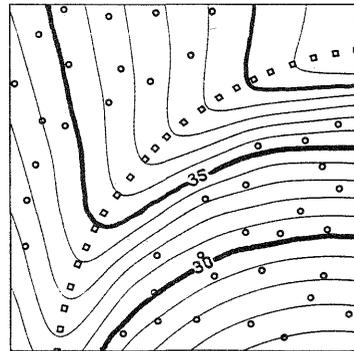


Abb. IV.17 Einfluß der Stützpunktverdichtung bei Strukturlinien auf die Gewichtsfunktionen
 • Strukturlinienpunkt

Abb. IV.17.1 ohne Verdichtung

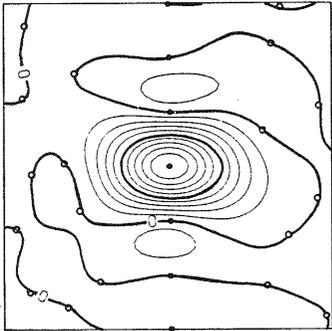


Abb. IV.17.2 Verdichtung $w = 5$

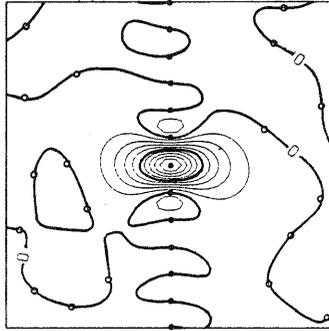


Abb. IV.17.3 Verdichtung $w = 2.5$

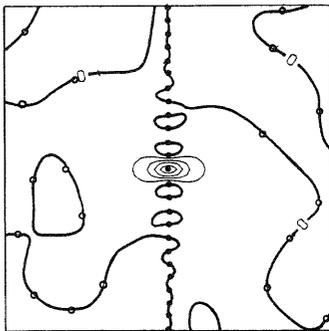


Abb. IV.18 Einfluß der Strukturlinienverdichtung auf das Krümmungsverhalten

Beispiel 1

Beispiel 2

Abb. IV.18.1 Profilverlauf

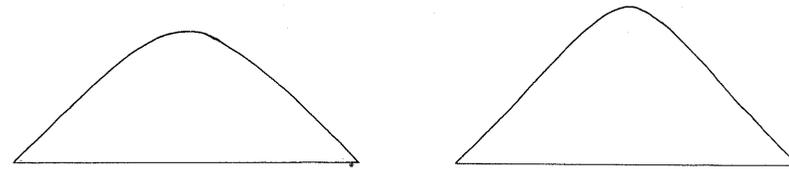


Abb. IV.18.2 Das Krümmungsverhalten

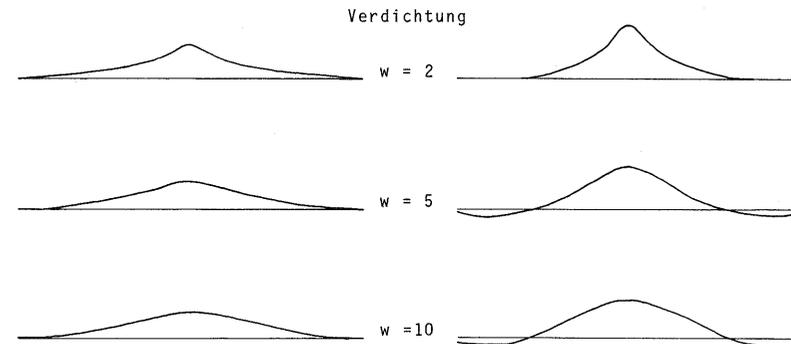


Abb. IV.19 Demonstrationsbeispiel für den Einfluß der Strukturlinienverdichtung

Abb. IV.19.1
Prädiktionsfläche ohne Strukturlinienverdichtung

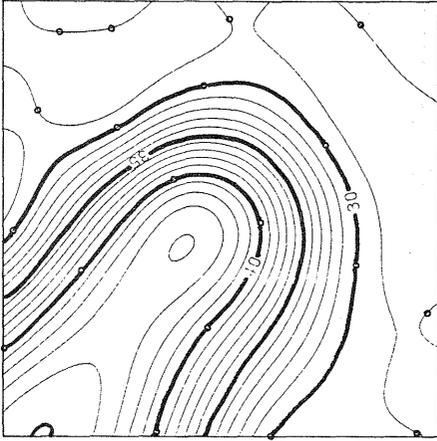


Abb. IV.19.2
Prädiktionsfläche bei einer mittleren Verdichtung der Strukturlinien

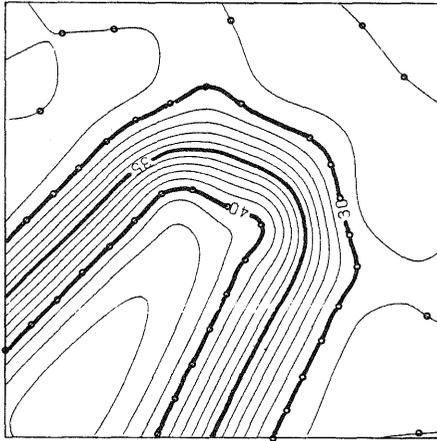


Abb. IV.19.3
Prädiktionsfläche bei einer starken Verdichtung der Strukturlinien

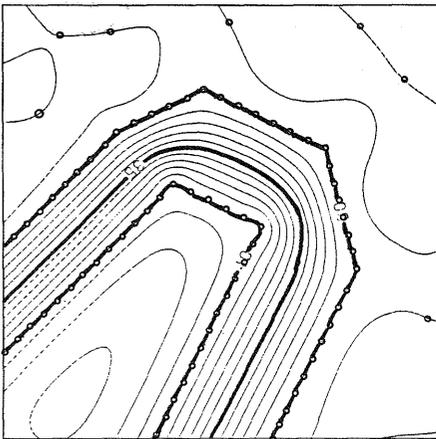


Abb. IV.20 Beispiel für die Erzeugung von Geländeckten durch die un stetige Grundfunktion $g_C = 1+d/m$ o Bruchlinienpunkte

Abb. IV.20.1
Prädiktionsfläche ohne Bruchlinienverdichtung

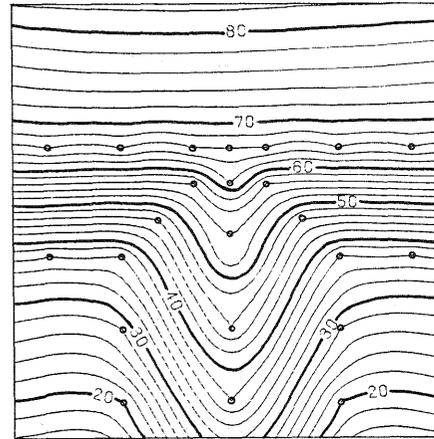


Abb. IV.20.2
Prädiktionsfläche bei starker Bruchlinienverdichtung

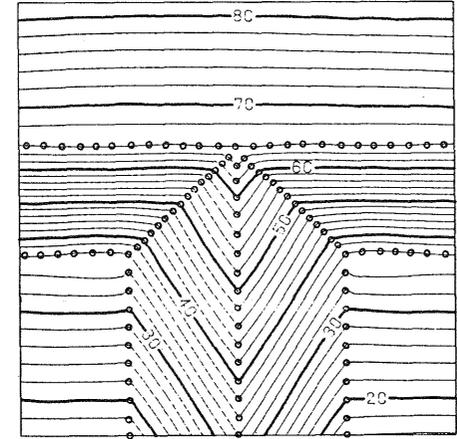


Abb. IV.21 Probleme bei der Trennung in verschiedene Prädiktionsflächen

Abb. IV.21.1 Gegenüberliegende Punkte auf unterer und oberer Böschungskante



Abb. IV.21.2 Versetzt liegende Punkte auf unterer und oberer Böschungskante



Abb. IV.21.3 Punkte auf unterer Böschungskante ohne Gegenpunkt auf oberer Böschungskante



Abb. IV.22 Verlauf der ausgewählten geglätteten Gewichtsfunktionen
 Grundfunktion $g_A = \sqrt{1+d^2/m^2}$
 Filterung: $a = 0.05(1-d_{\min}^2/m^2)$

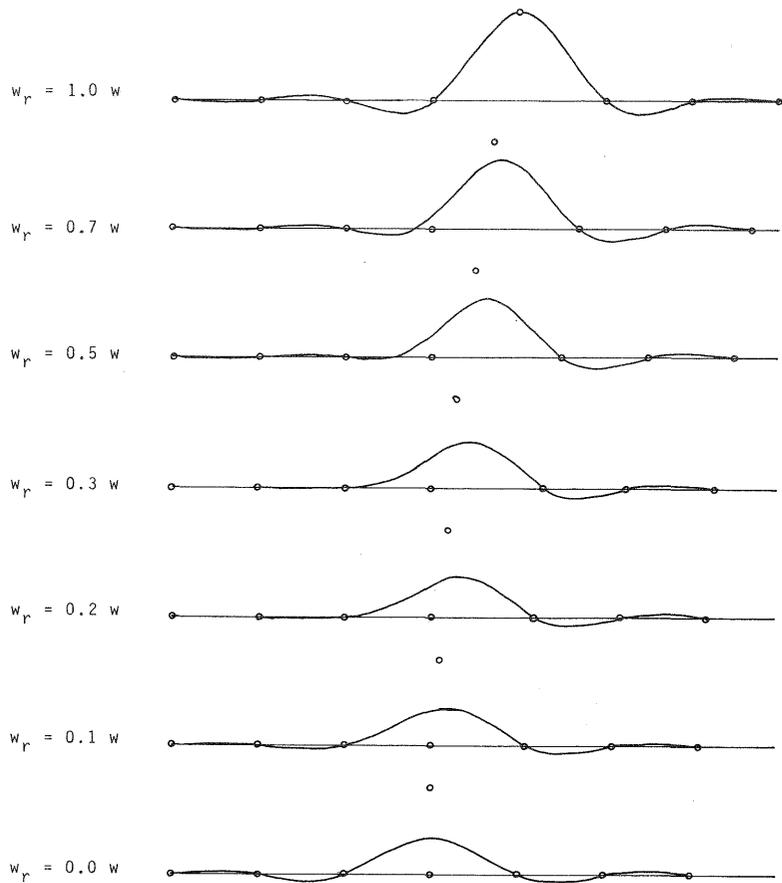
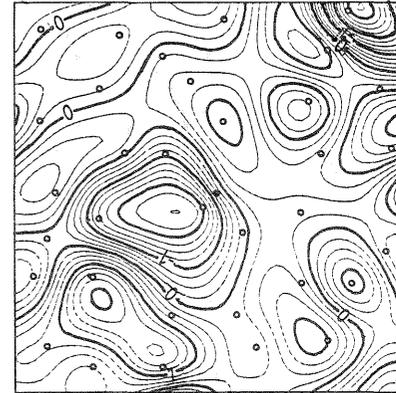


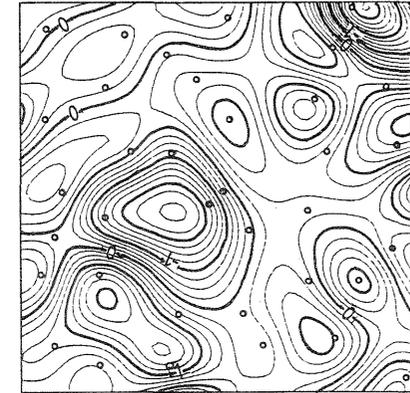
Abb. IV.23 Abhängigkeit der Flächenglättung in Abhängigkeit vom Glättungsansatz

Abb. IV.23.1 Nicht geglättete Prädiktionsfläche



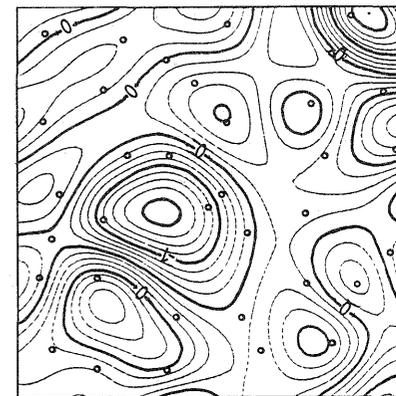
Schichtlinienintervall 0.25

Abb. IV.23.2 Die Verwendung von Mindestparametern



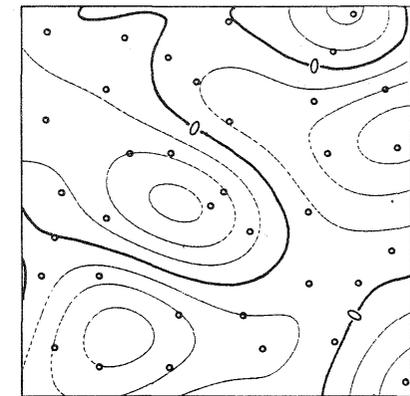
$m_{\min} = 5$
 Schichtlinienintervall 0.25

Abb. IV.23.2



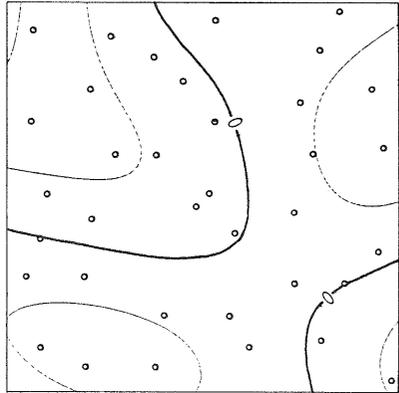
$m_{\min} = 10$
 Schichtlinienintervall 0.25

Abb. IV.23.2



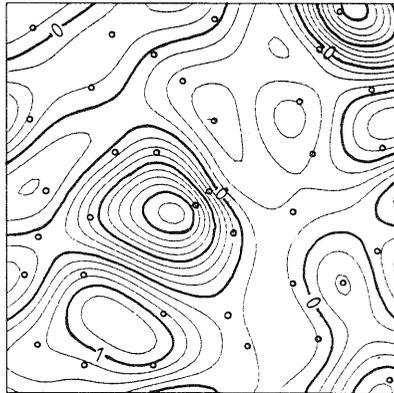
$m_{\min} = 20$
 Schichtlinienintervall 0.25

Abb. IV.23.2



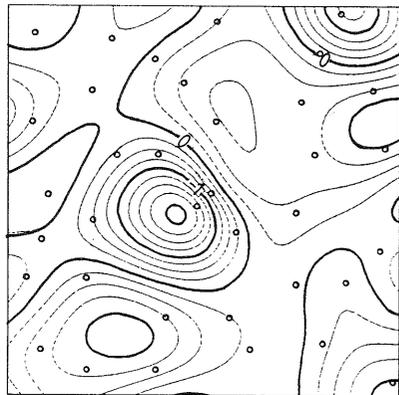
$m_{min} = 40$
Schichtlinienintervall 0,25

Abb. IV.23.3
Die Verwendung eines Multiplikationsfaktors



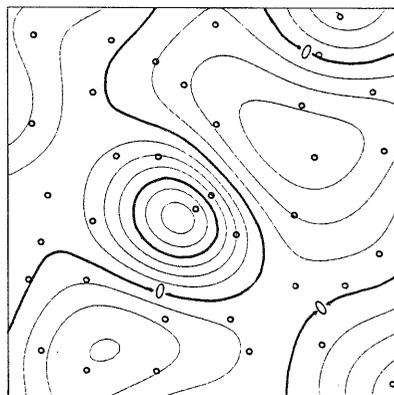
fak = 1.5

Abb. IV.23.3



fak = 2
Schichtlinienintervall 0,25

Abb. IV.23.3



fak = 3
Schichtlinienintervall

Abb. IV.24 Praktisches Beispiel zur Glättung von Geländeflächen

Abb. IV.24.1
Ungeglättete Geländefläche

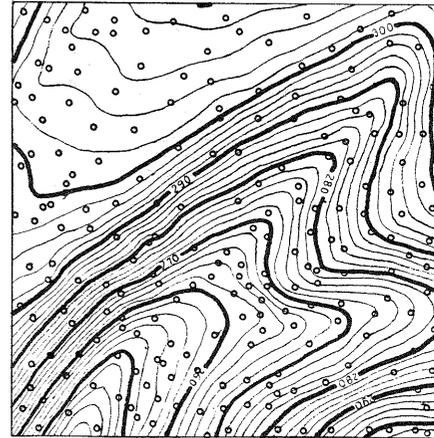


Abb. IV.24.2
Geglättete Geländefläche bei Verwendung des Vergrößerungsfaktors 4 für die Grundfunktionsparameter

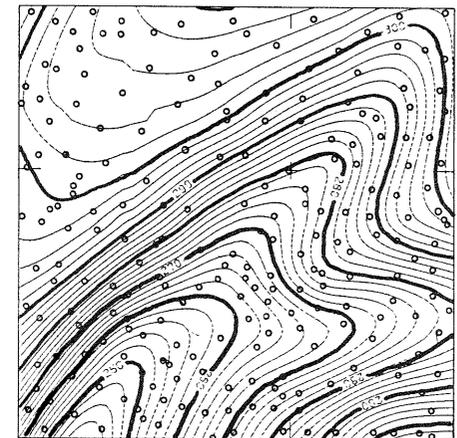


Abb. IV.25 Simulationsbeispiel für die Glättung von Geländeflächen bei Berücksichtigung verschiedener Punktklassen

Abb. IV.25.1
Ungeglättete Prädiktionsfläche

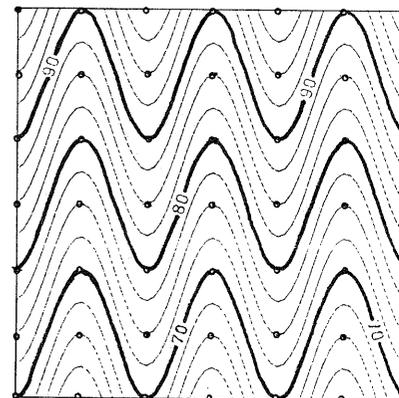


Abb. IV.25.2
Geglättete Prädiktionsfläche ohne Berücksichtigung der Punktklassen bei Verwendung eines Vergrößerungsfaktors fak = 2

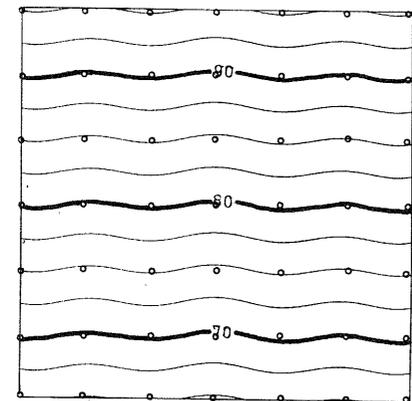
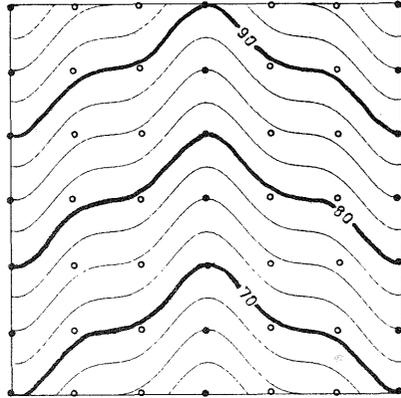
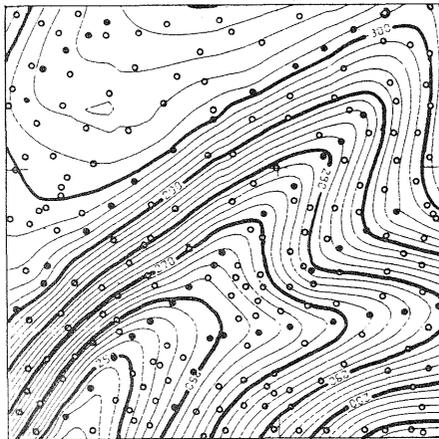


Abb. IV.25.3 Geglättete Prädiktionsfläche bei Berücksichtigung von Punktklassen



- für diese Stützpunkte wird der Grundfunktionsparameter um den Faktor 2 vergrößert: Glättung
- für diese Stützpunkte wird der Grundfunktionsparameter beibehalten: strenge Erfüllung

Abb. IV.26 Praktisches Beispiel zur Glättung von Gelände-
flächen bei Berücksichtigung von Punktklassen



- Stützpunkte werden nicht streng erfüllt
- Stützpunkte werden streng erfüllt

Abb. IV.27 Simulationsbeispiel für die Glättung von Gelände-
flächen bei überlappenden Aufnahmeeinheiten

Abb. IV.27.1
Ungeglättete Prädiktionsfläche

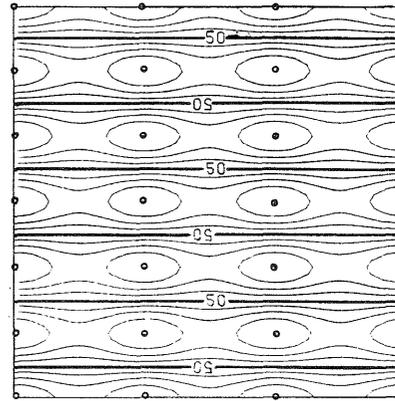


Abb. IV.27.2
Geglättete Prädiktionsfläche

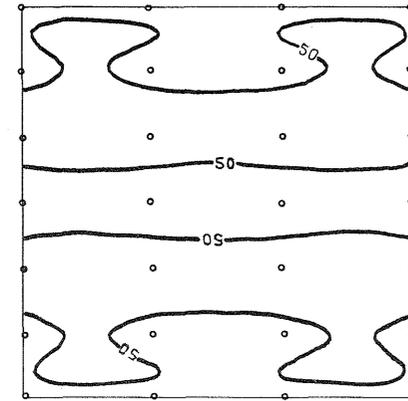


Abb. IV.28 Praktisches Beispiel für die Glättung von Gelände-
flächen bei überlappenden Aufnahmeeinheiten

Abb. IV.28.1
Ungeglättete Gelände-
fläche bei fehler-
freien absolut orientierten Modellen

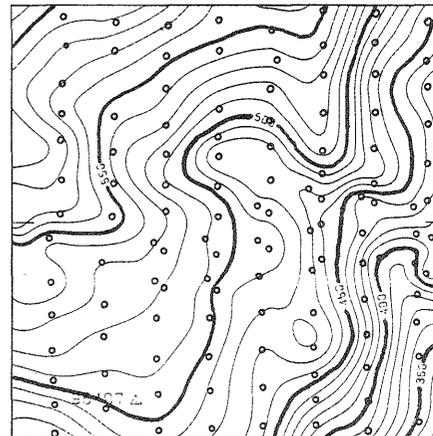


Abb. IV.28.2
Ungeglättete Gelände-
fläche bei Kluf-
tungen im Überlappungs-
bereich zweier
Modelle

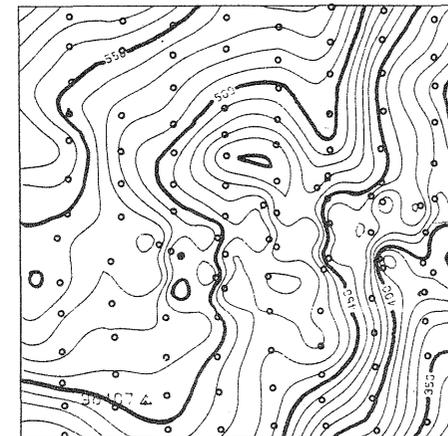


Abb. IV.28.3
Geglättete Gelände­fläche bei Klaffungen
im Überlappungsbereich zweier Modelle

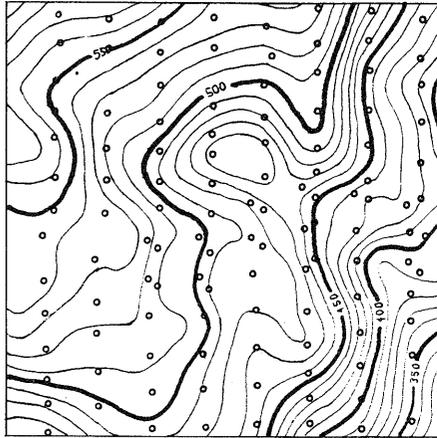


Abb. IV.29 Praktisches Beispiel für die Elimination des Abtastfehlers
bei photogrammetrischen Aufnahmen

Abb. IV.29.1
Ungeglättete Gelände­fläche

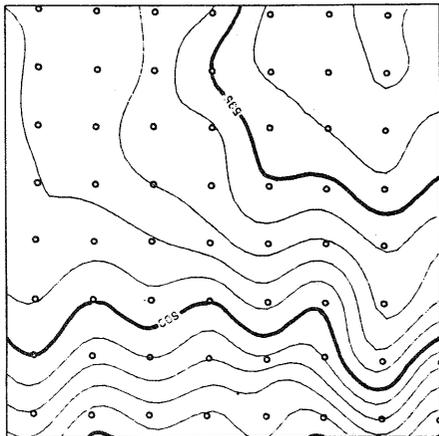
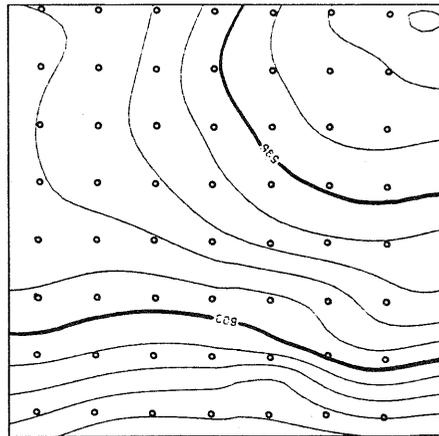


Abb. IV.29.2
Geglättete Gelände­fläche durch
Elimination des Abtastfehlers



LITERATURVERZEICHNIS

Abkürzungen:

AVN	Allgemeine Vermessungs-Nachrichten
BuL	Bildmessung und Luftbildwesen
DGK	Deutsche Geodätische Kommission
VR	Vermessungstechnische Rundschau
Vt	Vermessungstechnik
ZfV	Zeitschrift für Vermessungswesen
PE	Photogrammetric Engineering and Remote Sensing

- | 1 | ACKERMANN, F.: Zur Genauigkeit digitaler Höhenmodelle. Vortrag der 37. Photogrammetrischen Woche 1979 vom 24.-28.9.1979 in Stuttgart.
- | 2 | Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik: Musterblatt für die Deutsche Grundkarte 1:5000. Niedersächsisches Landesvermessungsamt, 1964.
- | 3 | Arbeitskreis Topographie der Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik: Erprobung von Höhenlinieninterpolationsprogrammen (Schlußbericht) März 1986.
- | 4 | ARTHUR, D.W. G.: Interpolation of a function of many variables II. PE 39, 3 (1973), S. 261-266.
- | 5 | ASSMUS, E., KRAUS, K.: Die Interpolation nach kleinsten Quadraten - Prädiktionswerte simulierter Beispiele und ihre Genauigkeit. DGK, Reihe A, Heft Nr. 76, München 1974, 73 Seiten.
- | 6 | ASSMUS, E.: Extension of Stuttgart Contour Program to Treating Terrain Break-Lines. Proceedings of the Symposium of the ISP, Commission III, Stuttgart 2.-6.9.1974. DGK, Reihe B, Heft Nr. 214, München 1975, S. 171-178.
- | 7 | BAUHUBER, F., ERLACHER, V., GÜNTHER, P.: Ein Programmsystem für die Behandlung digitaler Höhenmodelle. BuL 43 (1975), S. 103-107.
- | 8 | BOSMANN, E.R., ECKHART, D., KUBIK, K.: Delft - A Programme System for Surface Approximation. BuL 40 (1972), S. 13-20.
- | 9 | BRONSTEIN, I.N., SEMENDJAJEW, K.A.: Taschenbuch der Mathematik. Teil I, Kapitel II, S. 515-527, Harri Deutsch Verlag, Frankfurt/Main 1961.
- | 10 | BRUNKEN, G.: Automatische Zeichnung von Höhenlinienplänen. DGK, Reihe C. Heft Nr. 173, München 1972.
- | 11 | BUTZER, P.L., SCHERER, K.: Approximationsprozesse und Interpolationsmethode, 1968.
- | 12 | CHILES, J.P., DELFINER, P.: Reconstitution par krigeage de la surface topographique à partir de divers schémas d'échantillonnage photogrammétrique. Société Française de Photogrammétrie, Bulletin No 57 (1975), S. 42-50.
- | 13 | COLLATZ, L. und KRABS, W.: Approximationstheorie. Teubner Studienbücher 1973.
- | 14 | De MASSON d'AUTUME, G.: L'interpolation par une règle flexible et ses applications en photogrammétrique numérique. XIII Congress of the ISP, Helsinki 1976, presented paper.
- | 15 | De MASSON d'AUTUME, G.: Surface modelling by means of an elastic grid. Symposium of the ISP, Commission III, Moscow 1978, presented paper.

- |16| DORRER, E.: Gedanken zum digitalen Geländemodell. BuL 43 (1975), S. 90-91.
- |17| DÜPPE, R.D., GOTTSCHALK, H.-J.: Automatische Interpolation von Isolinen bei willkürlich verteilten Stützpunkten. AVN 77 (1970), S. 423-426.
- |18| EBNER, H., REISS, P.: Height interpolation by the method of finite elements. Symposium of the ISP, Commission III, Moscow 1978, presented paper. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe II, Heft Nr. 36 (1978), S. 79-94.
- |19| EBNER, H.: Zwei neue Interpolationsverfahren und Beispiele für ihre Anwendung. BuL 47 (1979), S. 15-27.
- |20| ETHROG, U.: Eine neue Interpolationsmethode für digitale Geländemodelle. VR 40 (1978), S. 16-21.
- |21| GÖPFERT, W.: Interpolationsergebnisse mit der Multiquadratischen Methode. ZfV 102 (1977), S. 457-460.
- |22| GRAFÄREND, E.: Nichtlineare Prädiktion. ZfV 97 (1972), S. 245-255.
- |23| GÜRDOGAN, I.H.: Untersuchungen über den Einfluß der Punktdichte auf die Genauigkeit der automatischen Höhenlinieninterpolation. Diplomarbeit, Universität Stuttgart, 1974.
- |24| HAENDEL, B., KLUKE, J., LÜKE, B.: Digitales Flächenmodell und automatische Höhenlinienkartierung - methodische Grundlagen und Anwendungsmöglichkeiten. VR 37 (1975), S. 107-121.
- |25| HARDY, R.L.: Geodetic applications of multiquadric analysis. AVN 79 (1972), S. 398-404.
- |26| HEEGE, S., RIEGER, G.: Untersuchungen zur Genauigkeit photogrammetrischer und digitaler Schichtlinien. Unveröffentlichte Diplomarbeit, Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1977.
- |27| Intercommission Working Group V/IV of the ISP: Digital Terrain Model - a presentation of the practical application of some existing DTMs. International Archives of Photogrammetrie, Vol. XVII Part 2, 1969
 (1) WILLIAMS, J.: The Terra Model
 (2) VIITA, E.: The Finnish Model
 (3) HALLMEN, B.: The Nordisk ADB Model
 (4) ADOLFFSON, B.: The VV-DTM
 (5) LINKWITZ, K.: The DTM-Stuttgart
- |28| JANCAITIS, J.R. and JUNKINS, J.L.: Modelling irregular surfaces. PE 39, 4 (1973), S. 413-420.
- |29| JAZWINSKI, A.: Stochastic Processes and Filtering Theory. Mathematics in Science and Engineering Volume 64, Academic Press, New York, San Francisco, London.
- |30| KALMAN, R.: A new Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Trans. ASME Ser. D, J. Basic Eng. 82, 35 (1960).
- |31| KIESEWETTER, H.: Vorlesungen über lineare Approximation. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin, 1973.
- |32| KOCH, K.R.: Höheninterpolation mittels gleitender Schrägebene und Prädiktion. Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik 12/1973, S. 229-232.
- |33| KOCH, K.R.: Digitales Geländemodell und automatische Höhenlinienzeichnung. ZfV 98 (1973), S. 346-352.
- |34| KUBIK, K. und BOTMAN, A.G.: Interpolation Accuracy for Topographic and Geological Surfaces. ITC Journal, 1976-2, S. 236-274.

- [35] KRAUS, K.: Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie. BuL 40 (1972), S. 7-12.
- [36] KRAUS, K.: Ein allgemeines digitales Geländemodell - Theorie und Anwendungsmöglichkeiten. Numerische Photogrammetrie von F. Ackermann, Sammlung Wichmann, Neue Folge, Band 5 (1973), S. 225-251.
- [37] KRAUS, K., MIKHAIL, E.M.: Linear least-squares interpolation. PE 38 (1972), S. 1016-1029.
- [38] KRAUS, K.: Weitere Entwicklungen und Anwendungen der digitalen Höhenlinienkartierung und des digitalen Geländemodelles. Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, Heft 1 (1976), S. 147-157.
- [39] KRAUS, K.: Automatische Berechnung von Höhenlinien. ZfV 96 (1971), S. 233-239.
- [40] LAUER, S.: Anwendung der skalaren Prädiktion auf das Problem des digitalen Geländemodells. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe I, Heft 51 (1972), S. 105-116.
- [41] LAUER, S.: Automatische Höhenlinienzeichnung mit Darstellung von Geländeunstetigkeiten und digitales Geländemodell. VR 38 (1976), S. 1-14.
- [42] LINKWITZ, K.: Digitale Geländemodelle. BuL 38 (1970), S. 76-84.
- [43] MAKAROVIČ, B.: Information Transfer in Reconstruction of Data from Sampled Points. Photogrammetria 28, 4 (1972), S. 111-130.
- [44] MAKAROVIČ, B.: Progressive sampling for digital terrain models. ITC Journal 1973-3, S. 397-416.
- [45] MASSA, W., WAIZENEGGER, G.: Vergleichende Untersuchungen zur Genauigkeit der automatischen Höhenlinieninterpolation. Unveröffentlichte Diplomarbeit, Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1977.
- [46] MESCHKOWSKI, R.: Mathematisches Begriffswörterbuch, 1965.
- [47] MILLER, C.L. and LAFLAMME, R.A.: The digital terrain model - theory and application. PE 24 (1958), S. 433-442.
- [48] MORITZ, H.: Introduction to Interpolation and Approximation. 2. International Summer School in the Mountains. Ramsau (Austria) 1977.
- [49] MORITZ, H., SÖNKEL, H.: Approximation Methods in Geodesy. Sammlung Wichmann, Neue Folge, Band 10, Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe, 1978.
- [50] RAPIOR, L., BOPP, D.: Weiterentwicklung des Programmes "Auswertung digitales Geländemodell". BuL 43 (1975), S. 108-114.
- [51] RÜDENAUER, H.: Problemanalyse und Untersuchungen zur zweckmäßigsten photogrammetrischen Datenerfassung für die digitale Verarbeitung zu straßenbaulichen Zwecken. Forschungsbericht für den Bundesminister für Verkehr, 1974.
- [52] SCHILCHER, M.: A comparison of the accuracy of several contour plots of the Söhnstetten test field, 36. Photogrammetrische Woche 1977, Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, Heft 4 (1977), S. 29-50.
- [53] SCHUT, G.H.: Review of interpolation methods for digital terrain models. XIII Congress of the ISP, Helsinki 1976, Commission III, invited paper.

- |54| SCHWIDEFSKY, K., ACKERMANN, F.: Photogrammetrie. Abschn. 6.3 photogrammetrische Kartierungen, Teubner-Verlag, Stuttgart 1976.
- |55| SIMA, J.: Prinzipien des ČS digitalen Geländemodells. Vt 20 (1972), S. 48-51.
- |56| Société Française de Photogrammetrie: Papers presented at the Symposium of the Inter-Commission Working Group on Highway Engineering of the ISP in Paris, Bulletin No. 27, Juni 1967
 (1) BAUSSART, M., and BONNEVAL, H.: La photographie aeriene dans les etudes d'autoroutes
 (2) BLASCHKE, W.: Le modele digital M.I.T.
 (3) NORDIN, H.: La representation digitale du terrain en vue de la mesure des profils en long et en travers pour les projets routiers
 (4) VIITA, E.: La mise au point, en Finlande, de la methode par surfaces
 (5) HALLMEN, B.: La representation Nordisk ADB due terrain
 (6) DELIGNY, J.L.: La methode du semis de points et les programmes francais de calcul electronique des traces
- |57| STANGER, W.: Ein digitales Geländemodell und einige Anwendungsmöglichkeiten im Bereich der Flurbereinigung. Dissertation, Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität Stuttgart, 1981 (im Druck).
- |58| TEMPFLI, K.: Spectral Analysis of Terrain Reliefs for the Accuracy Estimation of Digital Terrain Models. XIV Congress of the ISP, Hamburg 1980, Commission III, presented paper.
- |59| The Analytic Science Cooperation Technical Staff: Applied Optimal Estimation. Edited by Arthur Gelb. The M.I.T. Press 1974.
- |60| WEBER, W.: Ein kartographisches Datenbanksystem. DGK, Reihe B, Heft Nr. 208, Verlag des Instituts für Angewandte Geodäsie, Frankfurt am Main 1975, 102 Seiten.
- |61| WIENER, N.: Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series. The M.I.T. Press 1964.

LEBENS LAUF

EMIL WILD

3. März 1950 geboren in Markgröningen
 Vater: Wilhelm Karl Wild,
 Mutter: Anna Martha Wild
- April 56 - März 60 Besuch der Grundschule in Markgröningen
- April 60 - Juni 68 Besuch des Mörike-Gymnasiums (naturwissenschaftl.)
 in Ludwigsburg und Ablegung der Reifeprüfung
- Aug./Sept. 1968 Zweimonatiges Praktikum beim Stadtmessungsamt der
 Stadt Ludwigsburg
- WS 1968/69 Studium der Geodäsie an der Universität Stuttgart
- Apr. 1969-Sept. 70 Grundwehrdienst bei der Bundeswehr
- WS 70/71-WS 74/75 Fortsetzung des Studiums der Geodäsie an der
 Universität Stuttgart,
 Ablegung der Diplom-Prüfung
- SS 75 - WS 76/77 Beginn der Promotion am Institut für Photogrammetrie
 der Universität Stuttgart (aufgrund eines zweijährigen
 Promotionsstipendiums)
- Juni 77 - Jan. ⁷⁸80 Tätigkeit im Iran als Experte für Photogrammetrie
 im Auftrag der Gesellschaft für Technische Zusammen-
 arbeit (GTZ)
- Febr. 78 - Jan. 80 Fortsetzung der Promotionstätigkeit und freier Mit-
 arbeiter am Institut für Photogrammetrie der Uni-
 versität Stuttgart
- Febr. 80 - Dez. 80 Wissenschaftlicher Mitarbeiter beim Forschungs-
 institut für Photogrammetrie bei der Ingest e.V.
 Stuttgart
- seit Jan. 1981 Geschäftsführer des Forschungsinstituts für Luft-
 bildtechnik GmbH in Stuttgart

