

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C

Dissertationen

Heft Nr. 324

Theorie und Untersuchung der Trennbarkeit
von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern
bei der photogrammetrischen Punktbestimmung

Von der Fakultät für
Bauingenieur – und Vermessungswesen
der Universität Stuttgart
zur Erlangung der Würde eines
Doktor – Ingenieurs (Dr. – Ing.)
genehmigte Dissertation

vorgelegt von
Dipl. – Ing. Deren Li
geboren in Jiangsu/China

München 1987

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C.H.Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION

Marshallplatz 8, D-8000 München 22

Tel. (089) 23 03 10 Telex 5 213 550 dgfi d

Hauptberichter: Prof. Dr. – Ing. F. Ackermann

Mitberichter: Prof. Dr. – Ing. E. W. Grafarend
Prof. Dr. – Ing. J. van Mierlo

Tag der Einreichung: 10. Oktober 1984

Tag der mündlichen Prüfung: 6. Februar 1985

© 1987 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Druck: Reiff, Druck und Verlag

<u>Inhaltsverzeichnis</u>	Seite
I. EINLEITUNG	7
1. Einführung	7
1.1 Grobe und systematische Fehler bei der photogrammetrischen Punktbestimmung	7
1.2 Hypothesentest und Auswahl von Hypothesen	8
1.3 Fehler im statistischen Sinn	8
1.4 Fehler im geodätischen Sinn (Beobachtungsfehler)	10
1.5 Aufgabenstellung	11
2. Stufen der Behandlung verschiedener Typen von Fehlern bei der Ausgleichung in der Geodäsie und Photogrammetrie	11
3. Systematische Bildfehler und ihre Kompensation	13
3.1 Systematische Bildfehler im photogrammetrischen Prozeß	13
3.2 Kompensation systematischer Bildfehler bei der Aerotriangulation	13
3.2.1 A priori Korrektur systematischer Bildfehler	13
3.2.2 Testfeldkalibrierung	14
3.2.3 Selbstkalibrierung	15
3.2.4 A posteriori Korrektur systematischer Bildfehler	16
3.2.5 Kompensation systematischer Bildfehler durch Verfeinerung des stochastischen Modells	17
3.2.6 Zusammenfassung	18
4. Zuverlässigkeit des Ausgleichungssystems und Lokalisierung grober Datenfehler	18
4.1 Grobe Fehler in der photogrammetrischen Punktbestimmung	19
4.2 Innere und äußere Zuverlässigkeit des photogrammetrischen Systems	19
4.2.1 Eindimensionale Alternative	20
4.2.2 Mehrdimensionale Alternative	22
4.3 Lokalisierung grober Datenfehler bei der Ausgleichung	23
4.3.1 Fehler im funktionalen Modell	23
4.3.2 Fehler im stochastischen Modell	25
4.4 Zusammenfassung	28
5. Problematik der Untersuchung von groben Fehlern und systematischen Fehlern	28
6. Zielsetzung	29
6.1 Problemstellung	29
6.2 Untersuchungsziel	30
6.3 Untersuchungsmethode	31
II. THEORETISCHE GRUNDLAGEN DER UNTERSUCHUNG	32
1. Hypothesentest mit zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen	32
1.1 Aufstellung und Prüfung von zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen	32

	Seite	
1.2	Sonderfall der eindimensionalen Alternativhypothesen	35
1.3	Fehlentscheidungen bei der Auswahl von zwei Alternativen	35
2.	Der Korrelationskoeffizient zweier Testgrößen	37
2.1	Korrelationskoeffizient zwischen T_1 und T_2	37
2.2	Korrelationskoeffizient zwischen w_1 und w_2	38
2.3	Beziehung zwischen ρ_{T_1, T_2} und ρ_{w_1, w_2}	38
2.4	Maximale Korrelation zwischen zwei Testgrößen bei mehrdimensionalen Alternativhypothesen	39
2.5	Zusammenfassung	41
3.	Geometrische Interpretation des Tests	42
3.1	Eindimensionale Tests	42
3.2	Mehrdimensionale Tests	44
4.	Wahrscheinlichkeiten für Fehler I., II. und III. Art	45
5.	Der Korrelationskoeffizient zwischen Testgrößen als ein Maß zur Beurteilung der Trennbarkeit verschiedener Alternativhypothesen	46
5.1	Obere Grenzwerte $\nabla_0^{\rho_\gamma}$ und $\nabla_0^{\rho_\beta}$	46
5.2	Untere Grenzwerte $\delta_{0, \gamma}$ und $\delta_{0, \beta}$	48
6.	Innere Zuverlässigkeit bei zwei Alternativhypothesen	51
6.1	Eindimensionale Alternativhypothesen	51
6.2	Mehrdimensionale Alternativhypothesen	52
7.	Äußere Zuverlässigkeit bei zwei Alternativhypothesen	52
7.1	Der Einfluß von nicht erkennbaren und nicht von anderen groben Fehlern trennbaren groben Fehlern auf die Ergebnisse	52
7.2	Der Einfluß von nicht erkennbaren und nicht von systematischen Fehlern trennbaren groben Fehlern auf die Ergebnisse	53
8.	Anwendungsmöglichkeiten	54
9.	Zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten zwischen den Testgrößen	54
9.1	Das Verfahren durch die Berechnung der Matrix Q_{VV}	55
9.2	Ein direktes Verfahren zur Berechnung der Matrizen $(P_{SS})_{ij}$ mit Hilfe des Rechenprogramms PAT-B bei der Bündelblockausgleichung	56
9.2.1	Berechnung der Matrix $(P_{SS})_{11}$	56
9.2.2	Berechnung der Matrix $(P_{SS})_{22}^{-1}$	56
9.2.3	Berechnung der Matrix $(P_{SS})_{12}$	57

	Seite
III. TRENNBARKEIT GROBER FEHLER UND SYSTEMATISCHER FEHLER BEI DER HELMERT-TRANSFORMATION	58
1. Helmert-Transformation mit vier identischen Punkten	58
1.1 Das lineare Modell und die Alternativhypothesen	58
1.2 Berechnung von $h_i!PQ_{VV}-Ph_j$	59
1.3 Korrelationskoeffizienten zwischen zwei Testgrößen mit eindimensionalen Alternativen	59
1.4 Trennbarkeit einzelner grober Fehler von zwei Parametern der Affin-Deformation	61
1.5 Trennbarkeit von zwei groben und zwei systematischen Fehlern	61
1.6 Trennbarkeit grober Koordinatenfehler bei der Helmert-Transformation mit vier identischen Punkten	64
2. Helmert-Transformation mit vier Doppelpaßpunkten	65
3. Zusammenfassung	68
IV. UNTERSUCHUNG DER TRENNBARKEIT GROBER PASSPUNKTFEHLER VON SYSTEMATISCHEN BILDFEHLERN BEI DER PHOTOGRAMMETRISCHEN BÜNDELBLOCKAUSGLEICHUNG	69
1. Einleitung	69
1.1 Blockgeometrie	70
1.2 Untersuchungsziel	71
1.3 Untersuchungsmethode	72
2. Berechnung der Matrix $(P_{ss})_{11}$ und die Trennbarkeit von groben Paßpunkfehlern untereinander	74
2.1 Ablaufdiagramm für die Berechnung von Matrizen $(P_{ss})_{11}$	74
2.2 Kontrollierbarkeit von mehreren groben Paßpunkfehlern	74
2.3 Trennbarkeit von groben Fehlern in Paßpunkten	78
3. Berechnung der Matrix $(P_{ss})_{12}$ und Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten	82
3.1 Ablaufdiagramm für die Berechnung von Matrix $(P_{ss})_{12}$	82
3.2 Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten	82
4. Berechnung der Matrix $(P_{ss})_{22}$ und Bestimmbarkeit von systematischen Bildfehlern bei verschiedener Blockgeometrie	90
4.1 Bestimmbarkeit von systematischen Bildfehlern bei verschiedener Blockgeometrie	90
4.2 Berechnung der Matrix $(P_{ss})_{22}$	92

	Seite
5. Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern bei der Bündelblockausgleichung	92
5.1 Ablaufdiagramm des Programms zur Unterscheidung der Trennbarkeit grober Fehler von systematischen Fehlern	92
5.2 Maß der Trennbarkeit von zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen - Hinreichender Trennbarkeitswert	92
5.3 Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Paßpunktfehlern und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern	93
5.4 Abhängigkeit der Trennbarkeit von Paßpunkt- und Bildfluganordnung	101
6. Einfluß der Änderung der Paßpunktgewichte auf die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern	104
7. Abhängigkeit der Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern von der Blockgröße	107
8. Verbesserung der Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern durch doppelte Paß- und Verknüpfungspunkte	110
9. Trennbarkeit grober Fehler der Bildkoordinaten von systematischen Bildfehlern	110
10. Vergleich der Kontrollierbarkeit der Paßpunkte bei der Bündelblockausgleichung mit und ohne Selbstkalibrierung	113
11. Zusammenfassung	113
Literaturverzeichnis	117
Lebenslauf	122
Beilagen (Microfiches):	
Anhang I: Kontrollierbarkeit grober Paßpunktfehler und ihre Trennbarkeit von allen bestimmbar systematischen Bildfehlern bei der photogrammetrischen Bündelblockausgleichung	
Anhang II: Lage- und Höhendeverformungen, verursacht von einzelnen systematischen Bildfehlern bei der Bündelblockausgleichung	

I. EINLEITUNG

1. Einführung

1.1 Grobe und systematische Fehler bei der photogrammetrischen Punktbestimmung

Die Entwicklung der Aerotriangulation zur photogrammetrischen Punktbestimmung in den letzten 15 Jahren ist geprägt durch die Verfeinerung des mathematischen Modells, insbesondere die Selbstkalibrierung und die Automatisierung der Suche nach groben Fehlern. Beide Entwicklungen haben dazu beigetragen, daß das im Datenmaterial enthaltene Genauigkeitspotential auch in der Praxis genutzt werden kann.

Andererseits vollzogen sich die Entwicklungen in getrennten Bahnen. Dies erklärt sich durch die unterschiedliche Art von groben und systematischen Fehlern, die i. a. keine Gemeinsamkeiten aufweisen. Dadurch blieben eine Reihe von Fragen ungeklärt, die sich auf das Zusammenwirken von groben und systematischen Fehlern beziehen, insbesondere die optimale Strategie bei der Datenbereinigung, der Einfluß von systematischen Fehlern auf die Erkennbarkeit von groben Fehlern oder die Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern.

Nun lassen sich die Tests zur Prüfung grober Fehler einerseits und systematischer Fehler andererseits auf einen gemeinsamen Test zurückführen, wenn beide Fehlerarten als Fehler im Funktionalmodell betrachtet werden. Die ursprüngliche Formulierung des "data-snooping" nach Baarda (1967, 1968) unterscheidet auch zunächst nicht zwischen groben und systematischen Fehlern, sondern verlangt nur die Festlegung des Einflußvektors \underline{C}_p , der den Einfluß der Fehlerursache auf die Beobachtungen beschreibt. Diese Betrachtungsweise bildet die Grundlage für eine gemeinsame Behandlung von groben und systematischen Fehlern. Die von Baarda entwickelte Theorie der Zuverlässigkeit zur Beurteilung der Sensitivität der Meßanordnung in Bezug auf nicht erkennbare grobe bzw. systematische Fehler konnte wegen dieser Beschränkung auf das Funktionalmodell auf mehrere grobe bzw. systematische Fehler erweitert werden (Förstner 1980). Darüberhinaus konnten daraus Aussagen über die Trennbarkeit bzw. Lokalisierung von groben und systematischen Fehlern abgeleitet werden (Förstner 1983). Entsprechend einer Idee von Pelzer (1979), nämlich den Betrag eines groben Fehlers als zusätzliche Unbekannte einzuführen und nach der Ausgleichung auf Signifikanz zu prüfen, sind darüberhinaus die verwendeten Tests Spezialfälle des in der Statistik gebräuchlichen Hypothesentests (vgl. Koch 1975).

Damit sind die Voraussetzungen vorhanden, den offenen Fragen über das Zusammenwirken von groben und systematischen Fehlern nachzugehen.

Für eine genauere Beschreibung der Aufgabenstellung müssen jedoch einerseits die Beziehungen zwischen Hypothesentests und der Auswahl von Hypothesen, andererseits der Begriff "Fehler" schärfer gefaßt werden.

1.2 Hypothesentest und Auswahl von Hypothesen

Die in der Statistik gebräuchlichen Hypothesentests dienen dazu, statistisch formulierte Modelle mit der Wirklichkeit zu vergleichen und zu beurteilen. Hypothesentests prüfen die Frage, ob Anlaß besteht, eine vorgegebene Hypothese, die Nullhypothese, zu verwerfen. Die klassische Theorie wurde von Neymann und Pearson (1933) (vgl. Rao 1973, S. 445) entwickelt. Sie zeigten, daß es sinnvoll ist, der Nullhypothese spezifizierte Alternativhypothesen gegenüberzustellen, woraus sich Kriterien für einen optimalen Test ergeben. Nun existieren für viele Fälle keine optimalen Tests. Darüberhinaus läßt die Antwort eines Hypothesentests grundsätzlich keine Schlußfolgerung auf die Richtigkeit der einen oder anderen Hypothese zu. Das gilt vor allem für den Fall, daß eine Gruppe von Alternativen vorliegt etwa beim Problem der Lokalisierung grober Fehler. Hier geht es nämlich nicht mehr allein um die Prüfung der Nullhypothese bezüglich einer Alternative, sondern um die Auswahl einer unter mehreren Alternativhypothesen. Es liegt daher streng genommen das Problem einer Klassifizierung vor, das mit Methoden der Diskriminanzanalyse behandelt werden müßte.

In der Praxis werden allerdings die Testgrößen der Hypothesentests auch zur Auswahl von Hypothesen verwendet, indem diejenige Alternativhypothese gewählt wird, deren Testgröße am größten ist. Neben den Fehlern 1. und 2. Art, die Null- bzw. Alternativhypothese zu Unrecht verwerfen, kann man hier eine dritte Art von Fehlentscheidung treffen, nämlich die falsche von zwei Alternativhypothesen wählen. Dieser Fehler wird nach klassischer Terminologie (Hawkins, 1980) Fehler 3. Art genannt. Dazu gehörige Beispiele sind:

- falsche Lokalisierung grober Fehler;
- fehlerhafte Lokalisierung eines groben Meßfehlers auf Grund von systematischen Fehlern;
- fehlerhafte Kompensation systematischer Fehler auf Grund von groben Meßfehlern;
- fehlerhafte Aufdeckung von Deformationen auf Grund von groben oder systematischen Fehlern.

Der zuletzt benutzte Begriff "Fehler" ist zwar in unserem Gebiet geläufig, aber es gibt dafür keine Definition. Grundsätzlich muß man wohl zwischen der statistischen und der anwendungsbezogenen Definition des Begriffs "Fehler" unterscheiden.

1.3 Fehler im statistischen Sinn

Fehler lassen sich grundsätzlich als Differenz zwischen Wirklichkeit und Modellvorstellung definieren oder formal:

$$F_1 = M_0 - W \quad (1.1)$$

mit F_1 = Modellfehler,

M_0 = benutztes Modell,

W = unbekannte Wirklichkeit und

$M_0 \neq W$.

Betrachtet man ein Modell im Sinn der statistischen Testtheorie als Hypothese über die Wirklichkeit, so geht man bei der Modelldefinition davon aus, daß der Modellfehler Null ist, sowohl im Erwartungswert als auch in der Dispersion. Eine Überprüfung der Nullhypothese fordert die Definition einer oder mehrerer Alternativhypothesen, welche in der Regel eine Verfeinerung der Modellvorstellung beinhalten und somit die Modellfehler reduzieren sollen.

Weil die Wirklichkeit unbekannt ist, müssen wir sie durch ein möglichst weit entwickeltes Modell ersetzen. Es ist dann sinnvoll, den Modellfehler F_2 als Differenz zwischen dem benutzten Modell M_0 und diesem weit entwickelten Modell M

$$F_2 = M_0 - M \tag{1.2}$$

zu definieren.

Weil die Differenz zwischen dem Modell M und der Wirklichkeit W sehr klein ($M-W \rightarrow 0$) angenommen wird (ein solches Modell gibt z. B. Schroth, 1984, für die photogrammetrische Punktbestimmung an), ergibt sich

$$F_2 = M_0 - M = (M_0 - W) - (M - W) \cong M_0 - W.$$

Die weiteren Untersuchungen können von dieser Definition der Modellfehler ausgehen.

Was wir beim Hypothesentest statistisch prüfen wollen, ist, ob die Abweichung zwischen dem benutzten Modell M_0 und dem erweiterten Modell M_1 signifikant ist (Fig. I.1-1). In diesem Fall werden M_0 und M_1 als Null- und Alternativhypothese

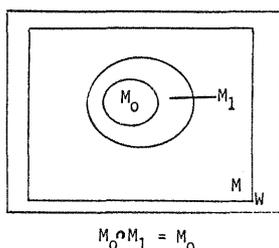
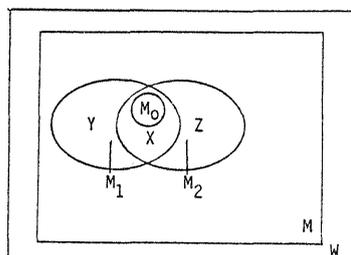


Fig. I.1-1

betrachtet. Falls $M_1 = M_0$ ist dieses Modell nicht prüfbar.

Was wir bei der Hypothesenauswahl statistisch trennen wollen, ist, ob zwei verschiedene erweiterte Modelle M_1 und M_2 trennbar sind (siehe Fig. I.1-2). Dabei werden M_1 und M_2 als Alternativhypothesen gegen die Nullhypothese M_0 aufgestellt. Falls M_1 und M_2 gleich sind, sind sie nicht trennbar.



$$\begin{aligned} M_1 \cap M_2 &= X, & M_0 &\in X, \\ M_1 \setminus X &= Y, & M_2 \setminus X &= Z \end{aligned}$$

Fig. I.1-2

1.4 Fehler im geodätischen Sinn (Beobachtungsfehler)

Seit langem teilt man im Gebiet der Geodäsie Fehler nach ihrer Größe, ihrer Charakteristik und ihrem Ursprung in grobe, systematische und zufällige Fehler ein:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}_G + \underline{\varepsilon}_S + \underline{\varepsilon}_n$$

mit $\underline{\varepsilon}$ = Beobachtungsfehler

$\underline{\varepsilon}_G$ = grobe Fehler

$\underline{\varepsilon}_S$ = systematische Fehler

und $\underline{\varepsilon} \in F_2$.

Im Licht der statistischen Theorie gibt es zwar keine allgemeine und eindeutige Definition für die obigen drei Typen von Fehlern, aber wir können sie auch nach anderen Gesichtspunkten betrachten und klassifizieren.

Zunächst können die drei Fehler als Modellfehler betrachtet werden und durch folgende mathematische Modelle beschrieben werden.

$$\underline{\varepsilon}_S = \underline{H}_S \underline{s} \quad \underline{s} \sim M(\underline{s}_0, \underline{C}_{SS}) \quad (1.3a)$$

$$\underline{\varepsilon}_G = \underline{H}_G \nabla \underline{l} \quad \nabla \underline{l} \sim M(\nabla \underline{l}, \underline{C}_{GG}) \quad (1.3b)$$

$$\underline{\varepsilon}_n = \underline{I}_n \varepsilon_n \quad \varepsilon_n \sim M(0, \underline{C}_{nn}) \quad (1.3c)$$

worin $M(\underline{\mu}, \underline{C})$ = beliebige Verteilung mit dem Erwartungswert $\underline{\mu}$ und Dispersionsmatrix \underline{C} .

Die Matrizen \underline{H}_S , \underline{H}_G und \underline{I}_n spezifizieren den Einfluß der systematischen Fehler \underline{s} , der groben Fehler $\nabla \underline{l}$ und der zufälligen Fehler ε_n auf die Beobachtungen. Die Eigenschaften dieser Koeffizientenmatrizen sind für die drei Fehler unterschiedlich (siehe Fig. I.2):

- systematische Fehler haben eine voll besetzte oder gruppenweise voll besetzte Koeffizientenmatrix \underline{H}_S ; ihre Koeffizienten sind normalerweise eine Funktion von der Lage oder der Zeit;
- die Koeffizientenmatrix \underline{H}_G ist i. a. dünn besetzt. Jede Spalte hat nur wenige Nicht-Nullelemente und
- zufällige Fehler besetzen eine diagonale Koeffizientenmatrix (normalerweise Einheitsmatrix).

Unter den Dispersionsmatrizen wird lediglich \underline{C}_{nn} als Nicht-Nullmatrix vorausgesetzt. Systematische Fehler können als Fehler im funktionalen Modell (d. h. $\underline{s} = \underline{s}_0$, $\underline{C}_{SS} = 0$), als Fehler im stochastischen Modell (d. h. $\underline{s} = 0$, $\underline{C}_{SS} \neq 0$) oder beidem betrachtet werden. Grobe Fehler werden bei der Beurteilung der Zuverlässigkeit üblicherweise als Fehler im funktionalen Modell angesehen. Bei der Lokalisierung grober Fehler können sie u. U. wirksamer als ein Teil des stochastischen Modell betrachtet werden (s. u. I.4).

Schließlich haben die drei Fehler bekanntlich verschiedene Ursachen. Systematische Fehler bei der Datenerfassung beruhen auf physikalischen, mechanischen, technischen, instrumentellen oder menschlichen Einflüssen und haben bestimmte Gesetzmäßigkeiten oder/und verändern sich gesetzmäßig. Grobe Fehler bei der Datenerfassung, Datenübertragung und Datenverarbeitung beruhen auf regelrechten Irrtümern, und zwar können sie nicht mehr dem angenommenen oder geschätzten Fehlermodell der als akzeptabel betrachteten Beobachtungen zugerechnet werden. Zufällige Fehler folgen keinem von uns erkennbaren deterministischen Gesetz und lassen sich nicht auf Unachtsamkeit zurückführen. Sie sind statistisch zu behandeln.

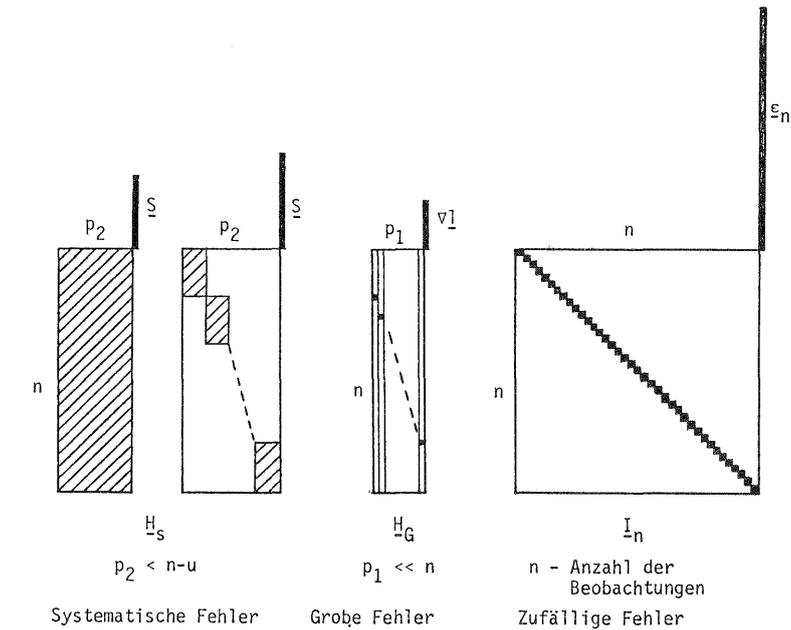


Fig.I.2 Koeffizientenmatrizen der verschiedenen Beobachtungsfehler

1.5 Aufgabenstellung

In der vorliegenden Arbeit wird zuerst ein Überblick über die Entwicklung der Behandlung systematischer und grober Fehler bei der photogrammetrischen Punktbestimmung gegeben (Kapitel I). Dann wird die theoretische Grundlage dieser Untersuchung, nämlich ein allgemeiner Hypothesentest mit zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen und ihre Trennbarkeit sowie die Zuverlässigkeit bei zwei Alternativen entwickelt (Kapitel II). Diese Theorie wird in Kapitel III an Hand des Beispiels der ebenen Helmert-Transformation demonstriert. In Kapitel IV wird diese Theorie auf die photogrammetrische Bündelblockausgleichung angewendet. Die Trennbarkeitswerte von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern werden bei verschiedenen Bildflug- und Paßpunktanordnungen durchgerechnet. Zum Schluß werden die Möglichkeiten zur Verbesserung der Trennbarkeit diskutiert.

2. Stufen der Behandlung verschiedener Typen von Fehlern bei der Ausgleichung in der Geodäsie und Photogrammetrie

Die klassische Ausgleichung in Geodäsie und Photogrammetrie ging davon aus, daß nur zufällige Fehler in den Beobachtungen vorliegen. Neuerdings sind Erweiterungen erfolgt, mit denen bei der Ausgleichung auch systematische und grobe Fehler immer besser berücksichtigt werden können, so daß die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit der Ausgleichsergebnisse deutlich angestiegen sind. Wir können die Modellentwicklung der photogrammetrischen Punktbestimmung in vier Stufen einteilen:

Stufe 1:

Angenommen sind $\varepsilon_S = 0$ und $\varepsilon_G = 0$, d. h. es werden nur zufällige Fehler betrachtet.

Ausgehend davon besteht die Aufgabe der Ausgleichung darin,

- eine strenge Lösung d. h. ein umfassendes funktionales Modell zu suchen und anwendbare Computerprogramme herzustellen. Beispiele sind die verschiedenen Rechenprogramme zur Blockausgleichung in der Photogrammetrie oder für geodätische Netzausgleichungen (z. B. Ackermann u. a., 1970; Schmid, 1958/1959; Brown, 1967) und
- die theoretische Genauigkeit der Ergebnisse zu untersuchen (Ackermann, 1966; Kunji, 1968; Talts, 1968; Ebner, 1972; Ebner u. a., 1977).

Auf dieser Stufe müssen grobe Fehler durch genügende Aufmerksamkeit sowie durch zweckmäßige Ausbildung der Meßinstrumente und Meßverfahren möglichst vermieden und im übrigen durch hinreichende Kontrollmessungen aufgedeckt und bei der Ausgleichung eliminiert werden. Entsprechend müssen Blockausgleichungen in der Regel 2 - 6 mal wiederholt werden. Neben den operationellen Schwierigkeiten hängt das Ergebnis u. a. von der Sorgfalt des Bearbeiters ab. Außerdem können leicht kleine grobe Fehler in den Beobachtungen verbleiben und nicht aufgedeckt werden.

Um auf der Stufe 1 systematische Fehler zu kompensieren, müssen entsprechende, z. B. aus Kalibrierungen bekannte a priori Korrekturen angebracht oder Meßanordnungen und Meßverfahren mit kompensierender Wirkung verwendet werden.

Stufe 2:

Angenommen sind $\varepsilon_G = 0$, $\varepsilon_S \neq 0$, d. h. grobe Fehler bleiben ausgeklammert.

Die Ausgleichung behandelt nur zufällige und systematische Fehler. In der Photogrammetrie sind es vor allem unbekannte, systematische Bildfehler, die in der Ausgleichung erfaßt werden müssen. Dieses Problem möchten wir unten in I.3 näher diskutieren. Hier können wir feststellen, daß systematische Bildfehler in vielen Fällen durch Selbstkalibrierung mit zusätzlichen Parametern wirksam kompensiert werden können. Das Rechenprogramm PAT-B mit zusätzlichen Parametern für die Bündelblockausgleichung sei als Beispiel genannt.

Stufe 3:

Angenommen sind $\varepsilon_S = 0$, $\varepsilon_G \neq 0$, $\varepsilon_n \neq 0$, d. h. systematische Fehler bleiben ausgeklammert.

Die Ausgleichung behandelt zufällige und grobe Fehler. Auf dieser Stufe beschäftigt man sich in der Theorie mit der Untersuchung der Zuverlässigkeit eines Ausgleichungssystems und in der Praxis mit der Untersuchung zur automatischen Lokalisierung grober Fehler bei der Ausgleichung. Dieses Thema möchten wir in I.4 näher diskutieren. Wir können hier feststellen, daß durch die Untersuchung der Zuverlässigkeit sich einige wertvolle Folgerungen für die Projektplanung der Aerotriangulation (cf. Ackermann, 1981) ergeben haben und einige Verfahren zur Lokalisierung und Eliminierung grober Fehler schon praktisch angewendet werden (vgl. z. B. Klein/Förstner, 1984).

Stufe 4:

Angenommen sind $\varepsilon_s \neq 0$, $\varepsilon_G \neq 0$, $\varepsilon_n \neq 0$, d. h. alle 3 Fehlerarten werden gemeinsam betrachtet.

Die Ausgleichung behandelt gleichzeitig alle drei Typen von Datenfehlern. Diese Aufgabenstellung ist aktuell, weil die drei verschiedenen Fehlerarten in der Praxis gleichzeitig vorkommen. Die Lösung des Problems steht noch an und soll in dieser Arbeit behandelt werden.

Auf dieser Stufe muß in der Theorie die Trennbarkeit zwischen groben Fehlern und systematischen Fehlern unter verschiedenen geometrischen Anordnungen untersucht und für die Praxis eine Methode zur simultanen Kompensation systematischer Fehler und zur Lokalisierung grober Fehler entwickelt werden. Die vorliegende Untersuchung gehört zu dieser Stufe 4.

3. Systematische Bildfehler und ihre Kompensation

Etwa ab 1972/73 hat sich die Forschung auf dem Gebiet der analytischen Photogrammetrie sehr intensiv und auch erfolgreich mit dem Problem der Kompensation unbekannter systematischer Bildfehler beschäftigt. Dadurch hat heute die Genauigkeit der Punktbestimmung ein sehr hohes Niveau erreicht. Man tastet sich realistisch an den Rauschpegel von $\leq 2 \mu\text{m}$ im Bild heran.

3.1 Systematische Bildfehler im photogrammetrischen Prozeß

Während des photogrammetrischen Prozesses von der Aufnahme bis zur Ausmessung der Bilder treten physikalische, mechanische, optische, photographische, instrumentelle und menschliche (administrative) Fehlereinflüsse auf. Davon besitzen einige ihre eigene Gesetzmäßigkeit. Z. B. können sie als eine Funktion der Lage des Bildpunktes betrachtet werden oder sie verändern sich als eine Funktion der Zeit von Bild zu Bild.

Die wichtigsten der vielfältigen Untersuchungen über die Geometrie des Luftbildes und systematische Bildfehler stammen u. a. von Hallert (1964), Szangolies (1963), Ahrend (1966), Vlcek (1969), Kupfer (1971), Kubik u. a. (1972), Ziemann (1971, 1976), Stark (1973), Schilcher (1980), Ellenbeck (1981) und Schroth (1982).

Es genügt hier ohne Einzelaufzählung festzustellen, daß es viele Quellen systematischer Fehler bei dem photogrammetrischen Prozeß gibt, so daß man grundsätzlich mit ihrem Auftreten rechnen muß.

3.2 Kompensation systematischer Bildfehler bei der Aerotriangulation

3.2.1 A priori Korrektur systematischer Bildfehler

Ein Großteil der systematischen Fehlereinflüsse kann a priori korrigiert werden, wenn man durch entsprechende Kalibrierung die charakteristischen Parameter für systematische Bildfehler vor der Ausgleichung bestimmt. Darüber berichten die Lehrbücher, z. B. Schwidofsky/Ackermann (1976) und Moffitt/Mikhail (1980). Die wichtigsten Fälle sind folgende:

Der Einfluß von Refraktion (und Erdkrümmung) wird unmittelbar durch einen den physikalischen Modellvorstellungen entsprechenden mathematischen Ansatz erfaßt und eliminiert (Barrow, 1960; Forest und Derouchie, 1974).

Die innere Orientierung und die darauf bezogenen Werte der Verzeichnung können durch die Kammerkalibrierung (Laborverfahren oder Feldverfahren) bestimmt werden (Schwidersky/Ackermann, 1976; Brown, 1966, 1969).

Gewisse systematische und globale Filmdeformationen können über unterschiedliche Bildkoordinatentransformationen auf die Bildrahmenmarken (Helmert-Affin-Transformation u. a., vgl. Kupfer, 1971; Schürer, 1971; Talts, 1965; Bender, 1972; Kratky, 1972) oder wesentlich detaillierter durch die Réseau-Technik (Ziemann, 1967, 1972) spezifiziert und eliminiert werden.

Im Fall mit a priori Korrektur systematischer Bildfehler werden die Parameter \underline{s} der systematischen Bildfehler als bekannte, konstante Größe behandelt. Das Modell lautet dann

$$\underline{l} - \underline{H}_s \underline{s} = \underline{A} \underline{X} + \underline{\varepsilon}_n \quad \underline{\varepsilon}_n \sim N(\underline{0}, \underline{C}_{nn}) \quad (1.4)$$

Dieses Verfahren zur Korrektur systematischer Bildfehler hat mindestens zwei Nachteile. Zuerst ist die Kammerkalibrierung eine Laborkalibrierung, die nicht unbedingt unter operationellen Bedingungen konstant bleibt und häufig älteren Datums ist. Zweitens erfaßt diese Kalibrierung etwaige dynamische Bildfehler nicht genau. Trotzdem ist die Verbesserung der Bildkoordinaten durch a priori Korrektur normalerweise sinnvoll.

3.2.2 Testfeldkalibrierung

Um das gesamte photogrammetrische System unter operationell praktischen Aufnahmebedingungen kalibrieren zu können, sind Testfeldaufnahmen geeignet (Kupfer, 1971). Eine Testfeldkalibrierung besteht darin, daß die Erfassung systematischer Fehleranteile nicht bzw. nicht nur durch a priori Kammerkalibrierung sondern durch die Einführung zusätzlicher Parameter in das mathematische Modell der Blockausgleichung gewährleistet ist. Durch Testflüge vor und nach den eigentlichen Projektbefliegungen können kurzperiodische, systematische Deformationen bestimmt werden. Die aus Vor- und Nachflügen sich ergebenden systematischen Abweichungen sollen bei der Blocktriangulation von praktischen Befliegungen im Sinne von a priori Korrekturen an den Bildkoordinaten Berücksichtigung finden.

Das mathematische Modell Gl. (1.4) gilt auch für den Fall mit Testfeldkalibrierung, bei der die Parameter \underline{s} auch rein geometrisch angesetzt werden können und nicht unbedingt physikalische Bedeutung haben.

Wie die Untersuchungen von Kupfer (1975) und Ellenbeck/Kupfer (1978) gezeigt haben, ist die Testfeldkalibrierung so wirksam wie eine Selbstkalibrierung und hat folgende Vorteile:

- Die Kalibrierung des ganzen photogrammetrischen Systems ist unter praktischen Bildbefliegungsbedingungen durchgeführt. Sie charakterisiert die systematischen Bildfehler viel besser als stationäre Kalibrierung.
- Bei einer guten Geometrie des Testfeldes kann ein umfassender Ansatz von zusätzlichen Parametern eingeführt werden, um auftretende systematische Bildfehler möglichst vollständig zu erfassen.
- Im Vergleich zur Selbstkalibrierung bringt dieses Verfahren keine Erweiterung des mathematischen Modells der Ausgleichung mit Problemen wie z. B. die Überparametrisierung und daraus folgende zusätzliche statistische Prüfungen oder die gegenseitige Beeinflussung systematischer Fehler und grober Fehler.

Die Testfeldkalibrierung hat auch ihre Nachteile:

- Die systematischen Bildfehler verschiedener Bildflüge unterscheiden sich z. T. signifikant. Nach der Untersuchung von Ellenbeck (1981) ist festgestellt, daß die Änderungen der einzelnen Fehleranteile von Flug zu Flug größer als die Fehleranteile selbst sind. Es bleibt ein Problem, wieweit die festgestellten systematischen Bildfehler für den eigentlichen Bildflug repräsentativ sind.
- Die Testfeldkalibrierung ist sehr aufwendig wegen der notwendigen Einrichtung des Testfeldes und der zusätzlichen Testfeldbefliegungen.

3.2.3 Selbstkalibrierung

Nach der Berücksichtigung oder ohne Berücksichtigung der a priori Korrekturen können unbekannte systematische Bildfehler in der Blockausgleichung mit zusätzlichen Parametern wirksam erfaßt und kompensiert werden. Diese Methode der sogenannten Selbstkalibrierung stellt heute eine äußerst flexible und leistungsfähige Handhabe zur Kompensation systematischer Fehler dar.

Im Verlauf des letzten Jahrzehnts sind die verschiedenartigsten Ansätze von zusätzlichen Parametern vorgeschlagen und experimentellen Untersuchungen unterzogen worden. Die Zusammenfassung und ein allgemeiner Überblick darüber sind von Kilpelä (1980) und Ackermann (1980) gegeben worden. Die meisten Vorschläge sind für die Bündelausgleichung konzipiert (z. B. Brown, 1976; Ebner, 1976; El-Hakim und Faig, 1977; Grün, 1978; Jacobsen, 1980; Juhl 1979; Mauelshagen, 1977; Schut, 1978 und Salmenperä u. a., 1975 usw.). Für die Ausgleichung mit unabhängigen Modellen wurde nur ein Ansatz von Ebner (1976) gegeben und in Finnland angewandt (Sarjakoski, 1978).

In den meisten Fällen werden zusätzliche Parameter zur Kompensation systematischer Fehler als freie Unbekannte betrachtet. Das entsprechende Modell ist

$$\underline{l} = \underline{A}\tilde{\underline{x}} + \underline{H}_s\tilde{\underline{s}}_0 + \underline{\varepsilon}_n \quad \underline{\varepsilon}_n \sim N(\underline{0}, \underline{C}_{nn} = \sigma_0^2 \underline{I}) \quad (1.5)$$

Viele Untersuchungen (Grün, 1978a,b; Kilpelä u. a., 1980; Heikkilä/Inkilä, 1978; Li, 1981 und 1983b) haben gezeigt, daß die Einführung eines sehr umfassenden Ansatzes von zusätzlichen Parametern, die einfach als freie Unbekannte betrachtet werden, unter bestimmter Geometrie zu schlechter Kondition der Normalgleichungen führen kann. Um diese sogenannte Überparametrisierung zu beseitigen, gibt es wie folgt zwei mögliche Lösungen.

Zusätzliche Parameter werden als stochastische Variable, für die gewichtete Beobachtungen vorliegen, betrachtet (Ebner, 1976; Heikkilä u. a., 1978, Förstner, 1982; Li, 1981, 1983b). Dann ist das mathematische Modell

$$\begin{aligned} \underline{l} &= \underline{A}\underline{x} + \underline{H}_s\underline{s}_0 + \underline{H}_s\underline{s} + \underline{\varepsilon}_n & \underline{\varepsilon}_n &\sim N(\underline{0}, \underline{C}_{nn}) \\ \underline{0} &= & \underline{s} + \underline{\varepsilon}_n & \underline{\varepsilon}_n \sim N(\underline{0}, \underline{C}_{ss}) \end{aligned} \quad (1.6)$$

normalerweise mit

$$\underline{s}_0 = \underline{0}, \quad \underline{C}_{nn} = \sigma_n^2 \underline{I} \quad \text{und} \quad \underline{C}_{ss} = \sigma_s^2 \underline{I}.$$

Um eine stabile Lösung zu gewährleisten, soll ein entsprechendes Gewicht für die fingierten Beobachtungen eingegeben werden (Kilpelä, 1980). Das Gewicht dieser fingierten Beobachtungen hängt vom Signal-Rausch-Verhältnis (Li, 1982a) ab, das z. B. durch eine a posteriori Varianzschätzung bei der Ausgleichung bestimmt werden kann (Li, 1982b).

Eine Untersuchung vom Verfasser zeigt, daß alle Unbekannten nach der Bayes-Schätzung sogar als gewichtete Beobachtungen betrachtet werden können, wenn zur Lösung ohne zusätzliche Parameter a priori Näherungswerte der Unbekannten benutzt werden. Wird ein kleines Gewicht in allen fingierten Beobachtungen eingeführt, kann die Überparametrisierung in allen Fällen wirksam beseitigt werden (Li, 1983b). Das zugehörige mathematische Modell ist (siehe auch Brown, 1976):

$$\begin{aligned} \underline{l} &= \underline{A}\underline{x}_0 + \underline{H}_S\underline{s}_0 + \underline{A}\underline{\Delta x} + \underline{H}_S\underline{s} + \underline{\varepsilon}_n & \underline{\varepsilon}_n &\sim N(\underline{0}, \underline{C}_{nn}) \\ \underline{0} &= & \underline{\Delta x} &+ \underline{\varepsilon}_x & \underline{\varepsilon}_x &\sim N(\underline{0}, \underline{C}_{xx}) \\ \underline{0} &= & \underline{s} &+ \underline{\varepsilon}_s & \underline{\varepsilon}_s &\sim N(\underline{0}, \underline{C}_{ss}) \end{aligned} \quad (1.7)$$

normalerweise mit

$$\underline{s}_0 = \underline{0}$$

\underline{x}_0 = die Lösung der Blockausgleichung ohne zusätzliche Parameter,

$$\underline{C}_{nn} = \sigma_n^2 \underline{I}, \underline{C}_{ss} = \sigma_s^2 \underline{I} \text{ und } \underline{C}_{xx} = \sigma_x^2 \underline{I}.$$

Durch statistische Kontrollen oder Prüfungen werden nur die bestimmbareren, signifikanten und nicht-hoch-korrelierten zusätzlichen Parameter aus einem umfassenden Ansatz ausgewählt und weiterverwendet. Es gibt drei wichtige Prüfungen: Bestimmbarkeit, Signifikanztest der zusätzlichen Parameter und Korrelationskontrolle zwischen zusätzlichen Parametern sowie zusätzlichen Parametern und anderen Unbekannten (Grün, 1978a; Klein, 1979; Ackermann, 1980; Förstner, 1980b; Li, 1981; Jacobsen, 1982). Davon ist die Bestimmbarkeitskontrolle am wichtigsten. Sie ist schon Bestandteil von praktischen Rechenprogrammen, z. B. dem Programm PAT-B.

3.2.4 A posteriori Korrektur systematischer Fehler

Die a posteriori Korrektur systematischer Fehler besteht darin, daß die systematischen Bild- oder Modellfehler durch eine Analyse der nach der konventionellen Ausgleichung ohne zusätzliche Parameter bestimmten Restabweichungen in Bild- oder Paßpunkten teilweise kompensiert werden.

Das von Masson d'Autume (1972) vorgeschlagene Verfahren geht von einer Analyse der Restabweichungen in Bild- oder Modellkoordinaten aus. Daraus erhält man die systematischen Deformationen in vielen Stützpunkten. Deshalb kann man mit Hilfe eines Polynoms oder anderer Ansätze für jede Beobachtung die Verbesserungen systematischer Fehler interpolieren (Haug, 1980; Jacobsen, 1980; Kilpelä u. a., 1980; Li, 1982a).

Ein anderes a posteriori Verfahren zur Kompensation systematischer Fehler stellt die Prädiktionsfilterung oder Interpolation nach kleinsten Quadraten dar (Kraus, 1972, 1974). Ihr Ansatz beruht darauf, daß man aus den Restabweichungen an den Paßpunkten das Korrelationsverhalten des Punktverbandes in Form einer empirischen Kovarianzfunktion bestimmt. Daraus werden die Korrekturwerte für jeden Punkt interpoliert.

Die Wirksamkeit dieser beiden Verfahren ist von der Anzahl und Verteilung der Bild- und Paßpunkte abhängig. Vom Gesichtspunkt der Parameterschätzung aus ist die Ausgleichung ohne zusätzliche Parameter verzerrt, und zwar stellt die Restabweichung nur sichtbare Teile von wahren systematischen Fehlern dar, die in Beobachtungen vorliegen. Deswegen liefert die a posteriori Korrektur systematischer Fehler eine geringere Genauigkeitssteigerung als die Selbstkalibrierung (Kilpelä u. a., 1980; Li, 1982a). Trotzdem kann man bei dichter Paßpunktanordnung mit der Prädiktionsfilterung die Spannungen unter Paßpunkten lösen. Diese a posteriori Korrektur läßt sich mit anderen Verfahren zur Kompensation systematischer Fehler kombinieren (Jacobsen, 1979, 1980).

nicht plausibel

Es kann gezeigt werden, daß die Polynom-Streifenausgleichung und Blockausgleichung mit Steifenpolynomen im Prinzip auch teilweise eine a posteriori Kompensation systematischer Fehler ist (Ackermann, 1965).

3.2.5 Kompensation systematischer Bildfehler durch Verfeinerung des stochastischen Modells

Nach Gl. (1.5) bis Gl. (1.7) verfeinert die Ausgleichung mit Selbstkalibrierung wesentlich das funktionale Modell. Im Gegensatz dazu ist das stochastische Modell bisher stets sehr einfach geblieben; entweder ist C_{nn} eine Einheitsmatrix oder eine Diagonalmatrix. Das bedeutet, daß die beträchtliche Korrelation zwischen photogrammetrischen Beobachtungen allemal übergangen wird. Wie einige Untersuchungen (Ackermann/Schilcher, 1978; Schilcher, 1980; Ackermann, 1980; Schroth, 1982) gezeigt haben, ändern sich systematische Fehler als eine Funktion der Zeit von Bild zu Bild. Mindestens sind sie nicht konstant für jeden Streifen oder jedes Bild und ihre Veränderungen sind größer als reine Meßfehler. Deswegen müßte man durch eine voll besetzte Kovarianzmatrix der Beobachtungen bei der Ausgleichung mit Selbstkalibrierung das stochastische Modell verfeinern, um die konstanten und variablen systematischen Bildfehler gleichzeitig zu kompensieren.

Dieses Verfahren ist erstmals von Stark (1973) angewendet worden. Er hat bewiesen, daß die Genauigkeit bei der absoluten Orientierung des Bildpaares durch Berücksichtigung der Korrelation auf das gleiche Niveau wie bei der strengen Bündelmethode gesteigert werden kann (siehe auch Ackermann, 1976). Schilcher (1980) hat beim räumlichen Rückwärtsschnitt mit verschiedenen funktionalen und stochastischen Modellen die Genauigkeitssteigerung untersucht und daraus gefolgert, daß die durch Berücksichtigung der Korrelation erzielten Absolutgenauigkeiten ausgezeichnet mit den Ergebnissen übereinstimmen, die bei der Korrektur systematischer Bildfehler durch Testfeld- oder Selbstkalibrierung erreicht werden. Das bedeutet, man kann entweder das funktionale Modell oder das stochastische Modell verfeinern, um systematische Bildfehler zu kompensieren. Es ist denkbar, daß die beste Genauigkeit durch die gleichzeitige Verfeinerung des funktionalen und stochastischen Modells erzielt werden kann (siehe dazu Schroth, 1984).

Die für die Verfeinerung des stochastischen Modells benötigte Varianz-Kovarianz-Matrix wird normalerweise empirisch bestimmt (Stark, 1973; Schilcher, 1980) und zeigt, daß sich mittelmäßige und hohe Korrelationen unter photogrammetrischen Bildern oder Modellen finden. Mit Réseau-Aufnahmen haben Förstner und Schroth (1981) beim multivariaten Gauß-Markoff-Modell die Schätzung von Kovarianzmatrizen oder von Parametern der Kovarianzmatrizen bestimmt.

Die photogrammetrischen Bildkoordinaten verschiedener Bilder können zweckmäßig als eine Zeitreihe betrachtet werden, deren Veränderung durch einen Markoff-Prozeß beschrieben werden kann (siehe Schroth, 1984). Ein kombiniertes Modell, das dies berücksichtigt, hat z. B. folgende Form (Förstner, 1982; Schroth, 1984):

$$\underline{l}_k = \underline{A}_k \underline{x} + \underline{U}_k \underline{t}_0 + \underline{U}_k \underline{t}_k + \underline{\varepsilon}_k \quad \underline{\varepsilon}_k \sim N(\underline{0}, \underline{C}_{11}^{(k)}) \quad (1.8a)$$

$$\underline{0}_1 = \quad \quad \quad - \underline{t}_1 + \underline{\eta}_1 \quad \underline{\eta}_1 \sim N(\underline{0}, \underline{C}_{SS}) \quad (1.8b)$$

$$\underline{0}_k = \quad \quad \quad a \cdot \underline{t}_{k-1} - \underline{t}_k + \underline{\eta}_k \quad \underline{\eta}_k \sim N(\underline{0}, (1-a)^2 \underline{C}_{SS}) \quad (1.8c)$$

mit \underline{l}_k = Vektor für das k-te Bild,

\underline{x} = unbekannte Orientierungsparameter und Koordinaten neuer Punkte,

\underline{t}_0 = Vektor zusätzlicher Parameter, die konstante Bilddformationen beschreiben,

$\underline{t}_1 \dots \underline{t}_k$ = Vektoren zusätzlicher Parameter, die als die Funktion der Zeit nach dem autoregressiven Schema des ersten Grades von Bild zu Bild geänderte Bilddformationen beschreiben,

$\underline{C}_{11}^{(k)}$ = Kovarianzmatrix von \underline{l}_k , die zufällige Fehler und örtliche Filmdeformationen repräsentiert,

$|a| \leq 1$ und $k \geq 2$.

Offenbar hat dieses erweiterte Modell den Vorteil, daß alle Typen von systematischen Bildfehlern und Korrelationen berücksichtigt werden können, ohne explizit Korrelationen zwischen den Bildern ansetzen zu müssen.

3.2.6 Zusammenfassung

Obwohl bei der Verfahrensentwicklung zur Erfassung systematischer Bildfehler in der Blockausgleichung bis heute noch einige zu lösende Probleme, z. B. die Auswahl zusätzlicher Parameter und die Verfeinerung des stochastischen Modells, bleiben, hat die photogrammetrische Punktbestimmung durch die seit mehr als einem Jahrzehnt andauernden Bemühungen um die detaillierte Kompensation systematischer Bildfehler schon ein hohes Entwicklungsniveau erreicht. Mit Hilfe eines verfeinerten funktionalen und/oder stochastischen Modells können systematische Bildfehler (konstante, variable und korrelierte) wirksam kompensiert werden, so daß die Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung sich der theoretischen Genauigkeitsgrenze mehr und mehr annähert.

4. Zuverlässigkeit des Ausgleichssystems und Lokalisierung grober Datenfehler

Bei allen oben genannten Entwicklungen blieb das Problem der algorithmischen Erfassung grober Datenfehler weitgehend ausgeklammert. Die Datenbereinigung bei Blockausgleichungen wurde der subjektiven Beurteilung des jeweiligen Bearbeiters überlassen. Tatsächlich treten bei den großen Mengen unkontrolliert gewonnener und automatisch registrierter Meßdaten, mit denen die Blockausgleichung in der Regel arbeitet, fast stets einige grobe Datenfehler auf. Insbesondere die Paßpunkte sind dafür anfällig, da sie von außen in das photogrammetrische System eingebracht werden. Auch wenn Blockausgleichungen in der Regel mehrmals wiederholt werden, können die grob falschen Daten manuell nicht unbedingt erkannt und eliminiert werden (Klein/Förstner, 1984).

Neuerdings ist die Theorie der Aufdeckbarkeit grober Datenfehler und damit zusammenhängend die Zuverlässigkeit von Datensystemen Gegenstand intensiver Untersuchungen, vor allem auf der Basis der bahnbrechenden Arbeiten von Baarda (1967,1968,1976). Die wichtigsten Untersuchungen über die Zuverlässigkeit der photogrammetrischen Blöcke stammen u. a. von Ackermann (1979, 1981), Amer (1980), Förstner (1976, 1978, 1980a,b, 1981) und Grün (1979, 1980). Eine größere Zusammenstellung ist im Seminar (1981) enthalten. Die Suche nach groben Fehlern ist in den Meßdisziplinen zwar ein altes Thema, aber sie beruht erst jetzt etwa seit einem Jahrzehnt auf objektiven theoretischen Grundlagen und wird zur Zeit intensiv untersucht (Förstner, 1976, 1978; Molenaar, 1976; Stefanovič, 1978, 1980; Bouloucos, 1980; Krarup u. a.; 1980, Molnar, 1980, Kubik, 1982, 1984; Benciolini u. a., 1982, El-Hakim, 1982a,b; Li, 1983a, 1984; Klein/Förstner, 1984; Werner, 1984).

4.1 Grobe Datenfehler bei der photogrammetrischen Punktbestimmung

Im ganzen Prozeß der Datenerfassung zur photogrammetrischen Punktbestimmung im Bildverband liegen fast stets einige grobe Datenfehler vor. Wegen ihrer unterschiedlichen Wirkungsweise und verschiedener Strategien ihrer Aufdeckung klassifiziert man pragmatisch grobe Fehler nach ihrer Größe in

- große grobe Fehler, mit Beträgen größer als 1-2 Basislängen,
- mittlere grobe Fehler, mit Beträgen zwischen 20σ und 1 - 2 Basislängen, und
- kleine grobe Fehler, die im Grenzbereich zu den zufälligen Fehlern, z. B. zwischen 4σ und 20σ , liegen.

Es gibt bei der photogrammetrischen Punktbestimmung eine Reihe von Ursachen für grobe Fehler bei der Datenerfassung, z. B.:

- falsche Koordinatensysteme (Links- statt Rechtssystem),
- Numerierungsfehler, die zu falschen Verknüpfungen führen,
- Punktverwechslungen,
- Identifizierungsfehler,
- Punktübertragungsfehler,
- Markierungsfehler,
- Ablesefehler oder Fehler der automatischen Registrierung,
- falsche Paßpunktkoordination,
- falsche innere Orientierung usw.

Die Häufigkeit grober Fehler ist wesentlich von den Datenerfassungsmethoden und -geräten abhängig und kann in Extremfällen bis zu 5% der Messungen betragen.

4.2 Innere und äußere Zuverlässigkeit des photogrammetrischen Systems

In seiner Theorie hat Baarda innere und äußere Zuverlässigkeit unterschieden. Innere Zuverlässigkeit beschreibt die Schwelle der Aufdeckbarkeit grober Fehler und wird durch den unteren Grenzwert ∇_0^1 für grobe Fehler spezifiziert, die gerade noch mit der Wahrscheinlichkeit β_0 erkennbar und damit eliminierbar sind. Äußere Zuverlässigkeit beschreibt dann, wie stark die noch verbliebenen unentdeckten kleinen groben Fehler - falls sie vorhanden sind, was im einzelnen völlig unbekannt ist - das Ausgleichsergebnis maximal verfälschen können. Sie wird mit den Faktoren $\bar{\delta}_{0,j}$ gekennzeichnet (s.u.).

Für die Untersuchung der Zuverlässigkeit geht man von der Null- und der Alternativhypothese wie folgt aus:

$$\begin{aligned}
 H_0: \quad E(l/H_0) &= \underline{A} \underline{\tilde{x}} \\
 H_a: \quad E(l/H_a) &= \underline{A} \underline{\tilde{x}} + \underline{H}_G \underline{\tilde{v}s}
 \end{aligned}
 \quad \text{und } D(l) = P^{-1} \quad (1.9a)$$

Es soll betont werden, daß es sich hier jeweils nur um eine Alternativhypothese handelt. In Verallgemeinerung dieses Konzepts können wir auch eine mehrdimensionale Alternativhypothese ansetzen. Im folgenden werden beide Fälle getrennt diskutiert.

4.2.1 Eindimensionale Alternative

Wenn im Datensatz nur ein einzelner grober Fehler ∇l_i in der Beobachtung l_i vorliegt, dann ergibt sich

$$\begin{aligned}
 E(l/H_{a_i}) &= \underline{A} \underline{\tilde{x}} + \underline{e}_i \nabla l_i \\
 \text{mit } \underline{e}' &= (0, \dots, 0, \underset{i}{1}, 0, \dots, 0).
 \end{aligned} \quad (1.9b)$$

Unter der Annahme einer diagonalen Gewichtsmatrix erhält man den unteren Grenzwert

$$\nabla_0 l_i = \sigma_{l_i} \cdot \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \quad (1.10)$$

mit δ_0 = Nichtzentralitätsparameter, der jeweils von den Wahrscheinlichkeiten α_0 und β_0 für Fehler 1. und 2. Art abhängig ist, häufig wird $\delta_0 = 4$ gesetzt,
 r_i = Redundanzanteil der Beobachtung l_i
 σ_{l_i} = Genauigkeit der Beobachtung l_i .

Der Grenzwert $\nabla_0 l_i$ läßt sich relativ zur Genauigkeit der Beobachtungen ausdrücken. Dieses Verhältnis stellt die eigentliche Zuverlässigkeit dar und wird als Maß für die Kontrollierbarkeit der Beobachtungen definiert

$$\boxed{\delta'_{0,i} = \frac{\nabla_0 l_i}{\sigma_{l_i}} = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}} \quad (1.11)$$

Der Kontrollierbarkeitswert $\delta'_{0,i}$ gibt also den Faktor an, um den ein grober Fehler $\nabla_0 l_i$ mindestens größer als die Standardabweichung sein muß, um bei gegebenem δ_0 mit dem Test mit einer Mindestsicherheit von β_0 erkannt werden zu können. Dieser Kontrollierbarkeitswert charakterisiert somit die innere Zuverlässigkeit. Nach Gl.(1.11) wurden die Kontrollierbarkeitswerte $\delta'_{0,i}$ für die relative und absolute Orientierung (Amer, 1980), für Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen und für die Bündelblockausgleichung (Seminar, 1981) unter verschiedenen geometrischen Bedingungen berechnet. Daraus konnten einige sinnvolle Vorschläge für die Projektplanung der Aerotriangulation abgeleitet werden (Ackermann, 1981).

Der Einfluß von einzelnen nicht erkennbaren groben Fehlern auf die Unbekannten (äußere Zuverlässigkeit) kann für unkorrelierte Beobachtungen unmittelbar angegeben werden

$$\nabla_{0,i}^x = (\underline{A}'\underline{P}\underline{A})^{-1} \underline{a}_i p_i \cdot \nabla_0^1 i \quad (1.12)$$

mit \underline{a}_i = Vektor, der die Koeffizienten der Fehlergleichungen für die i-te Beobachtung enthält.

Entsprechend erhält man für eine Funktion

$$f = \underline{e}'\underline{\bar{x}} \quad (1.13)$$

allgemein den Einfluß nicht erkennbarer grober Fehler

$$\nabla_{0,i}^f = \underline{e}' \underline{Q}_{xx} \underline{a}_i p_i \cdot \nabla_0^1 i \quad (1.14)$$

Nach einigen Umwandlungen leitet man daraus für die äußere Zuverlässigkeit die Funktion der Unbekannten ab (Förstner, 1981):

$$\nabla_{0,i}^f \leq \sigma_f \cdot \bar{\delta}_{0,i} \quad (1.15)$$

mit

$$\bar{\delta}_{0,i} = \delta_0 \sqrt{\frac{u_i}{r_i}} = \delta_0 \sqrt{\frac{1-r_i}{r_i}} \quad (1.16)$$

Der Wert $\bar{\delta}_{0,i}$ ist von der Genauigkeit unabhängig und kann allgemein als ein Maß für die Empfindlichkeit bzw. für die äußere Zuverlässigkeit bezeichnet werden.

Für photogrammetrische Punktbestimmungen interessiert uns vor allem der Einfluß nicht erkennbarer grober Fehler auf die unbekanntes Koordinaten. Durch Umstellung erhält man aus (1.16) als Maß für die äußere Zuverlässigkeit der Koordinaten

$$\bar{\delta}_{0,i} = \delta_0 \sqrt{\frac{u_{k_i}}{r_i}} = \delta_0 \sqrt{\frac{1-u_{t_i} - r_i}{r_i}} \quad (1.17)$$

$$\text{mit } u_{t_i} = (\underline{B}(\underline{B}'\underline{P}\underline{B})^{-1}\underline{B}'\underline{P})_{ii} = \underline{b}_i'(\underline{B}'\underline{P}\underline{B})^{-1} \underline{b}_i p_i \quad (1.18)$$

worin \underline{B} die zu den Transformationsparametern gehörige Fehlergleichungsmatrix darstellt.

Diese Zuverlässigkeitswerte $\bar{\delta}_{0,i}$ sind ebenfalls für verschiedene idealisierte photogrammetrische Blöcke berechnet worden (Seminar, 1981).

4.2.2 Mehrdimensionale Alternative

Die Theorie der Zuverlässigkeit kann nach Förstner (1983) auf den Fall mit mehreren groben Fehlern erweitert werden. Dafür kann man direkt von Gl.(1.9a) die folgende untere Grenze $\nabla_0(\underline{s})$ für den Betrag des Vektors von groben Fehlern $\underline{\nabla s}$ erhalten (vgl. Förstner, 1983, Gl. (19))

$$\nabla_0(\underline{s}) = \sigma_0 \delta_0(\underline{s}) / \sqrt{\underline{s}'(\underline{P} - \underline{Q}_{VV})_{ii}\underline{s}} \quad (1.19)$$

mit $\underline{\nabla s} = \underline{s} \hat{V}(\underline{s})$, $|\underline{s}| = 1$

$$\delta_0(\underline{s}) = \delta(\alpha, \beta_0(\underline{s})),$$

$$(\underline{P} - \underline{Q}_{VV})_{ii} = \underline{H}_G' \underline{P} - \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{H}_G, \quad \underline{H}_G \text{ siehe (1.9a).}$$

Für den Vektor $\underline{\nabla s}$ kann man aus Gl. (1.9) den unteren Grenzwertvektor

$$\underline{\nabla_0 s} = \underline{s} \sigma_0 \delta_0(\underline{s}) / \sqrt{\underline{s}'(\underline{P} - \underline{Q}_{VV})_{ii}\underline{s}} \quad (1.20)$$

bekommen.

Wenn $\delta_0(\underline{s})$ von \underline{s} unabhängig gewählt wird, beschreibt Gl. (1.20) das sog. Grenzwertellipsoid. Gl. (1.20) zeigt, daß die innere Zuverlässigkeit nicht nur von der Anzahl grober Fehler, sondern auch von der Richtung des Vektors \underline{s} abhängig ist.

Die Auswirkung nicht erkennbarer grober Fehler $\underline{\nabla_0 s}$ auf die Unbekannten nach Gl. (1.9a) ergibt unmittelbar

$$\underline{\nabla_0 x} = (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}' \underline{P} \underline{H}_G \underline{\nabla_0 s} = (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}' \underline{P} \underline{H}_G \underline{s} \sigma_0 \delta_0(\underline{s}) / \sqrt{\underline{s}'(\underline{P} - \underline{Q}_{VV})_{ii}\underline{s}} \quad (1.21a)$$

Für eine einfache Darstellung wurde von Förstner (1983) die Länge des Einflußvektors

$$\bar{\delta}_0(\underline{s}) = |\underline{\nabla_0 x}| = \sqrt{(\underline{\nabla_0 x})' \underline{A}' \underline{P} \underline{A} (\underline{\nabla_0 x})} / \sigma_0$$

vorgeschlagen. Damit erhält man aus Gl. (1.21a)

$$\bar{\delta}_0(\underline{s}) = \delta_0(\underline{s}) \cdot \frac{\sqrt{\underline{s}'(\underline{P} - \underline{Q}_{VV})_{ii}\underline{s}}}{\sqrt{\underline{s}'(\underline{P} - \underline{Q}_{VV})_{ii}\underline{s}}} \quad (1.21b)$$

Wie die innere Zuverlässigkeit ist die äußere Zuverlässigkeit beim Fall mit mehreren groben Fehlern von der Anzahl und dem Verhältnis der groben Fehler abhängig.

Der Einfluß $\nabla_0 f(\underline{s})$ eines nicht erkennbaren Vektors $\underline{\nabla_0 s}$ von groben Fehlern auf eine beliebige lineare Funktion $f = \underline{e}' \underline{\bar{x}}$ der unbekannt Parameter $\underline{\bar{x}}$ kann durch die Ungleichung

$$\nabla_0 f(\underline{s}) \leq \bar{\delta}_0(\underline{s}) \cdot \sigma_f \quad (1.22)$$

abgeschätzt werden, worin $\sigma_f = \sqrt{\underline{e}'(\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{e}} \cdot \sigma_0$ die Streuung der Funktion f bezeichnet.

Es soll betont werden, daß die Zuverlässigkeit hier nur für den Fall mit einer einzigen Alternativhypothese angegeben ist, ohne die Beeinflussung zwischen den groben Fehlern zu berücksichtigen.

4.3 Lokalisierung grober Datenfehler bei der Ausgleichung

Das aktuelle Ziel der Untersuchung der Zuverlässigkeit besteht darin, mögliche im Datenmaterial enthaltene grobe Fehler bei der Ausgleichung automatisch aufzudecken und zu eliminieren. Vom statistischen Gesichtspunkt aus kann man die Verfahren zur Lokalisierung grober Datenfehler danach einteilen, ob

- Fehler im Funktionalmodell oder
- Fehler im stochastischen Modell

angenommen werden.

4.3.1 Fehler im funktionalen Modell

Werden grobe Fehler als ein Teil des Funktionalmodells betrachtet, dann gilt Gl. (1.9a) für Null- und Alternativhypothese. Die Verteilung der Beobachtung l_i bei der Null- und der Alternativhypothese hat in diesem Fall verschiedene Erwartungswerte (siehe Fig. I.3-1).

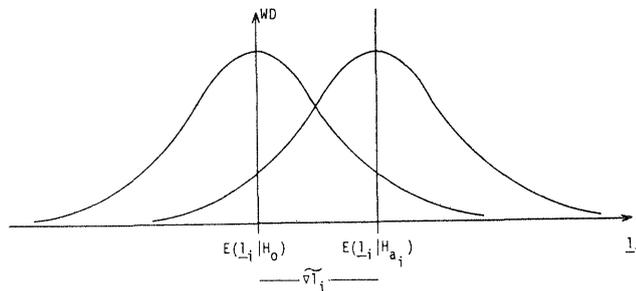


Fig. I.3-1 Grobe Fehler im Funktionalmodell

Für einen einzelnen groben Fehler ergibt sich bei bekanntem Varianzfaktor σ_0^2 die Testgröße

$$w_i = \frac{e_i' P v}{\sigma_0 \sqrt{e_i' P Q_{vv} P e_i}} \quad (1.23a)$$

Ist die Gewichtsmatrix diagonal, dann vereinfacht sich diese Beziehung auf die Testgröße

$$w_i = \frac{v_i}{\sigma_0 \sqrt{q_{ii}^{vv}}} \quad (1.23b)$$

wobei q_{ii}^{vv} = das i-te Diagonalelement der Matrix Q_{vv} .

w_i ist die Testgröße des sogenannten "Data Snooping" von Baarda. Unter der Nullhypothese ist w_i standardisiert normal verteilt:

$$(w_i / H_0) \sim N(0, 1)$$

Ist der Varianzfaktor σ_0 unbekannt, erhält man mit dem geschätzten Varianzfaktor

$$\sigma_0 = \sqrt{\underline{v}' \underline{P} \underline{v} / n - u}$$

die Testgröße τ (Pope, 1976; ihre Verteilung siehe Koch, 1980, S. 238)

$$\tau_i = \frac{\underline{e}_i' \underline{P} \underline{v}}{\sigma_0 \sqrt{\underline{e}_i' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{e}_i}} \quad (1.24a)$$

bzw.

$$\tau_i = \frac{v_i}{\sigma_0 \sqrt{q_{ii}^{VV}}} \quad (\underline{P} = \text{Diagonalmatrix}) \quad (1.24b)$$

oder die t_{r-1} Testgröße (siehe Förstner, 1981 und Heck, 1981)

$$\bar{w}_i = \frac{v_i}{\sigma_{0i} \sqrt{q_{ii}^{VV}}} \quad (\underline{P} = \text{Diagonalmatrix}) \quad (1.25)$$

mit

$$\sigma_{0i}^2 = \frac{\underline{v}' \underline{P} \underline{v} - v_i^2 p_i / r_i}{r - 1} \quad (1.26)$$

Für mehrere grobe Fehler gilt die F-verteilte Testgröße T (Koch, 1983; Förstner, 1983)

$$T = \frac{R/r}{\Omega_\epsilon / n - u - p_1} \sim F'(r, n - u - p_1, \lambda) \quad (1.27)$$

mit

$$\lambda = \frac{\underline{v}' \underline{s}' \underline{H}_G' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{H}_G \underline{v}' \underline{s} / \sigma_0^2}{R = \underline{v}' \underline{P} \underline{H}_G (\underline{H}_G' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{H}_G)^{-1} \underline{H}_G \underline{P} \underline{v}}$$

$$\Omega_\epsilon = \underline{v}' \underline{p} \underline{v} - R .$$

Es gibt auch andere operationelle Verfahren, mehrere grobe Fehler z. B. durch die Phasen-Ausgleichung schrittweise aufzudecken (Stefanovic, 1978; Benciolini u. a., 1982), sie beruhen im Prinzip auf der Theorie eindimensionaler Alternativhypothesen, könnten aber ebenfalls auf den mehrdimensionalen Fall erweitert werden.

Sobald das Signifikanzniveau α_0 gewählt wird, können die entsprechenden kritischen Werte für die oben erwähnten Tests aus statistischen Tabellen ausgesucht werden. Falls die Teststatistik größer als der kritische Wert ist, wird dann jeweils die Nullhypothese abgelehnt.

4.3.2. Fehler im stochastischen Modell

Werden grobe Fehler als ein Teil des stochastischen Modells betrachtet, erhält man die Null- und Alternativhypothese

$$E(\underline{l}) = \underline{A} \underline{X} \quad \begin{array}{l} H_0: D(\underline{l}_i/H_0) = \sigma_{i,\text{sol}}^2 \\ H_a: D(\underline{l}_i/H_a) = \sigma_{i,\text{ist}}^2, \sigma_{i,\text{ist}}^2 \gg \sigma_{i,\text{sol}}^2 \end{array} \quad (1.28)$$

Die zugehörigen Verteilungen sind in Fig. I.3-2 dargestellt.

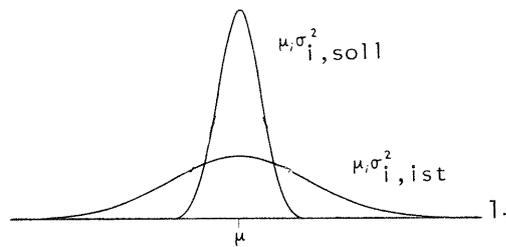


Fig. I.3-2 Grobe Fehler im stochastischen Modell

Ausgehend von diesem Ansatz besteht die Aufgabe zur Lokalisierung grober Fehler darin, daß die Beobachtungen mit sehr großen Varianzen, d. h. die groben Fehler, durch eine Iterationsausgleichung schrittweise herausgesucht werden. Bei dem Iterationsprozeß verkleinern sich die Gewichte der Beobachtungen mit groben Fehlern. Diese Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten ist für die Lokalisierung grober Fehler vielversprechend und bietet sich für die Anwendung an.

Die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten geht von der folgenden Minimumbedingung aus

$$\sum p_i v_i^2 \rightarrow \text{MIN}$$

mit

$$p_i^{(\nu+1)} = f(v_i^{(\nu)}, \dots), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots \quad (1.29)$$

Der Iterationsprozeß beginnt im allgemeinen mit einer konventionellen Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, weil vor der Ausgleichung keine Information über die groben Fehler vorliegt.

Für die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten sind verschiedene Gewichtsfunktionen vorgeschlagen worden:

(i) L_q Iterationsmethode (Krarup u. a., 1980)

Diese Methode leitet sich aus der Minimum-Norm-Methode

$$\sum |v_i|^q \rightarrow \text{MIN} \quad (1.30)$$

her. Für die $q=1$ und $q=0$ erhält man die Gewichtsfunktionen

$$p_i^{(v+1)} = \frac{1}{|v_i^{(v)}|^{2-q+c}} \quad (c \rightarrow 0 \text{ und } q = 1,0) \quad (1.31)$$

(ii) Dänische Methode

Nach Kubik (1982) beruht die dänische Methode auf dem Prinzip der Maximum-Likelihood Methode. Eine für die Photogrammetrie geeignete Gewichtsfunktion nach Krarup u. a. (1980) hat die Form

$$\begin{aligned} p_i &= 1 && \text{für } v = 1 \\ p_i &= \left\{ \exp \left(- \left(\frac{v_i}{\sigma} \right)^{4.4} \right) \right\}^{0.05} && \text{für } v = 2,3 \\ p_i &= \left\{ \exp \left(- \left(\frac{v_i}{\sigma} \right)^{3.0} \right) \right\}^{0.05} && \text{für } v > 3 \end{aligned} \quad (1.32)$$

oder

$$p^{(v+1)} = p^{(v)} \cdot f(v^{(v)})$$

$$f(v^{(v)}) = \begin{cases} 1, & \text{wenn } \frac{|v| \cdot \sqrt{p_0}}{m_0} < c \\ \exp \left(- \frac{|v| \sqrt{p_0}}{cm_0} \right), & \text{wenn } \geq c \end{cases} \quad (1.33)$$

mit $c = 3$

p_0 = Gewichtsfaktor

m_0 = mittlerer Fehler der Beobachtung.

Die Gewichtsfunktion der dänischen Methode kann wie folgt modifiziert werden (Li, 1984):

$$\begin{aligned} p_i &= 1 && \text{für } T_i^{1/2} \leq k \\ p_i &= \left(\exp \left(- T_i^{2.2} \right) \right)^{0.05} && \text{für } T_i^{1/2} > k \text{ und } v \leq 3 \\ p_i &= \left(\exp \left(- T_i^{1.5} \right) \right)^{0.05} && \text{für } T_i^{1/2} > k \text{ und } v < 3 \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\text{mit } T_i = \frac{\hat{\sigma}_i^2}{\hat{\sigma}_0^2} = \frac{v_i^2}{\hat{\sigma}_0^2} \cdot r_i$$

$$k = \begin{cases} 1 & v \leq 3 \\ 3.29 & v > 3 \end{cases}$$

(iii) Die Stuttgarter Iterationsmethode (Klein/Förstner, 1984; Werner, 1984)

Beruhend auf der robusten Schätzung werden die Gewichtsfunktionen für die Lageblockausgleichung auf Grund experimenteller Untersuchungen wie folgt angesetzt:

$$p(v_i) = p_i^0 \cdot \frac{1}{1 + (\alpha_i |v_i|)^d} \quad \text{für } Q > 2 \quad (1.35a)$$

$$p(v_i) = p_i^0 \cdot \exp \left(-(\alpha_i |v_i|)^d \right) \quad \text{für } Q < 2 \quad \text{und} \quad \frac{p(v_i)}{p_i^0} > PMIN_i \quad (1.35b)$$

$$p(v_i) = p_i^0 \cdot \frac{PMIN_i}{\alpha_i |v_i| + 10 PMIN_i} \quad \text{für } Q < 2 \quad \text{und} \quad \frac{p(v_i)}{p_i^0} < PMIN_i \quad (1.35c)$$

Dabei wird $PMIN_i$ durch Gleichsetzen der Funktionen (1.35b) und (1.35c) bestimmt. hierbei ist

$$\alpha_i = \frac{\sqrt{p_i^0}}{\sqrt{r_i} \cdot \hat{\sigma}_0 \cdot k}$$

$$d = d_{\min} + (d_{\max} - d_{\min}) \cdot \frac{82}{81 + Q^4}$$

$$k = k_{\max} - (k_{\max} - k_{\min}) \cdot \frac{101}{100 + Q^2}$$

$$Q = \frac{\hat{\sigma}_0}{\sigma_{a \text{ priori}}}$$

(iv) Iterationsmethode nach der a posteriori-Varianzschätzung (Li, 1984)

Für gruppenweise Beobachtungen mit

$$D(1) = \begin{vmatrix} \sigma_1^2 I_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \sigma_j^2 I_j & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \sigma_k^2 I_k \end{vmatrix} \quad (1.36)$$

ergibt sich für die i-te Beobachtung in Gruppe j

$$p_{i,j}^{(v+1)} = \begin{cases} (\hat{\sigma}_0^2 / \hat{\sigma}_j^2)(v) = p_j^{(v+1)} & , \text{ wenn } T_{i,j}^{1/2} \leq k \\ (\hat{\sigma}_0^2 r_{i,j} / v_{i,j}^2)(v) & , \text{ wenn } T_{i,j}^{1/2} > k \end{cases} \quad (1.37)$$

mit $T_{i,j} = v_{i,j}^2 \cdot p_j / \hat{\sigma}_0^2 \cdot r_{i,j}$,

und $k = \begin{cases} 1 & v \leq 3 \\ 3.29 & v > 3. \end{cases}$

Wenn nur eine Gruppe von Beobachtungen mit gleichen Genauigkeiten vorkommt ($p_1^0 = 1$), erhält man für die Gewichtsfunktion

$$p^{(v+1)} = \begin{cases} 1 & \text{für } T_i^{1/2} \leq k \\ (\hat{\sigma}_0^2 \cdot r_i / v_i^2) & \text{für } T_i^{1/2} > k \end{cases} \quad (1.38)$$

mit $T_i = v_i^2 / \hat{\sigma}_0^2 \cdot r_i$.

Die oben erwähnten Gewichtsfunktionen werden zur Zeit intensiv untersucht und in Blockausgleichsprogramme eingeführt und erfaßt.

4.4 Zusammenfassung

Die Theorie der groben Datenfehler ist neuerdings weit entwickelt worden und hat sich in ersten Anwendungen gut bewährt.

Werden grobe Fehler als ein Teil des Funktionmodells behandelt, können die innere und äußere Zuverlässigkeit für verschiedene photogrammetrische Blöcke vor der Ausgleichung ermittelt werden. Das ist für die Projektplanung eines zuverlässigen Ausgleichungssystems von großer Bedeutung. Werden grobe Fehler als ein Teil des stochastischen Modells betrachtet, kann man durch die Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten grobe Fehler bei der Ausgleichung automatisch lokalisieren und eliminieren. Dieses Verfahren hat für die praktische Ausgleichungsrechnung große Bedeutung.

5. Problematik der Unterscheidung von groben Fehlern und systematischen Fehlern

Bisher wird für die Kompensation systematischer Fehler stets angenommen, daß keine groben Fehler in den Beobachtungen vorliegen. Gleichweise ist bei der Untersuchung der Zuverlässigkeit und Lokalisierbarkeit grober Fehler angenommen, daß die Beobachtungen frei von systematischen Fehlern sind. Leider sind diese idealisierten Voraussetzungen in der Praxis nicht gegeben, und zwar treten systematische Fehler und grobe Fehler in den meisten Fällen gleichzeitig in den Beobachtungen auf.

Es muß betont werden, daß grobe und systematische Fehler in vielen Fällen nicht nur gleichzeitig auftreten, sondern sehr schwer zu unterscheiden sind. Eine eindeutige Interpretation ist häufig unmöglich. Dies soll durch zwei Beispiele erläutert werden.

Beispiel 1 (siehe Kubik, 1982):

Eine Strecke wurde neunmal gemessen und die Beobachtungen sind in Fig. I.4 zusammengestellt. Zwei Interpretationen sind möglich:

- Beobachtungen 3 und 6 enthalten grobe Fehler und die Beobachtungen sind von der Zeit unabhängig.
- Die Beobachtungen repräsentieren eine periodische Funktion der Zeit und die Beobachtung 9 enthält einen groben Fehler.

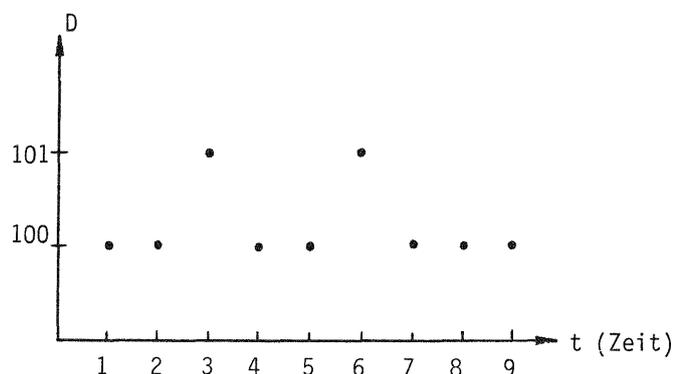


Fig. I.4 Beobachtungen D als Funktion der Zeit

Beispiel 2 (siehe Kapitel III):

Bei der Affin-Transformation zur Korrektur von Film-Deformationen auf der Basis der Messung von 4 Bildrahmenmarken gibt es Fälle, daß zwei grobe Fehler und systematische Affin-Deformationen nicht trennbar sind (siehe Fig. I.5). Es sind zwei Interpretationen möglich:

- es liegen keine groben Fehler und nur Affin-Deformationen vor;
- es liegen keine Affin-Deformationen und jeweils zwei grobe Fehler vor.

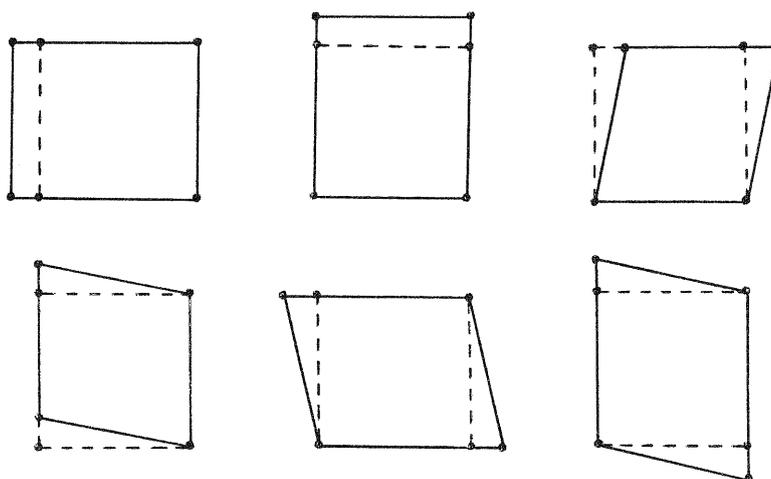


Fig. I.5 Problematik der Unterscheidung zwischen groben Fehlern und systematischen Fehlern bei der Bild-Transformation

Diese Beispiele zeigen, daß es bei dem gleichzeitigen Vorkommen grober Fehler und systematischer Fehler möglich ist, grobe Fehler als systematische Fehler falsch zu kompensieren und vice versa. In der Tat ist es öfter geschehen, daß grobe Fehler der Paßpunkte bei der Polynom-Streifenausgleichung mit wenigen Paßpunkten falsch als systematische Fehler behandelt werden. Dadurch wird das Ausgleichsergebnis verfälscht.

Deswegen müssen wir zur Stufe 4 der Behandlung verschiedener Typen von Datenfehlern übergehen, d. h. wir müssen bei der Ausgleichung etwaige systematische Fehler und grobe Fehler simultan berücksichtigen.

6. Zielsetzung

6.1 Problemstellung

(1) Mit der Entwicklung der Rechenmittel und -technik in der Datenverarbeitung haben die Ausgleichsverfahren bei der photogrammetrischen Punktbestimmung heute folgenden Stand erreicht:

- eine strenge simultane Lösung (Bündelmethode oder unabhängige Modelle)
- eine Lösung mit bester Genauigkeit, in Abhängigkeit von Design und Meßgenauigkeit
- einen umfassenden Ansatz für die Kompensation systematischer Bildfehler und eine entsprechende statistische Prüfung
- eine Datenbereinigungsmethode zur automatischen Lokalisierung und Eliminierung grober Datenfehler.

(2) Leider wurde dabei bis heute die Behandlung von groben Fehlern und systematischen Fehlern stets getrennt. Das heißt, bei der Kompensation systematischer Bildfehler wurde angenommen, daß etwaige grobe Fehler aus der Betrachtung ausgeklammert bleiben und vice versa. Tatsächlich kommt diese Voraussetzung kaum vor. Für photogrammetrische Punktbestimmung sind die beiden Typen von Fehlern öfter simultan und beeinflussen einander. Eine genäherte Lösung wird in der Praxis allerdings durch Iteration erreicht.

(3) Deswegen steht in der Stufe 4 der Behandlung von Fehlern neben der Verfeinerung des mathematischen Modells zur Kompensation systematischer Fehler die gleichzeitige Anwendung operationeller und algorithmischer Verfahren zur Lokalisierung grober Fehler an.

(4) In der Stufe 4 besteht die Aufgabe zunächst darin, daß eine Theorie zur Beurteilung der Trennbarkeit von groben Datenfehlern und von systematischen Fehlern entwickelt wird und entsprechende algorithmische Verfahren zur simultanen Identifizierung grober Fehler und systematischer Fehler aus einem Datensatz ausgearbeitet werden.

(5) Das Problem der Trennbarkeit von Alternativhypothesen wurde jüngst von Förstner (1983) für das erweiterte Gauß-Markoff-Modell untersucht. Mit dieser Theorie lassen sich in der photogrammetrischen Punktbestimmung einige wichtige Fragestellungen statistisch behandeln:

- die Trennbarkeit grober Fehler und systematischer Fehler,
- die Trennbarkeit verschiedener grober Fehler unter sich,
- die Trennbarkeit verschiedener Ansätze von zusätzlichen Parametern für die wirksame Kompensation systematischer Bildfehler.

6.2 Untersuchungsziel

Vor diesem Problembereich stellt sich diese Arbeit folgende Aufgaben:

- theoretisch einen allgemeinen Hypothesentest mit zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen aufzustellen und auszuarbeiten (Kapitel II),
- einige darausfolgende Indikatoren z. B. Korrelationskoeffizienten und Trennbarkeitswerte zweier Alternativhypothesen aufzustellen und die Theorie der Zuverlässigkeit für zwei Alternativhypothesen zu erweitern,
- die Trennbarkeit von systematischen Fehlern und groben Fehlern der Paßpunkte zunächst am elementaren Beispiel (ebene Helmert-Transformation) aufzuzeigen und zu analysieren (Kapitel III)
- die Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern und groben Fehlern der Paßpunkte in der Bündelblockausgleichung mit verschiedenen Paßpunkt- und Bildflughanordnungen umfassend zu untersuchen (Kapitel IV).

Bemerkung:

(1) In die photogrammetrische Punktbestimmung gehen normalerweise zwei Arten von Beobachtungen ein, nämlich photogrammetrische Beobachtungen (Bild- oder Modellkoordinaten) und geodätische Beobachtungen (Paßpunktkoordinaten). Daher kann man im Sinne dieser Arbeit vier etwaige Fehlergruppen unterscheiden:

- systematische Bildfehler
- systematische Fehler in den Paßpunktkoordinaten
- grobe Fehler der Bildkoordinaten
- grobe Fehler der Paßpunktkoordinaten.

Davon sind systematische Fehler der Paßpunktkoordination in der Regel wesentlich kleiner als die Auswirkungen (im Geländemaßstab) der systematischen Bildfehler. Sie können deshalb i. a. nicht durch die photogrammetrische Aerotriangulation erfaßt und kompensiert werden. Weil jeder Geländepunkt in mehreren Bildern abgebildet ist, können grobe Fehler der Bildkoordinaten durch die Widersprüche bei der Ausgleichung leichter aufgedeckt werden. Dieser Fall stellt daher kein größeres Problem mehr dar und wird in der Praxis bereits befriedigend gelöst. Kritisch und bisher ungelöst ist dagegen die Trennbarkeit von groben Fehlern der Paßpunkte von systematischen Bildfehlern. Deshalb ist dieses spezielle Problem Gegenstand dieser Arbeit.

(2) Für die photogrammetrische Punktbestimmung werden in der Praxis zwei verschiedene Ausgleichungsmethoden angewendet, nämlich die Methode mit unabhängigen Modellen und die Bündelmethode. Für die Anforderungen der topografischen Kartierung kann man die Blockausgleichung mit unabhängigen Modellen bevorzugt anwenden, ohne dabei das Problem der systematischen Modellfehler auf hohem Niveau lösen zu müssen. Für hochgenaue Punktbestimmungen dagegen, wie z. B. für die photogrammetrische Katastervermessung und die photogrammetrische Netzverdichtung, wendet man die Bündelblockausgleichung mit Selbstkalibrierung an, weil sie prinzipiell die strengste und am weitesten entwickelte Methode ist. Deswegen wird in dieser Arbeit für die Untersuchung der Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern und groben Fehlern der Paßpunkte die Bündelblockausgleichung mit zusätzlichen Parametern zugrundegelegt.

6.3 Untersuchungsmethode

(1) Genauso wie bei der Untersuchung der Zuverlässigkeit geht die vorliegende Untersuchung davon aus, daß systematische Bildfehler und grobe Fehler stets als Modellfehler im Funktionalmodell behandelt werden können (siehe dazu Schroth, 1984).

(2) Weil die Trennbarkeiten von systematischen Fehlern und groben Fehlern wesentlich nur von der Designmatrix, der Gewichtsmatrix und dem Ansatz für die zusätzlichen Parameter abhängt, brauchen wir für die Untersuchung keine realen Beobachtungen. Deshalb können wir synthetische Daten mit einer schematischen Punktverteilung benutzen.

(3) Die Berechnungen für die Trennbarkeitswerte sind sehr aufwendig. Deswegen wird ein direktes Verfahren zur Berechnung der Matrizen $(Pss)_{ij}$ (siehe Gl. 2.37) mit Hilfe des vorhandenen Programms PAT-B benutzt, bei dem keine inverse Matrix berechnet werden muß (siehe Abschnitt II.2.2).

II. THEORETISCHE GRUNDLAGEN DER UNTERSUCHUNG

1. Hypothesentest mit zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen

1.1 Aufstellung und Prüfung von zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen

Gegeben sei das lineare Modell

$$\underline{1} + \underline{v} = \underline{A} \underline{x}, \quad D(\underline{1}) = \sigma_0^2 \underline{p}^{-1}, \quad (2.1)$$

mit $\underline{1}$ = nx1 Beobachtungsvektor

\underline{A} = bekannte angenommene n x u Designmatrix mit $\text{rg}(\underline{A}) = u$,

\underline{x} = u x 1 Vektor der unbekannt Parameter,

\underline{v} = n x 1 Vektor der Verbesserungen,

\underline{P} = n x n Gewichtsmatrix der Beobachtungen.

Die Nullhypothese ist

$$H_0: E(\underline{1}/H_0) = \underline{A} \underline{\tilde{x}} \quad (\tilde{x} = \text{wahrer Wert}) \quad (2.2a)$$

Es seien zwei Alternativhypothesen, die von mehreren Parametern abhängig sind, gegeben:

$$H_{ai}: E(\underline{1}/H_{ai}) = E(\underline{1}/H_0) + \underline{H}_i \underline{\tilde{v}}_i \quad (i = 1, 2), \quad (2.2b)$$

mit $\underline{H}_i = n \times p_i$ Matrix ($p_i \leq r = n - u$),

$\underline{\tilde{v}}_i = p_i \times 1$ Vektor der zusätzlichen Parameter.

Aus Gl. (2.1) erhält man nach der Methode der kleinsten Quadrate

$$\underline{\hat{x}} = (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}' \underline{P} \underline{1} \quad (2.3)$$

$$\underline{v} = - \underline{Q}_{\underline{v}\underline{v}} \underline{P} \underline{1}, \quad (2.4)$$

$$\underline{Q}_{\underline{v}\underline{v}} = \underline{P}^{-1} - \underline{A} (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}', \quad (2.5)$$

$$\Omega = \underline{v}' \underline{P} \underline{v} = \underline{1}' \underline{P} \underline{Q}_{\underline{v}\underline{v}} \underline{P} \underline{1} \quad (2.6)$$

Um die Alternative H_{ai} zu überprüfen, kann man die Schätzwerte für die Parameter $\underline{\tilde{v}}_i$ aus dem um die Parameter $\underline{\tilde{v}}_i$ erweiterten Modell

$$\underline{1} + \underline{v} = \underline{A} \underline{\hat{x}} + \underline{H}_i \underline{\tilde{v}}_i \quad (2.7)$$

bestimmen. Die entsprechenden Normalgleichungen haben die Form

$$\begin{vmatrix} \underline{A}' \underline{P} \underline{A} & \underline{A}' \underline{P} \underline{H}_i \\ \underline{H}_i' \underline{P} \underline{A} & \underline{H}_i' \underline{P} \underline{H}_i \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \underline{\hat{x}} \\ \underline{\tilde{v}}_i \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \underline{A}' \underline{P} \underline{1} \\ \underline{H}_i' \underline{P} \underline{1} \end{vmatrix} \quad (2.8)$$

Durch Elimination der Unbekannten $\underline{\hat{x}}$ erhält man

$$\underline{\tilde{v}}_i = (\underline{Q}_{\underline{SS}})_{ii} (\underline{H}_i' \underline{P} \underline{1} - \underline{H}_i' \underline{P} \underline{A} (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}' \underline{P} \underline{1}) = (\underline{Q}_{\underline{SS}})_{ii} \underline{H}_i' \underline{P} \underline{Q}_{\underline{v}\underline{v}} \underline{P} \underline{1} = - (\underline{Q}_{\underline{SS}})_{ii} \underline{H}_i' \underline{P} \underline{v} \quad (2.9)$$

und damit

$$\underline{\hat{x}} = (\underline{A}'\underline{P}\underline{A})^{-1} (\underline{A}'\underline{P}\underline{1} - \underline{A}'\underline{P}\underline{H}_i\underline{\nabla\hat{s}}_i), \quad (2.10)$$

mit

$$(\underline{Q}_{SS})_{ii}^{-1} = (\underline{P}_{SS})_{ii} = \underline{H}_i'\underline{P}\underline{H}_i - \underline{H}_i'\underline{P}\underline{A}(\underline{A}'\underline{P}\underline{A})^{-1}\underline{A}'\underline{P}\underline{H}_i = \underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i \quad (2.11)$$

Davon sind die Matrix \underline{Q}_{VV} und der Vektor \underline{v} mit Gl. (2.5) und Gl. (2.4) gegeben.

Die Lösung der Gl. (2.8) beruht auf der Voraussetzung

$$\text{rg}(\underline{A}\underline{H}_i) = u + p_i. \quad (2.12)$$

Die Prüfung der Parameter entspricht der Prüfung der Nullhypothese

$$H_{0i}: E(\underline{\nabla\hat{s}}_i) = 0 \text{ gegen die Alternativhypothese } H_{ai}: E(\underline{\nabla\hat{s}}_i) = \underline{\nabla\hat{s}}_i. \quad (2.13)$$

Sie ist mit der Prüfung nach Gl. (2.2a) und (2.2b) äquivalent.

Die Quadratsumme für die Parameter $\underline{\nabla\hat{s}}_i$ ist

$$\begin{aligned} \Omega_{2,i} &= \underline{\nabla\hat{s}}_i'(P_{SS})_{ii}\underline{\nabla\hat{s}}_i = \underline{1}'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i(\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i)^{-1}\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{1} \\ &= \underline{v}'\underline{P}\underline{H}_i(\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i)^{-1}\underline{H}_i'\underline{P}\underline{v}. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Die zugehörige Verbesserungsquadratsumme für das erweiterte Modell nach Gl. (2.7) ist

$$\Omega_{1,i} = (\underline{1} - \underline{A}\underline{\hat{x}} - \underline{H}_i\underline{\nabla\hat{s}}_i)' \underline{P} (\underline{1} - \underline{A}\underline{\hat{x}} - \underline{H}_i\underline{\nabla\hat{s}}_i) = \Omega - \Omega_{2,i}. \quad (2.15)$$

Unter der Annahme eines gegebenen σ_0 erhält man die quadratische Form

$$T_i = \Omega_{2,i}/\sigma_0^2 = (\underline{1}'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i(\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i)^{-1}\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{1})/\sigma_0^2 = \underline{1}'\underline{B}_i\underline{1}, \quad (2.16)$$

mit

$$\underline{B}_i = (\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i(\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i)^{-1}\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P})/\sigma_0^2. \quad (2.17)$$

Weil die Matrix $\underline{B}_i D(\underline{1})$ idempotent ist, ist nach dem Satz der Verteilung der quadratischen Form (Koch, 1980, S. 126) $T_i \chi^2$ verteilt,

$$T_i = \Omega_{2,i}/\sigma_0^2 = \underline{1}'\underline{B}_i\underline{1} \sim \chi^2(\text{rg}\underline{B}_i, \underline{\mu}_i'\underline{B}_i\underline{\mu}_i), \quad (2.18)$$

worin $\text{rg}\underline{B}_i$ gleich dem Freiheitsgrad ist.

$$\underline{\mu}_i'\underline{B}_i\underline{\mu}_i = \text{Nichtzentralitätsparameter},$$

$$\underline{\mu}_i = \underline{A}\underline{\hat{x}} + \underline{H}_i\underline{\nabla\hat{s}}_i. \quad (2.19)$$

Weil

$$\text{rg}(\underline{B}_i) \leq \text{rg}(\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i)^{-1} = p_i$$

und

$$\text{rg}(\underline{B}_i) \geq \text{rg}(\underline{H}_i'\underline{B}_i\underline{H}_i) = \text{rg}(\underline{H}_i'\underline{P}\underline{Q}_{VV}\underline{P}\underline{H}_i) = p_i$$

gilt

$$\text{rg}(\underline{B}_i) = p_i \quad (2.20)$$

Mit Gl. (2.17) und (2.19) erhält man für den Nichtzentralitätsparameter

$$\delta_i^2 = \underline{\mu}'_i \underline{B}_i \underline{\mu}_i = (\underline{\nabla S}'_i (P_{-SS})_{ii} \underline{\nabla S}_i) / \sigma_0^2. \quad (2.21)$$

Für zwei mehrdimensionale Alternativhypothesen hat man somit

$$\boxed{T_i = \Omega_{2,i} / \sigma_0^2 = \underline{1}' \underline{B}_i \underline{1} \sim \chi^2(p_i, \delta_i^2)} \quad , \quad i = 1, 2. \quad (2.22)$$

Falls die Varianz σ_0^2 unbekannt ist, kann man die Testgröße

$$\boxed{\bar{T}_i = \frac{\Omega_{2,i} / p_i}{\Omega_{1,i} / (n-u-p_i)} \sim F(p_i, n-u-p_i, \delta_i^2)} \quad , \quad i = 1, 2 \quad (2.23)$$

aufbauen.

Beweis:

Mit Gl. (2.15) ergibt sich

$$\Omega_{1,i} / \sigma_0^2 \sim \chi^2(n-u-p_i)$$

und mit Gl. (2.22)

$$\Omega_{2,i} / \sigma_0^2 \sim \chi^2(p_i, \delta_i^2).$$

Weiter gilt nach Gl. (2.15)

$$\Omega_{1,i} / \sigma_0^2 = \underline{1}' (\underline{PQ}_{VV} \underline{P} - \underline{PQ}_{VV} \underline{PH}_i (\underline{H}_i' \underline{PQ}_{VV} \underline{PH}_i)^{-1} \underline{H}_i' \underline{PQ}_{VV} \underline{P}) \underline{1} / \sigma_0^2 = \underline{1}' \underline{C}_i \underline{1}$$

Damit erhält man

$$\underline{C}_i \underline{D}(1) \underline{B}_i = (\underline{PQ}_{VV} \underline{P} - \underline{PQ}_{VV} \underline{PH}_i (P_{-SS})_{ii}^{-1} \underline{H}_i' \underline{PQ}_{VV} \underline{P}) \underline{P}^{-1} (\underline{PQ}_{VV} \underline{PH}_i (P_{-SS})_{ii}^{-1} \underline{H}_i' \underline{PQ}_{VV} \underline{P}) / \sigma_0^2 = 0.$$

Nach dem Satz von der Unabhängigkeit zweier quadratischer Formen (Koch, 1980, S. 127) sind $\Omega_{2,i} / \sigma_0^2$ und $\Omega_{1,i} / \sigma_0^2$ voneinander unabhängig, so daß die Gleichung (2.23) folgt.

Es soll betont werden, daß der Modellfehler $\underline{H}_i \underline{\nabla S}_i$ in Gl. (2.7) entweder systematische Fehler oder grobe Fehler oder anderes beschreiben kann, z. B. wenn

$$\underline{H}_i = \underline{H}_G = |\underline{e}_i, \underline{e}_j, \dots, \underline{e}_k| \quad \text{mit} \quad \underline{e}_i = |0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0|$$

i

und

$$\underline{\nabla S}_i = |\nabla 1_i, \nabla 1_j, \dots, \nabla 1_k|,$$

dann repräsentiert Gl. (2.23) die Testgröße für mehrere grobe Fehler (vgl. Gl. (1.27)).

1.2 Der Sonderfall der eindimensionalen Alternativhypothese

Ist die Matrix H_i ein $n \times 1$ Vektor h_i , dann erhält man aus Gl. (2.22) die Testgröße für zwei eindimensionale Alternativen

$$T_i^{1/2} = \frac{|\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{1}|}{\sigma_0 \sqrt{\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_i}} = \frac{|\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{v}|}{\sigma_0 \sqrt{\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_i}} = w_i \quad i = 1, 2. \quad (2.24)$$

Die Testgrößen sind normal verteilt mit

$$\sigma_{w_i} = 1. \quad (2.25)$$

In gleicher Weise erhält man aus Gl. (2.23) unter der Annahme einer unbekanntem Varianz die Testgröße für zwei eindimensionale Alternativhypothesen

$$\bar{T}_i^{1/2} = \frac{|\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{v}|}{\sigma_t \sqrt{\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_i}} = t_{n-u-1} \quad i = 1, 2 \quad (2.26)$$

mit

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{n-u-1} \left(\underline{v}^t \underline{P} \underline{v} - \frac{(\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{v})^2}{\underline{h}_i^t \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_i} \right). \quad (2.27)$$

Diese Testgrößen der Gl. (2.26) sind t-verteilt mit $n-u-1$ Freiheitsgraden.

Falls $\underline{h}_i^t = \underline{e}_i^t = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$

und $\underline{P} =$ Diagonalmatrix,

dann vereinfachen sich die Gl. (2.24) und Gl. (2.26) zu den bekannten Testgrößen für die Aufdeckung einzelner grober Fehler (siehe oben I.4.2.2, Gl. (1.23b) und Gl. (1.25)).

1.3 Fehlentscheidungen bei der Auswahl von zwei Alternativen

Bei Vorgabe eines Signifikanzniveaus $1-\alpha_0$ prüfen wir beide Hypothesen von Gl. (2.13).

Wird der Varianzfaktor σ_0 gegeben, können die Tests von Gl. (2.22) bzw. von Gl. (2.24) für mehr- bzw. eindimensionale Alternativhypothesen durchgeführt werden. Ist der Varianzfaktor unbekannt, dann gelten die Testgrößen von Gl. (2.23) bzw. von Gl. (2.26).

Im Fall von zwei Alternativhypothesen gibt es die Möglichkeit, daß beide Testgrößen den kritischen Wert überschreiten. In der Praxis wird man normalerweise diejenige Alternative akzeptieren, deren zugehörige Testgröße größer ist. Diese Entscheidung enthält die Möglichkeit, daß die tatsächlich zutreffende Alternative verworfen und die andere, nicht zutreffende akzeptiert wird, weil von der Geometrie her eine gegenseitige Beeinflussung der Testgrößen vorliegt. Dieser Typ der Fehlentscheidung ist als Fehler III. Art definiert (van Mierlo, 1975; Hawkins, 1980; Förstner, 1983).

Allgemein können wir nach Förstner (1983) die Möglichkeiten, aus zwei Alternativen auszuwählen, in Tab. II.1 zusammen mit den zugehörigen Wahrscheinlichkeiten für Testgrößen w_i (oder T_i) und für den Fall, daß nicht beide Alternativen gleichzeitig zutreffen, wie folgt zusammenstellen:

Tab. II.1 Entscheidungen beim Test von zwei Alternativhypothesen
(Auswahl von einer Alternative)

Ergebnis des Tests unbekannte Wirklichkeit	H_0 akzept. $ w_1 < k$ und $ w_2 < k$	H_{a1} akzept. $ w_1 > k$ und $ w_1 > w_2 $	H_{a2} akzept. $ w_2 > k$ und $ w_2 > w_1 $	
H_0	richtige Entscheidung $1 - \alpha'_{00}$	Fehler I. Art α'_{01}		
		$ w_2 < k$ α''_{01}	$ w_1 > w_2 > k$ α'''_{01}	
H_{a1}	Fehler II. Art $1 - \beta'_{10}$	richtige Entscheidung β'_{11}	Fehler III. Art γ'_{12}	
			$ w_1 < k$ γ''_{12}	$ w_2 > w_1 > k$ γ'''_{12}
H_{a2}	Fehler II. Art $1 - \beta'_{20}$	Fehler III. Art γ'_{21}		
		$ w_2 < k$ γ''_{21}	$ w_2 > k$ γ'''_{21}	
			richtige Entscheidung β'_{22}	

In Tab. II.1 ist $(1 - \alpha'_{00})$ im Fall, daß gleichzeitig zwei Alternativen geprüft werden, die Wahrscheinlichkeit, die Nullhypothese H_0 als richtig zu akzeptieren, d. h.

$$1 - \alpha'_{00} = P (|w_1| < k \text{ und } |w_2| < k / H_0). \quad (2.28)$$

α'_{0i} ist die Wahrscheinlichkeit, sich fälschlicherweise für die Alternativhypothese H_{ai} zu entscheiden, obwohl in Wirklichkeit H_0 gilt, d. h.

$$\text{Fehler I. Art: } \alpha'_{0i} = P (|w_i| > k \text{ und } |w_i| > |w_j| / H_0), \quad \begin{matrix} i, j=1,2 \\ i \neq j \end{matrix} \quad (2.29)$$

$(1 - \beta'_{i0})$ ist die Wahrscheinlichkeit, H_0 fälschlicherweise zu akzeptieren, obwohl H_{ai} zutrifft, d. h.

$$\text{Fehler II. Art: } 1 - \beta'_{i0} = P (|w_i| < k \text{ und } |w_j| < k / H_0), \quad \begin{matrix} i, j=1,2 \\ i \neq j \end{matrix} \quad (2.30)$$

β'_{ij} stellt die Wahrscheinlichkeit dar, H_{ai} richtig zu akzeptieren, und wird als die Test-Macht bezeichnet, d. h.

$$\text{Test-Macht: } \beta'_{ij} = P (|w_i| > k \text{ und } |w_i| > |w_j| / H_{ai}), \quad \begin{matrix} i, j=1,2 \\ i \neq j \end{matrix} \quad (2.31)$$

γ'_{ij} ist die Wahrscheinlichkeit, sich fälschlicherweise für die Alternativhypothese H_{aj} zu entscheiden, obwohl in Wirklichkeit H_{ai} gilt. Dies wird als Fehler III. Art bezeichnet.

$$\text{Fehler III. Art: } \gamma'_{ij} = P (|w_j| > k \text{ und } |w_j| > |w_i| / H_{ai}), \quad \begin{matrix} i, j=1,2 \\ i \neq j \end{matrix} \quad (2.32)$$

Der Fehler III. Art ist für die Untersuchung zur Trennbarkeit zweier Alternativhypothesen von entscheidender Bedeutung. Man bezeichnet $(1 - \gamma'_{ij})$ als die Trennbarkeit zweier Alternativhypothesen. Damit kann man z. B. bei der photogrammetrischen Punktbestimmung die Trennbarkeit zwischen

- zwei Gruppen von groben Fehlern,
- zwei Gruppen von systematischen Bildfehlern sowie
- groben Fehlern und systematischen Bildfehlern

statistisch untersuchen. Die letzte Aufgabe ist speziell das Thema der folgenden Untersuchungen.

Fehler I. Art und Fehler III. Art können in zwei Teile unterteilt werden. Für α'_{0i} kann man setzen:

$$\alpha'_{0i} = \alpha''_{0i} + \alpha'''_{0i} \quad (2.33)$$

mit

$$\alpha''_{0i} = P(|w_i| > k \text{ und } |w_j| < k/H_0);$$

$$\alpha'''_{0i} = P(|w_i| > |w_j| > k/H_0),$$

$$i, j = 1, 2 \text{ und } i \neq j.$$

Entsprechend unterteilt man γ'_{ij} in

$$\gamma'_{ij} = \gamma''_{ij} + \gamma'''_{ij} \quad (2.34)$$

mit

$$\gamma''_{ij} = P(|w_i| < k \text{ und } |w_j| > k/H_{ai}),$$

$$\gamma'''_{ij} = P(|w_j| > |w_i| > k/H_{ai}),$$

$$i, j = 1, 2 \text{ und } i \neq j.$$

Die Tests mit zwei Alternativhypothesen und die Wahrscheinlichkeiten der Fehler I., II. und III. Art werden in Abschn. 3 geometrisch interpretiert.

2. Der Korrelationskoeffizient zweier Testgrößen

2.1 Korrelationskoeffizient zwischen T_1 und T_2

Nach dem Satz von der Kovarianz der beiden von einem normal verteilten Zufallsvektor $\underline{1}$ ($\underline{1} \sim N(\underline{\mu}, \underline{\Sigma})$) abgeleiteten quadratischen Formen (Koch, 1980, S. 126) erhält man für die beiden Testgrößen Gl. (2.22)

$$\text{Cov}(T_1, T_2) = 2\text{Sp}(\underline{B}_1 \underline{\Sigma} \underline{B}_2 \underline{\Sigma}) + 4\mu' \underline{B}_1 \underline{\Sigma} \underline{B}_2 \underline{\mu} \quad (2.35)$$

mit

$$\underline{B}_i = \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{H}_i (\underline{P}_{SS})_{ii}^{-1} \underline{H}_i' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} / \sigma_0^2, \quad i = 1, 2$$

$$\underline{\mu} = \underline{A} \underline{\tilde{x}} \quad (\text{bei Nullhypothese})$$

$$\underline{\Sigma} = D(\underline{1}) = \sigma_0^2 \underline{P}^{-1}$$

Weil $\underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{A} = 0$, ist auch $\underline{\mu}' \underline{B}_1 \underline{\Sigma} \underline{B}_2 \underline{\mu} = 0$.

Daraus folgt

$$\text{Cov}(T_1, T_2) = 2\text{Sp} \{ (\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{11}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} \}, \quad (2.36)$$

mit $(\underline{P}_{SS})_{ij} = \underline{H}_i' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{H}_j, \quad i, j = 1, 2. \quad (2.37)$

Für die Varianz erhält man

$$\text{Var}(T_i) = 2p_i, \quad i = 1, 2. \quad (2.38)$$

Der Korrelationskoeffizient ist durch die Definition gegeben:

$$\rho_{T_1, T_2} = \frac{\text{Cov}(T_1, T_2)}{\sqrt{\text{Var}(T_1) \cdot \text{Var}(T_2)}} = \frac{1}{\sqrt{p_1 \cdot p_2}} \text{Sp}(\underline{M}_{12}) \quad (2.39)$$

$$\text{Mit } \underline{M}_{12} = (\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{11}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} \quad (2.40)$$

Der Wert ρ_{T_1, T_2} beschreibt die globale Korrelation zwischen zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen und kann als ein globaler Korrelationskoeffizient bezeichnet werden. Falls ρ_{T_1, T_2} gleich 1 ist, dann sind die beiden Alternativhypothesen auf jeden Fall nicht trennbar.

2.2 Korrelationskoeffizient zwischen w_1 und w_2

Für die Testgrößen w_i Gl. (2.24) erhält man nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz direkt die Kovarianz

$$\sigma_{w_1, w_2} = \frac{\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P}^{-1} \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2}{\sqrt{\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_1} \cdot \sqrt{\underline{h}_2' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2}} = \frac{\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2}{\sqrt{\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_1} \cdot \sqrt{\underline{h}_2' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2}}$$

Wegen Gl. (2.25) gilt damit für den Korrelationskoeffizient zwischen w_1 und w_2

$$\rho_{w_1, w_2} = \frac{\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2}{\sqrt{\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_1} \cdot \sqrt{\underline{h}_2' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2}} \quad (2.41)$$

2.3 Beziehung zwischen ρ_{T_1, T_2} und ρ_{w_1, w_2}

Falls p_1 und p_2 in Gl. (2.39) gleich 1 sind, d. h.

$$\underline{H}_1 = \underline{h}_1 \quad \text{und} \quad \underline{H}_2 = \underline{h}_2,$$

erhält man

$$\begin{aligned} (\rho_{T_1, T_2})_{p_1=p_2=1} &= \text{Sp} \{ (\underline{h}_2' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_1) (\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_1)^{-1} (\underline{h}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2) (\underline{h}_2' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{h}_2)^{-1} \} \\ &= \rho_{w_1, w_2}^2 \end{aligned} \quad (2.42)$$

Wegen der quadratischen Dimension des Koeffizienten ρ_{T_1, T_2} kann man den folgenden globalen Korrelationskoeffizienten definieren

$$\rho_G = \rho_{T_1, T_2}^{1/2} \quad (2.43)$$

der dem üblichen Begriff des Korrelationskoeffizienten entspricht und sich zu Vergleichszwecken eignet.

2.4 Maximale Korrelation zwischen zwei Testgrößen bei mehrdimensionalen Alternativhypothesen

Der durch Gl. (2.43) dargestellte globale Korrelationskoeffizient ρ_G beschreibt nur eine gesamte und durchschnittliche Korrelation zweier mehrdimensionaler Alternativhypothesen. Für die praktische Anwendung interessiert es uns aber vor allem, in welchem Fall die größte Korrelation auftreten kann und wie groß ihr Wert ist.

Die in beliebiger Richtung vorliegenden Parametervektoren $\nabla \underline{s}_1$ und $\nabla \underline{s}_2$ können in einen vektoriellen und einen skalaren Anteil zerlegt werden.

$$\begin{aligned} \nabla \underline{s}_1 &= \underline{s}_1 \nabla_1(\underline{s}_1) \\ p_1 \times 1 \quad p_1 \times 1 & \quad \text{(im folgenden } \nabla_i(\underline{s}_i) \rightarrow \nabla_i \text{).} \\ \nabla \underline{s}_2 &= \underline{s}_2 \nabla_2(\underline{s}_2) \\ p_2 \times 1 \quad p_2 \times 1 & \end{aligned} \quad (2.44)$$

Daraus erhält man für Gl. (2.2b) zwei feste Modellfehler

$$\begin{aligned} \nabla_1 l &= \underline{H}_1 \nabla \underline{s}_1 = \underline{H}_1 \underline{s}_1 \nabla_1 = \underline{h}_1 \nabla_1 \\ n \times 1 \quad n \times p_1 \quad p_1 \times 1 & \quad n \times 1 \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} \nabla_2 l &= \underline{H}_2 \nabla \underline{s}_2 = \underline{H}_2 \underline{s}_2 \nabla_2 = \underline{h}_2 \nabla_2 \\ n \times 1 \quad n \times p_2 \quad p_2 \times 1 & \quad n \times 1 \end{aligned}$$

Das bedeutet, daß es für jede bestimmte Richtung \underline{s}_i eine eindimensionale Alternativhypothese $\underline{h}_i \nabla_i$ gibt. Damit erhält man nach Gl. (2.41)

$$\rho_{12} = \frac{\underline{s}_1' (P_{SS})_{12} \underline{s}_2}{\sqrt{\underline{s}_1' (P_{SS})_{11} \underline{s}_1} \cdot \sqrt{\underline{s}_2' (P_{SS})_{22} \underline{s}_2}} \quad (2.46)$$

Mit standardisierten Vektoren

$$\bar{\underline{s}}_i = (P_{SS})_{ii}^{-1/2} \underline{s}_i \quad i = 1, 2 \quad (2.47)$$

ergibt sich

$$\rho_{12} = \frac{\bar{\underline{s}}_1' (\bar{P}_{SS})_{12} \bar{\underline{s}}_2}{|\bar{\underline{s}}_1| \cdot |\bar{\underline{s}}_2|} \quad (2.48)$$

mit $(\bar{P}_{SS})_{12} = (\bar{P}_{SS})_{11}^{-1/2} (P_{SS})_{12} (P_{SS})_{22}^{-1/2}$ (2.49)

Unter der Annahme

$$\bar{\underline{s}}_1' \bar{\underline{s}}_1 = 1 \quad \text{und} \quad \bar{\underline{s}}_2' \bar{\underline{s}}_2 = 1 \quad (2.50)$$

erhält man

$$\rho_{12} = \bar{\underline{s}}_1' (\bar{P}_{SS})_{12} \bar{\underline{s}}_2 \quad (2.51)$$

Um den maximalen Wert für ρ_{12} zu bestimmen, können wir die folgende Funktion aufbauen:

$$\Phi(\bar{s}_1, \bar{s}_2, \lambda_1, \lambda_2) = \bar{s}_1' (\underline{P}_{SS})_{12} \bar{s}_2 - \frac{1}{2} \lambda_1 (\bar{s}_1' \bar{s}_1 - 1) - \frac{1}{2} \lambda_2 (\bar{s}_2' \bar{s}_2 - 1).$$

Die notwendige Bedingung für ein Maximum der Funktion Φ ergibt die folgenden Gleichungen

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{s}_1} = (\underline{P}_{SS})_{12} \bar{s}_2 - \lambda_1 \bar{s}_1 = 0 \quad (2.52)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \bar{s}_2} = (\underline{P}_{SS})_{21} \bar{s}_1 - \lambda_2 \bar{s}_2 = 0$$

Aus Gl. (2.52) erhält man

$$\{(\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{12}\} \bar{s}_2 = \lambda_1 \lambda_2 \bar{s}_2 \quad (2.53)$$

$$\{(\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{21}\} \bar{s}_1 = \lambda_1 \lambda_2 \bar{s}_1.$$

Durch die Einsetzung von Gl. (2.49) in Gl. (2.53) erhält man

$$\begin{cases} \{(\underline{P}_{SS})_{11}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21} - \lambda_1 \lambda_2 \underline{I}_1\} \bar{s}_1 = 0 \\ \{(\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{11}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{12} - \lambda_1 \lambda_2 \underline{I}_2\} \bar{s}_2 = 0 \end{cases} \quad (2.54)$$

Das heißt

$$\begin{aligned} \lambda^2 &= \lambda_1 \lambda_2 = \lambda \{(\underline{P}_{SS})_{11}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21}\} \\ &= \lambda \{(\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{11}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{12}\} \\ &= \lambda (\underline{M}_{12}). \end{aligned} \quad (2.55)$$

Gl. (2.53) oder (2.54) sind die notwendigen Bedingungen für die Extreme der Korrelation ρ_{12} . Damit kann man die extremen Richtungen \bar{s}_1 und \bar{s}_2 der Parametervektoren $\nabla \bar{s}_1$ und $\nabla \bar{s}_2$ bestimmen, in denen zwei Alternativhypothesen die extremen Korrelationskoeffizienten besitzen.

Nun bestimmen wir die größte Korrelation $(\rho_{12})_{\max}$. Nach Koch (1980, S. 44) können wir die zwei symmetrischen Matrizen $(\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{21}$ und $(\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{12}$ zerlegen:

$$\begin{aligned} (\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{21} &= \underline{C}_1 \underline{\Lambda}_1 \underline{C}_1' \\ (\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{12} &= \underline{C}_2 \underline{\Lambda}_2 \underline{C}_2' \end{aligned} \quad (2.56)$$

worin \underline{C}_1 = orthogonale $p_1 \times p_1$ Matrix der Eigenvektoren von $(\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{21}$,

\underline{C}_2 = orthogonale $p_2 \times p_2$ Matrix der Eigenvektoren von $(\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{12}$,

$\underline{\Lambda}_1$ bzw. $\underline{\Lambda}_2$ = diagonale Matrix der Eigenwerte von $(\underline{P}_{SS})_{12} (\underline{P}_{SS})_{21}$ bzw.

von $(\underline{P}_{SS})_{21} (\underline{P}_{SS})_{12}$.

In den Matrizen $\underline{\Lambda}_1$ und $\underline{\Lambda}_2$ sind die ersten q ($q = \min(p_1, p_2)$) Diagonalelemente identisch, während alle übrigen Elemente gleich Null sind.

Nach Schaffrin u. a. (1977) kann man eine $p_1 \times p_2$ Matrix $(\bar{P}_{-ss})_{12}$ wie folgt zerlegen

$$(\bar{P}_{-ss})_{12} = C_1 \Lambda_{12} C_2^t, \quad (2.57)$$

worin

$$\lambda_{12} = \begin{vmatrix} \lambda_1 & & & & \\ & \lambda_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \lambda_q & \\ & & & & 0 \end{vmatrix} \quad \text{für } p_1 < p_2$$

oder

$$\lambda_{12} = \begin{vmatrix} \lambda_1 & & & & \\ & \lambda_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \lambda_q & \\ & & & & 0 \end{vmatrix} \quad \text{für } p_1 > p_2$$

mit $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_q$ und $\lambda_j^2 = \lambda(M_{12}) \quad j = 1, 2, \dots, q.$

Durch die Einsetzung von Gl. (2.57) in Gl. (2.51) erhält man

$$\rho_{12} = \bar{s}_1^t C_1 \Lambda_{12} C_2^t \bar{s}_2.$$

Wegen Gl. (2.53) besteht die notwendige Bedingung für das Extremum der Korrelation ρ_{12} darin, daß der Vektor \bar{s}_1 bzw. \bar{s}_2 ein Spaltenvektor der Matrix C_1 bzw. C_2 ist. Weil C_1 und C_2 orthogonale Matrizen sind, erhält man für die maximale Korrelation

$$(\rho_{12})_{\max} = \{ \lambda_{\max}(M_{12}) \}^{1/2} \quad (2.58)$$

Zusammenfassend wird die maximale Korrelation zwischen zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen dann auftreten, wenn die Parametervektoren \underline{s}_1 und \underline{s}_2 gerade die Eigenvektoren von $(P_{-ss})_{11}^{-1} (P_{-ss})_{12} (P_{-ss})_{22}^{-1} (P_{-ss})_{21}$ und $(P_{-ss})_{22}^{-1} (P_{-ss})_{21} (P_{-ss})_{11}^{-1} (P_{-ss})_{12}$ mit dem maximalen Eigenwert sind. Wenn die Parameter \underline{s}_1 und \underline{s}_2 in diesen Richtungen vorliegen, dann ergibt sich die maximale Korrelation $(\rho_{12})_{\max}$ als die positive Wurzel des maximalen Eigenwerts der Matrix M_{12} .

2.5 Zusammenfassung

Für die Untersuchung der Korrelation zwischen zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen gibt es zwei Maße:

- den globalen Korrelationskoeffizient nach Gl. (2.43) und
- den maximalen Korrelationskoeffizient nach Gl. (2.58).

zwei eindimensionale Alternativhypothesen wird die Korrelation durch Gl. (2.41) bestimmt.

In diesen drei Fällen sind die Korrelationskoeffizienten von den Beobachtungen unabhängig. Sie hängen nur von Designmatrix A , Gewichtsmatrix P und Alternativmatrizen H_i ($i=1,2$) ab. Das bedeutet, daß wir bei der Planung eines Ausgleichungssystems die Korrelationen zwischen verschiedenen Alternativhypothesen unter verschiedenen geometrischen Verhältnissen untersuchen können.

3. Geometrische Interpretation des Tests

Eine geometrische Interpretation des Tests wurde von Förstner (1983) gegeben. Hier diskutieren wir sie für eindimensionale und mehrdimensionale Alternativhypothesen getrennt.

3.1 Eindimensionale Tests

G1. (2.24) läßt sich wie folgt schreiben:

$$w_i = \frac{|h_i' P Q_{VV} P \bar{1}|}{\sigma_0 \sqrt{h_i' P Q_{VV} P h_i}} = \frac{|h_i' P Q_{VV} P \bar{v}|}{\sqrt{h_i' P Q_{VV} P h_i} \sqrt{v' P Q_{VV} P v}} \cdot \frac{\sqrt{v' P Q_{VV} P v}}{\sigma_0} \quad (2.59)$$

Die positiv semidefinite Matrix $P Q_{VV} P$ mit $\text{rg}(P Q_{VV} P) = n - u = r$ läßt sich nach Koch (1980, S. 46) zerlegen in

$$P Q_{VV} P = L L',$$

worin L eine nxr Matrix mit $\text{rg}(L) = r$ bedeutet. Daher kann G1. (2.59) in folgender Form geschrieben werden:

$$w_i = \frac{\bar{h}_i' \bar{v}}{|\bar{h}_i| |\bar{v}|} \cdot \frac{|\bar{v}|}{\sigma_0} = \frac{|\bar{v}|}{\sigma_0} \cos(\bar{h}_i, \bar{v}) = \frac{|\bar{v}|}{\sigma_0} \cos \varepsilon_i \quad (2.60)$$

mit $\bar{h}_i = L' h_i,$

$$\bar{v} = L' v \quad \text{und} \quad (2.61)$$

$$\varepsilon_i = \text{Winkel zwischen den Vektoren } \bar{v} \text{ und } \bar{h}_i.$$

In gleicher Weise erhält man aus G1. (2.41)

$$\rho_{w_1, w_2} = \frac{\bar{h}_1' \bar{h}_2}{|\bar{h}_1| |\bar{h}_2|} = \cos(\bar{h}_1, \bar{h}_2) = \cos \varepsilon_{12}. \quad (2.62)$$

Diese Gleichung zeigt, daß sich der Korrelationskoeffizient zwischen den Testgrößen w_1 und w_2 geometrisch als Cosinus des von den Vektoren \bar{h}_1 und \bar{h}_2 eingeschlossenen Winkels interpretieren läßt.

Fig. II.1 stellt die Beziehungen von G1. (2.60) und G1. (2.62) in der Ebene der Vektoren \bar{h}_1 und \bar{h}_2 dar. Die Testgrößen w_i ($i = 1, 2$) sind die Projektionen des Vektors \bar{v} mit der Länge $|\bar{v}|/\sigma_0$ auf die Vektoren \bar{h}_i der Alternativen H_{a_i} . Der Winkel zwischen den Achsen \bar{h}_1 und \bar{h}_2 ist ε_{12} .

Falls die Nullhypothese zutrifft, ist $\hat{\nabla} s_1 = \hat{\nabla} s_2 = 0$ und erhält man das unverzerrte Ergebnis $\hat{1}$ für die ausgeglichenen Beobachtungen. Falls die Alternativhypothese H_{a_1} zutrifft, ist $\hat{\nabla} s_2 = 0$ und $\hat{\nabla} s_1 \neq 0$. In diesem Fall werden wir entsprechende Veränderungen ∇v , ∇w_1 , ∇w_2 und $|\nabla \bar{v}|$ wie folgt bekommen:

$$\begin{aligned} \nabla v &= -Q_{VV} P h_1 \nabla s_1, \quad |\nabla \bar{v}| = \sqrt{h_1' P Q_{VV} P h_1} \nabla s_1, \\ \nabla w_1 &= \sqrt{h_1' P Q_{VV} P h_1} \nabla s_1 / \sigma_0 \\ \nabla w_2 &= \sqrt{h_2' P Q_{VV} P h_2} \nabla s_1 \rho_{w_1, w_2} / \sigma_0 \end{aligned} \quad (2.63)$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} \nabla w_1 &= |\nabla \bar{v}| / \sigma_0 \\ \nabla w_2 &= \nabla w_1 \cdot \rho_{w_1, w_2} \end{aligned} \tag{2.64}$$

Für diesen Fall kann in Fig. II.2 die Beziehung zwischen Gl. (2.63) und Gl. (2.64) veranschaulicht werden. Je größer der Korrelationskoeffizient ρ_{w_1, w_2} desto größer der Einfluß des Parameters ∇s_1 auf die Testgröße w_2 , und umgekehrt. Wenn $\rho_{w_1, w_2} = 1$, dann sind die Veränderungen ∇w_1 und ∇w_2 stets gleich. Das zeigt, daß die Trennbarkeit zweier Alternativhypothesen wesentlich von ihrem Korrelationskoeffizienten abhängt.

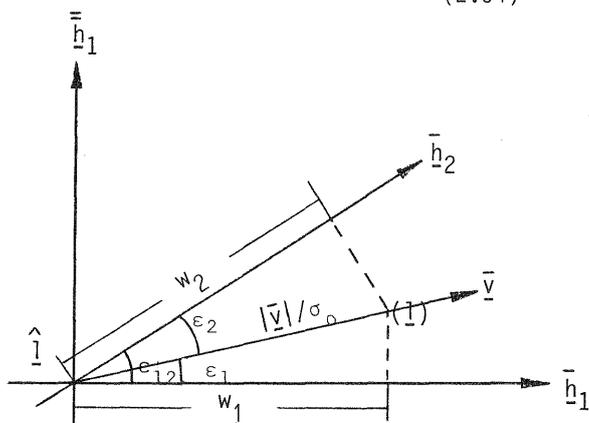


Fig.II. 1 Geometrische Interpretation der Testgröße w_i

Wir wollen nun die Wahrscheinlich $1-\gamma$ für richtige Entscheidungen anschaulich darstellen.

Die gemeinsame Verteilung von w_1 und w_2 hat die Dichte einer zweidimensionalen Normalverteilung

$$\Phi(w_1, \bar{w}_2) = \frac{1}{2\pi} \exp(-(w_1^2 + \bar{w}_2^2)/2) \tag{2.65}$$

in dem durch \bar{h}_1 und \bar{h}_2 ($\perp \bar{h}_1$) aufgespannten Koordinatensystem dieser Projektion (vgl. Baarda, 1968). Der gemeinsame Test und der Annahme- und Verwerfungsbereich für eine gemeinsame Prüfung zweier Alternativhypothesen sind in Fig. II.3 und II.4 veranschaulicht.

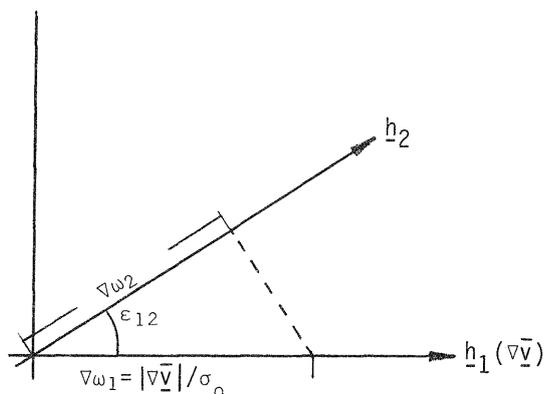


Fig.II 2 Einfluß des Parameters ∇s_1 bzw. ∇w_1 auf w_2 unter der Annahme $\nabla s_2=0, \nabla s_1 \neq 0$

Aus Fig.II.3 und Fig.II.4 kann man folgendes ablesen:

- Da gleichzeitig zwei Alternativhypothesen geprüft werden, ist die Wahrscheinlichkeit α'_{00} , die Nullhypothese zu verwerfen, größer als die vorgegebene Signifikanzzahl: $\alpha_0 < \alpha'_{01} + \alpha'_{02} = \alpha'_{00}$. Denn der Annahmebereich A' wird durch die gleichzeitig Prüfung zweier Alternativen wesentlich kleiner.
- Aus dem gleichen Grund ist die Wahrscheinlichkeit, bei gleichzeitiger Prüfung von H_{a1} und H_{a2} etwa die Alternative H_{a1} zu akzeptieren, kleiner als bei alleiniger Prüfung von H_{a1} , d. h. $\beta_1 < \beta'_1$.
- Die Winkelhalbierenden f_1 und f_2 der Achsen \bar{h}_1 und \bar{h}_2 bilden die Trennungslinie zwischen den Verwerfungsbereichen V'_1 und V'_2 . Falls $\underline{1}$ in V'_1 liegt, wird H_0 zugunsten H_{a1} verworfen. Bei gleichem kritischen Wert k für beide Einzeltests sind die Wahrscheinlichkeiten, eine Alternativhypothese falsch zu verwerfen, gleich groß: $\gamma'_{12} = \gamma'_{21}$.

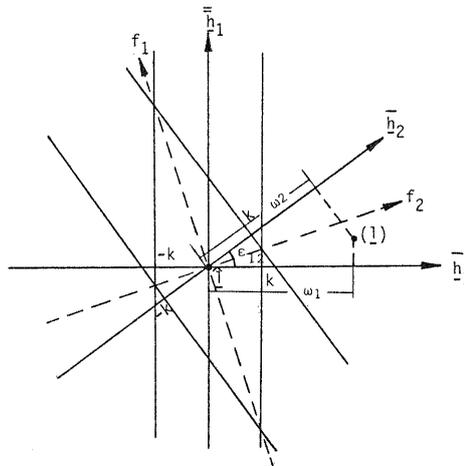


Fig.II. 3 Der kombinierte Test gegen zwei Alternativhypothesen H_{a1} und H_{a2} mit $\rho_{w1,w2} = \cos \epsilon_{12}$

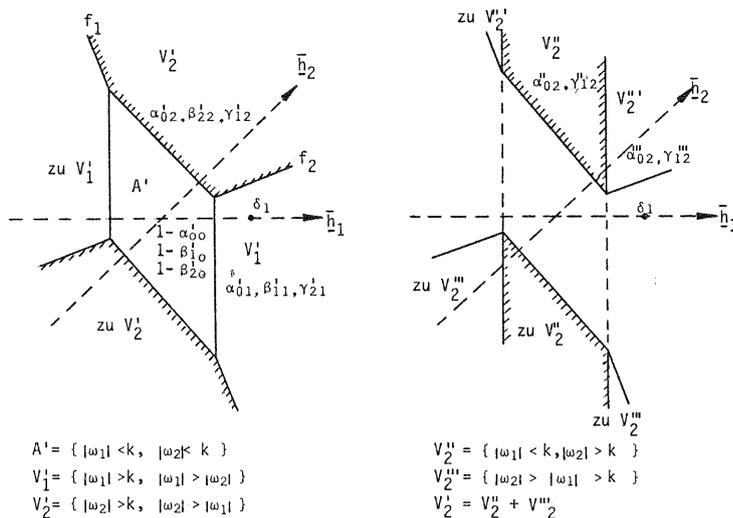


Fig.II 4-1 Annahme- und Verwerfungsbereich A' und V' für eine gemeinsame Prüfung zweier Alternativen

Fig.II. 4-2 Verwerfungsbereich V_2'' und V_2'''

3.2 Mehrdimensionale Tests

Zur leichteren Veranschaulichung nehmen wir als Beispiel zwei zweidimensionale Alternativhypothesen H_{a1} und H_{a2} . Für die in beliebiger Richtung vorliegenden Parametervektoren ∇s_1 und ∇s_2 erhält man zwei Vektoren \underline{h}_1 und \underline{h}_2 (siehe Gl. (2.44) und (2.45)) und nach Gl. (2.61) zwei entsprechende Vektoren \bar{h}_1 und \bar{h}_2 . Es seien

$$\begin{aligned} \text{Ebene } H_1 &= \{\bar{h}_1\} \\ \text{Ebene } H_2 &= \{\bar{h}_2\} \end{aligned} \tag{2.66}$$

dann ergibt sich nach Gl. (2.62)

$$\rho_{12} = \text{Cos}(\bar{h}_1, \bar{h}_2)$$

und

$$(\rho_{12})_{\max A} = \text{Max}\{\text{Cos}(\bar{h}_1 \cdot \bar{h}_2)\}$$

$$\tag{2.67}$$

mit $A = \{(\bar{h}_1, \bar{h}_2); \bar{h}_1 \in H_1; \bar{h}_2 \in H_2\}$.

Falls sich die beiden Ebenen H_1 und H_2 im r -dimensionalen euklidischen Raum schneiden, ist $(\rho_{12})_{\max} = 1$. Das bedeutet, daß in diesem Fall die Vektoren \bar{h}_1 und \bar{h}_2 gleichzeitig in der Schnittgeraden liegen und entsprechend

$$(\rho_{12})_{\max} = \{\lambda_{\max}(\underline{M})\}^{1/2} = 1$$

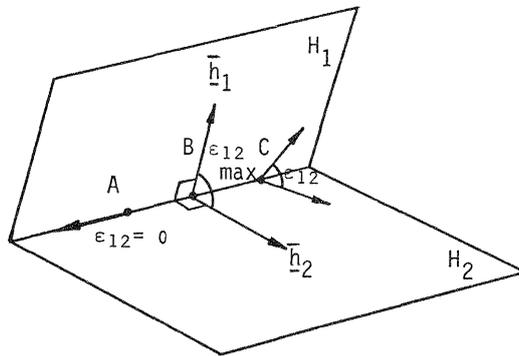
ist (siehe Fig. II.5).

Wenn eine Ebene senkrecht zur Schnittgeraden die beiden Ebenen schneidet, ergibt sich der maximale Winkel $(\epsilon_{12})_{\max}$, d. h.

$$(\rho_{12})_{\min} = \cos(\epsilon_{12})_{\max} = \{\lambda_{\min}(\underline{M})\}^{1/2}.$$

Übrigens gilt im allgemeinen

$$(\rho_{12})_{\max} \geq \rho_{12} = \cos \epsilon_{12} \geq (\rho_{12})_{\min}.$$



- A: $(\rho_{12})_{\max} = (\lambda_{\max}(\underline{M}))^{1/2} = 1$
- B: $(\rho_{12})_{\min} = (\lambda_{\min}(\underline{M}))^{1/2} = \cos(\epsilon_{12\max})$
- C: $(\rho_{12}) = \cos \epsilon_{12}$

Fig.II. 5 Geometrische Interpretation der Korrelation zwischen zweidimensionalen Alternativen

4. Wahrscheinlichkeit für Fehler I., II. und III. Art

Für eindimensionale Alternativhypothesen und für den maximalen Korrelationskoeffizienten bei mehrdimensionalen Alternativhypothesen können die Wahrscheinlichkeiten für Fehlentscheidungen berechnet werden (Förstner, 1983). Die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler I. Art ergibt sich aus dem Volumen unter der in Gl. (2.65) angegebenen Wahrscheinlichkeitsdichte über den Verwerfungsbereichen V_i^1 (vgl. Fig. II.4):

$$\alpha'_{0i} = \int_{V_i^1} \phi dF = \alpha'(\alpha_0, \rho). \tag{2.68}$$

Zur Bestimmung der Fehler II. und III. Art nehmen wir an, daß etwa H_{a1} zutrifft und durch \hat{V}_1^1 eine Verschiebung der Wahrscheinlichkeitsdichte $\phi(w_1, \bar{w}_1)$ um den Betrag δ_1 verursacht wird. Die nichtzentrale Wahrscheinlichkeitsdichte lautet

$$\phi_1(w_1, \bar{w}_1, \delta_1) = \frac{1}{2\pi} \exp(-((w_1 - \delta_1)^2 + \bar{w}_1^2)/2) \tag{2.69}$$

Die Wahrscheinlichkeit $1 - \beta'_{10}$ für Fehler II. Art, H_0 fälschlicherweise zu akzeptieren, obwohl H_{a1} zutrifft, ist

$$1 - \beta'_{10} = \iint_{A'} \Phi_1 dF = \beta'(\alpha_0, \delta_1, \rho) \quad (2.70)$$

Die Wahrscheinlichkeit für Fehler III. Art, H_{a2} fälschlicherweise zu akzeptieren, obwohl H_{a1} zutrifft, ist

$$\gamma'_{12} = \iint_{V'_2} \Phi_1 dF = \gamma'(\alpha_0, \delta, \rho) \quad (2.71)$$

Weil Fehler III. Art in zwei Teile unterteilt werden, können wir die Wahrscheinlichkeit dafür mit

$$\gamma''_{12} = \iint_{V''_2} \Phi_1 dF \quad (2.72)$$

und

$$\gamma'''_{12} = \iint_{V'''_2} \Phi_1 dF \quad (2.73)$$

kennzeichnen.

Für verschiedene kritische Werte sind von Förstner die Funktionen β' , γ' und γ'' in Abhängigkeit von ρ und δ tabelliert worden (Förstner, 1983).

5. Der Korrelationskoeffizient zwischen den Testgrößen als ein Maß zur Beurteilung der Trennbarkeit verschiedener Alternativhypothesen

5.1 Obere Grenzwerte $\nabla_0 \rho_\gamma$ und $\nabla_0 \rho_\beta$

Die Wahrscheinlichkeit $1 - \gamma'$ repräsentiert die Trennbarkeit des Designs bezüglich der beiden Alternativhypothesen und nimmt mit wachsendem Korrelationskoeffizienten ab. Wenn der Korrelationskoeffizient berechnet wird, kann bei den gegebenen Werten α_0 und δ_0 die Wahrscheinlichkeit $1 - \gamma'$ aus der entsprechenden Tabelle abgelesen werden. Wenn wir eine Mindestsicherheit $1 - \gamma'_0$ für die Trennbarkeit zweier Alternativen zusätzlich zu α_0 und β_0 (d. i. δ_0) vorgeben, erhalten wir eine obere Grenze $\nabla_0 \rho_\gamma$ für den Korrelationskoeffizienten ρ (Förstner, 1983):

$$\boxed{\nabla_0 \rho_\gamma = \nabla_0 \rho(\alpha_0, \beta_0, \gamma'_0)} \quad (2.74)$$

Korrelationskoeffizienten $|\rho| > \nabla_0 \rho_\gamma$ führen zu einer schlechteren, d. h. geringeren Trennbarkeit als $1 - \gamma'_0$.

Tab. II.2 gibt obere Grenzwerte $\nabla_0 \rho_\gamma$ für $1 - \gamma'_0 = 90\%$ und 95% bei verschiedenen α_0 und δ_0 an. Unter der Annahme $\alpha = 0.1\%$, $\delta_0 = 4$ erhält man obere Grenzwerte.

$$\begin{aligned} \nabla_0 \rho_\gamma &= 85\%, \quad \text{für } 1 - \gamma'_0 = 90\% \\ \nabla_0 \rho_\gamma &= 75\%, \quad \text{für } 1 - \gamma'_0 = 95\% \end{aligned} \quad (2.75)$$

Für die Planung eines photogrammetrischen Blocks sollen die Korrelationskoeffizienten $\rho_{w1, w2}$ (2.41) und $(\rho_{12})_{\max}$ (2.58) zwischen groben Fehlern bzw. zwischen groben Fehlern und systematischen Bildfehlern den Grenzwert nicht übertreffen, damit sich eine gute Trennbarkeit ergibt.

Tab. II.2 Obere Grenzwerte $\nabla_0 \rho_Y$
(i) $1 - \gamma'_0 = 90 \%$

$\nabla_0 \rho_Y$ $k (\alpha_0)$ \ δ_0	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.96 (5%)	0.67	0.71	0.80	0.86	0.91	0.94	0.95	0.96	0.97
2.56 (1%)	0.90	0.79	0.81	0.87	0.91	0.93	0.95	0.96	0.97
3.00 (0.3%)	1.00	0.85	0.83	0.86	0.91	0.93	0.95	0.96	0.97
3.29 (0.1%)	1.00	0.91	0.85	0.86	0.91	0.93	0.95	0.96	0.97

(ii) $1 - \gamma'_0 = 95\%$

$\nabla_0 \rho_Y$ $k (\alpha_0)$ \ δ_0	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.96 (5%)	0.37	0.53	0.68	0.79	0.85	0.88	0.91	0.93	0.95
2.56 (1%)	0.67	0.61	0.69	0.78	0.84	0.88	0.91	0.93	0.95
3.00 (0.3%)	0.88	0.71	0.73	0.84	0.85	0.88	0.91	0.93	0.94
3.29 (0.1%)	1.00	0.77	0.75	0.79	0.85	0.88	0.91	0.93	0.94

Für die Beurteilung der Zuverlässigkeit können wir statt der Macht β des Einzeltests auch die Macht β' des kombinierten Tests (Gl. (2.31)) verwenden. Die Macht β' nimmt ebenfalls mit wachsendem Korrelationskoeffizient ab. Wenn der Korrelationskoeffizient bekannt ist, kann die Macht β' bei gegebenen α_0 und β_0 aus der entsprechenden Tabelle abgelesen werden. Wird eine Mindestmacht β'_0 des kombinierten Tests zusätzlich zu α_0 und δ_0 vorgegeben, erhalten wir eine obere Grenze $\nabla_0 \rho_\beta$ für den Korrelationskoeffizienten

$$\nabla_0 \rho_\beta = \nabla_0 \rho (\alpha_0, \delta_0, \beta'_0) \tag{2.76}$$

Korrelationskoeffizienten $|\rho| > \nabla_0 \rho_\beta$ führen zu einer kleineren Testmacht als β'_0 .

Tab. II.3 gibt die oberen Grenzwerte $\nabla_0 \rho_\beta$ für $\beta'_0 = 80 \%$ bei verschiedenen α_0 und δ_0 an. Unter der Annahme $\alpha = 0.1 \%$, $\delta_0 = 4.13$ ist $\nabla_0 \rho_\beta = 0.00$. Das bedeutet, daß die Macht β' des kombinierten Tests außer für $\rho = 0$ immer kleiner als die Macht des Einzeltests ist.

Tab. II.3 Obere Grenzwerte $\nabla_0 \rho_\beta$ ($\beta' = 80\%$)

$\nabla_0 \rho_\beta$ $k (\alpha_0)$ \ δ_0	3	4	5	6	7	8	9	10
1.96 (5%)	0.58	0.90	0.94	0.96	0.97	0.975	0.98	0.985
2.56 (1%)	-	0.85	0.94	0.96	0.97	0.975	0.98	0.985
3.00 (0.3%)	-	0.71	0.97	0.96	0.97	0.975	0.98	0.985
3.29 (0.1%)	-	-	0.92	0.96	0.97	0.975	0.98	0.985

5.2 Untere Grenzwerte $\delta_{0,\gamma}$ und $\delta_{0,\beta}$ der Nichtzentralitätsparameter

Falls der Korrelationskoeffizient $\rho_{w1,w2}$ oder $(\rho_{12})_{\max}$ gegeben wird, kann man umgekehrt unter bestimmten $1-\gamma'_0$ und β'_0 die unteren Grenzwerte $\delta_{0,\gamma}$ und $\delta_{0,\beta}$ der Nichtzentralitätsparameter, d. h. die Mindestabstände der Alternativ- von den Nullhypothesen, bestimmen. Nach Gl. (2.74) und (2.76) ergaben sich

$$\delta_{0,\gamma} = \delta(\alpha_0, \gamma'_0, \rho) \tag{2.74a}$$

und

$$\delta_{0,\beta} = \delta(\alpha_0, \beta'_0, \rho) \tag{2.76a}$$

Tab. II.4 bzw. Tab. II.5 stellt die Beziehung zwischen ρ und $\delta_{0,\beta}$ unter einer bestimmten Macht ($\beta'_0 = 80\%$) bzw. die Beziehung zwischen ρ und $\delta_{0,\beta}$ unter einer bestimmten Trennbarkeit ($1-\gamma'_0$) dar.

Tab. II.4 Untere Grenzwerte $\delta_{0,\beta}$ ($\beta'_0 = 80\%$)

$\nabla_0 \rho_{\beta} / \delta_0$	5%	1%	0.3%	0.1%
0.99	11.88	11.88	11.88	11.88
0.98	8.40	8.40	8.40	8.41
0.97	6.84	6.84	6.84	6.84
0.96	5.96	5.96	5.98	6.00
0.95	5.31	5.35	5.47	5.57
0.94	4.88	4.96	5.05	5.29
0.93	4.52	4.70	4.90	5.06
0.92	4.29	4.53	4.77	4.94
0.91	4.13	4.39	4.66	4.84
0.90	3.97	4.29	4.57	4.77
0.80	3.38	3.81	4.14	4.39
0.70	3.15	3.64	3.99	4.26
0.60	3.02	3.56	3.92	4.21
0.50	2.95	3.52	3.90	4.19
0.40	2.91	3.50	3.88	4.17
0.30	2.88	3.48	3.87	4.16
0.20	2.85	3.46	3.86	4.15
0.10	2.82	3.44	3.85	4.14
0.00	2.80	3.42	3.84	4.13

Tab. II.4 und II.5 zeigen, daß die unteren Grenzwerte $\delta_{0,\beta}$ und $\delta_{0,\gamma}$ für einen gegebenen Korrelationskoeffizienten nicht identisch sind. Deswegen wollen wir unter der benötigten Trennbarkeit ($1-\gamma'_0$) und Testmacht β'_0 für verschiedene Korrelationskoeffizienten die gemeinsamen unteren Grenzwerte $\delta_{0,\rho}$ der Nichtzentralitätsparameter von Tab. II.4 und Tab. II.5 so zusammenstellen, daß die entsprechende Alternativhypothese H_{a1} (z. B.

grobe Fehler) mit einer Wahrscheinlichkeit nicht kleiner als $1-\gamma'_0$ von der anderen Alternativhypothese H_{a2} (z. B. systematische Fehler) getrennt werden kann und mit einer Testmacht nicht kleiner als β'_0 zu entscheiden ist. Diese unteren Grenzwerte $\delta_{0,\rho}$ sind von $\alpha_0, \beta'_0, \gamma'_0$ und ρ_{12} abhängig

$$\delta_{0,\rho_{12}} = \delta(\alpha_0, \beta'_0, \gamma'_0, \rho_{12}) \tag{2.77}$$

Sie sind in Tab. II.6 zusammengestellt (siehe auch Fig. II.6) und werden in der späteren Untersuchung verwendet. Tab. II.5 und II.6 sind ganz allgemein auch für Deformationsanalysen anwendbar.

Tab. II.5 Untere Grenzwerte $\delta_{0,\gamma}$

$\nabla_0 \delta_\gamma \alpha_0$		$1 - \gamma_0' = 90\%$				$1 - \gamma_0' = 95\%$			
		5%	1%	0.3%	0.1%	5%	1%	0.3%	0.1%
0.99	ρ	18.10	18.10	18.10	18.10	23.33	23.33	23.33	23.33
0.98		12.80	12.80	12.80	12.80	16.50	16.50	16.50	16.50
0.97		10.45	10.45	10.45	10.45	13.47	13.47	13.47	13.47
0.96		9.05	9.05	9.05	9.05	11.67	11.67	11.67	11.67
0.95		8.11	8.11	8.11	8.11	10.44	10.44	10.44	10.44
0.94		7.40	7.40	7.40	7.40	9.53	9.53	9.53	9.53
0.93		6.85	6.85	6.86	6.86	8.82	8.82	8.82	8.82
0.92		6.39	6.41	6.41	6.41	8.25	8.25	8.25	8.25
0.91		6.04	6.04	6.04	6.04	7.76	7.76	7.76	7.76
0.90		5.74	5.74	5.73	5.72	7.36	7.36	7.36	7.36
0.85		4.88	4.22	4.00	4.00	6.16	6.16	6.08	6.04
0.80		4.00	3.48	-	-	5.21	5.21	5.15	5.10
0.70		2.75	-	-	-	4.22	4.08	4.10	4.13
0.60		-	-	-	-	3.55	-	-	-
0.50		-	-	-	-	2.88	-	-	-
0.40		-	-	-	-	2.18	-	-	-

Tab. II.6 Untere Grenzwerte $\delta_{0,\rho}$ ($\beta_0 \geq 80\%$)

$\nabla_0 \delta \alpha_0$		$1 - \gamma_0' \geq 90\%$				$1 - \gamma_0' \geq 95\%$			
		5%	1%	0.3%	0.1%	5%	1%	0.3%	0.1%
1.00	ρ	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0.99		18.10	18.10	18.10	18.10	23.33	23.33	23.33	23.33
0.98		12.80	12.80	12.80	12.80	16.50	16.50	16.50	16.50
0.97		10.45	10.45	10.45	10.45	13.47	13.47	13.47	13.47
0.96		9.05	9.05	9.05	9.05	11.67	11.67	11.67	11.67
0.95		8.11	8.11	8.11	8.11	10.44	10.44	10.44	10.44
0.94		7.40	7.40	7.40	7.40	9.53	9.53	9.53	9.53
0.93		6.85	6.85	6.86	6.86	8.82	8.82	8.82	8.82
0.92		6.39	6.41	6.41	6.41	8.25	8.25	8.25	8.25
0.91		6.04	6.04	6.04	6.03	7.76	7.76	7.76	7.76
0.90		5.74	5.74	5.73	5.72	7.36	7.36	7.36	7.36
0.85		4.88	4.22	4.36	4.57	6.16	6.16	6.08	6.04
0.80		4.00	3.81	4.14	4.39	5.21	5.21	5.15	5.10
0.70		3.15	3.64	3.99	4.26	4.22	4.08	3.99	4.26
0.60		3.02	3.56	3.92	4.21	3.55	3.56	3.92	4.21
0.50		2.95	3.52	3.90	4.19	2.95	3.52	3.90	4.19
0.40		2.91	3.50	3.88	4.17	2.91	3.50	3.88	4.17
0.30		2.88	3.48	3.87	4.16	2.88	3.48	3.87	4.16
0.20		2.85	3.46	3.86	4.15	2.85	3.46	3.86	4.15
0.10		3.82	3.44	3.85	4.14	2.82	3.44	3.85	4.14
0.00		2.80	3.42	3.84	4.13	2.80	3.42	3.84	4.13

Für die praktische Anwendung definieren wir nun den Trennbarkeitsfaktor $k_{\rho ij}$:

$$k_{\rho ij} = \delta_0 \cdot \rho_{ij} / \delta_0 \quad (2.77a)$$

$$= k(\alpha_0, \beta_0'; \gamma_0', \rho_{ij})$$

Seine Werte können aus Tab. II.6 berechnet werden. Tab. II.7 gibt für $\alpha_0 = 0.1\%$ und $\beta_0' \geq 80\%$ die Werte $k_{\rho ij}$, die eine Funktion vom Korrelationskoeffizient ρ_{ij} sind.

Wenn wir als Beispiel die Suche nach groben Fehlern nehmen, heißt das, daß bei $\rho_{ij} = 92\%$ der untere Wert eines groben Fehlers in l_j , der mit der Trennbarkeit $1 - \gamma_0' \geq 95\%$ vom groben Fehler in l_j trennbar ist, doppelt so groß wie sein Kontrollierbarkeitswert ist.

Anmerkungen zu Tab. II.4 und Tab. II.5

1. Für $\delta < 10$ wurde der untere Grenzwert durch quadratische Interpolation nach Bessel (Bronnstein-Semendjajew, 1964) aus Tabellen von Förstner (1983) berechnet.
2. Für $\delta \geq 10$ wurde der untere Grenzwert nach Fig. II.7 mit der folgenden Formel näherungsweise bestimmt: $\delta = u / \sin(\arccos \rho / 2)$, worin
 $u = 1.65$, für $1 - \gamma_0' = 95\%$
 $u = 1.28$, für $1 - \gamma_0' = 90\%$
 $u = 0.84$, für $\beta_0' = 80\%$.

Tab. II.7 Faktor $k_{\rho ij} = k(\alpha_0, \beta_0', \gamma_0', \rho_{ij})$
($\alpha_0 = 0.1\%$, $\beta_0' \geq 80\%$)

k_{ρ} \ $1 - \gamma_0'$	90%	95%
1.00	∞	∞
0.99	4.383	5.649
0.98	3.099	3.995
0.97	2.530	3.262
0.96	2.191	2.826
0.95	1.964	2.528
0.94	1.792	2.308
0.93	1.661	2.136
0.92	1.552	1.998
0.91	1.460	1.879
0.90	1.385	1.782
0.85	1.107	1.462
0.80	1.063	1.235
0.75	1.041	1.053
0.70	1.031	1.031
0.60	1.019	1.019
0.50	1.015	1.015
0.40	1.010	1.010
0.30	1.007	1.007
0.20	1.005	1.005
0.10	1.000	1.000
0.00	1.000	1.000

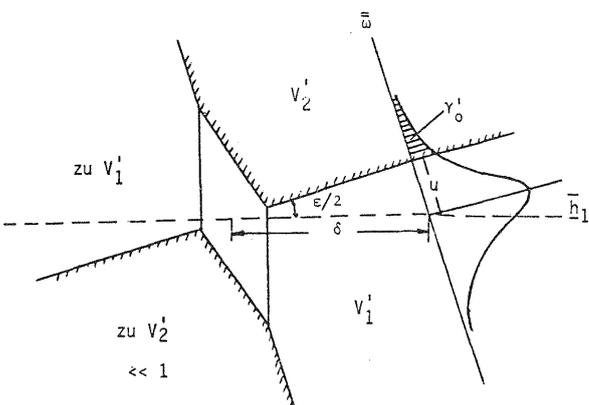


Fig.II.7 Bestimmung der Näherungswerte von δ

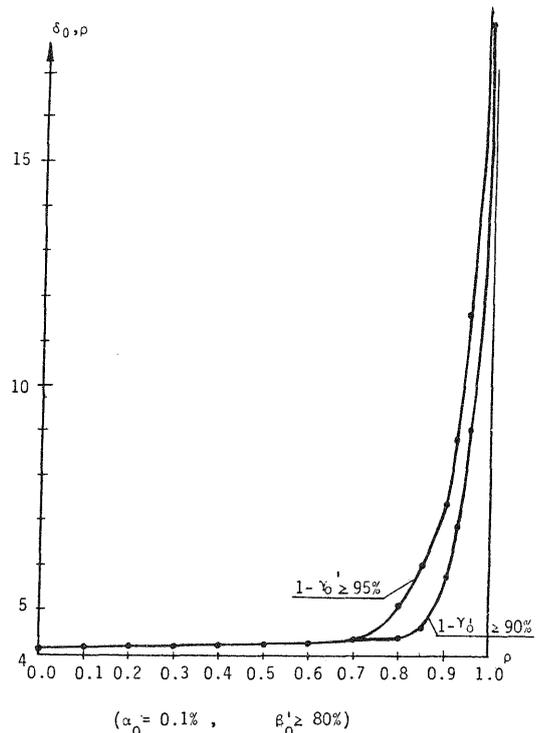


Fig.II. 6 Abhängigkeit der unteren Grenzwerte $\delta_{0, \rho}$ von den Korrelationskoeffizienten ρ unter gegebenen α_0 , β_0' und $(1 - \gamma_0')$

6. Innere Zuverlässigkeit bei zwei Alternativhypothesen

6.1 Eindimensionale Alternativhypothesen

Für eine eindimensionale Alternativhypothese erhält man nach Gl. (2.21)

$$\nabla s_i = \sigma_0 \delta_i / \sqrt{\frac{h_i P_{Q_{VV}} P_{h_i}}{h_i}} \quad (2.78)$$

Durch die Einsetzung der Gl. (2.77) in Gl. (2.78) erhält man den unteren Wert $\nabla_0 s_{ij}$ für den Parameter ∇s_i , der mit dem statistischen Test mit einer Sicherheit von nicht kleiner als β'_0 gerade noch entschieden werden kann und mit der Wahrscheinlichkeit nicht kleiner als $1-\gamma'_0$ gerade noch vom Parameter ∇s_j getrennt werden kann:

$$\nabla_0 s_{ij} = \sigma_0 \delta_{0,\rho_{ij}} / \sqrt{\frac{h_i P_{Q_{VV}} P_{h_i}}{h_i}} \quad (2.79)$$

Falls ∇s_i und ∇s_j zwei verschiedene grobe Fehler darstellen, dann ergibt sich mit der diagonalen Gewichtsmatrix \underline{P}

$$\nabla_0 l_{ij} = \sigma_{l_i} \delta_{0,\rho_{ij}} / \sqrt{r_i} \quad (2.80)$$

Der Wert $\nabla_0 l_{ij}$ kann als der Lokalisierbarkeitswert definiert werden und ist die Mindestgröße eines groben Fehlers in l_i , der mit $\beta \geq \beta'_0$ und $1-\gamma \geq 1-\gamma'_0$ aufgedeckt und von einem groben Fehler in l_j getrennt werden kann.

Im Vergleich mit der Gl. (1.10) repräsentiert der untere Grenzwert $\nabla_0 l_{ij}$ die innere Zuverlässigkeit viel besser, weil der Nichtzentralitätsparameter $\delta_{0,\rho_{ij}}$ nicht nur von α_0 und β_0 sondern auch von γ'_0 und ρ_{ij} abhängig ist. Der unter Grenzwert $\nabla_0 l_i$ entspricht dem Wert von $\nabla_0 l_{ij}$ mit $\rho_{ij} = 0$.

Um den Lokalisierbarkeitswert $\nabla_0 l_{ij}$ zu bekommen, muß man zuerst den Korrelationskoeffizient ρ_{ij} zwischen den Verbesserungen v_i und v_j berechnen. Mit ρ_{ij} kann man dann den Nichtzentralitätsparameter $\delta_{0,\rho_{ij}}$ (oder $k_{\rho_{ij}}$) aus Tab. II.6 (oder Tab. II.7) ablesen. Der Lokalisierbarkeitswert hängt von dem Redundanzanteil r_i der Beobachtung l_i und dem Korrelationskoeffizienten zwischen den Verbesserungen v_i und v_j ab, während der Kontrollierbarkeitswert nur von r_i abhängt.

Falls ∇s_j einen systematischen Fehler darstellt, kann der Wert von Gl. (2.80) als der Trennbarkeitswert definiert werden, der in diesem Fall die Fähigkeit beschreibt, daß ein grober Beobachtungsfehler in l_i vom systematischen Fehler ∇s_j mit der Trennbarkeit $1-\gamma \geq 1-\gamma'_0$ und Macht $\beta \geq \beta'_0$ unterschieden werden kann. Um den Trennbarkeitswert $\nabla_0 l_{ij}$ zwischen einzelnen groben Fehlern und systematischen Fehlern zu bestimmen, muß man zuerst den Korrelationskoeffizient ρ_{w_i,w_j} nach Gl. (2.41) berechnen, was eine erhebliche Schwierigkeit darstellt. Das Verfahren zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten zwischen den Testgrößen wird in Kapitel II.9 beschrieben.

6.2 Mehrdimensionale Alternativhypothesen

Bei mehrdimensionalen Alternativhypothesen ist es zu kompliziert, die innere Zuverlässigkeit allgemein zu untersuchen. Deswegen beschränken wir uns auf eine bestimmte Richtung \underline{s}_i und \underline{s}_j , vor allem auf die Eigenvektoren mit dem größten Korrelationskoeffizient $(\rho_{12})_{\max}$.

Nach Gl. (2.44, 2.45) und (2.78) erhält man für den unteren Grenzvektor

$$\underline{\nabla_0 s}_{ij} = \underline{s}_i \cdot \sigma_0 \cdot \delta_{0,\rho_{ij}} / \sqrt{\underline{s}_i^t (P_{SS})_{ii} \underline{s}_i} \quad (2.81)$$

Dabei sind \underline{s}_i und \underline{s}_j die in beliebiger Richtung vorliegenden Parametervektoren (siehe Gl. (2.44)), ρ_{ij} der Korrelationskoeffizient zwischen \underline{s}_i und \underline{s}_j , der mit Gl.(2.46) bestimmt wird.

Wenn $\underline{\nabla_0 s}_i$ ein Vektor grober Fehler ist, dann erhält man den unteren Grenzwert für die in der Richtung \underline{s}_i vorliegenden groben Fehler

$$\begin{aligned} \underline{\nabla_0 s}_{ij} &= \underline{s}_i \cdot \sigma_0 \cdot \delta_{0,\rho_{ij}} / \sqrt{\underline{s}_i^t (P_{Q_{VV}P}) \underline{s}_i} \\ \underline{\nabla_0 l}_{ij} &= H_i \underline{\nabla_0 s}_{ij} \end{aligned} \quad (2.82)$$

der mit dem statistischen Test mit der Macht nicht kleiner als β_0^1 entschieden und mit der Wahrscheinlichkeit nicht kleiner als $1-\gamma_0^1$ noch von der in der Richtung \underline{s}_j vorliegenden Parameter $\underline{\nabla s}_j$ (z. B. grobe Fehler oder systematische Fehler) getrennt werden kann.

Zum Unterschied von Gl. (1.20) ist der untere Grenzvektor $\underline{\nabla_0 s}_{ij}$ nicht nur vom Vektor \underline{s}_i sondern auch vom Vektor \underline{s}_j , nämlich von dem Korrelationskoeffizient ρ_{ij} abhängig. Gl. (1.20) ist gerade der besondere Fall von Gl. (2.82) mit $\rho_{ij}=0$.

7. Äußere Zuverlässigkeit bei zwei Alternativhypothesen

Die äußere Zuverlässigkeit stellt den Einfluß von nicht erkennbaren oder nicht trennbaren Modellfehlern auf die ausgeglichenen Ergebnisse dar. Bei zwei Alternativhypothesen interessieren uns vor allem die beiden folgenden Fälle 7.1 und 7.2.

7.1 Der Einfluß von nicht erkennbaren und nicht von anderen groben Fehlern trennbaren groben Fehlern auf die Ergebnisse.

In diesem Fall stellen $\underline{\nabla s}_i$ und $\underline{\nabla s}_j$ zwei verschiedene grobe Fehler dar. Ähnlich wie in Kapitel II.6 können wir nach Gl. (1.16) und (1.8) schreiben

$$\bar{\delta}_{0,ij} = \delta_{0,\rho_{ij}} \cdot \sqrt{u_i/r_i} = \delta_{0,\rho_{ij}} \cdot \sqrt{(1-r_i)/r_i} \quad (2.83)$$

und

$$\bar{\delta}_{0,ij} = \delta_{0,\rho_{ij}} \cdot \sqrt{u_{k_i}/r_i} = \delta_{0,\rho_{ij}} \cdot \sqrt{(1-u_{t_i}-r_i)/r_i} \quad (2.84)$$

Gl. (2.83) und Gl. (2.84) charakterisieren die äußere Zuverlässigkeit für den Fall mit zwei eindimensionalen Alternativhypothesen von groben Fehlern.

Für zwei mehrdimensionale Alternativhypothesen von groben Fehlern ergeben sich (siehe Gl. (1.21a,b))

$$\underline{\nabla_0 x}_{ij} = (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} \underline{A}' \underline{P} \underline{H}_i \underline{\nabla_0 s}_{ij} \quad (2.85a)$$

und

$$\bar{\delta}_0(\underline{s})_{ij} = \delta_{0,rij} \sqrt{\frac{\underline{s}_i (\underline{P}_i - (\underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P})_{ii} \underline{s}_i)}{\underline{s}' (\underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P})_{ii} \underline{s}_i}} \quad (2.85b)$$

Analog zu Gl. (1.22) gilt auch hier die äußere Zuverlässigkeit für beliebige Funktionen der unbekannt Parameter

$$\underline{\nabla_0 f}(\underline{s})_{ij} \leq \bar{\delta}_0(\underline{s})_{ij} \cdot \sigma_f \quad (2.86)$$

7.2 Der Einfluß von nicht erkennbaren und nicht von systematischen Fehlern trennbaren groben Fehlern auf die Ergebnisse

Wir nehmen nun an, daß nicht erkennbare und nicht von systematischen Fehlern trennbare grobe Fehler bei der Ausgleichung mit zusätzlichen Parametern als systematische Fehler behandelt werden.

Nach Gl. (2.9) und (2.10) erhält man für den Einfluß der nicht erkennbaren und nicht von systematischen Fehlern trennbaren groben Fehler $\underline{\nabla_0 s}_{ij}$ (Gl. (2.82)) auf die zusätzlichen Parameter und auf die Unbekannten

$$\underline{\nabla_0 s}_{2ij} = (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21} \underline{\nabla_0 s}_{ij} \quad (2.87)$$

und

$$\underline{\nabla_0 x}_{ij} = (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} (\underline{A}' \underline{P} (\underline{H}_1 - \underline{H}_2 (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21})) \underline{\nabla_0 s}_{ij} \quad (2.88)$$

Durch Einsetzen von Gl. (2.82) in Gl. (2.87) und (2.88) erhält man

$$\underline{\nabla_0 s}_{2ij} = (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21} \underline{s}_i \cdot \sigma_0 \cdot \delta_{0,rij} / \sqrt{\underline{s}_i (\underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P})_{ii} \underline{s}_i} \quad (2.89)$$

und

$$\underline{\nabla_0 x}_{ij} = (\underline{A}' \underline{P} \underline{A})^{-1} (\underline{A}' \underline{P} (\underline{H}_1 - \underline{H}_2 (\underline{P}_{SS})_{22}^{-1} (\underline{P}_{SS})_{21})) \underline{s}_i \cdot \sigma_0 \cdot \delta_{0,rij} / \sqrt{\underline{s}_i (\underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P})_{ii} \underline{s}_i} \quad (2.90)$$

8. Anwendungsmöglichkeiten

Die Theorie der Zuverlässigkeit wurde hier für zwei Alternativhypothesen erweitert. Damit lassen sich im photogrammetrischen Bereich einige wichtige Fragestellungen statistisch streng behandeln:

a) Man kann die Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern und groben Fehlern der Paßpunkte feststellen und für eine Optimierung der Paßpunkt- und Bildfluganordnung verwenden. Um diesen Zweck zu erreichen, kann man wie folgt vorgehen:

- Für verschiedene Bildflug- und Paßpunktanordnungen werden die Korrelationskoeffizienten zwischen Testgrößen von groben Paßpunktfehlern und von systematischen Bildfehlern, die durch gegebene zusätzliche Parameter beschrieben werden, berechnet.
- Durch den Vergleich der Korrelationskoeffizienten zu den oberen Grenzwerten $\nabla_0 \rho_Y$ und $\nabla_0 \rho_B$ beurteilen wir, welche Geometrie unter Berücksichtigung einer guten Bestimmbarkeit der zusätzlichen Parameter zu einer zuverlässigen Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern und groben Paßpunktfehlern führt.
- Bei gegebener Geometrie und gegebenen zusätzlichen Parametern werden die Trennbarkeitswerte nach Gl. (2.80) und Gl. (2.82) berechnet. Sie stellen die unteren Grenzwerte der groben Paßpunktfehler dar, die mit der Macht $\geq \beta_0'$ und mit der Trennbarkeit $\geq 1-\gamma_0'$ noch von bestimmten systematischen Bildfehlern getrennt und erkannt werden können.

b) Man kann die Lokalisierbarkeit von groben Fehlern für verschiedene Bildflug- und Paßpunktanordnungen feststellen. In diesem Fall ist die Untersuchungsmethode genauso wie in a), nur stellen zwei Alternativhypothesen H_1 und H_2 verschiedene grobe Fehler dar.

c) Man kann die Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern feststellen, um einen günstigen Ansatz von zusätzlichen Parametern zur Kompensation systematischer Bildfehler festzulegen. In diesem Fall stellen zwei Alternativhypothesen H_1 und H_2 jeweils verschiedene systematische Bildfehler dar.

Außerdem ist diese Theorie für Deformationsanalysen anwendbar.

9. Zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten zwischen den Testgrößen

Für die Untersuchung der Trennbarkeit von zwei Alternativhypothesen ist die Berechnung der Korrelationskoeffizienten zwischen den Testgrößen notwendig. Im wesentlichen werden die Matrizen

$$(\underline{P}_{-ss})_{ij} = \underline{H}_i' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{H}_j \quad (i, j = 1, 2) \quad (2.37)$$

benötigt. Es gibt zwei Möglichkeiten für ihre Berechnung:

9.1 Das Verfahren durch die Berechnung der Matrix \underline{Q}_{VV}

In Gl. (2.37) sind die Matrizen $\underline{H}_i, \underline{H}_j$ bei angenommener Matrix \underline{P} gegeben. Somit besteht das eigentliche Problem in der Berechnung der Matrix \underline{Q}_{VV} .

Um die Matrix \underline{Q}_{VV} direkt berechnen zu können, muß die Normalgleichungsmatrix invertiert werden. Das ist in vielen photogrammetrischen Anwendungsfällen wegen der großen Anzahl der v ($>10^3$) praktisch unmöglich. Unter der Annahme einer diagonalen Gewichtsmatrix gibt es jedoch ein indirektes Verfahren zur Berechnung der Matrix \underline{Q}_{VV} .

Nach Gl. (.24) erhält man nämlich

$$\underline{\nabla v} = -\underline{Q}_{VV} \underline{P \nabla l} \quad (2.91)$$

mit $\underline{\nabla v}$ = Veränderung der Verbesserungen aufgrund einer Veränderung $\underline{\nabla l}$ der Beobachtungen.

Nun nehmen wir an

$$\underline{\nabla l}_i = \underline{e}_i \cdot \nabla$$

mit $\underline{e}_i^T = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$, $i=1, 2, \dots, n$
 ∇ = Konstant.

Wegen der diagonalen Struktur der Matrix \underline{P} erhalten wir aus Gl. (2.91)

$$\begin{pmatrix} \underline{\nabla v}_1 \\ \vdots \\ \underline{\nabla v}_i \\ \vdots \\ \underline{\nabla v}_n \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} q_{11}p_1 & q_{12}p_2 & \dots & q_{1i}p_i & \dots & q_{1n}p_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{i1}p_1 & q_{i2}p_2 & \dots & q_{ii}p_i & \dots & q_{in}p_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1}p_1 & q_{n2}p_2 & \dots & q_{n3}p_3 & \dots & q_{nn}p_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \nabla \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Daraus folgt

$$\underline{\nabla v}_{ji} = - q_{ji}p_i \cdot \nabla, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

und schließlich $(\underline{\nabla v}_j)_i$

$$q_{ji} = \frac{(\underline{\nabla v}_j)_i}{p_i \cdot \nabla}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.92)$$

Mit Gl. (2.92) können wir die Elemente der i -ten Spalte der Matrix \underline{Q}_{VV} berechnen, wenn eine Konstante ∇ in die i -te Beobachtung eingeführt wird (siehe auch Förstner, 1978 und Grün, 1978b).

9.2 Ein direktes Verfahren zur Berechnung der Matrizen $(P_{SS})_{ij}$ mit Hilfe des Rechenprogramms PAT-B bei der Bündelblockausgleichung

Für die Untersuchung der Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern und groben Fehlern können wir mit fehlerfreien synthetischen Daten mit Hilfe des Programms PAT-B die Matrizen $(P_{SS})_{ij}$ direkt berechnen.

9.2.1 Berechnung der Matrix $(P_{SS})_{11}$

Für grobe Fehler der Paßpunkte ergibt sich

$$H_1 = (e_1, e_2, \dots, e_{p_1}) \quad \text{mit } e_i = (0, 0, \dots, 1, 0, \dots, 0), \quad (2.93)$$

worin p_1 = Anzahl der bekannten Paßpunktkoordinaten und
 $i = 1, 2, \dots, p_1$.

Dann können wir schreiben

$$(P_{SS})_{11} = H_1' P_{VV} P H_1 = \begin{vmatrix} e_1' P_{VV} P e_1 & \dots & e_1' P_{VV} P e_{p_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ e_{p_1}' P_{VV} P e_1 & \dots & e_{p_1}' P_{VV} P e_{p_1} \end{vmatrix}. \quad (2.94)$$

Nach der Einführung von e_i in die Beobachtungen wird die Bündelausgleichung ohne zusätzliche Parameter durchgeführt. Man erhält

$$v_i = -Q_{VV} P e_i.$$

Unter der Annahme einer Diagonalmatrix P erhalten wir die Elemente der i -ten Spalte der Matrix $(P_{SS})_{11}$

$$e_j' P_{VV} P e_i = -p_j v_{ji}, \quad j = 1, 2, \dots, p_1. \quad (2.95)$$

Um $(P_{SS})_{11}$ zu bestimmen, müssen wir p_1 Ausgleichungen ohne zusätzliche Parameter durchführen.

9.2.2 Berechnung der Matrix $(P_{SS})_{22}^{-1}$

Wegen Gl. (2.11) stellt die Matrix $(P_{SS})_{22}^{-1}$ die Kofaktormatrix $(Q_{SS})_{22}$ der zusätzlichen Parameter dar. Im Rechenprogramm PAT-B gibt es die Möglichkeit, diese Matrix $(Q_{SS})_{22}$ zu berechnen. Deshalb können wir durch eine Ausgleichung mit zusätzlichen Parametern die Matrix $(P_{SS})_{22}^{-1}$ erhalten.

9.2.3 Berechnung der Matrix $(\underline{P}_{SS})_{12}$

Wie oben in 9.2.1 können wir schreiben

$$(\underline{P}_{SS})_{12} = \underline{H}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} \underline{H}_2 = \begin{vmatrix} \underline{e}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} h_{21} & \dots & \underline{e}_1' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} h_{2p_2} \\ \dots & \dots & \dots \\ \underline{e}_{p_1}' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} h_{21} & \dots & \underline{e}_{p_1}' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} h_{2p_2} \end{vmatrix} \quad (2.96)$$

Durch die Einführung von h_{2i} ($i=1,2,\dots,p_2$) in die Beobachtungen wird die Ausgleichung ohne zusätzliche Parameter durchgeführt. Dann erhält man die Elemente der i -ten Spalte der Matrix $(\underline{P}_{SS})_{12}$:

$$\underline{e}_j' \underline{P} \underline{Q}_{VV} \underline{P} h_{2i} = - p_j v_{ji}, \quad j = 1, 2, \dots, p_1 \quad (2.97)$$

Sobald die Matrizen $(\underline{P}_{SS})_{ij}$ ($i, j= 1, 2$) berechnet sind, können wir die Korrelationskoeffizienten $\rho_{w1, w2}$, $(\rho_{12})_{\max}$ und ρ_G berechnen.

Der gesamte Rechenaufwand beträgt $p_1 + p_2$ Ausgleichungen ohne zusätzliche Parameter und eine Ausgleichung mit zusätzlichen Parametern. Damit ist der Rechenaufwand deutlich kleiner als der über die Berechnung der Matrix \underline{Q}_{VV} . Dieses Verfahren wird in Kapitel IV verwendet.

III. TRENNBARKEIT GROBER FEHLER UND SYSTEMATISCHER FEHLER BEI DER HELMERT-TRANSFORMATION

Um die in Kapitel II beschriebene Theorie der Trennbarkeit grober und systematischer Fehler zu veranschaulichen, behandeln wir hier als einführendes Beispiel die ebene Ähnlichkeits-
transformation (Helmert-Transformation), die in Geodäsie und Photogrammetrie häufig verwendet wird und der somit eine selbständige Bedeutung zukommt.

1. Helmert-Transformation mit vier identischen Punkten

1.1 Das lineare Modell und die Alternativhypothesen

Für ebene kartesische Koordinaten formuliert sich das lineare Modell zur Helmert-
Transformation wie folgt:

$$\underline{l} + \underline{v} = \underline{A} \underline{x} \quad (D(\underline{l}) = \sigma_0^2 \underline{I}) \tag{3.1}$$

$$\begin{pmatrix} 1x_i + vx_i \\ 1y_i + vy_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x & -y \\ 0 & 1 & y & x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ a_1 \\ b_1 \end{pmatrix} \tag{3.2}$$

Für die in den Ecken eines Rechtecks symmetrisch angenommen vier Paßpunkte (Fig.III.1) lautet die Kofaktormatrix mit Verbesserungen

$$Q_{vv} = \frac{1}{2(1+k^2)} \begin{vmatrix} 1+k^2 & 0 & -k^2 & -k & -1 & k & 0 & 0 \\ 0 & 1+k^2 & k & -k^2 & -k & -1 & 0 & 0 \\ -k^2 & k & 1+k^2 & 0 & 0 & 0 & -1 & -k \\ -k & -k^2 & 0 & 1+k^2 & 0 & 0 & k & -1 \\ -1 & -k & 0 & 0 & 1+k^2 & 0 & -k^2 & k \\ k & -1 & 0 & 0 & 0 & 1+k^2 & -k & -k^2 \\ 0 & 0 & -1 & k & -k^2 & -k & 1+k^2 & 0 \\ 0 & 0 & -k & -1 & k & -k^2 & 0 & 1+k^2 \end{vmatrix} \tag{3.3}$$

G1. (3.3) zeigt, daß die Kontrollierbarkeit der Paßpunkte vom Verhältnis k unabhängig ist, weil in den Diagonalelementen der Faktor k hinausfällt.

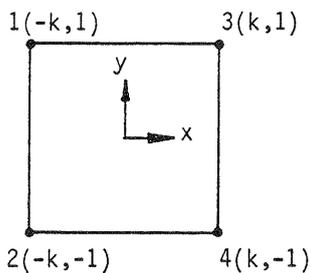


Fig. III.1 Helmert-Transformation mit vier Paßpunkten in den Ecken eines Rechtecks. (Zur Vereinfachung der Berechnung sei die y-Koordinate der Paßpunkte als Einheit angenommen)

Um die Trennbarkeit von groben Fehlern in den Paßpunkten und systematischen Fehlern (Affin-Deformation) zu untersuchen, sollen die folgenden Null- und Alternativhypothesen aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} H_0 &: E(1/H_0) = \underline{A} \underline{\tilde{X}} & (\tilde{} = \text{wahrer Wert}) \\ H_a &: E(1/H_{ai}) = \underline{A} \underline{\tilde{X}} + H_{-i} \underline{\tilde{z}}_i & (i = 1, 2) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Eindimensionale Alternativhypothesen für die 4 Punkte sind

$$\begin{aligned} \underline{h}_1^i &= (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0) & \text{für grobe Fehler} \\ \underline{h}_c^i &= (-k, -1, -k, 1, k, -1, k, 1) & \text{für systematische Affinitätsfehler} \\ \underline{h}_d^i &= (1, -k, -1, -k, 1, k, -1, k) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Für zweidimensionale Alternativen haben wir also

$$\underline{H}_1 = (\underline{h}_i, \underline{h}_j) \text{ und } \underline{H}_2 = (\underline{h}_c, \underline{h}_d) \quad (3.6)$$

Der Vektor \underline{h}_i bzw. \underline{h}_j beschreibt jeweils einen groben Fehler in der Beobachtung i bzw. j ; \underline{h}_c bzw. \underline{h}_d beschreiben eine Maßstabsaffinität bzw. eine Winkelaffinität, und \underline{H}_2 stelle die gesamte Affin-Deformation wie folgt dar:

$$\begin{vmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta y_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y \\ -y & x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} c \\ d \end{vmatrix} \quad (3.7)$$

1.2 Berechnung von $\underline{h}_i^T P Q_{VV}^{-1} P \underline{h}_j$

Um die Korrelationskoeffizienten zwischen den beiden Testgrößen $\underline{H}_1 \underline{s}_1$ und $\underline{H}_2 \underline{s}_2$ (siehe Gl. (3.4) - (3.7)) zu berechnen, werden zunächst die Werte von $\underline{h}_i^T P Q_{VV}^{-1} P \underline{h}_j$ berechnet (siehe Kapitel II.2, Gl. (2.37)). Die Ergebnisse sind in Tab. III.1 zusammengestellt.

1.3 Korrelationskoeffizienten zwischen zwei Testgrößen mit eindimensionalen Alternativen

Nach Gl. (2.41) erhalten wir für einzelne grobe Fehler und einzelne systematische Fehler bei der Helmert-Transformation die Korrelationskoeffizienten

$$\rho_1 = |\rho_{\nabla x_i, c}| = |\rho_{\nabla y_i, d}| = 1 / \sqrt{2(1+k^2)} \quad (3.8)$$

und

$$\rho_2 = |\rho_{\nabla x_i, d}| = |\rho_{\nabla y_i, c}| = k / \sqrt{2(1+k^2)} \quad (3.9)$$

Die Korrelationskoeffizienten ρ_1 und ρ_2 sind vom Verhältnis k abhängig (siehe Tab. III.2) und Fig. III.2).

Tab. III.1 Die Werte $h'_{ij} = \frac{PQ_{ij}}{V_{ij}}$ bei der Helmert-Transformation mit vier Paßpunkten in schematischer Lage

$h_i \backslash h_j$	v_{x_1}	v_{y_1}	v_{x_2}	v_{y_2}	v_{x_3}	v_{y_3}	v_{x_4}	v_{y_4}	c	d
v_{x_1}	0.5	0	$\frac{-k^2}{2(1+k^2)}$	$\frac{-k}{2(1+k^2)}$	$\frac{-1}{2(1+k^2)}$	$\frac{k}{2(1+k^2)}$	0	0	$\frac{-2k}{1+k^2}$	$\frac{2k^2}{1+k^2}$
v_{y_1}		0.5	$\frac{k}{2(1+k^2)}$	$\frac{-k^2}{2(1+k^2)}$	$\frac{-k}{2(1+k^2)}$	$\frac{-1}{2(1+k^2)}$	0	0	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$	$\frac{-2k}{1+k^2}$
v_{x_2}			0.5	0	0	0	$\frac{-1}{2(1+k^2)}$	$\frac{-k}{2(1+k^2)}$	$\frac{-2k}{1+k^2}$	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$
v_{y_2}				0.5	0	0	$\frac{k}{2(1+k^2)}$	$\frac{-1}{2(1+k^2)}$	$\frac{2k^2}{1+k^2}$	$\frac{-2k}{1+k^2}$
v_{x_3}					0.5	0	$\frac{-k^2}{2(1+k^2)}$	$\frac{k}{2(1+k^2)}$	$\frac{2k}{1+k^2}$	$\frac{2k^2}{1+k^2}$
v_{y_3}						0.5	$\frac{-k}{2(1+k^2)}$	$\frac{-k^2}{2(1+k^2)}$	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$	$\frac{2k}{1+k^2}$
v_{x_4}							0.5	0	$\frac{2k}{1+k^2}$	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$
v_{y_4}								0.5	$\frac{2k^2}{1+k^2}$	$\frac{2k}{1+k^2}$
c									$\frac{16k^2}{1+k^2}$	0
d										$\frac{16k^2}{1+k^2}$

Tab. III.2 Abhängigkeit der Korrelationskoeffizienten ρ_1 und ρ_2 von k

k	0	0.2	0.5	1	2	5	10	∞
ρ_1	0.71	0.69	0.63	0.50	0.32	0.14	0.07	0
ρ_2	0	0.14	0.32	0.50	0.63	0.69	0.70	0.71

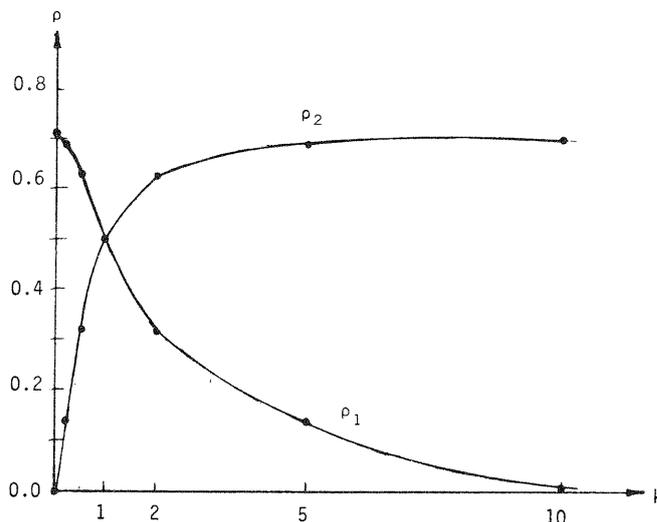


Fig. III.2 Abhängigkeit der Trennbarkeit einzelner grober und systematischer Fehler vom Verhältnis k

Fig. III.2 zeigt, daß die Korrelation zwischen einzelnen groben Fehlern und einzelnen systematischen Fehlern auf keinen Fall den Wert Eins erreichen kann und daß der quadratische Block ($k=1$) mit vier Eck-Paßpunkten für die Trennbarkeit einzelner grober Fehler von der Affin-Deformation am günstigsten ist. In diesem Fall wird für die Trennbarkeit $(1 - \gamma'_{12})$ 99 % erreicht, unter der Annahme $\alpha = 0.1 \%$ und $\delta_0 = 4$.

1.4 Trennbarkeit einzelner grober Fehler von zwei Parametern der Affin-Deformation

Mit den Werten in Tab. III.1 berechnen wir nach Gl. (2.43), (2.58) die Korrelationskoeffizienten zwischen einzelnen groben Koordinatenfehlern und zwei systematischen Affinitätsfehlern (siehe Tab. III.3).

Tab. III.3 Korrelationskoeffizienten zwischen einzelnen groben Fehlern und zwei systematischen Affinitätsfehlern

Grober Fehler	M_{T_1, T_2}	ρ_G	ρ_{max}	k_ρ
∇x_1 (∇x_4)	$\frac{1}{2(1+k^2)} \begin{vmatrix} 1 & -k \\ -k & k^2 \end{vmatrix}$	0.595	0.707	1.03
∇y_1 (∇y_4)	$\frac{1}{2(1+k^2)} \begin{vmatrix} k^2 & k \\ k & 1 \end{vmatrix}$	0.595	0.707	1.03
∇x_2 (∇x_3)	$\frac{1}{2(1+k^2)} \begin{vmatrix} 1 & k \\ k & k^2 \end{vmatrix}$	0.595	0.707	1.03
∇y_2 (∇y_3)	$\frac{1}{2(1+k^2)} \begin{vmatrix} k^2 & -k \\ -k & 1 \end{vmatrix}$	0.595	0.707	1.03

k_ρ ist für den Fall $\alpha = 0.1\%$, $\beta'_0 = 80\%$, $1-\gamma'_0 = 95\%$ berechnet.

Nach Tab. III.3 ist die Trennbarkeit einzelner grober Koordinaten-Fehler der Paßpunkte von den Affin-Deformationen identisch und vom Verhältnis k unabhängig. Weil die maximale Korrelation gleich 0.707 ist, kann ein einzelner grober Fehler der Paßpunktkoordinaten bei der Helmert-Transformation mit vier Paßpunkten von der Affin-Deformation gut getrennt werden.

1.5 Trennbarkeit von zwei groben Fehlern und zwei systematischen Fehlern

In diesem Fall gibt es zwei zweidimensionale Alternativen gemäß Gl. (3.6). Nach Gl. (2.39), (2.40), (2.43) und (2.58) erhält man die Matrizen M_{T_1, T_2} und die entsprechenden Korrelationen, die in Tab. III.4 zusammengestellt sind.

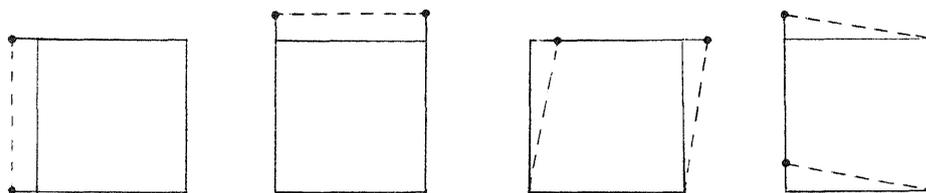
Für die globale Korrelation ρ_G kann man zusammenfassen:

- Die Korrelationskoeffizienten zwischen den zwei groben Koordinatenfehlern, die in einem Paßpunkt oder in den gegenüberliegenden Paßpunkten vorliegen und den Affin-Deformationen sind vom Wert k unabhängig und konstant.
- Die Korrelationskoeffizienten zwischen den zwei groben Koordinatenfehlern, die in den benachbarten Paßpunkten und in der gleichen Koordinate bzw. in verschiedenen Koordinaten vorliegen und den Affin-Deformationen sind größer bzw. kleiner als 0.707 und hängen vom Verhältnis k ab.

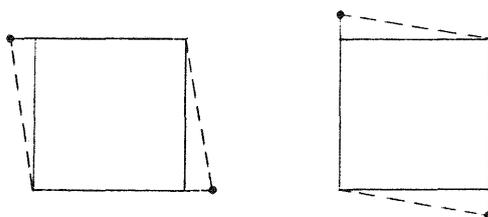
Tab. III.4 Korrelationskoeffizienten zwischen zwei groben Koordinatenfehlern und zwei systematischen Fehlern für vier Paßpunkte

Zwei grobe Fehler	M_{T_1, T_2}	ρ_G	ρ_{max}
v_{x_1} oder v_{y_1} oder v_{x_4} oder v_{y_4}	$\begin{vmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{vmatrix}$	0.707	0.707
v_{x_1} oder v_{x_4} oder v_{y_1} oder v_{y_4}	$\frac{1}{1+k^2} \begin{vmatrix} 1 & \pm k \\ \pm k & k^2 \end{vmatrix}$	0.707	1.000
v_{x_1} oder v_{x_2} oder v_{y_1} oder v_{y_2}	$\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{k^2}{1+2k^2} \end{vmatrix}$	$\sqrt{0.5 \left(1 + \frac{k^2}{1+2k^2} \right)}$	1.000
v_{x_1} oder v_{y_2} oder v_{x_3} oder v_{y_3} oder v_{x_2} oder v_{y_1}	$\frac{1}{2(1+k^2+k^4)} \begin{vmatrix} 1+k^4 & \pm k \pm k^3 \\ \pm k \pm k^3 & 1+k^4 \end{vmatrix}$	$\sqrt{0.5 \left(\frac{1+k^4}{1+k^2+k^4} \right)}$	$\sqrt{\frac{1+k+k^3+k^4}{2(1+k^2+k^4)}}$
v_{x_1} oder v_{x_3} oder v_{y_1} oder v_{y_3}	$\begin{vmatrix} \frac{1}{2+k^2} & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\sqrt{0.5 \left(1 + \frac{k^2}{2+k^2} \right)}$	1.000

Für die maximale Korrelation kann es jedoch vorkommen, daß die Korrelation zwischen zwei in verschiedenen Paßpunkten vorliegenden groben Fehlern und zwei systematischen Fehlern gleich 1 wird (s. Fig. III.3). In diesem Fall werden zwei grobe Fehler durch die Parameter c und d fälschlicherweise kompensiert und daher nicht aufgedeckt.



a) Zwei grobe Fehler mit gleicher Richtung in den benachbarten Paßpunkten



b) Zwei grobe Fehler mit gegenteiliger Richtung in den gegenüberliegenden Paßpunkten

Fig. III.3 Vollkorrelationen zwischen zwei groben Fehlern und Affin -Deformationen

Mit Gl. (2.54) können wir für die ungünstigsten Fälle die Vektoren \underline{s}_1 und \underline{s}_2 berechnen. Die Ergebnisse sind in Tab. III.5 zusammengestellt.

Diese totalen Korrelationen können analytisch interpretiert werden. Geht man von der Helmert-zur Affin-Transformation über, ergeben sich die Fehlergleichungen

$$\begin{vmatrix} 1 & x_i & -y_i & x_i & y_i \\ 1 & y_i & x_i & -y_i & x_i \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} v_{x_i} \\ v_{y_i} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & x & -y & x & y \\ 0 & 1 & y & x & -y & x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_0 \\ b_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ c \\ d \end{vmatrix} \quad (3.10)$$

Tab. III.5 Verfälschte Werte der Parameter bei totaler Korrelation

Grobe Fehler		Verfälschter Wert des Parameters					
		∇a_0	∇b_0	∇a_1	∇b_1	∇c	∇d
1	$\nabla x_1 = \nabla x_2 = \nabla$	$\frac{\nabla}{2}$	0	$-\frac{\nabla}{4k}$	0	$-\frac{\nabla}{4k}$	0
2	$\nabla x_1 = \nabla x_3 = \nabla$	$\frac{\nabla}{2}$	0	0	$-\frac{\nabla}{4}$	0	$\frac{\nabla}{4k}$
3	$\nabla y_1 = \nabla y_2 = \nabla$	0	$\frac{\nabla}{2}$	0	$-\frac{\nabla}{4k}$	0	$-\frac{\nabla}{4}$
4	$\nabla y_1 = \nabla y_3 = \nabla$	0	$\frac{\nabla}{2}$	$\frac{\nabla}{4}$	0	$-\frac{\nabla}{4}$	0
5	$\nabla x_1 = -\nabla x_4 = \nabla$	0	0	$-\frac{\nabla}{4k}$	$-\frac{\nabla}{4}$	$-\frac{\nabla}{4k}$	$\frac{\nabla}{4}$
6	$\nabla y_1 = -\nabla y_4 = \nabla$	0	0	$\frac{\nabla}{4}$	$-\frac{\nabla}{4k}$	$-\frac{\nabla}{4}$	$-\frac{\nabla}{4k}$

Bei dem Fall mit vier Paßpunkten wie Fig. III.1 erhält man für die Verbesserungen und die Unbekannten

$$\underline{v} = \frac{1}{4} \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \underline{1} \quad (3.11)$$

und

$$\begin{vmatrix} a_0 \\ b_0 \\ a_1 \\ b_1 \\ c \\ d \end{vmatrix} = \frac{1}{8k} \begin{vmatrix} 2k & 0 & 2k & 0 & 2k & 0 & 2k & 0 \\ 0 & 2k & 0 & 2k & 0 & 2k & 0 & 2k \\ -1 & k & -1 & -k & 1 & k & 1 & -k \\ -k & -1 & k & -1 & -k & 1 & k & 1 \\ -1 & -k & -1 & k & 1 & -k & 1 & k \\ k & -1 & -k & -1 & k & 1 & -k & 1 \end{vmatrix} \cdot \underline{1} \quad (3.12)$$

Wenn zwei grobe Koordinatenfehler den Fällen in Tab. III.5 entsprechen, dann erhält man nach Gl. (3.11)

$$\underline{v} = \underline{0}.$$

Das heißt, daß diese zwei groben Fehler nicht durch die Verbesserungen aufgedeckt werden können. Dies ist unmittelbar anschaulich einzusehen.

Tab. III.4 zeigt auch, daß die zwei groben Koordinatenfehler von der Affin-Deformation gut trennbar sind, wenn sie in einem Paßpunkt oder in den gegenüberliegenden Paßpunkten und in verschiedenen Koordinaten vorliegen.

Folgerung:

Wenn die Helmert-Transformation mit Korrektur für die Affin-Deformation in der Photogrammetrie auf die innere Orientierung von Bildern mit 4 Bildrahmenmarken angewendet wird, muß man den oben erwähnten Fall der totalen Korrelation betrachten. In diesem Fall dürfen nicht mehrere Parameter für systematische Fehler benutzt werden, sonst wird die Trennbarkeit grober und systematischer Fehler sehr schwach bzw. unmöglich.

1.6 Trennbarkeit grober Koordinatenfehler bei der Helmert-Transformation mit vier Paßpunkten

Wenn $H_1(h_1)$ und $H_2(h_2)$ verschiedene grobe Koordinatenfehler darstellen, kann man mit demselben Verfahren die Trennbarkeit dieser groben Fehler untersuchen. Für die Helmert-Transformation mit vier Paßpunkten bekommen wir die folgenden Ergebnisse:

Aus Tab. III.1 können wir direkt für die Trennbarkeit von einzelnen groben Koordinatenfehlern entnehmen:

$$\begin{aligned}
 \rho_{\nabla x1, \nabla y1} &= \rho_{\nabla x1, \nabla y4} = \rho_{\nabla x1, \nabla x4} = \rho_{\nabla y1, \nabla x4} = \rho_{\nabla y1, \nabla y4} = 0 \\
 \rho_{\nabla x1, \nabla x2} &= \rho_{\nabla y1, \nabla y2} = \rho_{\nabla x3, \nabla x4} = \rho_{\nabla y3, \nabla y4} = -k^2/1+k^2 = -\bar{\rho}_1 \\
 \rho_{\nabla x1, \nabla y2} &= \rho_{\nabla x1, \nabla x3} = \rho_{\nabla x2, \nabla y4} = \rho_{\nabla y3, \nabla x4} = -k/1+k^2 = -\bar{\rho}_2 \\
 \rho_{\nabla x1, \nabla y3} &= \rho_{\nabla x2, \nabla y1} = \rho_{\nabla y2, \nabla x4} = \rho_{\nabla x3, \nabla y4} = k/1+k^2 = \bar{\rho}_2 \\
 \rho_{\nabla x1, \nabla x3} &= \rho_{\nabla x2, \nabla x4} = \rho_{\nabla y1, \nabla y3} = \rho_{\nabla y2, \nabla y4} = 1/1+k^2 = \bar{\rho}_3
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Es folgt daraus, daß zwei grobe Koordinatenfehler in einem Paßpunkt oder in den gegenüberliegenden Paßpunkten unbedingt mit der Trennbarkeit 100%, d. h. sehr gut getrennt werden können. Die Trennbarkeit von zwei groben Fehlern, die in benachbarten Paßpunkten vorliegen, ist vom Verhältnis k, d. h. von der Form des Rechtecks abhängig. Die Abhängigkeit der Korrelationskoeffizienten von k ist in Tab.III.6 tabelliert und in Fig.III.4 veranschaulicht.

Tab.III.6 Abhängigkeit der Trennbarkeit einzelner grober Fehler von k

k	0	0.2	0.5	1	2	5	10	∞
$\bar{\rho}_1$	0	0.04	0.20	0.50	0.80	0.96	0.99	1
$\bar{\rho}_2$	0	0.19	0.40	0.50	0.40	0.19	0.10	0
$\bar{\rho}_3$	1	0.96	0.80	0.50	0.20	0.04	0.01	0

Danach ist klar, daß die Trennbarkeit von einzelnen groben Fehlern, die in benachbarten Paßpunkten auftreten, beim Fall k=1 (d. h. quadratischem Paßpunktviereck) am günstigsten wird.

Der Fall der Trennbarkeit von je zwei groben Fehlern in verschiedenen Paßpunkten kann auch weiter untersucht werden. Die Korrelationskoeffizienten bei diesem Fall sind in Tab. III.7 in Abhängigkeit von k zusammengestellt. Die Ergebnisse zeigen, daß die in gegenüberliegenden

Paßpunkten vorliegenden groben Fehler auf jeden Fall vollständig getrennt werden können. Die Trennbarkeit grober Koordinatenfehler in benachbarten Paßpunkten hängt von dem Abstand dieser Punkte ab. Je größer der Abstand zweier Paßpunkte, desto besser ist die Trennbarkeit ihrer groben Koordinatenfehler. Die Trennbarkeit ist beim quadratischen Block ($k=1$) am besten. Wegen der Identität der globalen und der maximalen Korrelationen ist die Trennbarkeit von je zwei groben Fehlern in verschiedenen Paßpunkten von der Richtung der groben Fehler unabhängig.

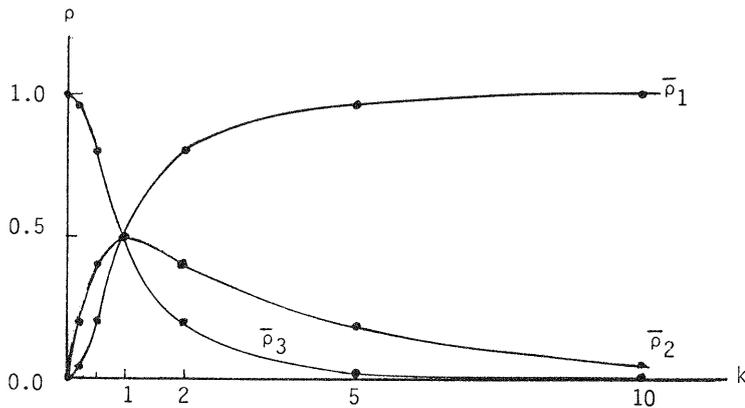


Fig.III.4 Abhängigkeit der Trennbarkeit einzelner grober Fehler vom Verhältnis k

Tab. III.7 Korrelationskoeffizienten zwischen zwei Paßpunkten mit groben Fehlern

Zwei Paßpunkte	ρ_G	ρ_{max}	k				
			0	0.5	1	2	∞
1, 2	$\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$	$\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$	0	0.447	0.707	0.894	1
1, 3	$\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$	$\frac{1}{\sqrt{1+k^2}}$	1	0.894	0.707	0.447	0
1, 4	0	0	0	0	0	0	0

2. Helmert-Transformation mit vier Doppelpaßpunkten

In der Photogrammetrie wird allgemein empfohlen, zur besseren Aufdeckbarkeit von groben Fehlern an Stelle von Einzelpunkten jeweils Punktpaare zu verwenden. Im Fall der Helmert-Transformation mit vier Doppelpaßpunkten, die schematisch in den Ecken eines Rechtecks liegen (Fig. III.5), erhält man für die Gewichtskoeffizientenmatrix der Verbesserungen

$$Q_8^{vv} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \underline{A} & \underline{0} & \underline{B} & \underline{-C} & \underline{D} & \underline{C} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{A} & \underline{C} & \underline{B} & \underline{-C} & \underline{D} & \underline{0} & \underline{0} \\ \underline{B} & \underline{C} & \underline{A} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{D} & \underline{-C} \\ \underline{-C} & \underline{B} & \underline{0} & \underline{A} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{C} & \underline{D} \\ \underline{D} & \underline{-C} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{A} & \underline{0} & \underline{B} & \underline{C} \\ \underline{C} & \underline{D} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{0} & \underline{A} & \underline{-C} & \underline{B} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{D} & \underline{C} & \underline{B} & \underline{-C} & \underline{A} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{0} & \underline{-C} & \underline{D} & \underline{C} & \underline{B} & \underline{0} & \underline{A} \end{pmatrix} \quad (3.14)$$

mit

$$\underline{A} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\underline{B} = \frac{-k^2}{1+k^2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{C} = \frac{k}{1+k^2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{D} = \frac{-1}{1+k^2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\underline{O} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

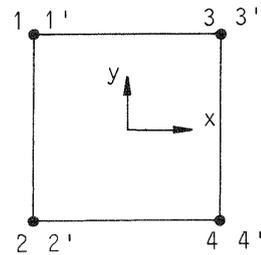


Fig. III.5 Helmert-Transformation mit vier Doppelpaßpunkten

Die zugehörigen Werte $b_{i \rightarrow v}^j P_{h_j}$ sind in Tab. III.8 zusammengestellt.

Genauso wie bei der Helmert-Transformation mit vier Einzelpaßpunkten ist die Kontrollierbarkeit der Paßpunkte beim Fall mit vier Doppelpaßpunkten auch vom Verhältnis k abhängig.

Die Korrelationskoeffizienten zwischen einem groben Koordinatenfehler und einem systematischen Fehler sind für eindimensionale Alternativen wie folgt:

$$\begin{aligned} \rho_1^j &= |\rho_{\nabla x_i, c}| = |\rho_{\nabla y_i, d}| = 1 / \sqrt{6(1+k^2)} = \rho_1 / \sqrt{3} \\ \rho_2^j &= |\rho_{\nabla x_i, d}| = |\rho_{\nabla y_i, c}| = k / \sqrt{6(1+k^2)} = \rho_2 / \sqrt{3} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Im Vergleich zu dem Fall mit vier Einzelpaßpunkten (Gl.(3.8),(3.9)) ist die Korrelation zwischen dem groben Fehler und dem systematischen Fehler beim Fall mit vier Doppelpaßpunkten ca. 1.7 mal kleiner.

Für zweidimensionale Alternativen sind die Korrelationskoeffizienten ρ_G^j und ρ_{\max}^j in Tab. III.9 und Tab. III.10 zusammengestellt.

Damit ist gezeigt, daß die maximale Korrelation zwischen zwei groben Koordinatenfehlern und der Affin-Deformation beim Fall mit vier Doppelpaßpunkten in keinem Fall mehr den Wert 1 erreicht, wie man vielleicht erwartet hätte. Der ungünstigste Fall liegt vor, wenn zwei grobe Koordinatenfehler in der gleichen Punktgruppe und in der gleichen Koordinate auftreten. In diesem Fall ist die Trennbarkeit zweier grober Koordinatenfehler von der Affin-Deformation noch immer besser als 98%.

Tab. III.8 Die Werte $h_i^i P_{ij}^i P_{jj}^i$ bei der Helmert Transformation mit vier Doppelpaßpunkten

v_{x_1}	v_{y_1}	v_{x_2}	v_{y_2}	v_{x_3}	v_{y_3}	v_{x_4}	v_{y_4}	$v_{x_1}^i$	$v_{y_1}^i$	c	d	h_i h_j
0.75	0	$\frac{-k^2}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-1}{4(1+k^2)}$	$\frac{k}{4(1+k^2)}$	0	0	-0.25	0	$\frac{-2k}{1+k^2}$	$\frac{2k^2}{1+k^2}$	v_{x_1}
	0.75	$\frac{k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k^2}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-1}{4(1+k^2)}$	0	0	0	-0.25	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$	$\frac{-2k}{1+k^2}$	v_{y_1}
		0.75	0	0	0	$\frac{-1}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k^2}{4(1+k^2)}$	$\frac{k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-2k}{1+k^2}$	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$	v_{x_2}
			0.75	0	0	$\frac{k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-1}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k^2}{4(1+k^2)}$	$\frac{2k^2}{1+k^2}$	$\frac{-2k}{1+k^2}$	v_{y_2}
				0.75	0	$\frac{-k^2}{4(1+k^2)}$	$\frac{k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-1}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k}{4(1+k^2)}$	$\frac{2k}{1+k^2}$	$\frac{2k^2}{1+k^2}$	v_{x_3}
					0.75	$\frac{-k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-k^2}{4(1+k^2)}$	$\frac{k}{4(1+k^2)}$	$\frac{-1}{4(1+k^2)}$	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$	$\frac{2k}{1+k^2}$	v_{y_3}
						0.75	0	0	0	$\frac{2k}{1+k^2}$	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$	v_{x_4}
							0.75	0	0	$\frac{2k^2}{1+k^2}$	$\frac{2k}{1+k^2}$	v_{y_4}
								0.75	0	$\frac{-2k}{1+k^2}$	$\frac{2k^2}{1+k^2}$	$v_{x_1}^i$
									0.75	$\frac{-2k^2}{1+k^2}$	$\frac{-2k}{1+k^2}$	$v_{y_1}^i$
										$\frac{32k^2}{1+k^2}$	0	c
											$\frac{32k^2}{1+k^2}$	d

Tab. III.9 Korrelationskoeffizienten zwischen zwei groben Koordinatenfehlern und zwei systematischen Fehlern (vier Doppelpaßpunkte)

Zwei grobe Fehler	M_{T_1, T_2}	ρ_G^i	ρ_{max}^i
1 v_{x_1}, v_{y_1} oder v_{x_1}, v_{y_4}	$\frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$	$\sqrt{1/6}$	$\sqrt{1/6}$
2 v_{x_1}, v_{x_4}	$\frac{1}{3(1+k^2)} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k^2 \end{vmatrix}$	$\sqrt{1/6}$	$\frac{1}{\sqrt{3(1+k^2)}}$ oder $\frac{k}{\sqrt{3(1+k^2)}}$
3 v_{x_1}, v_{x_2}	$\begin{vmatrix} \frac{1}{3+2k^2} & 0 \\ 0 & \frac{k^2}{3+4k^2} \end{vmatrix}$	$\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{3+2k^2} + \frac{k^2}{3+4k^2} \right)}$	$\frac{1}{\sqrt{3+2k^2}}$ oder $\frac{k}{\sqrt{3+4k^2}}$
4 v_{x_1}, v_{y_2} oder v_{x_1}, v_{y_3}	$\frac{1}{2(9+17k^2+9k^4)} \begin{vmatrix} 3+4k^2+3k^4 & -5k(1+k^2) \\ -5k(1+k^2) & 3+4k^2+3k^4 \end{vmatrix}$	$\sqrt{\frac{3+4k^2+3k^4}{2(9+17k^2+9k^4)}}$	$\sqrt{\frac{3+5k+4k^2+5k^3+3k^4}{2(9+17k^2+9k^4)}}$
5 v_{x_1}, v_{x_3}	$\begin{vmatrix} \frac{1}{4+3k^2} & 0 \\ 0 & \frac{k^2}{2+3k^2} \end{vmatrix}$	$\sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{4+3k^2} + \frac{k^2}{2+3k^2} \right)}$	$\frac{k}{\sqrt{2+3k^2}}$ oder $\frac{1}{\sqrt{4+3k^2}}$
6 $v_{x_1}, v_{x_1}^i$	$\frac{1}{2(1+k^2)} \begin{vmatrix} 1 & -k \\ -k & k^2 \end{vmatrix}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}$	$\sqrt{1/2}$

Tab. III.10 Abhängigkeit der Korrelationskoeffizienten ρ_G^i und ρ_{\max}^i von dem Verhältnis k (vier Doppelpaßpunkte)

		k							
		0	0.2	0.5	1.0	2	5	10	∞
1	ρ_G^i	0.41							
	ρ_{\max}^i	0.41							
2	ρ_G^i	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41	0.41
	ρ_{\max}^i	0.58	0.57	0.52	0.41	0.52	0.57	0.57	0.58
3	ρ_G^i	0.41	0.41	0.42	0.41	0.39	0.36	0.36	0.35
	ρ_{\max}^i	0.58	0.57	0.53	0.45	0.46	0.49	0.50	0.50
4	ρ_G^i	0.41	0.40	0.39	0.38	0.39	0.40	0.41	0.41
	ρ_{\max}^i	0.41	0.47	0.51	0.53	0.51	0.47	0.44	0.41
5	ρ_G^i	0.35	0.36	0.39	0.41	0.42	0.41	0.41	0.41
	ρ_{\max}^i	0.50	0.49	0.46	0.45	0.53	0.57	0.57	0.58
6	ρ_G^i	0.50							
	ρ_{\max}^i	0.71							

3. Zusammenfassung

Als einleitendes und selbständiges Beispiel zur Trennbarkeit grober Koordinatenfehler und systematischer (Affinitäts-) Fehler sind in diesem Kapitel für die Helmert-Transformation mit vier Paßpunkten die Korrelationen zwischen groben und systematischen Fehlern berechnet worden. Diese Berechnung erfolgte in folgenden Schritten:

- Berechnung der Matrix Q_{VV} (Gl. (2.5)) mit Designmatrix A und Gewichtsmatrix P ;
- Berechnung der Matrix $M_{1,2}$ (Gl. (2.40)) mit Gewichtskoeffizientenmatrix Q_{VV} , Gewichtsmatrix P und gegebenen Alternativhypothesen H_i und H_j ;
- Berechnung der globalen und maximalen Korrelationskoeffizienten zwischen groben und systematischen Fehlern sowie der ungünstigsten Richtung (Gl. (2.43), Gl. (2.58) und Gl. (2.54));
- Beurteilung der Trennbarkeit des Ausgleichungssystems.

Bei der Helmert-Transformation mit vier Paßpunkten ist nur ein einzelner grober Koordinatenfehler von der Affin-Deformation gut zu trennen. Zwei grobe Koordinatenfehler können bei einer bestimmten Geometrie (siehe Fig. III.3) durch zwei Parameter der Affin-Deformation falsch kompensiert werden. Diese totalen Korrelationen können durch die Einführung von vier Doppelpaßpunkten völlig beseitigt werden. In diesem Fall sind zwei grobe Koordinatenfehler von einer Affin-Deformation stets gut zu trennen.

IV. UNTERSUCHUNG DER TRENNBARKEIT GROBER PAßPUNKTFEHLER VON SYSTEMATISCHEN BILDFEHLERN BEI DER PHOTOGRAMMETRISCHEN BÜNDEL-BLOCKAUSGLEICHUNG

1. Einleitung

Bei der photogrammetrischen Punktbestimmung gibt es zwei wichtige Methoden zur Aerotriangulation: unabhängige Modelle und Bündelausgleichung. Die ersterwähnte wird hauptsächlich für Kartierungszwecke angewendet, wobei der Einfluß von systematischen Modellfehlern normalerweise nicht berücksichtigt wird. Die letztere wird für die hochgenaue Punktbestimmung (z. B. für die Katastervermessung) verwendet, und dabei soll der Einfluß von systematischen Fehlern berücksichtigt werden. Deswegen ist die Untersuchung der Trennbarkeit grober Fehler der Paßpunkte von systematischen Bildfehlern für die Bündelausgleichung von besonderer Bedeutung. Entsprechend beschränken sich die folgenden Untersuchungen auf die Bündelmethode.

In diesem Kapitel werden zuerst die Blockgeometrie und die Untersuchungsmethode sowie ihr Ziel gegeben. Dann berechnen wir die Matrizen $(P_{ss})_{ij}$ ($i, j=1,2$) und diskutieren damit die Kontrollierbarkeit und Trennbarkeit (Lokalisierbarkeit) von groben Fehlern, den Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die Geländekoordinaten und die Bestimmbarkeit systematischer Bildfehler bei verschiedener Geometrie.

Der Schwerpunkt dieses Kapitels ist die Untersuchung der Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern von systematischen Bildfehlern bei der Bündelblockausgleichung. Sie umfaßt die folgenden Inhalte:

- Maximale Korrelationskoeffizienten und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Paßpunktfehlern (von einzelnen Fehlern bis zu neun groben Fehlern in drei Paßpunkten) und allen bestimmbaren systematischen Bildfehlern;
- die Abhängigkeit dieser Trennbarkeit von der Bildflug- und Paßpunktanordnung sowie von der Blockgröße;
- der Einfluß der Änderung der Paßpunktgewichte auf die Trennbarkeit, und
- die Möglichkeiten zur Verbesserung der Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern.

Die Trennbarkeit grober Fehler der Bildkoordinaten von systematischen Bildfehlern wird in diesem Kapitel nur an Beispielen untersucht, um zu sehen, wie gut trennbar sie sind. Am Ende wird eine kurze Zusammenfassung gegeben.

1.1 Blockgeometrie

Um den Einfluß von Zufälligkeiten auf die Analyse der Trennbarkeit zu vermeiden und um die Korrelationskoeffizienten nach Kapitel II.2 leicht berechnen zu können, werden nachfolgend nur schematisierte Blöcke mit quadratischer Form behandelt. Den Berechnungen liegen folgende schematische Verhältnisse für Weitwinkelaufnahmen zugrunde:

Bildmaßstab	1 : m = 1 : 10.000,
Bildbasislänge bei 57% Längsüberdeckung	b = 100 mm,
Bildformat	23 x 23 cm ² ,
Kammerkonstante	c _k = 150 mm,
Verknüpfungspunkte	3 x 3 pro Bild.

Die Lagepaßpunkte wurden an den Rändern der Blöcke angeordnet. Für die Höhe sind Höhenketten vorgesehen. Der Abstand der Paßpunkte wird durch das Verhältnis i/b ausgedrückt. Das Intervall i variiert zwischen 2 bis 12 Basislängen. Um die Bestimmbarkeit von systematischen Bildfehlern zu verbessern, wurden zusätzliche Vollpaßpunkte an dem linken und rechten Rand des Blocks (E20, i = 2b) vorgesehen. Die Paßpunktanordnungen sind in Fig.IV.1 gezeigt. Die geodätischen Koordinaten der Paßpunkte wurden als fehlerbehaftete Beobachtungen betrachtet und gleichgenau mit den photogrammetrischen Koordinaten angenommen (p=1). Nur in Kapitel IV.6 ändert sich das Gewicht der Paßpunkte, um seinen Einfluß auf die Trennbarkeit grober Fehler von systematischen Bildfehlern zu untersuchen.

Um den Einfluß von Bildflughanordnungen auf die Trennbarkeit grober Fehler von systematischen Fehlern zu untersuchen, haben wir in diese Arbeit folgende Blockversionen einbezogen:

Version	Querüberdeckung	Kreuzbefliegung	Umkehrung der Flugrichtung	Anzahl der Bilder im Block
Einfachblock E20	20%	nein	ja	6 x 13
Doppelblock E60	60%	nein	ja	11 x 13
E60G	60%	nein	nein	11 x 13
D20	20%	ja	ja	2 x 6 x 13

Der Ansatz zur Korrektur von systematischen Bildfehlern folgt dem orthogonalen Polynom von **Ebner** (1976) mit 12 Parametern (siehe auch Fig.IV.2):

$$\begin{aligned}
 \Delta x &= b_1x + b_2y - b_3(2x^2-4b^2/3) + b_4xy + b_5(y^2-2b^2/3) + \\
 &\quad + b_7x(y^2-2b^2/3) + b_9(x^2-2b^2/3) + b_{11}(x^2-2b^2/3)(y^2-2b^2/3) \\
 \Delta y &= -b_1y + b_2x + b_3xy - b_4(2y^2-4b^2/3) + b_6(x^2-2b^2/3) + \\
 &\quad + b_8(x^2-2b^2/3)y + b_{10}x(y^2-2b^2/3) + b_{12}(x^2-2b^2/3)(y^2-2b^2/3)
 \end{aligned}
 \tag{4.1}$$

Dieser Ansatz von zusätzlichen Parametern gilt für die Bündelausgleichung mit 9 Verknüpfungspunkten pro Bild und ist im Rechenprogramm PAT-B verwirklicht.

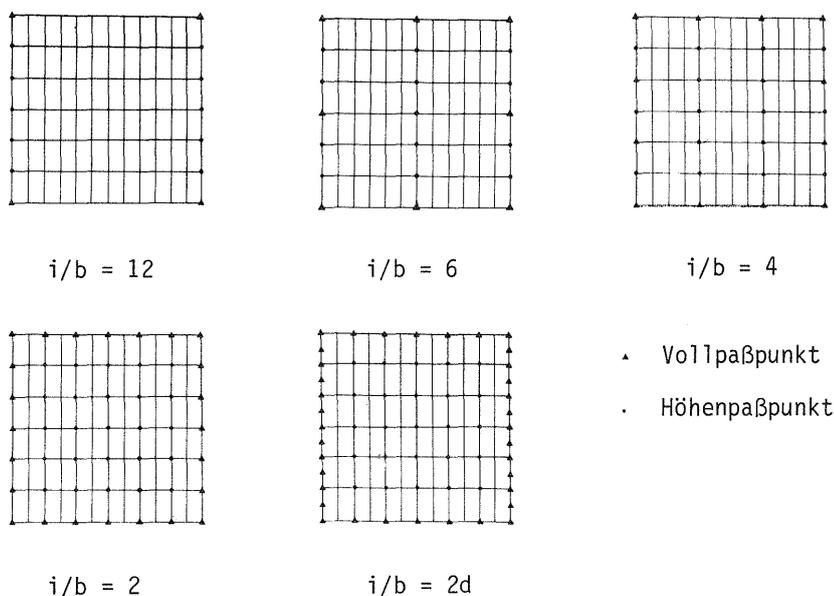


Fig. IV.1 Verschiedene Paßpunktanordnungen

1.2 Untersuchungsziel

Das Hauptziel besteht darin, die Trennbarkeit grober Fehler der Paßpunktkoordinaten von allen bestimmbar systematischen Bildfehlern für verschiedene Paßpunkt- und Bildflughanordnungen zu ermitteln. Daraus ist zu erkennen, bei welcher Geometrie grobe Fehler von systematischen Bildfehlern gut getrennt werden können.

Eine Voraussetzung für die Trennung von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern ist, daß diese systematischen Fehler bestimmbar sein müssen. Deswegen soll die Bestimmbarkeit systematischer Fehler, die durch die zusätzlichen Parameter von Ebner dargestellt werden, mit-untersucht werden.

Um die Korrelationskoeffizienten zwischen groben Fehlern und systematischen Fehlern zu erhalten, berechnen wir zuerst die Matrix $(P_{SS})_{12}$ (siehe Kapitel II.9.2.3). Davon leiten wir den Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten ab. Dies ist für die Bündelausgleichung ohne oder mit Selbstkalibrierung wesentlich.

In diesem Kapitel untersuchen wir weiterhin auch die Trennbarkeit grober Fehler der Bildkoordinaten von systematischen Bildfehlern, um zu beweisen, wie gut auch diese Fehler von einander trennbar sind.

Außerdem können wir mit der berechneten Matrix $(P_{SS})_{11}$ die Kontrollierbarkeit und Trennbarkeit (d. h. die Lokalisierbarkeit) von groben Paßpunktfehlern allein untersuchen. Dies ist für die Lokalisierung grober Fehler von großer Bedeutung. Bezüglich dieses Themas beschränken wir uns allerdings in dieser Untersuchung auf eine allgemeine Beschreibung, die in einer anderen Untersuchung eingehend diskutiert werden soll.

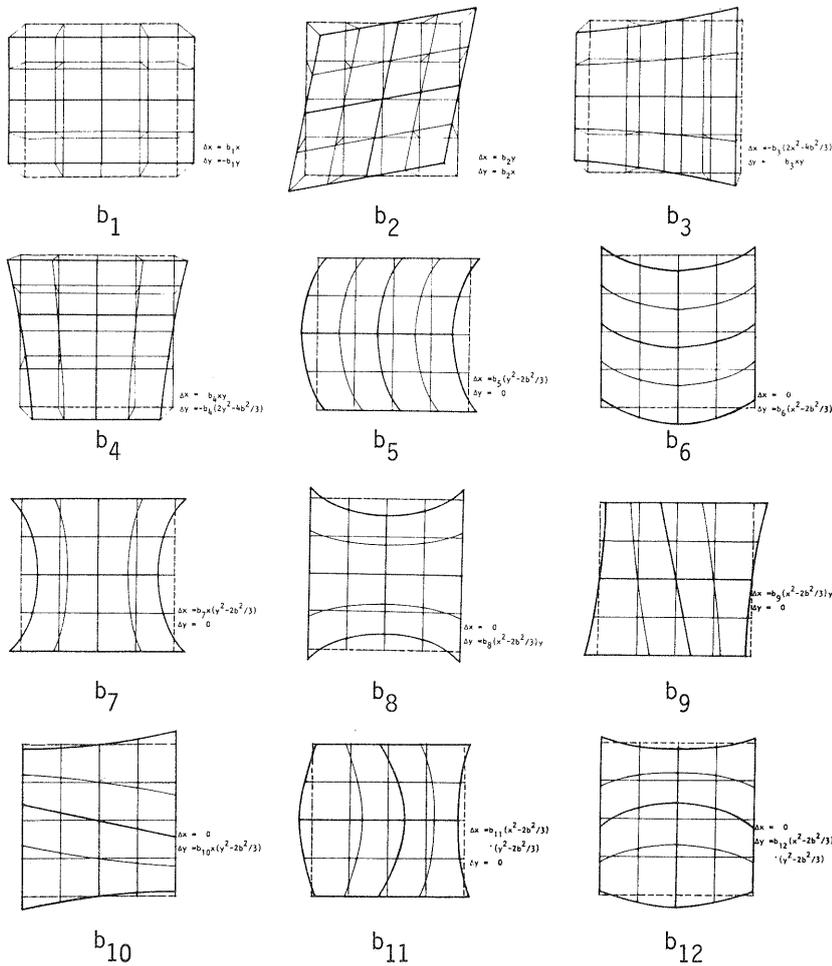


Fig. IV.2 Zusätzliche Parameter von Ebner für Bündelausgleichung

1.3 Untersuchungsmethode

Wie in Kapitel II.2 ausgeführt wurde, kann man wegen des hohen Rechenaufwandes (z.B. 1394 bzw. 2841 Beobachtungen für Block E20 bzw. für Block D20) die Kofaktormatrix Q_{VV} für die Bündelausgleichung nicht direkt berechnen. Gemäß Kapitel II.9.2 berechnen wir zunächst mit Hilfe des vorhandenen Rechenprogramms PAT-B die Matrizen $(P_{-ss})_{ij}$ ($i, j = 1, 2$), danach berechnen wir für zwei verschiedene Alternativen mit den Dimensionen von 1×1 bis 9×12 die globale Korrelation ρ_G und die maximale Korrelation $\rho_{1,2_{max}}$ (siehe Gl. 4.5)). Weitergehend bewerten wir für einzelne und mehrere grobe Fehler der Paßpunktkoordinaten die Kontrollierbarkeit und ihre Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern.

Die benutzten Formeln sind hier noch einmal zusammengestellt:

$$(P_{-ss})_{ij} = H_i^T P Q_{VV} P H_j \quad (4.2)$$

$$M_{12} = (P_{-ss})_{21} (P_{-ss})_{11}^{-1} (P_{-ss})_{12} (P_{-ss})_{22}^{-1} \quad (4.3)$$

$$\rho_G = (\rho_{T_1, T_2})^{1/2} = \left(\frac{\text{Spur}(M_{12})}{\sqrt{P_1 \cdot P_2}} \right)^{1/2} \quad (4.4)$$

$$\rho_{1,2_{max}} = \sqrt{\lambda_{\max}(M_{12})}, \quad (4.5)$$

$$\delta_{0,\rho_{12}} = k_{\rho_{12}} \cdot \delta_0 \quad (4.6)$$

wobei $k_{\rho_{12}}$ aus Tab. II.7 entnommen werden kann.

Die ungünstigste Richtung $\underline{s}_{i_{\max}}$, in der grobe Fehler die schlechteste Trennbarkeit von systematischen Fehlern haben, kann als Eigenvektor von Gl.(4.7)

$$\left[\begin{matrix} (P_{-ss})_{ii}^{-1} & (P_{-ss})_{ij} & (P_{-ss})_{jj}^{-1} & (P_{-ss})_{ji} \\ & & & \end{matrix} - \lambda_{\max}(M_{12}) I_i \right] \underline{s}_{i_{\max}} = 0 \quad (4.7)$$

bestimmt werden.

Der untere Grenzwert der inneren Zuverlässigkeit für jede bestimmte Richtung \underline{s}_i ergibt sich zu

$$\underline{\nabla}_0 s_i = \underline{s}_i \cdot \sigma_0 \cdot \delta_0 / \sqrt{\underline{s}_i^T (P_{-ss})_{ii} \underline{s}_i} \quad (4.8)$$

Der untere Grenzwert der Trennbarkeit von den in Richtung \underline{s}_i vorliegenden Fehlern und den in Richtung \underline{s}_j vorliegenden systematischen Fehlern lautet dann

$$\begin{aligned} \underline{\nabla}_0 s_{ij} &= \underline{s}_i \cdot \sigma_0 \cdot \delta_{0,\rho_{ij}} / \sqrt{\underline{s}_i^T (P_{-ss})_{ii} \underline{s}_i} \\ &= \underline{s}_i \cdot \sigma_0 \cdot \delta_0 \cdot k_{\rho_{ij}} / \sqrt{\underline{s}_i^T (P_{-ss})_{ii} \underline{s}_i} \\ &= \underline{\nabla}_0 s_i \cdot k_{\rho_{ij}} \end{aligned} \quad (4.9)$$

In der folgenden Untersuchung nehmen wir stets $|\underline{s}_i|=1$ an und definieren zwei Maße:

- Aufdeckbarkeitswert der in Richtung \underline{s}_i vorliegenden groben Fehler

$$UGWO(\underline{s}_i) = \delta_0 / \sqrt{\underline{s}_i^T (P_{-ss})_{ii} \underline{s}_i} \quad (4.10)$$

und

- Trennbarkeitswert der in Richtung \underline{s}_i vorliegenden groben Fehler von den in Richtung \underline{s}_j vorliegenden systematischen Fehlern

$$UGW(\underline{s}_i, \underline{s}_j) = \delta_0 \cdot k_{\rho_{ij}} / \sqrt{\underline{s}_i^T (P_{-ss})_{ii} \underline{s}_i} = k_{\rho_{ij}} \cdot UGWO(\underline{s}_i). \quad (4.11)$$

Nach dem maximalen Korrelationskoeffizienten teilen wir die Trennbarkeit eines Ausgleichungssystems mit p_i groben Fehlern von p_j systematischen Fehlern in drei Klassen ein:

- 1) Gute Trennbarkeit, wenn $\rho_{ij_{\max}} \leq 75\%$. Das heißt, bei $1-\gamma' = 95\%$ und $\beta'_0 \geq 80\%$ ergibt sich $UGW \leq 1.05 UGWO$. Mit anderen Worten haben die systematischen Fehler \underline{s}_j in diesem Fall keinen Einfluß auf die innere Zuverlässigkeit des Systems;
- 2) Schlechte Trennbarkeit, wenn $75\% < \rho_{ij_{\max}} \leq 100\%$. Das heißt, bei $1-\gamma' = 95\%$ und $\beta'_0 \geq 80\%$ ergibt sich $UGW > 1.05 UGWO$.
Mit anderen Worten haben die systematischen Fehler p_j einen signifikanten Einfluß auf die innere Zuverlässigkeit;
- 3) Nicht trennbar, wenn p_i mal $\rho_{ij_{\max}} = 100\%$. Das heißt, bei $1-\gamma' = 95\%$ und $\beta'_0 \geq 80\%$ sind p_i grobe Fehler nicht von p_j systematischen Fehlern trennbar.

Mit dem Trennbarkeitswert (Gl. (4.11)) ist genau angegeben, wie groß der untere Grenzwert für die in Richtung s_j vorliegenden groben Fehler ist, die durch den statistischen Test mit der Macht nicht kleiner als β_0' entschieden und mit der Wahrscheinlichkeit nicht kleiner als $1 - \gamma_0'$ von den in Richtung s_j vorliegenden systematischen Fehlern getrennt werden können.

Nach der Klassifizierung der Korrelation kann man allgemein aussagen, wie gut oder schlecht die Trennbarkeit grober Fehler von systematischen Fehlern ist. Das ist für die Planung eines Projektes von Bedeutung.

2. Berechnung der Matrix $(P_{SS})_{11}$ und die Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern untereinander

2.1 Ablaufdiagramm für die Berechnung von Matrizen $(P_{SS})_{11}$

Um die Elemente einer Matrix $(P_{SS})_{11}$ zeilenweise und automatisch zu berechnen, waren zwei Programme zu schreiben, die mit dem Programm PAT-B zusammenarbeiten. Das erste dient vor der Bündelungsausgleichung zum Anbringen eines groben Fehlers an einen bestimmten Paßpunkt. Das zweite Programm dient nach der Bündelungsausgleichung zum Ablesen der Elemente einer bestimmten Zeile der Matrix $(P_{SS})_{11}$ aus den Verbesserungen. Das Ablaufdiagramm ist in Fig. IV.3 angegeben.

2.2 Kontrollierbarkeit von mehreren groben Paßpunktfehlern

Bis heute hat man die Kontrollierbareitswerte nur für einzelne grobe Fehler berechnet (siehe Seminar, 1981). Aus der Matrix $(P_{SS})_{11}$ können wir nun die Kontrollierbareitswerte von mehreren groben Fehlern der Paßpunktkoordinaten bei verschiedenen Paßpunkt- und Bildfluganordnungen berechnen. Z. B. bekommen wir für zwei grobe Fehler in einem Lagepaßpunkt eine Kontrollierbareitsellipse. Für drei grobe Fehler in einem Vollpaßpunkt ist es entsprechend ein Kontrollierbareitsellipsoid (vgl. Gl. (4.8)). Die Kontrollierbareitswerte in extremen Richtungen (d. h. in den Richtungen der Eigenvektoren) sind für einzelne und mehrere benachbarte Paßpunkte, von der Dimension eins bis zur Dimension neun, zusammen mit ihren Trennbarkeitswerten von systematischen Bildfehlern in Anhang I zusammengestellt worden. Fig. IV.4 stellt die Kontrollierbareitsellipse vom Eck-Lagepunkt dar.

Nun vergleichen wir bei verschiedener Geometrie die maximalen Kontrollierbareitswerte für die folgenden Kombinationen, um zu sehen, wie die Kontrollierbarkeit von der Geometrie abhängt (siehe Tab. IV.1 und Fig. IV.6):

- grobe Fehler in Eck-Vollpaßpunkt 1
- grobe Fehler in Eck-Vollpaßpunkt 1 und 2
- grobe Fehler in Eck-Vollpaßpunkt 1 und 3 und
- grobe Fehler in Eck-Vollpaßpunkt 1, 2 und 3.

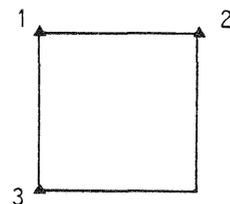


Fig. IV.5 Die beim Vergleich der Kontrollierbarkeit untersuchten Eckpaßpunkte

Fig. IV.4 Kontrollierbarkeitsellipse eines Eck-Lagepaßpunkts unter verschiedener Geometrie

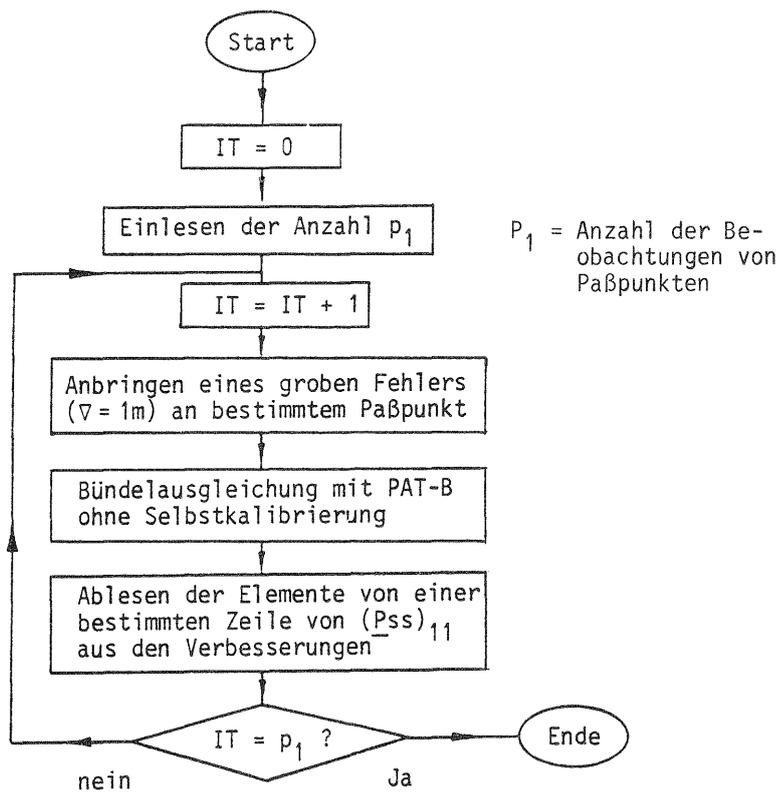
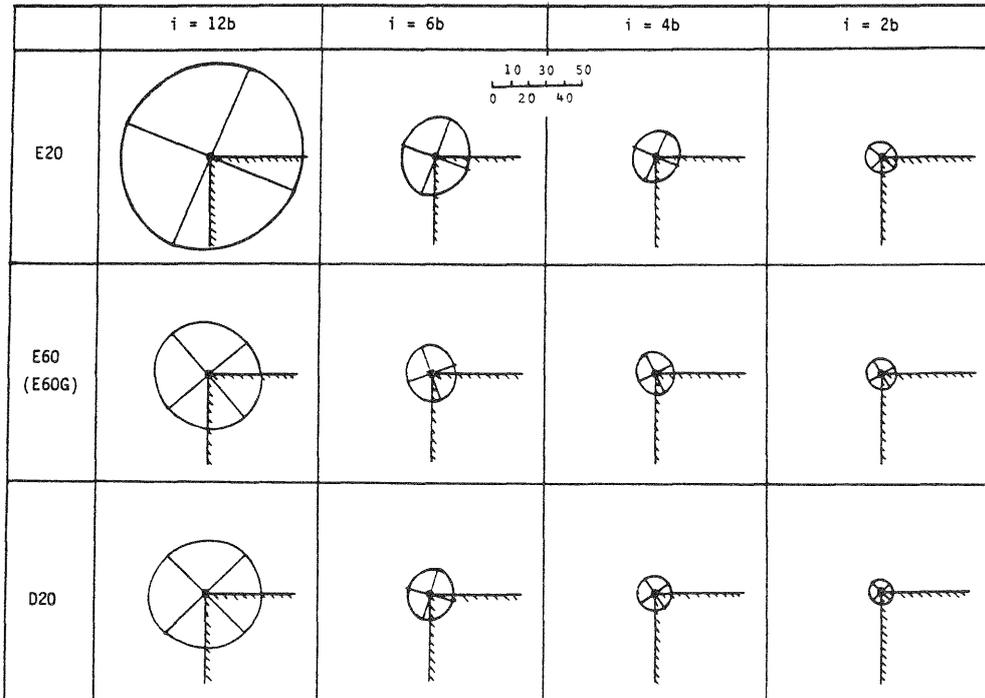


Fig. IV. 3 Flußdiagramm für die Berechnung von Matrizen $(P_{-ss})_{11}$

Tab. IV.1. Maximaler Kontrollierbarkeitswert $(UGW0)_{max}$ unter verschiedener Geometrie

		i=12b	i= 6b	i= 4b	i= 2b
Ein grober Fehler in P.P. 1	E20	54.23	23.38	17.41	12.44
	E60	30.28	15.83	13.94	11.20
	D20	31.40	14.95	12.41	9.99
P.P. 1	E20	55.13	29.52	25.80	21.21
	E60	32.20	21.84	20.59	18.49
	D20	31.77	17.95	16.06	13.47
P.P. 1,2	E20	∞	31.68	26.26	~ 21.5
	E60	64.53	22.53	20.75	~ 18.6
	D20	69.25	18.67	16.21	~ 13.6
P.P. 1,3	E20	130.53	30.37	25.93	~ 21.2
	E60	64.83	22.07	20.68	~ 18.5
	D20	69.22	18.44	16.11	~ 13.5
P.P. 1,2,3	E20	∞	31.97	26.27	~ 21.5
	E60	∞	22.75	20.80	~ 18.6
	D20	∞	18.76	16.21	~ 13.6

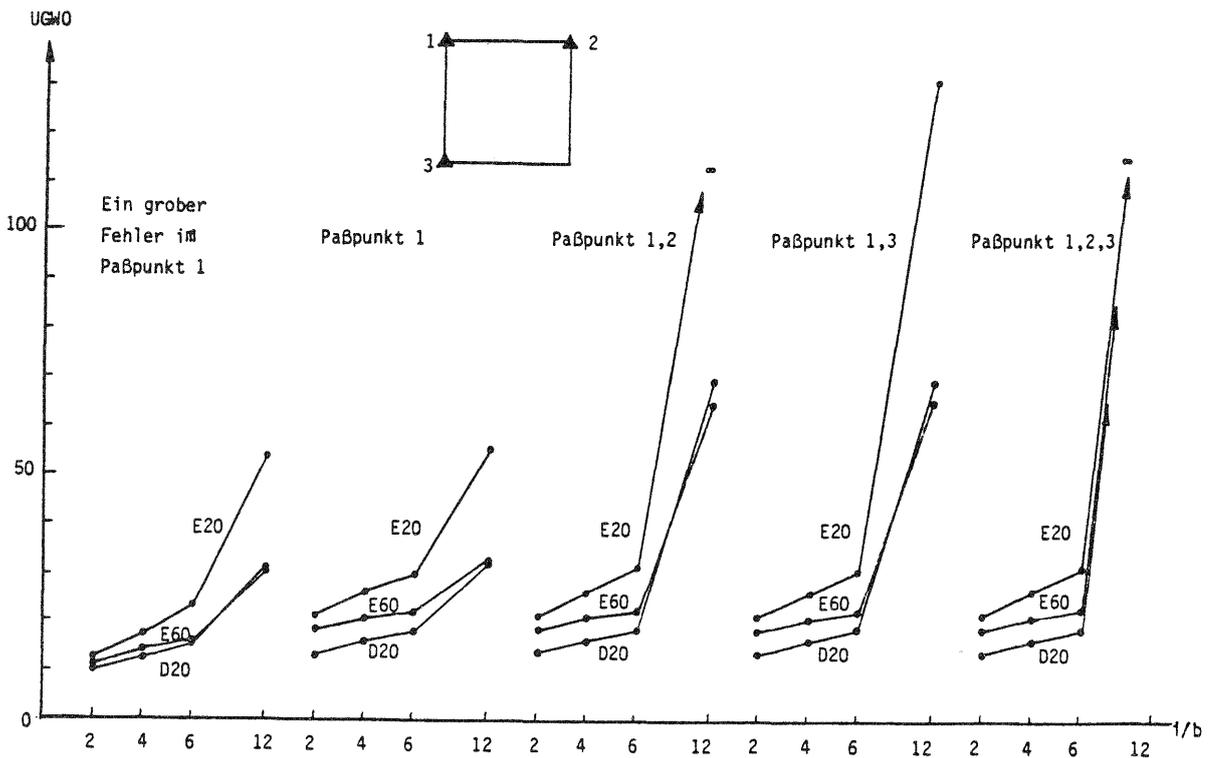


Fig. IV.6 Maximale Werte der inneren Zuverlässigkeit von Eck-Paßpunkten unter verschiedener Geometrie

Durch die Berechnung der Kontrollierbarkeitswerte von mehreren groben Fehlern bekommen wir die folgenden Ergebnisse:

- wie im Fall mit einem einzelnen groben Fehler ist die Kontrollierbarkeit mehrerer grober Fehler der Paßpunkte auch von dem Verhältnis (i/b) abhängig. Je kleiner das Intervall zwischen den Paßpunkten, desto besser die Kontrollierbarkeit.
- Durch die Kreuzbefliegung mit 20% Querüberdeckung oder die Befliegung mit 60% Querüberdeckung kann die Kontrollierbarkeit der Paßpunkte signifikant verbessert werden. Im Vergleich zum Fall mit 60% Querüberdeckung führt die Kreuzbefliegung zu einer Verbesserung der Kontrollierbarkeit von etwa 10% - 20%.
- Der maximale Wert der Kontrollierbarkeit von mehreren groben Fehlern der Paßpunkte ist erheblich größer als für einen einzelnen Fehler. Wir können aus Anhang I ersehen, daß im Fall mehrerer, in benachbarten Paßpunkten vorliegenden groben Fehlern die schlechteste Kontrollierbarkeit auftritt.
- Weil es für mehrere grobe Fehler eine große Menge von Kombinationen gibt und weil die Kontrollierbarkeitswerte von der Richtung des Vektors der verschiedenen groben Fehler abhängig sind, ist es sehr aufwendig, die Kontrollierbarkeitswerte für alle möglichen Kombinationen zu berechnen. Durch die in dieser Untersuchung durchgeführten Berechnungen können wir die folgenden empirischen Beziehungen der Kontrollierbarkeitswerte zwischen mehreren Paßpunkten und einzelnen Paßpunkten angeben, um die Kontrollierbarkeit für eine beliebige Kombination grob fehlerhafter Paßpunkte abzuschätzen.

Falls mehrere grobe Fehler die Stabilität der Lösung der Normalgleichungen nicht verändern, erhält man

$$UGWO(i_1, \dots, i_k)_{\max} \cong \begin{cases} (1-1.1) \cdot \text{Max} \{UGWO(i_1)_{\max}, \dots, UGWO(i_k)_{\max}\} \\ \quad i_1 \dots i_k \text{ für nicht benachbarte Paßpunkte} \\ A_k \cdot \text{Max} \{UGWO(i_1)_{\max}, \dots, UGWO(i_k)_{\max}\} \\ \quad \text{für benachbarte Paßpunkte} \end{cases}$$

mit

$UGWO(i_1, \dots, i_k)_{\max}$ - der maximale untere Grenzwert der verschiedenen groben Fehler in den Paßpunkten i_1, \dots, i_k

$UGWO(i_j)_{\max}$ - der maximale untere Grenzwert der groben Fehler im Paßpunkt $i_j (j=1, \dots, k)$, dessen Wert aus Anhang I entnommen werden kann

A_k - ein Koeffizient, dessen Wert für die untersuchten Blockversionen in Tab. IV.2 gezeigt wird.

- Der ungünstigste Fall für die Kontrollierbarkeit liegt vor, wenn die verschiedenen groben Fehler in den benachbarten Paßpunkten des Blockrandes auftreten.

Tab. IV.2 Koeffizienten A_k

		i = 6b		i = 4b		i = 2b	
		Lage- pp	Voll-	Lage- pp	Voll-	Lage- pp	Voll-
k = 2	E20	1.32	1.23	1.30	1.20	1.30	1.22
	E60	1.30	1.08	1.25	1.06	1.20	1.18
	D20	1.29	1.15	1.29	1.14	1.21	1.22
k = 3	E20	1.94	1.65	1.68	1.39	1.66	1.46
	E60	1.80	1.36	1.51	1.11	1.41	1.27
	D20	1.92	1.62	1.61	1.25	1.42	1.42

2.3 Trennbarkeit von groben Fehlern in Paßpunkten

Nachdem die Matrix $(P_{ss})_{11}$ berechnet worden ist, kann man daraus die Trennbarkeit (d. h. die Lokalisierbarkeit) von groben Fehlern der Paßpunkte direkt untersuchen. Weil dieses Thema nicht zu dieser Arbeit gehört, beschränken wir uns hier auf eine allgemeine Beschreibung.

Die Tab.IV.3a-3h stellen die maximalen Korrelationen und Trennbarkeiten von groben Fehlern der Paßpunkte zusammen. Fig.IV.7-1 - 7-4 beschreiben dann die Abhängigkeit der maximalen Korrelationen zwischen groben Fehlern von dem Verhältnis (i/b). Diese Ergebnisse zeigen:

- Im extremen Fall mit vier Eck-Vollpaßpunkten und Höhenpaßpunkten am linken und rechten Rand des Blocks besitzen grobe Fehler der Paßpunkte eine sehr schlechte Trennbarkeit.
- Die Trennbarkeit grober Fehler der Paßpunkte kann durch die Verkürzung des Abstandes von Paßpunkten verbessert werden. Aber wenn mehrere grobe Fehler in zwei oder mehreren Vollpaßpunkten vorliegen, muß ihr Trennbarkeitswert (d.h. ihr Lokalisierbarkeitswert) in jedem Fall signifikant größer als ihr Kontrollierbarkeitswert sein, um grobe Fehler mit der Wahrscheinlichkeit $1-\gamma' \geq 95\%$ zu trennen und um grobe Fehler mit der Macht $\beta' \geq 80\%$ aufzudecken (bei der Annahme $\alpha = 0.1\%$)
- Durch größere Querüberdeckung oder durch Kreuzbefliegung kann nicht nur die Kontrollierbarkeit, sondern auch die Trennbarkeit verbessert werden. Für die Trennbarkeit von groben Fehlern gibt es keinen großen Unterschied zwischen den beiden Maßnahmen.
- Im Vergleich zu der maximalen Korrelation zwischen groben Fehlern und systematischen Bildfehlern ist die maximale Korrelation zwischen groben Fehlern in den Paßpunkten bei den in der Praxis angewandten Blockversionen (i/b=2 - 6) immer größer (vgl. Fig.IV.7-2, 7-4 und Fig. IV.14-1, 14-2). Das bedeutet, daß ein Ausgleichssystem systematische Bildfehler aufdecken kann, wenn es für grobe Fehler trennbar ist. In diesem Sinn ist es wertvoll, weitere Untersuchungen zur Trennbarkeit von groben Fehlern durchzuführen.
- Der ungünstigste Fall für die Trennbarkeit liegt vor, wenn die verschiedenen groben Fehler jeweils in den übernächsten Paßpunkten des Randes auftreten.

Tab. IV.3a Maximale Korrelation und Trennbarkeit von einzelnen groben Fehlern in Lagepaßpunkten (1x1)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	0.76	0.64	0.60	0.48	0.50
	schlecht	gut	gut	gut	gut
E60 (E60G)	0.73	0.58	0.50	0.41	oben: ρ_{max} unten: Trennbarkeit
	gut	gut	gut	gut	
D20	0.75	0.59	0.53	0.39	
	gut	gut	gut	gut	

Tab. IV.3c Maximale Korrelation Und Trennbarkeit von groben Fehlern in einzelnen Lagepaßpunkten (2x2)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	0.85	0.65	0.62	0.57	0.62
	schlecht	gut	gut	gut	gut
E60 (E60G)	0.78	0.61	0.55	0.47	oben: ρ_{max} unten: Trennbarkeit
	schlecht	gut	gut	gut	
D20	0.80	0.60	0.56	0.51	
	schlecht	gut	gut	gut	

Tab. IV.3b Maximale Korrelation und Trennbarkeit von einzelnen groben Fehlern in Höhenpaßpunkten (1x1)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	1.00	0.70	0.64	0.62	0.52
	nicht	gut	gut	gut	gut
E60 (E60G)	0.69	0.62	0.54	0.45	oben: ρ_{max} unten: Trennbarkeit
	gut	gut	gut	gut	
D20	0.73	0.63	0.58	0.51	
	gut	gut	gut	gut	

Tab. IV.3d Maximale Korrelation und Trennbarkeit von groben Fehlern in einzelnen Vollpaßpunkten (3x3)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	1.00	0.74	0.73	0.70	0.66
	nicht	gut	gut	gut	gut
E60 (E60G)	0.79	0.61	0.57	0.58	oben: ρ_{max} unten: Trennbarkeit
	schlecht	gut	gut	gut	
D20	0.80	0.62	0.61	0.59	
	schlecht	gut	gut	gut	

Tab.IV.3e Maximale Korrelation und Trennbarkeit grober Fehler in zwei Lagepaßpunkten von groben Fehlern in anderem Lagepaßpunkt (4x2)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	1.00	0.84	0.82	0.72	0.75
	nicht	schlecht	schlecht	gut	gut
E60 (E60G)	1.00	0.80	0.76	0.61	oben: ρ_{max}
	nicht	schlecht	schlecht	gut	unten: Trennbarkeit
D20	1.00	0.82	0.79	0.64	
	nicht	schlecht	schlecht	gut	

Tab.IV.3g Maximale Korrelation und Trennbarkeit von groben Fehlern in zwei Lagepaßpunkten (4x4)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	1.00	0.92	0.88	0.86	0.78
	nicht	schlecht	schlecht	schlecht	schlecht
E60 (E60G)	1.00	0.87	0.82	0.78	oben: ρ_{max}
	nicht	schlecht	schlecht	schlecht	unten: Trennbarkeit
D20	1.00	0.90	0.86	0.80	
	nicht	schlecht	schlecht	schlecht	

Tab.IV.3f Maximale Korrelation und Trennbarkeit grober Fehler in zwei Höhenpaßpunkten von grobem Fehler in anderem Höhenpaßpunkt (2x1)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	1.00	1.00	0.86	0.75	0.66
	nicht	nicht	schlecht	gut	gut
E60 (E60G)	0.81	0.71	0.56	0.53	oben: ρ_{max}
	schlecht	gut	gut	gut	unten: Trennbarkeit
D20	0.84	0.75	0.59	0.53	
	schlecht	gut	gut	gut	

Tab.IV.3h Maximale Korrelation und Trennbarkeit von groben Fehlern in zwei Vollpaßpunkten (6x6)

i/b=	12	6	4	2	2d
E20	1.00	1.00	1.00	0.88	0.85
	nicht	nicht	nicht	schlecht	schlecht
E60 (E60G)	1.00	0.87	0.82	0.79	oben: ρ_{max}
	nicht	schlecht	schlecht	schlecht	unten: Trennbarkeit
D20	1.00	0.91	0.86	0.82	
	nicht	schlecht	schlecht	schlecht	

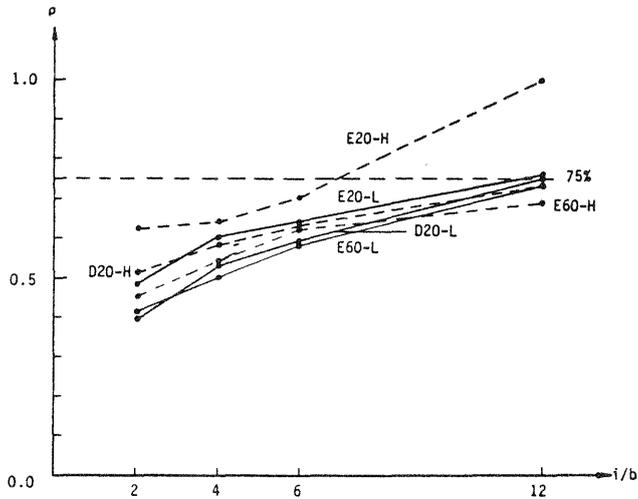


Fig. IV.7-1 Maximale Korrelation zwischen einzelnen groben Fehlern in Lage- bzw. Höhenpaßpunkten

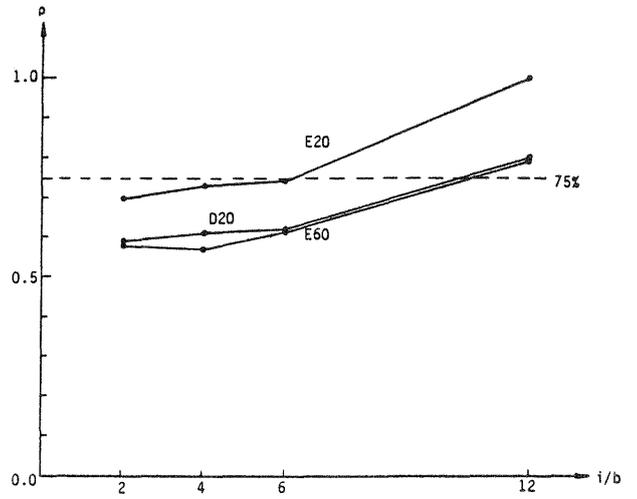


Fig. IV.7-2 Maximale Korrelation zwischen mehreren groben Fehlern in verschiedenen Paßpunkten

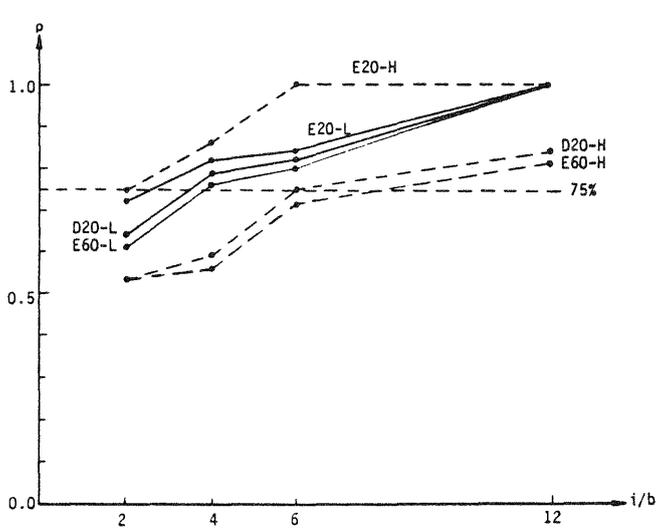


Fig. IV.7-3 Maximale Korrelation zwischen groben Fehlern in zwei Lage- bzw. Höhenpaßpunkten und groben Fehlern in einem anderen Lage- bzw. Höhenpaßpunkt

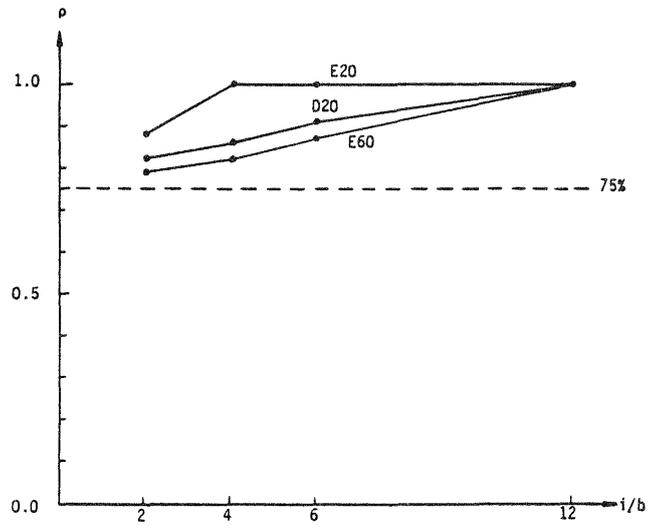


Fig. IV.7-4 Maximale Korrelation zwischen groben Fehlern in je zwei verschiedenen Paßpunkten

3. Berechnung der Matrix $(\underline{P}_{ss})_{12}$ und Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten

3.1 Ablaufdiagramm für die Berechnung der Matrizen $(\underline{P}_{ss})_{12}$

Die Matrix $(\underline{P}_{ss})_{12}$ wird hier dadurch spaltenweise berechnet, daß je eine Bündelausgleichung ohne Selbstkalibrierung für die synthetischen Daten mit einem bestimmten überlagerten systematischen Fehler, der als Blockinvariante durch den zusätzlichen Parameter (Ansatz von Ebner) beschrieben wird. Danach entnehmen wir aus den Verbesserungen die Elemente für eine Spalte der Matrix $(\underline{P}_{ss})_{12}$ und gleichzeitig bekommen wir auch den Einfluß eines einzelnen systematischen Bildfehlers auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten. Aus dieser Idee ergibt sich das Ablaufdiagramm (vgl. Fig.IV.8) für die Berechnung der Matrix $(\underline{P}_{ss})_{12}$.

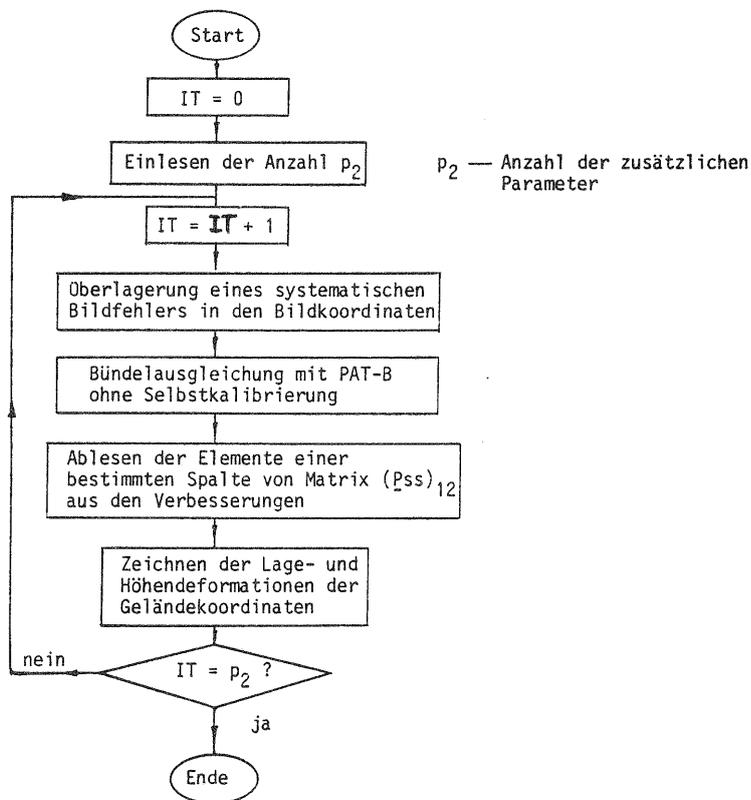


Fig. IV.8. Flußdiagramm für die Berechnung der Matrix $(\underline{P}_{ss})_{12}$

3.2 Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten

Vor mehr als 10 Jahren haben Kubik u. a. (1972) den Einfluß von vier schematisch angenommenen systematischen Fehlern auf die Ergebnisse der Aerotriangulation untersucht. Hier können wir bei der Berechnung der Matrix $(\underline{P}_{ss})_{12}$ den Einfluß der systematischen Bildfehler untersuchen, die durch 12 zusätzliche Parameter des Ansatzes von Ebner (vgl. Fig. IV.2) dargestellt werden. Dadurch können wir in Erfahrung bringen, wie einzelne systematische Bildfehler unter verschiedenen Paßpunkt- und Bildfluganordnungen die Ergebnisse der Bündelausgleichung beeinflussen und wie man den Einfluß systematischer Bildfehler wirksam kompensieren kann.

Zur Beurteilung des Einflusses systematischer Bildfehler auf die Ergebnisse definieren wir zunächst Einflußfaktoren:

$$\begin{aligned} k_{b_i}^{\sigma} &= \Delta\sigma/b_i \\ k_{b_i}^{XY} &= \Delta\mu_{XY}/b_i \end{aligned} \quad (4.13)$$

$$k_{b_i}^Z = \Delta\mu_Z / b_i$$

mit $k_{b_i}^{\sigma}$ - der Einflußfaktor des systematischen Bildfehlers b_i auf den Gewichtseinheitsfehler;

$k_{b_i}^{XY}$ bzw. $k_{b_i}^Z$ - der Einflußfaktor des systematischen Bildfehlers b_i auf die Lage- bzw. Höhenkoordinaten der Geländepunkte;

$\Delta\sigma$ - Veränderung des Gewichtseinheitsfehlers, verursacht von dem systematischen Bildfehler b_i ;

$\Delta\mu_{XY}$ bzw. $\Delta\mu_Z$ - Mittlerer Fehler der Lage bzw. Höhendeformationen, verursacht vom systematischen Bildfehler b_i .

Die Tab. IV.4a - 4c stellen den Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die Ergebnisse zusammen. Die Fig. IV.9-1 - 9-4 zeigen die Abhängigkeit dieses Einflusses von Paßpunktanordnungen bei verschiedenen Bildfluganordnungen. Die Lage- und Höhendeformationen, die von einzelnen systematischen Bildfehlern verursacht werden, sind in Anhang II vollständig zusammengestellt. Daraus ergeben sich die folgenden Erkenntnisse:

- 1) Der Einfluß einzelner systematischer Bildfehler ist unter verschiedenen Paßpunkt- und Bildfluganordnungen ganz unterschiedlich.
- 2) Im einfachen Bündelblock mit 20 % Querüberdeckung (E20) kann man den Einfluß der Parameter b_4 , b_5 , b_7 und b_{11} nicht durch Reduktion des Abstandes der Paßpunkte verringern. Um diese Typen von systematischen Bildfehlern zu kompensieren, muß eine Mehrfachbefliegung verwendet werden (siehe Thomas, 1977).
- 3) Im Bündelblock mit 60 % Querüberdeckung (E60 und E60G) ist der Einfluß der systematischen Bildfehler b_3 , b_4 , b_5 , b_6 , b_{11} und b_{12} von der Flugrichtung abhängig. Die anderen systematischen Fehler haben in beiden Fällen den gleichen Einfluß.
- 4) Im Bündelblock mit Kreuzbefliegung (jede Befliegung für sich nur 20 % Querüberdeckung) haben die systematischen Bildfehler auf die Lagekoordinaten einen sehr kleinen Einfluß. Z. B. gilt beim Fall D20 mit $i = 6b$ für den maximalen Einflußfaktor $k_{b_4}^{XY} = 0.73$. Unter dem Gesichtspunkt der Kompensation systematischer Bildfehler ist die Kreuzbefliegung mit 20 % Querüberdeckung deutlich besser als die Befliegung mit 60 % Querüberdeckung.

b ₁		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z
E20	k _s	0.08	2.49	0.77	0.27	2.51	1.53	0.42	2.11	1.48	0.61	1.26	0.98	0.62	1.20	1.08
	k _{max}		6.66	1.17		7.09	4.00		6.49	4.60		3.98	2.57		4.15	2.77
E60	k _s	0.08	2.51	0.64	0.22	2.63	1.44	0.30	2.36	1.37	0.44	1.79	0.89			
	k _{max}		6.90	1.35		7.65	3.98		7.39	4.41		5.08	2.74			
E60G	k _s	0.08	2.51	0.64	0.22	2.63	1.44	0.30	2.36	1.37	0.44	1.79	0.89			
	k _{max}		6.90	1.35		7.65	3.98		7.39	4.41		5.08	2.74			
D20	k _s	0.75	0.51	12.47	0.75	0.28	0.91	0.74	0.25	0.95	0.73	0.24	1.09			
	k _{max}		1.67	18.62		1.01	1.47		0.89	1.83		0.83	1.61			
	NRES		165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b ₂		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z												
E20	k _s	0.09	2.56	0.08	0.32	2.64	0.89	0.50	2.02	0.51	0.67	1.26	0.13	0.70	1.13	0.22
	k _{max}		6.56	0.14		6.58	2.63		4.78	1.82		3.11	0.76		3.32	1.00
E60	k _s	0.08	2.51	0.14	0.23	2.53	0.54	0.33	2.18	0.34	0.46	1.63	0.15			
	k _{max}		6.36	0.34		6.22	1.65		5.18	1.30		3.84	0.86			
E60G	k _s	0.08	2.51	0.14	0.23	2.53	0.54	0.33	2.18	0.34	0.46	1.63	0.15			
	k _{max}		6.36	0.34		6.22	1.65		5.18	1.30		3.84	0.86			
D20	k _s	0.82	0.19	0.16	0.81	0.12	0.16	0.81	0.10	0.14	0.79	0.09	0.14			
	k _{max}		0.53	0.64		0.38	0.63		0.33	0.59		0.32	0.54			
	NRES		165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b ₃		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z												
E20	k _s	1.10	0.83	0.72	1.08	0.58	0.62	1.06	0.45	0.59	1.01	0.18	0.60	0.98	0.06	0.12
	k _{max}		2.24	1.77		2.12	1.76		1.64	1.79		0.85	1.90		0.65	0.52
E60	k _s	0.88	1.10	0.43	0.88	0.28	0.39	0.87	0.17	0.34	0.86	0.09	0.35			
	k _{max}		2.69	1.14		0.89	1.24		0.66	1.22		0.41	1.17			
E60G	k _s	0.88	1.72	0.41	0.88	0.57	0.27	0.87	0.38	0.20	0.86	0.20	0.16			
	k _{max}		4.20	1.43		2.29	1.17		1.81	1.06		1.19	0.87			
D20	k _s	0.88	0.24	0.25	0.88	0.26	0.27	0.87	0.34	0.26	0.85	0.14	0.29			
	k _{max}		0.77	0.66		0.84	0.74		0.98	0.67		0.49	0.64			
	NRES		165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b ₄		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z												
E20	k _s	0.003	1.09	0.00	0.003	1.11	0.00	0.003	1.12	0.00	0.003	1.16	0.00	0.23	1.07	0.11
	k _{max}		2.25	0.00		2.25	0.00		2.25	0.00		2.25	0.00		2.27	0.44
E60	k _s	0.001	1.09	0.00	0.001	1.11	0.00	0.002	1.12	0.00	0.002	1.17	0.00			
	k _{max}		2.25	0.00		2.26	0.00		2.26	0.00		2.26	0.00			
E60G	k _s	0.86	1.76	0.72	0.86	1.17	0.77	0.86	0.90	0.62	0.84	0.63	0.48			
	k _{max}		4.70	2.52		4.21	2.66		3.59	2.46		2.53	2.00			
D20	k _s	0.65	0.65	1.53	0.65	0.73	1.05	0.65	0.70	1.46	0.65	0.65	0.22			
	k _{max}		1.45	3.32		1.76	3.07		1.81	3.39		1.36	0.63			
	NRES		165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

Tab.IV.4a Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die Ergebnisse unter verschiedener Geometrie (Parameter b₁ - b₄)

b ₅		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z												
E20	k _s	0.00	0.73	0.00	0.00	0.74	0.00	0.00	0.75	0.00	0.00	0.78	0.00	0.17	0.74	0.02
	k _{max}		1.50	0.00		1.50	0.00		1.50	0.00		1.50	0.00		1.53	0.24
E60	k _s	0.00	0.73	0.00	0.00	0.74	0.00	0.00	0.75	0.00	0.00	0.78	0.00			
	k _{max}		1.50	0.00		1.50	0.00		1.50	0.00		1.50	0.00			
E60G	k _s	0.70	4.19	0.50	0.71	1.01	0.31	0.70	0.68	0.18	0.70	0.47	0.09			
	k _{max}		8.82	1.34		2.72	0.83		1.90	0.65		1.04	0.37			
D20	k _s	0.51	0.59	0.50	0.51	0.60	0.52	0.51	0.62	0.52	0.50	0.63	0.57			
	k _{max}		1.60	1.48		1.56	1.47		1.41	1.40		1.42	1.35			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b ₆		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z												
E20	k _s	0.81	1.54	2.95	0.83	1.13	0.95	0.83	0.90	0.58	0.82	0.20	0.10	0.79	0.10	0.11
	k _{max}		6.32	5.58		5.05	1.98		3.38	1.43		0.91	0.32		0.61	0.46
E60	k _s	0.74	0.63	0.14	0.73	0.20	0.11	0.73	0.12	0.07	0.72	0.06	0.07			
	k _{max}		1.62	0.33		0.61	0.33		0.42	0.18		0.31	0.29			
E60G	k _s	0.71	1.00	1.39	0.71	0.68	0.78	0.70	0.45	0.55	0.69	0.22	0.27			
	k _{max}		2.62	2.86		2.03	1.99		1.77	1.76		1.15	1.18			
D20	k _s	0.70	0.46	0.51	0.69	0.53	0.42	0.69	0.66	0.61	0.69	0.12	0.05			
	k _{max}		1.84	2.04		2.03	1.55		2.23	2.25		0.53	0.27			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b ₇		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z
E20	k _s	0.03	0.88	1.45	0.10	1.03	1.54	0.15	0.74	1.58	0.22	0.45	1.64	0.24	0.43	1.56
	k _{max}		2.35	2.20		2.51	2.40		2.30	2.29		1.41	2.18		1.40	2.06
E60	k _s	0.50	3.93	6.18	0.54	1.20	2.36	0.56	0.64	1.53	0.56	0.23	0.86			
	k _{max}		7.82	16.85		3.29	6.86		2.20	4.32		1.04	2.43			
E60G	k _s	0.50	3.96	6.23	0.54	1.21	2.36	0.56	0.64	1.53	0.56	0.23	0.86			
	k _{max}		7.91	17.01		3.30	6.85		2.20	4.32		1.04	2.43			
D20	k _s	0.36	0.64	19.77	0.39	0.21	2.31	0.39	0.14	1.67	0.39	0.11	1.40			
	k _{max}		1.74	28.27		0.71	4.24		0.51	3.13		0.39	2.48			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b ₈		i=12b			i= 6b			i= 4b			i= 2b			i= 2d		
		σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z	σ	XY	Z
E20	k _s	0.21	0.88	59.58	0.63	0.27	4.35	0.64	0.20	2.46	0.64	0.10	0.53	0.61	0.10	0.56
	k _{max}		2.35	81.37		0.72	6.55		0.61	4.02		0.27	1.11		0.26	1.16
E60	k _s	0.17	0.89	59.52	0.50	0.29	4.43	0.51	0.22	2.42	0.52	0.10	0.65			
	k _{max}		2.44	81.44		0.82	6.65		0.65	4.02		0.38	1.16			
E60G	k _s	0.17	0.89	59.52	0.50	0.29	4.43	0.51	0.22	2.42	0.52	0.10	0.65			
	k _{max}		2.44	81.44		0.82	6.65		0.65	4.02		0.38	1.16			
D20	k _s	0.44	1.22	38.76	0.53	0.28	2.91	0.54	0.13	1.58	0.54	0.09	0.39			
	k _{max}		3.08	55.35		1.02	4.83		0.58	2.99		0.21	0.78			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

Tab.IV.4b Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die Ergebnisse unter verschiedener Geometrie (Parameter b₅ - b₈)

b_9		$i=12b$			$i= 6b$			$i= 4b$			$i= 2b$			$i= 2d$		
		σ	XY	Z												
E20	k_s	0.76	0.54	0.36	0.75	0.22	0.42	0.73	0.13	0.24	0.70	0.06	0.12	0.67	0.04	0.10
	k_{max}		1.28	0.79		0.84	0.91		0.66	0.64		0.34	0.58		0.26	0.55
E60	k_s	0.59	0.77	0.55	0.59	0.29	0.49	0.59	0.18	0.46	0.58	0.08	0.40			
	k_{max}		1.58	2.17		0.92	2.12		0.78	2.06		0.55	1.91			
E60G	k_s	0.59	0.77	0.55	0.59	0.29	0.49	0.59	0.18	0.46	0.58	0.08	0.40			
	k_{max}		1.58	2.17		0.92	2.12		0.78	2.06		0.55	1.91			
D20	k_s	0.60	0.33	0.30	0.60	0.12	0.34	0.59	0.07	0.18	0.58	0.04	0.04			
	k_{max}		0.73	0.95		0.40	1.02		0.25	0.74		0.23	0.13			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b_{10}		$i=12b$			$i= 6b$			$i= 4b$			$i= 2b$			$i= 2d$		
		σ	XY	Z												
E20	k_s	0.70	1.00	1.36	0.69	0.64	1.20	0.68	0.45	0.76	0.65	0.26	0.30	0.63	0.06	0.22
	k_{max}		2.71	4.01		2.29	3.56		1.94	2.68		1.33	1.41		0.53	1.03
E60	k_s	0.59	0.96	0.95	0.58	0.56	0.87	0.58	0.40	0.76	0.57	0.18	0.58			
	k_{max}		2.50	3.14		2.13	3.07		1.82	2.94		1.16	2.51			
E60G	k_s	0.59	0.96	0.95	0.58	0.56	0.87	0.58	0.40	0.76	0.57	0.18	0.58			
	k_{max}		2.50	3.14		2.13	3.07		1.82	2.94		1.16	2.51			
D20	k_s	0.57	0.16	0.18	0.57	0.18	0.18	0.57	0.17	0.12	0.56	0.16	0.09			
	k_{max}		0.52	0.55		0.52	0.54		0.53	0.46		0.52	0.33			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b_{11}		$i=12b$			$i= 6b$			$i= 4b$			$i= 2b$			$i= 2d$		
		σ	XY	Z												
E20	k_s	0.62	0.34	0.87	0.61	0.29	0.89	0.60	0.29	0.91	0.57	0.28	0.96	0.58	0.01	0.02
	k_{max}		1.47	3.19		1.55	3.16		1.42	3.17		1.40	3.08		0.27	0.36
E60	k_s	0.50	0.48	0.60	0.50	0.30	0.62	0.50	0.26	0.54	0.49	0.22	0.50			
	k_{max}		1.39	1.97		1.24	1.95		1.17	1.91		1.03	1.81			
E60G	k_s	0.53	0.10	0.13	0.52	0.06	0.13	0.52	0.06	0.12	0.51	0.04	0.12			
	k_{max}		0.44	0.62		0.40	0.61		0.38	0.60		0.32	0.58			
D20	k_s	0.51	0.17	0.37	0.51	0.17	0.38	0.50	0.18	0.39	0.49	0.18	0.42			
	k_{max}		0.66	0.97		0.65	0.97		0.66	0.95		0.64	0.94			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

b_{12}		$i=12b$			$i= 6b$			$i= 4b$			$i= 2b$			$i= 2d$		
		σ	XY	Z												
E20	k_s	0.66	0.05	0.12	0.64	0.05	0.07	0.63	0.06	0.06	0.60	0.06	0.06	0.58	0.02	0.07
	k_{max}		0.23	0.32		0.28	0.27		0.27	0.24		0.27	0.23		0.14	0.28
E60	k_s	0.52	0.07	0.06	0.51	0.08	0.03	0.51	0.09	0.03	0.50	0.09	0.03			
	k_{max}		0.27	0.19		0.30	0.15		0.30	0.12		0.30	0.11			
E60G	k_s	0.52	0.10	0.45	0.52	0.04	0.16	0.52	0.03	0.10	0.51	0.02	0.04			
	k_{max}		0.18	0.79		0.14	0.30		0.12	0.21		0.13	0.11			
D20	k_s	0.52	0.06	0.16	0.51	0.04	0.09	0.51	0.06	0.12	0.50	0.03	0.06			
	k_{max}		0.22	0.48		0.17	0.29		0.21	0.40		0.10	0.16			
NRES			165	155		161	148		157	141		145	120		133	108

Tab.IV.4c Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die Ergebnisse unter verschiedener Geometrie (Parameter $b_9 - b_{12}$)

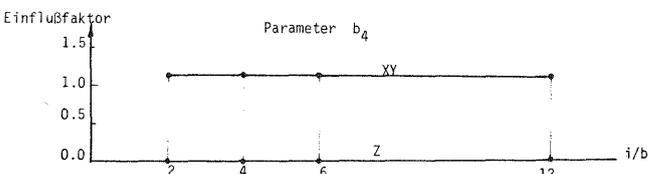
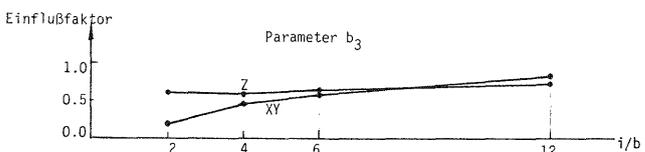
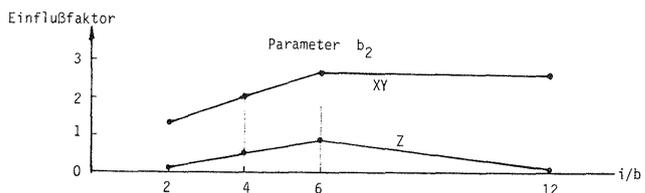
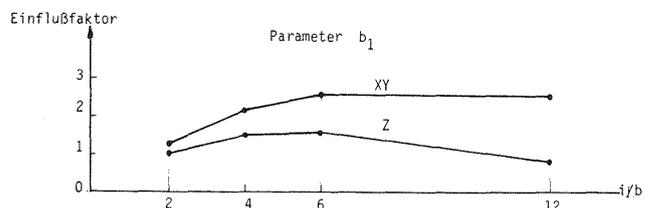


Fig. IV.9-1a Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E20, q=20%)

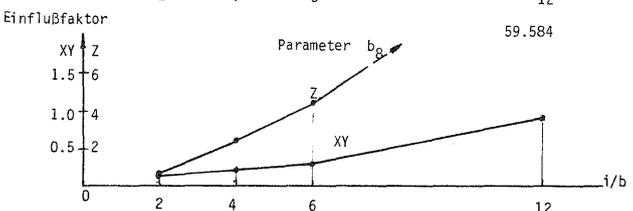
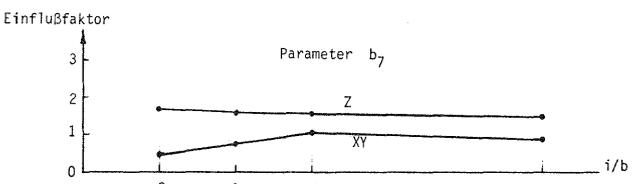
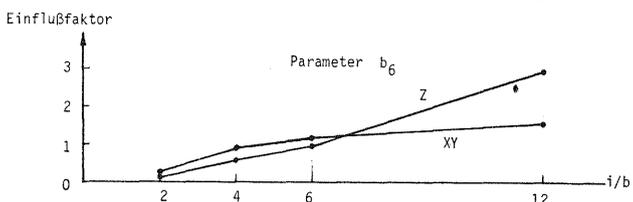
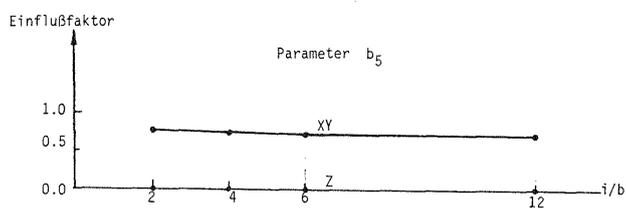


Fig. IV.9-1b Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E20, q=20%)

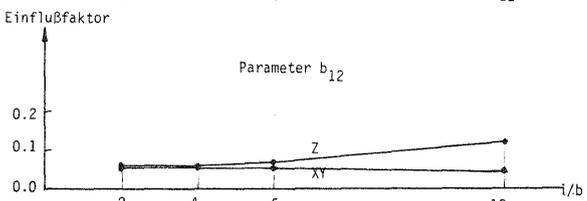
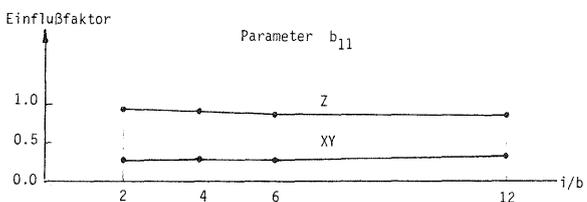
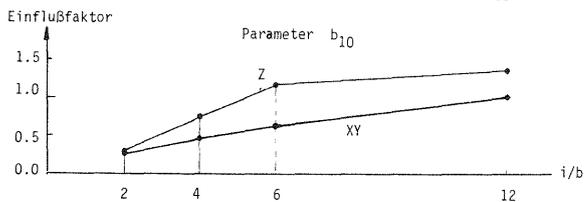
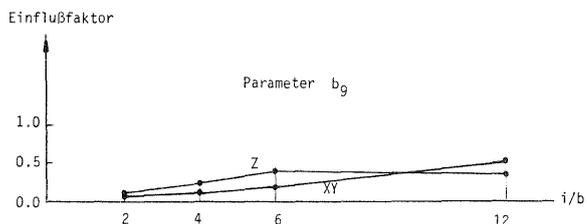


Fig. IV.9-1c Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E20, q=20%)

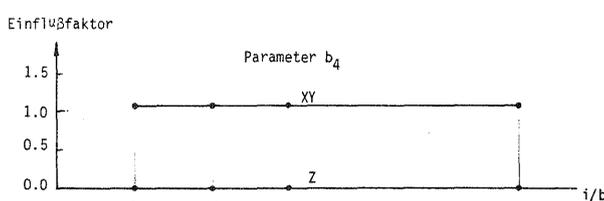
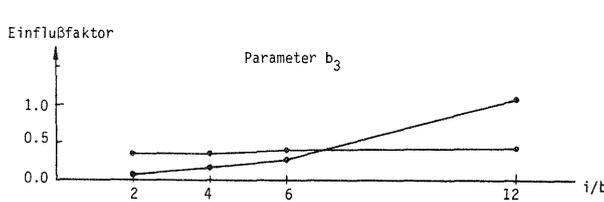
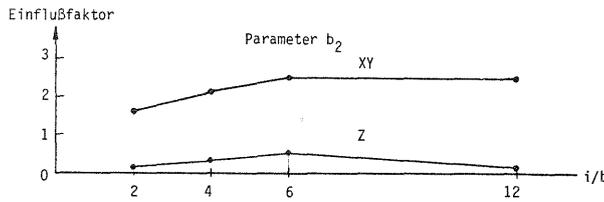
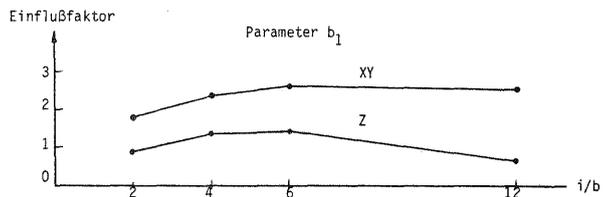


Fig. IV.9-2a Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E60, q=60%)

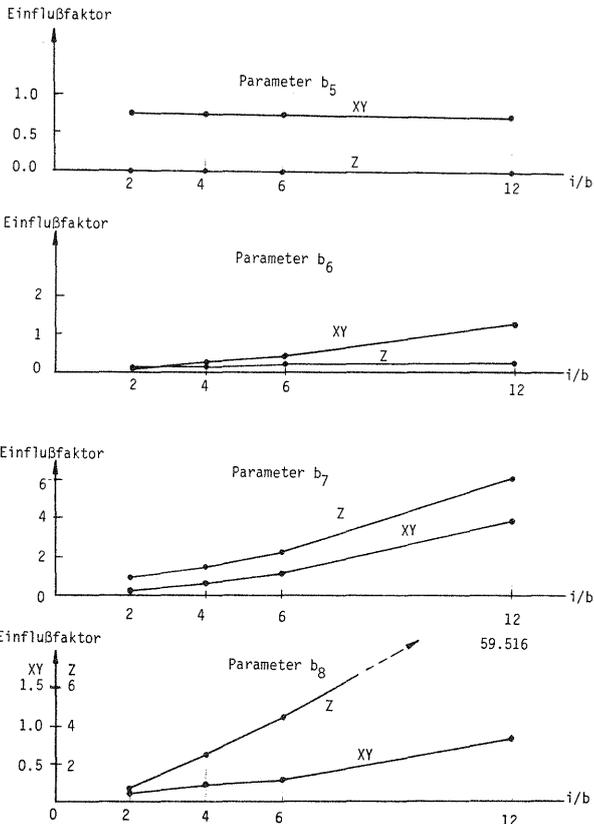


Fig. IV.9-2b Einfluss einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E60, q=60%)

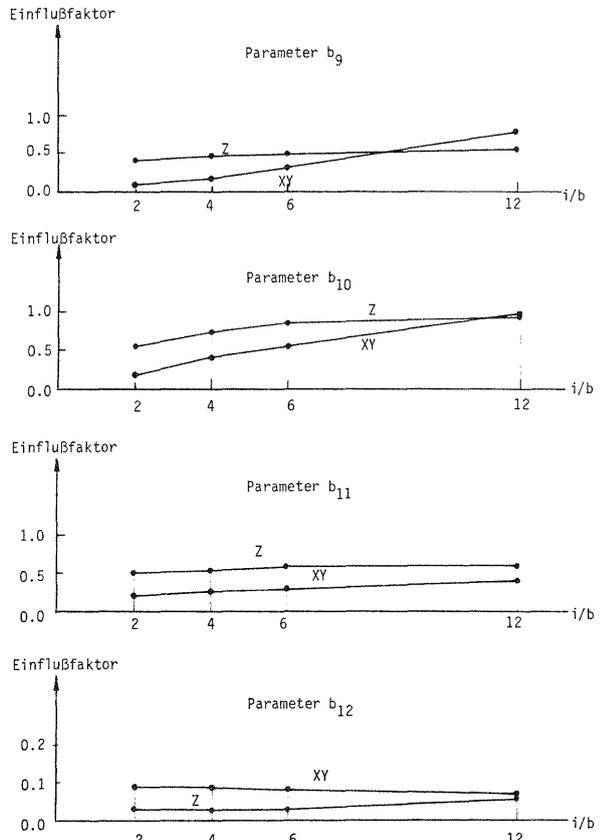


Fig. IV.9-2c Einfluss einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E60, q=60%)

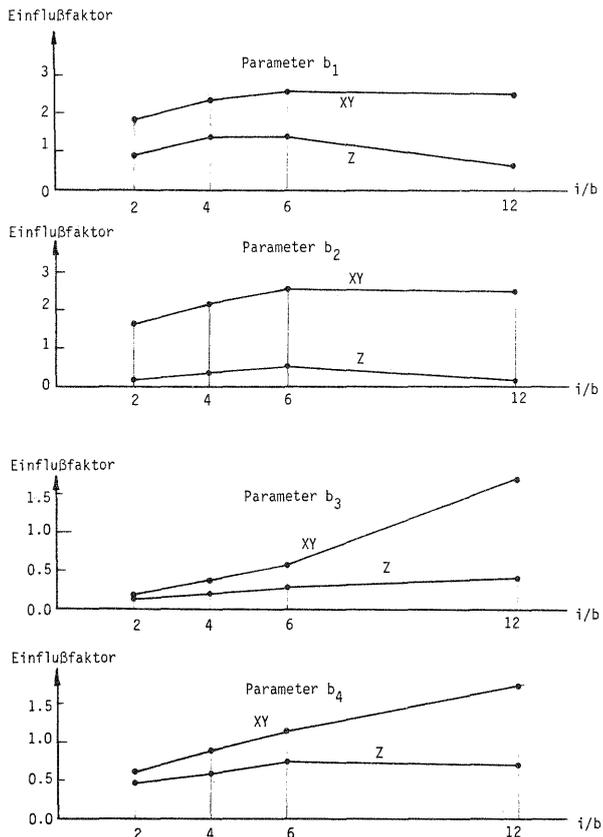


Fig. IV.9-3a Einfluss einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E60G, q=60%)

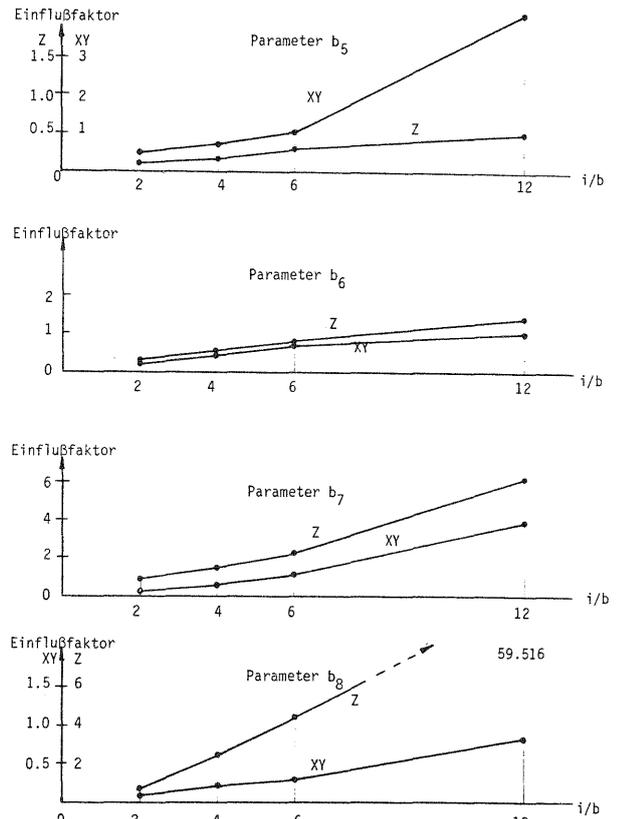


Fig. IV.9-3b Einfluss einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E60G, q=60%)

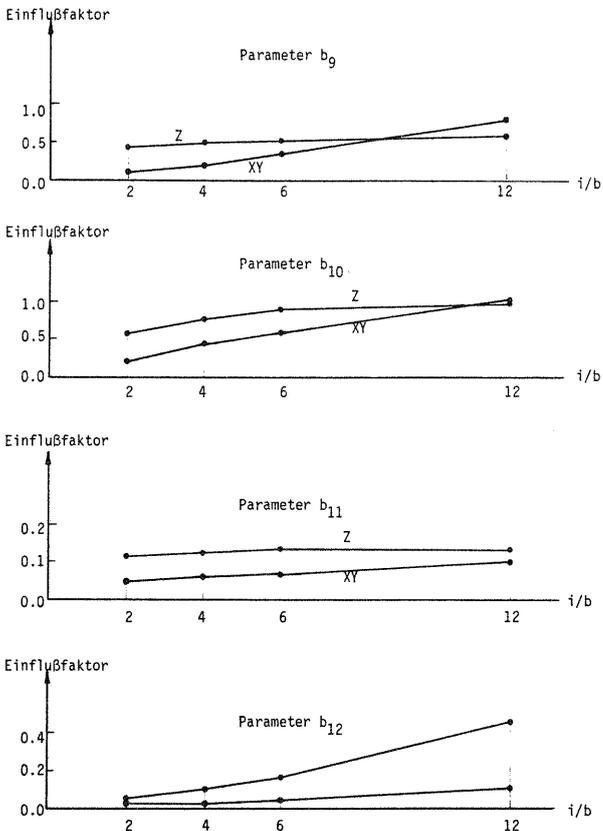


Fig. IV.9-3c Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (E60G, q=60%)

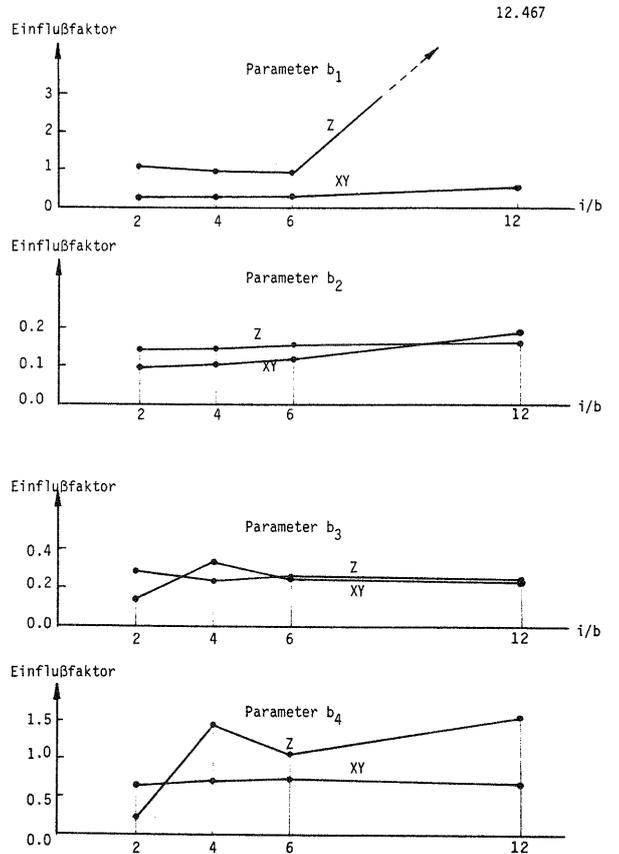


Fig. IV.9-4a Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (D20, q=20%)

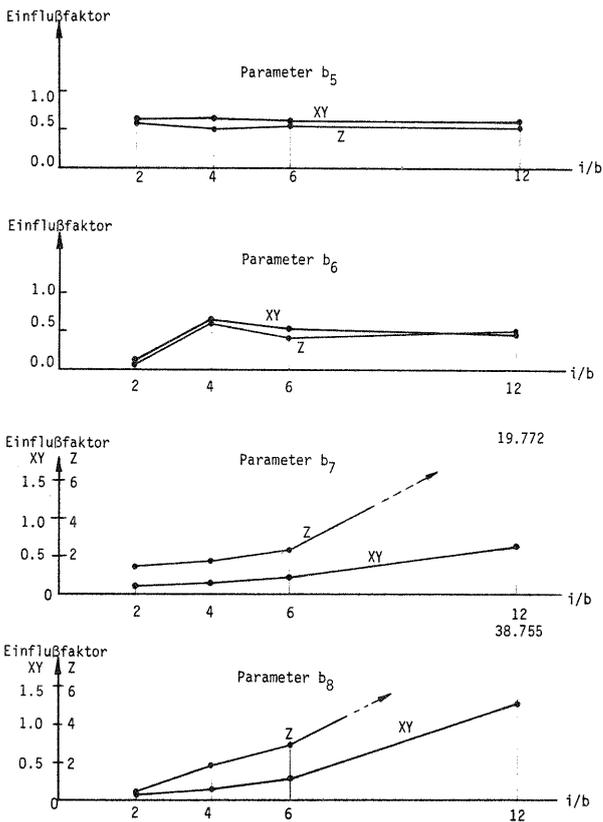


Fig. IV.9-4b Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (D20, q=20%)

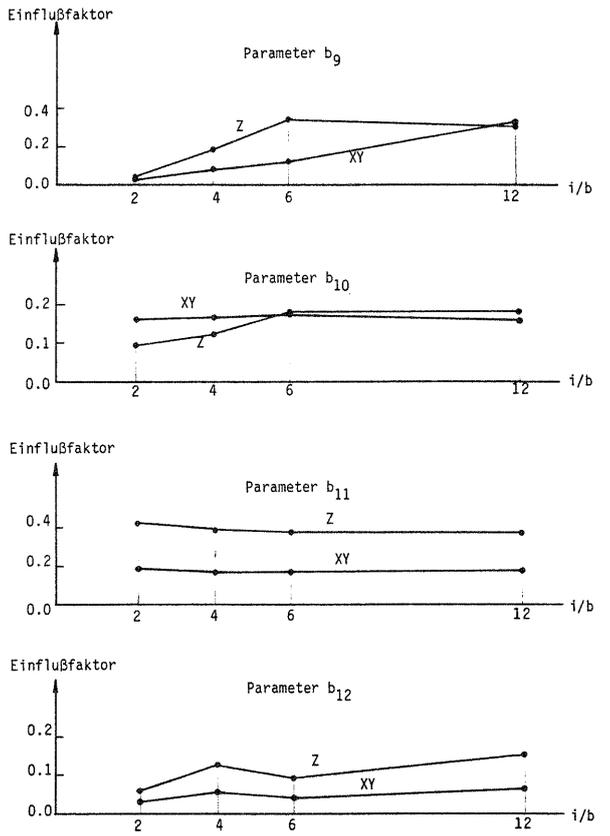


Fig. IV.9-4c Einfluß einzelner systematischer Bildfehler auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten (D20, q=20%)

4. Berechnung der Matrix $(P_{ss})_{22}$ und Bestimmbarkeit von systematischen Bildfehlern bei verschiedener Blockgeometrie

4.1 Bestimmbarkeit von systematischen Bildfehlern bei verschiedener Blockgeometrie

Für die Auswahl der zusätzlichen Parameter bei der Ausgleichung mit Selbstkalibrierung ist deren Bestimmbarkeit von großer Bedeutung. Denn die Einführung nicht oder schwach bestimmbarer Parameter führt zu Singularität oder zu sehr schwacher Kondition des Normalgleichungssystems.

Für die Untersuchung der Trennbarkeit von groben Fehlern und systematischen Fehlern muß man voraussetzen, daß die durch zusätzliche Parameter charakterisierten systematischen Fehler überhaupt bestimmbar sind. Unsere Untersuchung beschränkt sich auf die Trennbarkeit grober Fehler von allen bestimmbar systematischen Bildfehlern.

Als Maß für die Bestimmbarkeit gelten nach Förstner (1980) die Mindestgrößen $\nabla_0 s_j$ für die zusätzlichen Parameter s_j . Für erhält man folgende untere Grenzwerte:

$$\nabla_0 s_j = \sigma_0 \cdot \delta_0 \cdot \sqrt{\bar{q}_j} \quad (j = 1, \dots, p_2) \quad (4.14)$$

mit

- \bar{q}_j - das hauptdiagonale Element j der Kofaktormatrix $(Q_{ss})_{22}$
- $\delta_0 = 4.13$ und $\sigma_0 = 3 \mu\text{m}$.

Für verschiedene Paßpunkt- und Bildflughanordnungen haben wir die bestimmbar zusätzlichen Parameter von Ebners Ansatz ausgewählt (siehe Tab.IV.5). Ihre Bestimmbarkeit ist in Tab.IV.6 gezeigt (einschließlich E20 mit Doppelpunkten).

Tab. IV.5 Auswahl der zusätzlichen Parameter bei verschiedenen Paßpunkt- und Bildflughanordnungen

	i=12b	i= 6b	i= 4b	i= 2b	i= 2d
E20	$b_4 b_5 b_7 b_8$	$b_4 b_5 b_7$	$b_4 b_5 b_7$	$b_4 b_5 b_7$	-
	8	9	9	9	12
E60	$b_4 b_5 b_8$	$b_4 b_5$	$b_4 b_5$	$b_4 b_5$	
	9	10	10	10	
E60G	b_8	-	-	-	
	11	12	12	12	
D20	-	-	-	-	
	12	12	12	12	

oben: Nicht bestimmbar Parameter
 unten: Anzahl der bestimmbar Parameter

Tab. IV.6 Bestimmbarkeit der zusätzlichen Parameter

i/b	b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈	b ₉	b ₁₀	b ₁₁	b ₁₂	
E20	12	8.14	7.99	0.58	xx	xx	0.80	xx	xx	0.84	0.96	1.01	0.96
	6	2.27	1.93	0.57	xx	xx	0.74	xx	0.98	0.83	0.91	1.01	0.96
	4	1.48	1.21	0.57	xx	xx	0.73	xx	0.95	0.83	0.90	1.01	0.96
	2	0.95	0.86	0.57	xx	xx	0.70	xx	0.91	0.82	0.89	1.01	0.96
	2d	1.56	0.80	0.56	2.45	3.26	0.70	4.10	0.91	0.82	0.88	0.96	0.96
E60	12	4.37	4.61	0.41	xx	xx	0.49	0.73	xx	0.62	0.63	0.73	0.71
	6	1.69	1.57	0.41	xx	xx	0.49	0.67	0.73	0.61	0.63	0.73	0.71
	4	1.20	1.10	0.41	xx	xx	0.49	0.65	0.70	0.61	0.62	0.73	0.70
	2	0.81	0.77	0.41	xx	xx	0.49	0.63	0.68	0.61	0.62	0.72	0.70
E60G	12	4.37	4.61	0.41	0.42	0.52	0.51	0.73	xx	0.62	0.63	0.69	0.70
	6	1.69	1.57	0.41	0.42	0.51	0.51	0.67	0.73	0.61	0.63	0.69	0.70
	4	1.20	1.10	0.41	0.42	0.51	0.51	0.65	0.70	0.61	0.62	0.69	0.70
	2	0.81	0.77	0.41	0.42	0.51	0.51	0.63	0.68	0.61	0.62	0.69	0.70
D20	12	0.49	0.43	0.40	0.54	0.68	0.50	1.12	0.88	0.58	0.61	0.69	0.68
	6	0.49	0.43	0.40	0.54	0.68	0.50	0.96	0.66	0.58	0.61	0.69	0.68
	4	0.49	0.43	0.40	0.54	0.68	0.50	0.95	0.65	0.58	0.61	0.69	0.68
	2	0.49	0.43	0.40	0.53	0.68	0.49	0.94	0.63	0.58	0.61	0.69	0.68
E20D (9x2)	12	5.76	5.64	0.41	xx	xx	0.57	xx	xx	0.59	0.68	0.72	0.68
	6	1.60	1.37	0.41	xx	xx	0.53	xx	0.70	0.59	0.64	0.72	0.68
	4	1.05	0.86	0.41	xx	xx	0.52	xx	0.67	0.58	0.63	0.71	0.68
	2	0.67	0.61	0.40	xx	xx	0.50	xx	0.64	0.58	0.63	0.71	0.68

Für die Bestimmbarkeit der systematischen Bildfehler bei der Bündelausgleichung erhalten wir die folgenden Ergebnisse:

- 1) Bei der schwächsten Geometrie (E20 mit $i = 12b$) sind systematische Bildfehler nur sehr schwach bestimmbar. Davon sind die Parameter b_4 , b_5 , b_7 und b_8 nicht bestimmbar. Die Parameter b_7 und b_8 sind mit dem Parameter b_1 voll korreliert. Außerdem sind die Parameter b_4 , b_5 und b_8 mit den Geländekoordinaten X , Y und Z voll korreliert (Li, 1981).
- 2) Im einfachen Bündelblock mit 20% Querüberdeckung (E20) sind die Parameter b_4 , b_5 und b_7 sogar bei $i = 2b$ noch nicht bestimmbar. In diesem Fall muß man zusätzliche Paßpunkte entlang des Blockrandes in den Mitten der langen Modellseiten vorsehen, wie z. B. bei der Version $i/b = 2d$ (siehe Fig. IV 1).
- 3) Im Bündelblock mit 60% Querüberdeckung ist die Bestimmbarkeit der Parameter b_4 und b_5 von der Flugrichtung abhängig. Der Block mit gleicher Flugrichtung bietet mehr Möglichkeiten zur Kompensation systematischer Bildfehler als der mit antiparallelen Flugrichtungen.
- 4) Allein die Kreuzbefliegung kann die beste Bestimmbarkeit systematischer Bildfehler, fast unabhängig von der Paßpunktanordnung, liefern. Deshalb ist die Anwendung der Kreuzbefliegung sowohl im Fall mit Selbstkalibrierung als auch im Fall ohne Selbstkalibrierung (vgl. 4.3.2) besonders wichtig.
- 5) Mit Doppelpaßpunkten kann man die Anzahl der bestimmbaren systematischen Fehler nicht vermehren, sondern lediglich den Wert der Bestimmbarkeit um den Faktor $\sqrt{2}$ verkleinern, d. h. verbessern.
- 6) Zusammenfassend erweist sich die Bildflughenordnung für die Bestimmbarkeit und Kompensation systematischer Bildfehler als die entscheidende Maßnahme.

4.2 Berechnung der Matrix $(\underline{P}_{ss})_{22}$

Sobald die bestimmbareren zusätzlichen Parameter festgelegt sind, kann man direkt mit Hilfe des Rechenprogramms PAT-B die Gewichtskoeffizientenmatrix (\underline{Q}_{ss}) für die zusätzlichen Parameter berechnen. Durch ihre Inversion erhält man dann die Matrix $(\underline{P}_{ss})_{22}$ für alle bestimmbareren Parameter.

5. Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern bei der Bündelblockausgleichung

5.1 Ablaufdiagramm des Programms zur Untersuchung der Trennbarkeit grober Fehler von systematischen Fehlern

Nachdem die Matrizen $(\underline{P}_{ss})_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) berechnet sind, kann man mit Gl.(4.3) - Gl.(4.11) die Trennbarkeit von zwei verschiedenen Alternativhypothesen untersuchen. Für die Beurteilung der Trennbarkeit ist das Wichtigste, die maximale Korrelation und die ungünstigste Richtung zu finden. Dies kann durch die Berechnung der Eigenwerte mit Gl.(4.5) und der Eigenvektoren mit Gl.(4.7) erfolgen. Das Ablaufdiagramm ergibt sich nach Fig.IV.10. In dieser Untersuchung beschränken wir uns auf die Trennbarkeit grober Fehler in bis zu drei Vollpaßpunkten von allen bestimmbareren systematischen Bildfehlern (Dimension 9×12). Dazu wurde das Programm TRENN vom Verfasser für die Rechenanlage Harris H100 geschrieben.

5.2 Maß der Trennbarkeit von zwei mehrdimensionalen Alternativhypothesen - Hinreichender Trennbarkeitswert

Wie in Kapitel IV.2.2. erwähnt wurde, gibt es für zwei bzw. drei grobe Fehler eine Kontrollierbarkeitsellipse bzw. ein Kontrollierbarkeitsellipsoid. Wird die Länge jeder Richtung (s_i) mit dem Faktor $k_\rho(s_i)$ vergrößert, dann bekommen wir einen Trennbarkeitsbereich bzw. einen Subraum der Trennbarkeit. Für n grobe Fehler gibt es n extreme Werte der Kontrollierbarkeit und n extreme Korrelationskoeffizienten zwischen n groben Fehlern und allen bestimmbareren systematischen Bildfehlern. Es soll nun gezeigt werden, daß der maximale Kontrollierbarkeitswert und die maximale Korrelation zwischen groben und systematischen Fehlern im allgemeinen nicht in der gleichen Richtung liegen. Anhang I stellt die Kontrollierbarkeitswerte grober Fehler (von einem bis zu neun groben Koordinatenfehlern in drei Paßpunkten) und ihre Trennbarkeitswerte von allen bestimmbareren Bildfehlern sowie die dazu gehörigen extremen Richtungen dar. Mit diesen Werten kann man genau beurteilen, wie gut oder schlecht die Trennbarkeit grober Fehler der Paßpunkte von systematischen Bildern ist. Leider ist diese Tabelle für die praktische Anwendung etwas kompliziert.

Um die Trennbarkeit einfach zu beurteilen, definieren wir nun ein Maß UGW_{\max} - den hinreichenden Trennbarkeitswert -

$$UGW_{\max} = k_{\rho_{\max}} \cdot UGWO_{\max} \quad (4.12)$$

worin $k_{\rho_{\max}}$ mit $\rho_{12_{\max}}$ aus Tab. II.17 entnommen wird und $UGWO_{\max}$ den maximalen Kontrollierbarkeitswert darstellt. Ihr Zusammenhang wird in Fig. IV.11. gezeigt.

Ellipse 1 beschreibt die Kontrollierbarkeit von einem Lagepaßpunkt. Wenn grobe Fehler innerhalb der Ellipse vorliegen, können sie nicht kontrolliert werden. Bereich 2 stellt ihre Trennbarkeit von allen bestimmbareren systematischen Fehlern dar. Grobe Fehler, die innerhalb des Bereiches auftreten, können nicht von systematischen Fehlern getrennt werden. Die Längen der langen und kurzen

Achse von Ellipse 1 mit dem maximalen Faktor $k_{\rho \max}$ multipliziert ergibt die hinreichende Trennbarkeitsellipse 3. Schließlich kann man einen von der Richtung unabhängigen hinreichenden Trennbarkeitskreis 4 definieren, der zwar nur eine hinreichende Bedingung darstellt, aber eine praktisch anwendbare, einfache Aussage erlaubt.

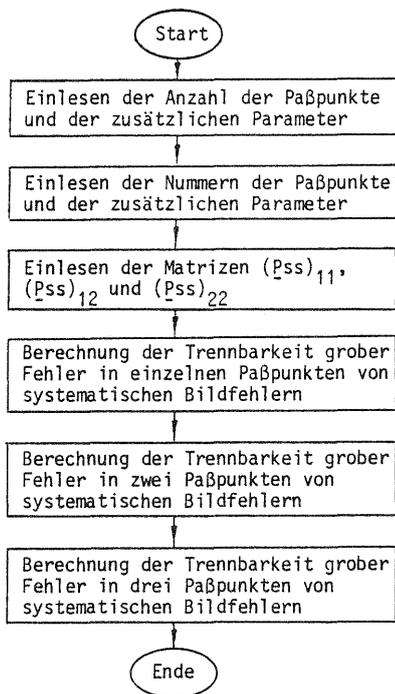
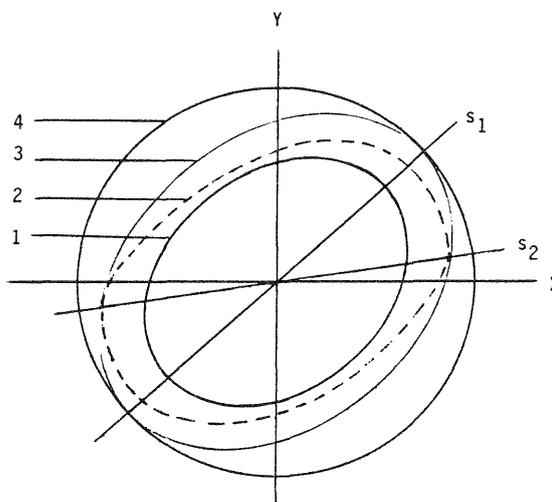


Fig. IV.10 Flußdiagramm des Programms zur Untersuchung der Trennbarkeit grober Fehler von systematischen Bildfehlern



- 1 — Kontrollierbarkeitsellipse $\nabla_0 \underline{s}_i = \underline{s}_i \sigma_0 \frac{\delta_0}{\sqrt{\underline{s}_i' P_{11} \underline{s}_i}}$
- 2 --- Trennbarkeitsbereich $(\nabla_0 \underline{s}_i)_\rho = \nabla_0 \underline{s}_i \cdot k_{\rho ij}(\underline{s}_i)$
- 3 — Trennbarkeitsellipse (hinreichend) $(\nabla_0 \underline{s}_i)_3 = \nabla_0 \underline{s}_i \cdot k_{\rho \max}$
- 4 — Trennbarkeitskreis (hinreichend) $(\nabla_0 \underline{s}_i)_4 = \underline{s}_i \sigma_0 \frac{\delta_0 k_{\rho \max}}{\sqrt{(\underline{s}_i' P_{11} \underline{s}_i) \min}}$

Fig. IV.11 Beziehung der Kontrollierbarkeit und Trennbarkeit

5.3 Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Paßpunktfehlern und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern

Mit dem Programm TRENN wurden die Kontrollierbarkeit der Paßpunkte und ihre Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern unter der jeweiligen Blockgeometrie untersucht. Wie in den früheren Untersuchungen zur inneren Zuverlässigkeit (Seminar, 1981) können hier der Wert der Kontrollierbarkeit, der Korrelationskoeffizient und der Wert der Trennbarkeit durch Computersimulation a priori berechnet werden, ohne daß realisierte Messungen vorliegen müßten.

Durch eine umfangreiche Berechnung finden wir, daß grobe Fehler, die bei benachbarten Paßpunkten am Blockrand vorliegen, eine größere Korrelation mit systematischen Bildfehlern aufweisen. Außerdem sind die Korrelationen zwischen den in mehreren Höhenpaßpunkten vorliegenden groben Fehlern (mit Ausnahme der schwächsten Paßpunktanordnung E20, $i = 12b$) und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern kleiner als 75% (siehe Tab.IV.7). Deshalb stellen wir im Anhang I die Kontrollierbarkeitswerte und die Trennbarkeitswerte für

- einzelne grobe Fehler der Paßpunkte,
- grobe Fehler in einzelnen Lage- und Vollpaßpunkten, und
- grobe Fehler in zwei und drei benachbarten Lage- und Vollpaßpunkten zusammen.

Tab.IV.7 Maximale Korrelation zwischen groben Fehlern in mehreren Höhenpaßpunkten und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern

Bildflug-anordnung	Anzahl der Paßpunkte	Paßpunktanordnung			
		i=12b	i=6b	i=4b	i=2b
E20	2	1.00	0.55	0.47	0.30
	3	1.00	0.62	0.54	0.37
E60	2	0.59	0.48	0.40	0.29
	3	0.73	0.52	0.46	0.36
E60G	2	0.60	0.48	0.40	0.29
	3	0.73	0.52	0.46	0.36
D20	2	0.48	0.22	0.16	0.10
	3	0.55	0.25	0.18	0.12

Da der Wert der Kontrollierbarkeit und der Wert der Trennbarkeit von der Richtung abhängig sind, kann man die innere Zuverlässigkeit (Kontrollierbarkeit und Trennbarkeit) für mehrdimensionale Alternativhypothesen nicht so einfach wie für eindimensionale Alternativhypothesen untersuchen. Deswegen benutzen wir aus Sicherheitsgründen die maximale Korrelation und den hinreichenden Trennbarkeitswert.

Fig.IV.12 zeigt für einzelne grobe Fehler der Paßpunkte und alle bestimmaren systematischen Bildfehler ihre Korrelation und ihren Trennbarkeitswert. Fig.IV.13 beschreibt die maximale Korrelation und den hinreichenden Trennbarkeitswert von groben Fehlern in einzelnen Paßpunkten und allen bestimmaren systematischen Fehlern. Für grobe Fehler in zwei und drei Paßpunkten enthält dann die Tab. IV.8 die maximale Korrelation und den hinreichenden Trennbarkeitswert.

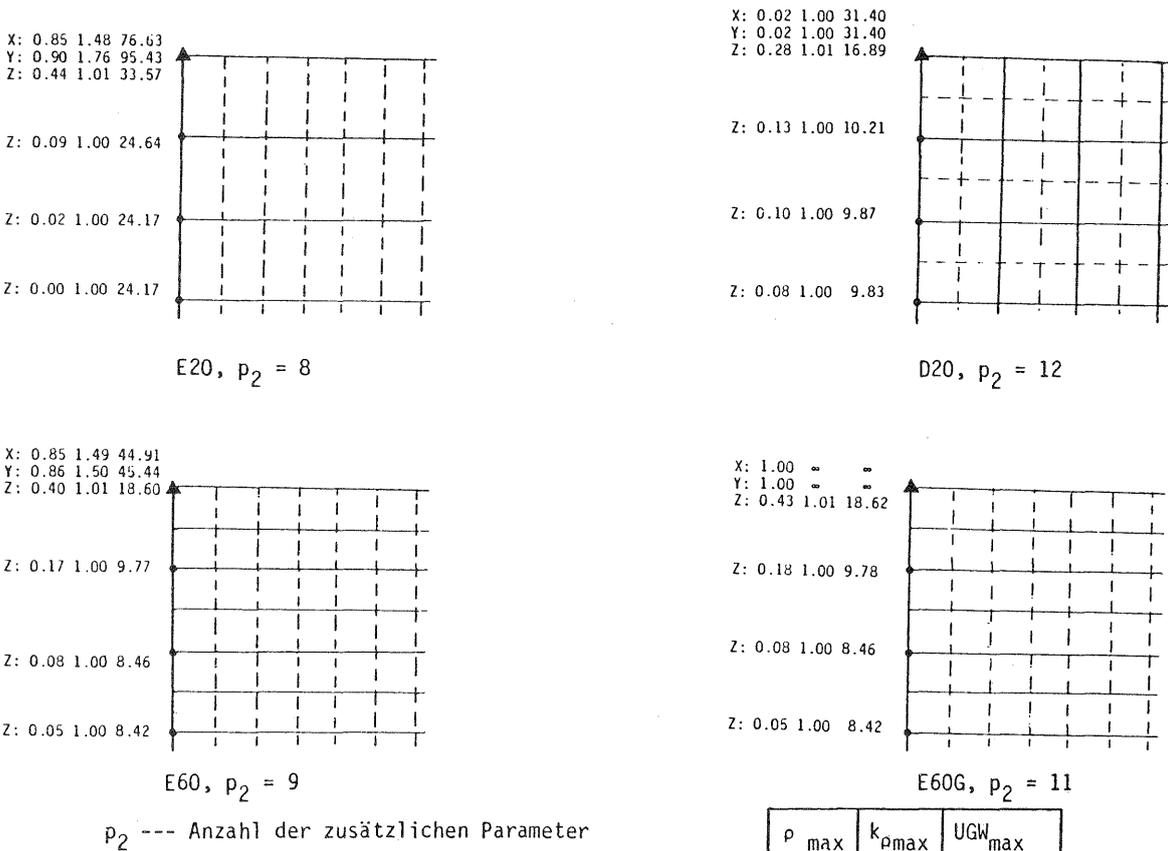
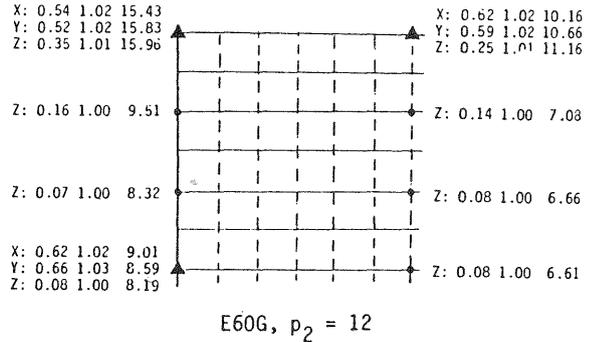
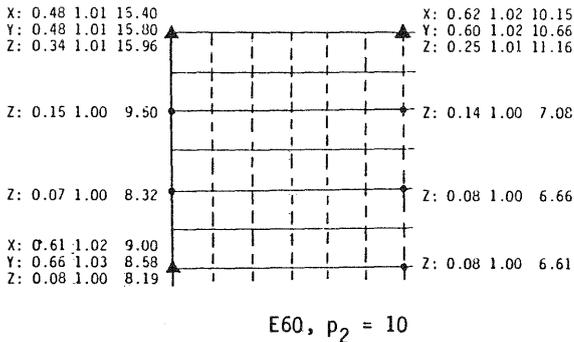
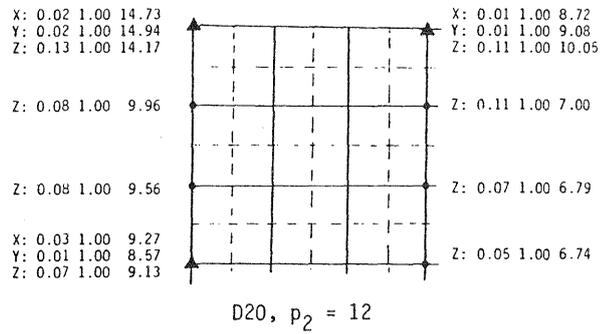
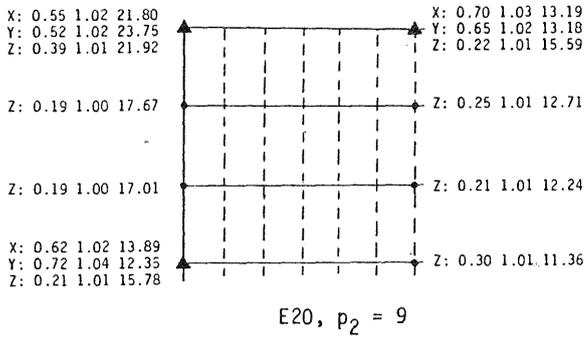


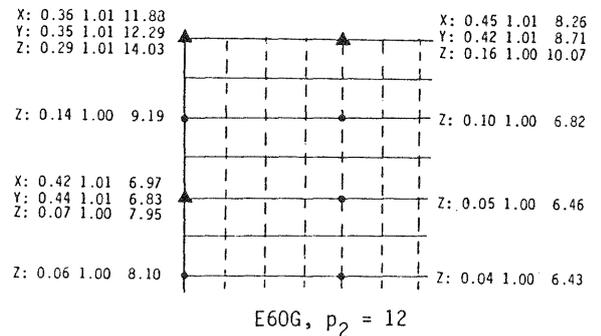
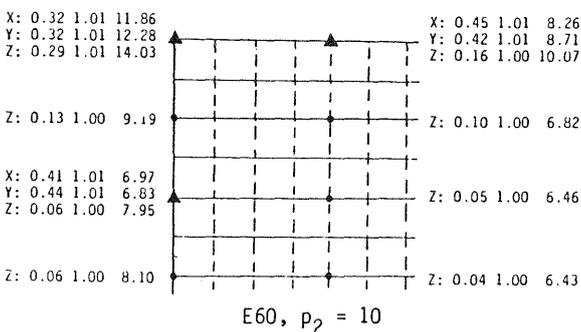
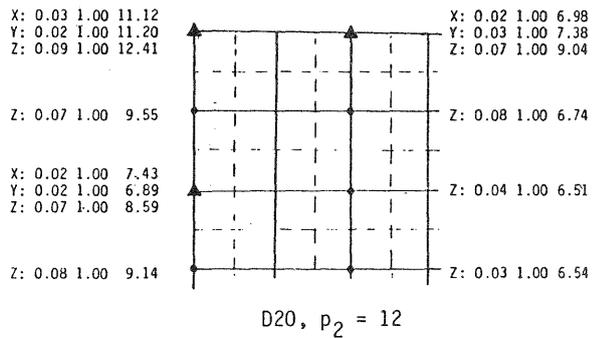
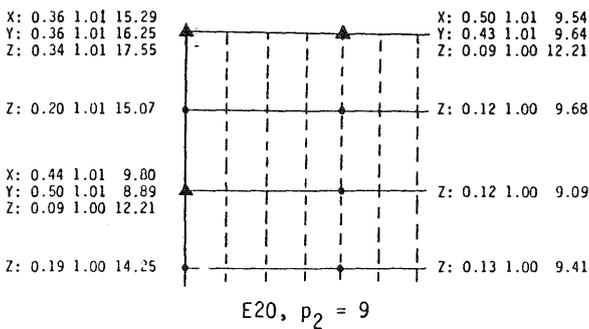
Fig. IV. 12-1 Korrelationskoeffizient und Trennbarkeitswert von einzelnen groben Fehlern der Paßpunkte und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern ($i/b=12$)



p_2 --- Anzahl der zusätzlichen Parameter

ρ_{\max}	$k_{\rho_{\max}}$	UGW_{\max}
---------------	-------------------	--------------

Fig. IV. 12-2 Korrelationskoeffizient und Trennbarkeitswert von einzelnen groben Fehlern der Paßpunkte und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern ($i/b = 6$)



p_2 --- Anzahl der zusätzlichen Parameter

ρ_{\max}	$k_{\rho_{\max}}$	UGW_{\max}
---------------	-------------------	--------------

Fig. IV. 12-3 Korrelationskoeffizient und Trennbarkeitswert von einzelnen groben Fehlern der Paßpunkte und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern ($i/b = 4$)

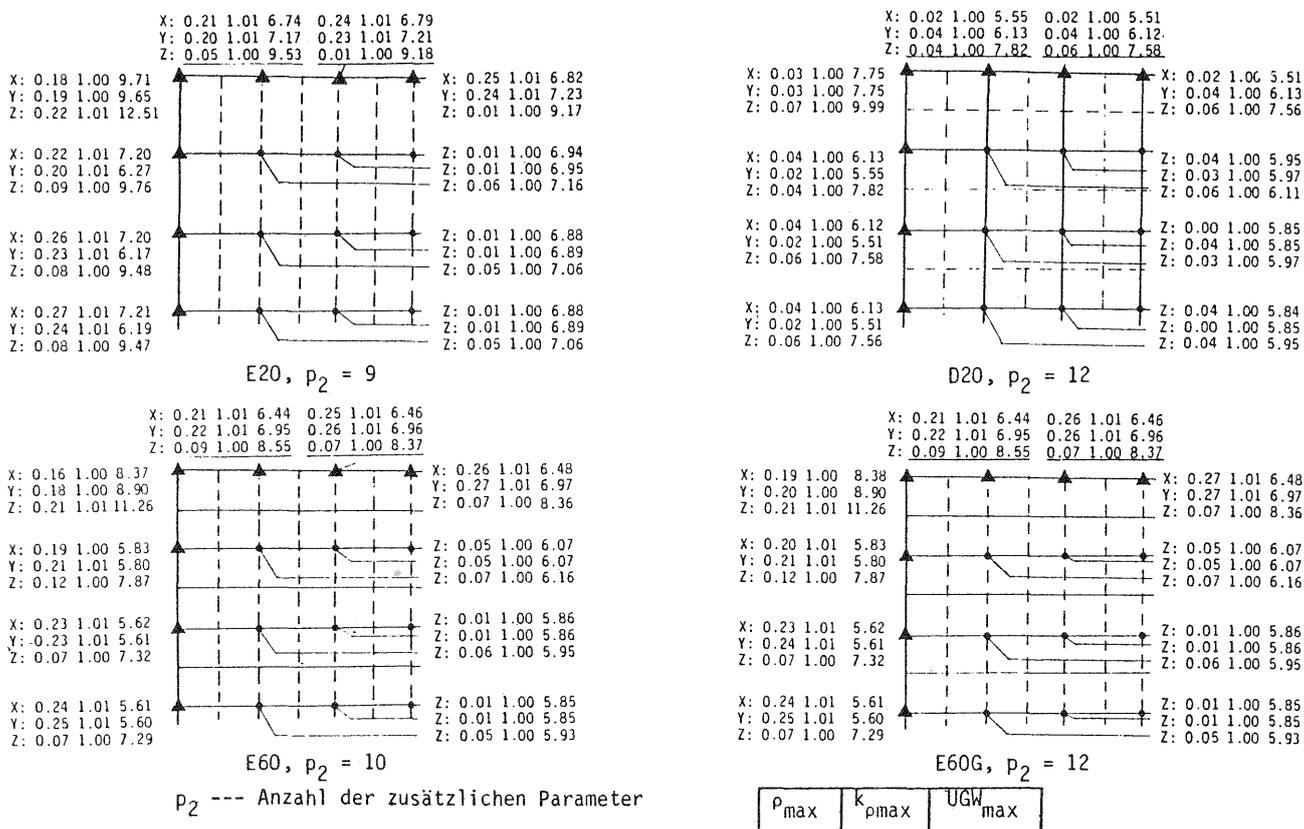


Fig. IV. 12-4 Korrelationskoeffizient und Trennbarkeitswert von einzelnen groben Fehlern der Paßpunkte und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern ($i/b = 2$)

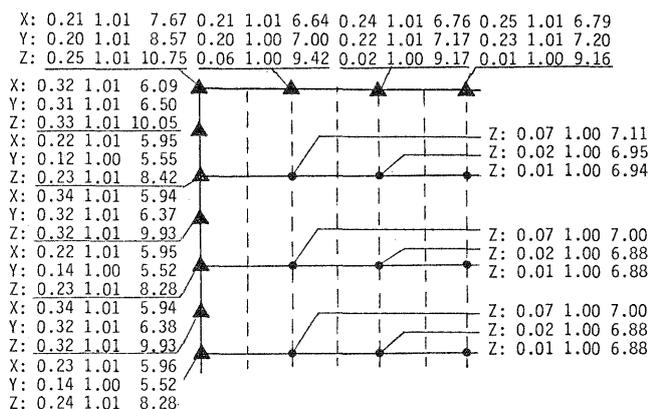


Fig. IV.12-5 Trennbarkeit von einzelnen groben Fehlern der Paßpunkte und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern (E20, q=20%, i=2d, Anzahl der Z.P.= 12)

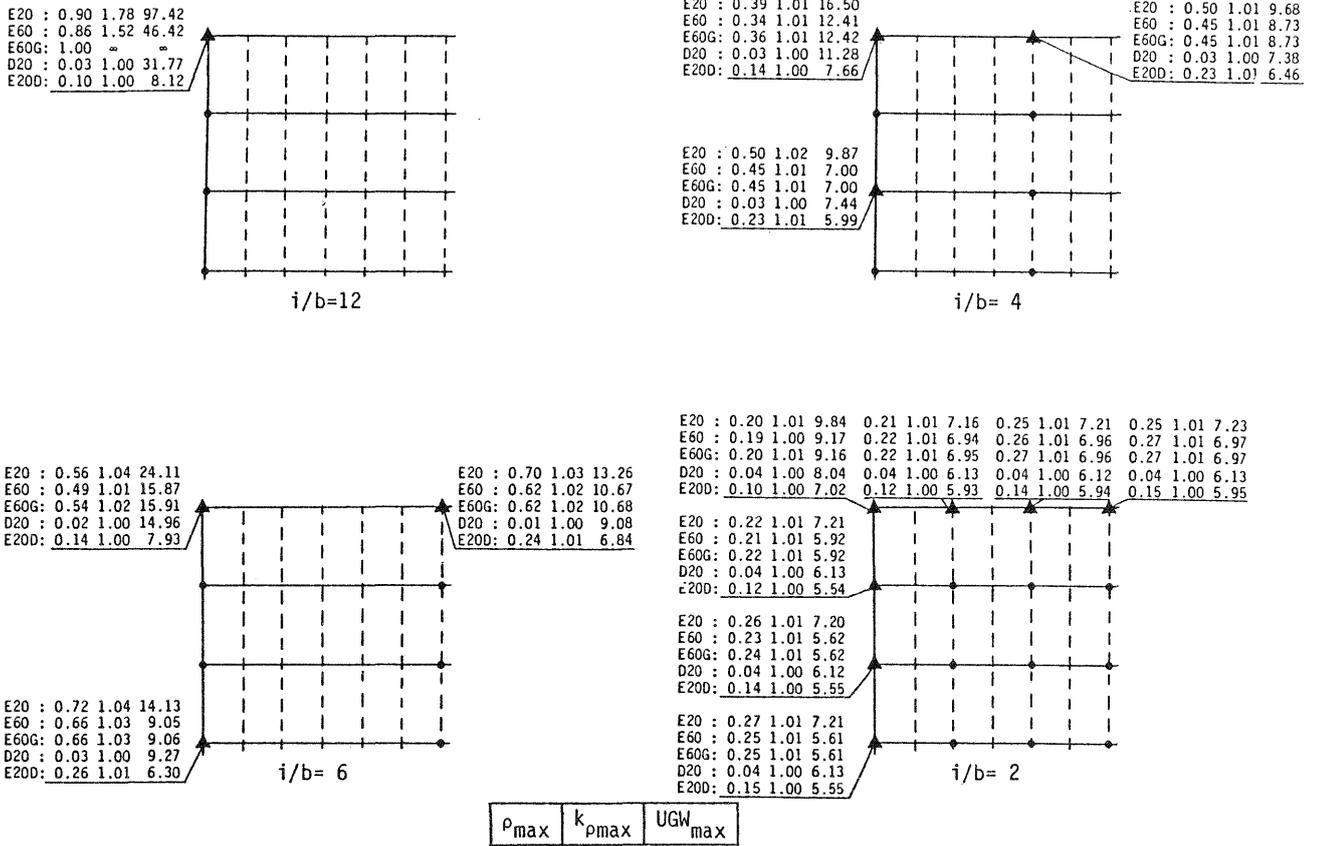


Fig. IV. 13-1 Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in einzelnen Lagepaßpunkten und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern

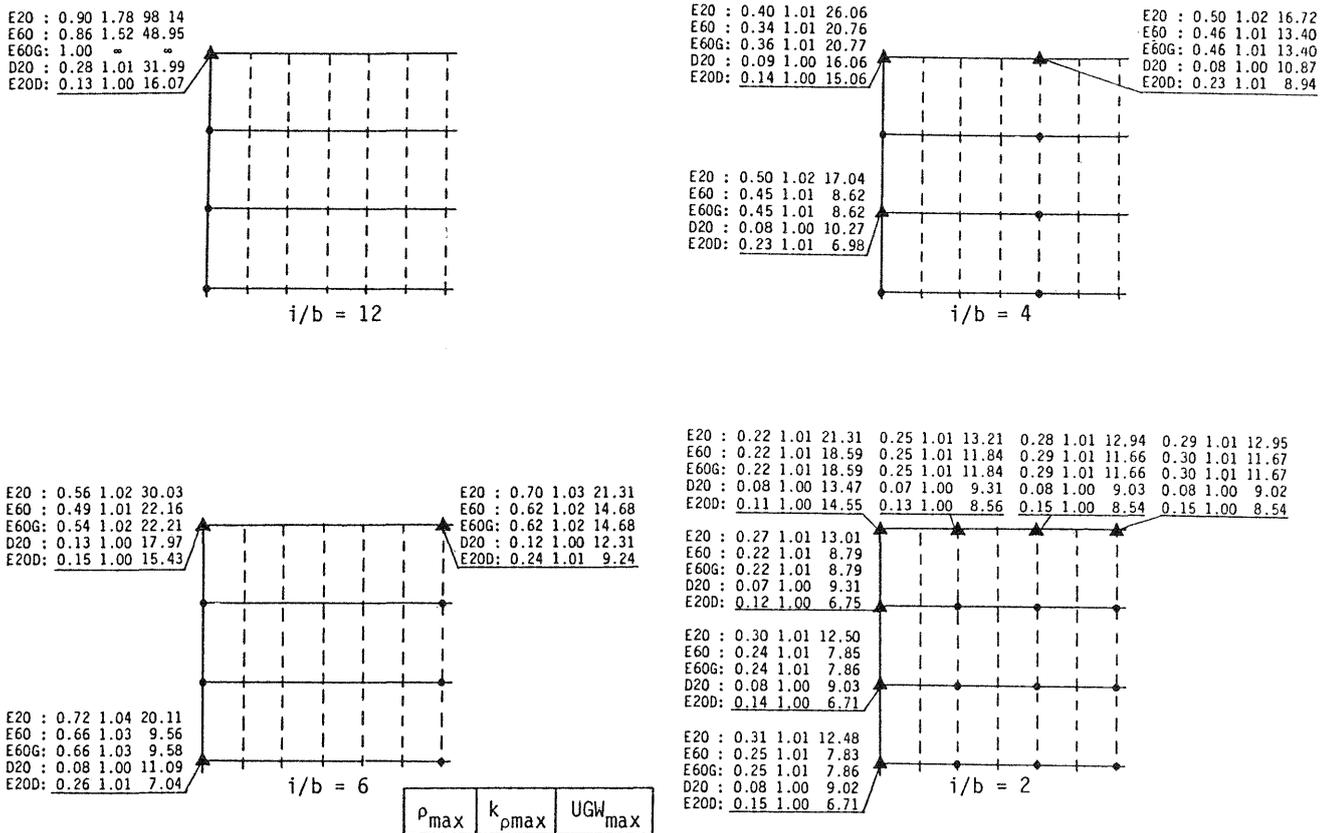
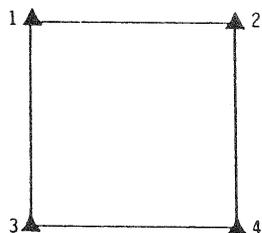


Fig. IV. 13-2 Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in einzelnen Vollpaßpunkten und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern

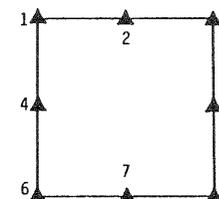
Tab. IV.8a Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in zwei Paßpunkten und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern (i/b = 12)

Paßpunkt		Lage					Lage + Höhen				
		ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	UGWO _{max}	UGW _{max}	ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	UGWO _{max}	UGW _{max}
1,2	E20	0.59	1.00	∞	129.25	∞	(pss) ₁₁ ist singular				
	E60	0.58	1.00	∞	64.53	∞	0.56	1.00	∞	64.53	∞
	E60G	0.78	1.00	∞	64.53	∞	0.72	1.00	∞	64.53	∞
	D20	0.01	0.03	1.00	69.25	69.25	0.16	0.48	1.01	69.25	70.23
	E20D	0.07	0.14	1.00	8.15	8.17	0.09	0.17	1.00	16.66	16.73
1,3	E20	0.59	1.00	∞	130.53	∞	0.58	1.00	∞	130.53	∞
	E60	0.58	1.00	∞	64.46	∞	0.55	1.00	∞	64.83	∞
	E60G	0.78	1.00	∞	64.46	∞	0.72	1.00	∞	64.83	∞
	D20	0.01	0.03	1.00	69.15	69.15	0.14	0.40	1.01	69.22	69.91
	E20D	0.07	0.14	1.00	8.14	8.16	0.09	0.18	1.00	16.06	16.13
1,4	E20	0.59	1.00	∞	86.03	∞	0.58	1.00	∞	86.03	∞
	E60	0.58	1.00	∞	41.23	∞	0.55	1.00	∞	42.09	∞
	E60G	0.78	1.00	∞	41.23	∞	0.72	1.00	∞	42.09	∞
	D20	0.01	0.03	1.00	44.79	44.79	0.14	0.40	1.01	44.79	45.24
	E20D	0.07	0.14	1.00	8.15	8.16	0.09	0.19	1.00	16.06	16.13



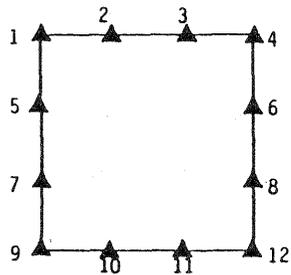
Tab. IV.8b Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in mehreren Paßpunkten und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern (i/b = 6)

Paßpunkt		Lage					Lage + Höhen				
		ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	UGWO _{max}	UGW _{max}	ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	UGWO _{max}	UGW _{max}
1,2	E20	0.48	0.85	1.47	31.75	46.82	0.46	0.85	1.48	40.69	60.28
	E60	0.45	0.78	1.16	19.83	22.93	0.43	0.78	1.16	23.24	26.94
	E60G	0.44	0.80	1.25	19.83	24.85	0.42	0.80	1.25	23.24	29.15
	D20	0.01	0.03	1.00	19.91	19.91	0.08	0.22	1.01	21.16	21.28
	E20D	0.16	0.28	1.01	7.94	7.99	0.15	0.28	1.01	15.45	15.56
1,4	E20	0.48	0.85	1.45	31.46	45.53	0.45	0.85	1.45	34.61	50.34
	E60	0.46	0.81	1.28	20.82	26.72	0.43	0.81	1.29	24.54	31.59
	E60G	0.47	0.84	1.40	20.82	29.07	0.43	0.84	1.40	24.54	34.36
	D20	0.02	0.04	1.00	19.76	19.76	0.06	0.14	1.00	21.10	21.14
	E20D	0.15	0.29	1.01	7.93	7.98	0.14	0.29	1.01	15.41	15.61
2,4	E20	0.49	0.88	1.65	17.47	28.88	0.45	0.88	1.66	22.64	37.49
	E60	0.46	0.82	1.31	12.03	15.81	0.43	0.82	1.32	15.39	20.33
	E60G	0.44	0.82	1.32	12.03	15.84	0.40	0.82	1.32	15.39	20.38
	D20	0.02	0.04	1.00	11.34	11.34	0.05	0.14	1.00	13.47	13.51
	E20D	0.19	0.35	1.01	6.83	6.90	0.17	0.35	1.01	9.19	9.27
1,2,3	E20	0.49	0.92	2.05	44.21	90.54	0.46	0.92	2.06	1226.9	2521.9
	E60	0.46	0.87	1.58	25.89	40.86	0.44	0.87	1.58	26.69	42.13
	E60G	0.49	0.90	1.78	25.89	45.99	0.47	0.90	1.78	26.69	47.44
	D20	0.02	0.04	1.00	28.69	28.69	0.11	0.34	1.01	28.76	28.99
	E20D	0.15	0.31	1.01	7.98	8.03	0.15	0.31	1.01	15.61	15.72
1,2,4	E20	0.51	0.97	3.16	47.69	150.53	0.48	0.97	3.16	49.01	155.07
	E60	0.50	0.95	2.48	28.96	71.78	0.47	0.95	2.49	30.37	75.47
	E60G	0.51	0.97	3.51	28.96	101.54	0.48	0.97	3.52	30.37	107.01
	D20	0.02	0.04	1.00	29.21	29.21	0.08	0.23	1.01	29.42	29.59
	E20D	0.18	0.37	1.01	7.97	8.05	0.17	0.37	1.01	15.40	15.60
1,4,6	E20	0.49	0.91	1.88	46.49	87.58	0.46	0.91	1.92	48.44	93.16
	E60	0.47	0.89	1.75	29.59	51.73	0.44	0.90	1.75	31.87	55.84
	E60G	0.52	0.91	1.87	29.59	55.41	0.48	0.91	1.88	31.87	59.83
	D20	0.02	0.04	1.00	28.39	28.39	0.07	0.19	1.00	29.06	29.20
	E20D	0.15	0.32	1.01	7.96	8.02	0.15	0.32	1.01	15.43	15.53



Tab. IV.8c Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in zwei Paßpunkten und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern ($i/b = 4$)

Paßpunkt		Lage					Lage + Höhen				
		ρ_G	ρ_{max}	$k_{\rho_{max}}$	UGWO _{max}	UGW _{max}	ρ_G	ρ_{max}	$k_{\rho_{max}}$	UGWO _{max}	UGW _{max}
1,2	E20	0.36	0.64	1.02	21.47	21.98	0.35	0.64	1.02	32.00	32.76
	E60	0.32	0.58	1.02	15.36	15.64	0.31	0.58	1.02	21.61	21.99
	E60G	0.32	0.60	1.02	15.36	15.66	0.31	0.60	1.02	21.61	22.01
	D20	0.02	0.04	1.00	14.53	14.53	0.06	0.16	1.00	18.63	18.63
	E20D	0.14	0.26	1.01	7.76	7.81	0.14	0.26	1.01	15.10	15.20
2,3	E20	0.41	0.74	1.05	13.51	14.19	0.38	0.75	1.05	21.45	22.55
	E60	0.37	0.67	1.03	10.89	11.19	0.35	0.68	1.03	14.46	14.86
	E60G	0.36	0.68	1.03	10.89	11.20	0.34	0.68	1.03	14.46	14.86
	D20	0.02	0.04	1.00	9.50	9.50	0.05	0.13	1.00	12.84	12.86
	E20D	0.18	0.31	1.01	6.66	6.71	0.16	0.32	1.01	9.07	9.15
1,5	E20	0.36	0.65	1.03	21.32	21.85	0.34	0.65	1.03	27.46	28.15
	E60	0.33	0.60	1.02	15.23	15.53	0.31	0.60	1.02	21.60	22.01
	E60G	0.33	0.61	1.02	15.23	15.54	0.31	0.61	1.02	21.60	22.05
	D20	0.02	0.03	1.00	14.49	14.49	0.04	0.11	1.00	17.06	17.07
	E20D	0.14	0.26	1.01	7.73	7.78	0.13	0.26	1.01	15.07	15.16
2,5	E20	0.37	0.67	1.03	11.93	12.26	0.35	0.68	1.03	18.42	18.93
	E60	0.33	0.61	1.02	9.53	9.73	0.31	0.62	1.02	13.94	14.24
	E60G	0.32	0.61	1.02	9.53	9.72	0.30	0.62	1.02	13.94	14.24
	D20	0.02	0.03	1.00	8.86	8.86	0.04	0.10	1.00	11.57	11.57
	E20D	0.17	0.32	1.01	6.52	6.56	0.16	0.32	1.01	8.94	9.00
5,7	E20	0.41	0.75	1.05	13.42	14.11	0.38	0.75	1.05	17.84	18.78
	E60	0.38	0.69	1.03	9.59	9.88	0.34	0.69	1.03	9.78	10.08
	E60G	0.37	0.70	1.03	9.59	9.88	0.33	0.70	1.03	9.78	10.08
	D20	0.01	0.03	1.00	9.54	9.54	0.04	0.11	1.00	11.05	11.06
	E20D	0.17	0.33	1.01	6.22	6.26	0.16	0.33	1.01	6.95	7.00



Tab. IV.8d Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in drei Paßpunkten und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern ($i/b = 4$)

Paßpunkt		Lage					Lage + Höhen				
		ρ_G	ρ_{max}	$k_{\rho_{max}}$	UGWO _{max}	UGW _{max}	ρ_G	ρ_{max}	$k_{\rho_{max}}$	UGWO _{max}	UGW _{max}
1,2,3	E20	0.42	0.82	1.32	24.75	32.78	0.41	0.82	1.33	42.34	56.35
	E60	0.38	0.75	1.06	17.21	18.29	0.37	0.75	1.07	22.01	23.49
	E60G	0.38	0.77	1.11	17.21	19.10	0.36	0.77	1.11	22.01	24.52
	D20	0.02	0.04	1.00	16.93	16.93	0.07	0.22	1.01	19.89	20.00
	E20D	0.17	0.34	1.01	7.77	7.83	0.16	0.34	1.01	15.11	15.23
1,2,5	E20	0.41	0.81	1.29	32.35	41.65	0.40	0.81	1.30	35.94	46.70
	E60	0.38	0.76	1.11	20.70	22.88	0.36	0.77	1.10	24.09	26.70
	E60G	0.39	0.79	1.18	20.70	24.49	0.37	0.79	1.19	24.09	28.55
	D20	0.02	0.04	1.00	20.82	20.82	0.06	0.17	1.00	21.92	21.99
	E20D	0.16	0.33	1.01	7.82	7.89	0.15	0.33	1.01	15.14	15.24
1,5,7	E20	0.42	0.82	1.33	25.47	33.79	0.39	0.82	1.34	29.54	39.53
	E60	0.40	0.79	1.19	17.71	21.08	0.36	0.79	1.20	22.55	26.96
	E60G	0.40	0.80	1.24	17.71	21.89	0.37	0.80	1.24	22.55	28.02
	D20	0.02	0.04	1.00	16.88	16.88	0.05	0.14	1.00	18.35	18.38
	E20D	0.16	0.34	1.01	7.74	7.81	0.15	0.35	1.01	15.08	15.23

--- Verteilung der Paßpunkte wie in Tab.IV.8c

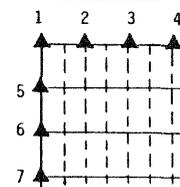
Tab. IV.8e Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in zwei Paßpunkten und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern ($i/b = 2$)

Paßpunkt		Lage					Lage + Höhen				
		ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	$UGWO_{max}$	UGW_{max}	ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	$UGWO_{max}$	UGW_{max}
1,2	E20	0.18	0.32	1.01	12.71	12.80	0.19	0.32	1.01	26.24	26.44
	E60	0.17	0.31	1.01	11.06	11.14	0.18	0.32	1.01	20.27	20.43
	E60G	0.17	0.32	1.01	11.06	11.14	0.18	0.33	1.01	20.27	20.43
	D20	0.02	0.04	1.00	9.96	9.96	0.04	0.09	1.00	16.66	16.66
	E20D	0.09	0.15	1.00	7.26	7.27	0.09	0.15	1.00	14.52	14.55
1,5	E20	0.19	0.32	1.01	12.93	13.03	0.20	0.33	1.01	25.62	25.82
	E60	0.17	0.32	1.01	10.49	10.57	0.18	0.33	1.01	20.59	20.75
	E60G	0.18	0.33	1.01	10.49	10.57	0.18	0.34	1.01	20.59	20.76
	D20	0.02	0.04	1.00	9.96	9.96	0.04	0.09	1.00	16.66	16.66
	E20D	0.09	0.15	1.00	7.21	7.23	0.09	0.15	1.00	14.55	14.58
2,3	E20	0.21	0.38	1.01	8.92	9.01	0.21	0.41	1.01	15.61	15.78
	E60	0.21	0.38	1.01	8.28	8.35	0.21	0.41	1.01	13.26	13.40
	E60G	0.20	0.38	1.01	8.28	8.35	0.20	0.41	1.01	13.26	13.40
	D20	0.02	0.05	1.00	7.20	7.20	0.04	0.09	1.00	11.16	11.16
	E20D	0.11	0.19	1.00	6.25	6.28	0.10	0.20	1.01	8.75	8.79
2,5	E20	0.17	0.30	1.00	8.27	8.33	0.18	0.34	1.01	14.13	14.24
	E60	0.17	0.31	1.01	7.52	7.58	0.17	0.33	1.01	12.27	12.36
	E60G	0.16	0.31	1.01	7.52	7.58	0.16	0.33	1.01	12.27	12.36
	D20	0.03	0.06	1.00	6.98	6.98	0.04	0.10	1.00	9.64	9.64
	E20D	0.11	0.18	1.00	5.95	5.95	0.09	0.18	1.00	8.61	8.64
3,4	E20	0.24	0.50	1.02	10.27	10.42	0.25	0.59	1.02	17.22	17.54
	E60	0.23	0.42	1.01	8.35	8.45	0.23	0.45	1.01	13.04	13.19
	E60G	0.22	0.42	1.01	8.35	8.45	0.22	0.45	1.01	13.04	13.19
	D20	0.02	0.05	1.00	7.23	7.23	0.04	0.09	1.00	10.77	10.77
	E20D	0.12	0.21	1.01	6.28	6.32	0.11	0.22	1.01	8.73	8.78
5,6	E20	0.22	0.37	1.01	8.95	9.02	0.22	0.40	1.01	14.77	14.91
	E60	0.20	0.37	1.01	7.07	7.13	0.19	0.37	1.01	11.10	11.21
	E60G	0.19	0.37	1.01	7.07	7.13	0.19	0.38	1.01	11.10	11.21
	D20	0.02	0.05	1.00	7.20	7.20	0.04	0.09	1.00	11.16	11.16
	E20D	0.11	0.19	1.00	5.84	5.86	0.10	0.19	1.00	6.84	6.86
6,7	E20	0.24	0.40	1.01	8.96	9.06	0.24	0.43	1.01	14.20	14.37
	E60	0.22	0.39	1.01	6.72	6.79	0.20	0.40	1.01	10.07	10.17
	E60G	0.21	0.39	1.01	6.72	6.79	0.20	0.40	1.01	10.07	10.17
	D20	0.02	0.05	1.00	7.23	7.23	0.04	0.09	1.00	10.77	10.77
	E20D	0.12	0.20	1.01	5.83	5.86	0.11	0.20	1.01	6.81	6.84

--- Verteilung der Paßpunkte wie in Tab. IV.8f

Tab. IV.8f Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Fehlern in drei Paßpunkten und allen bestimmbar systematischen Bildfehlern ($i/b = 2$)

Paßpunkt		Lage					Lage + Höhen				
		ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	$UGWO_{max}$	UGW_{max}	ρ_G	ρ_{max}	$k_{\beta max}$	$UGWO_{max}$	UGW_{max}
1,2,3	E20	0.23	0.46	1.01	15.10	15.30	0.23	0.46	1.01	30.50	30.89
	E60	0.22	0.44	1.01	12.50	12.64	0.22	0.45	1.01	21.17	21.43
	E60G	0.22	0.45	1.01	12.50	12.65	0.22	0.45	1.01	21.17	21.43
	D20	0.02	0.06	1.00	11.35	11.35	0.05	0.14	1.00	18.72	18.75
	E20D	0.11	0.21	1.01	7.33	7.38	0.11	0.21	1.01	14.53	14.59
1,2,5	E20	0.23	0.44	1.01	18.20	18.42	0.23	0.44	1.01	30.95	31.33
	E60	0.22	0.43	1.01	13.85	14.01	0.22	0.44	1.01	23.37	23.65
	E60G	0.22	0.44	1.01	13.85	14.02	0.22	0.45	1.01	23.37	23.67
	D20	0.03	0.06	1.00	13.20	13.20	0.05	0.12	1.00	20.48	20.49
	E20D	0.10	0.19	1.00	7.45	7.50	0.10	0.19	1.00	14.63	14.70
1,5,6	E20	0.24	0.46	1.01	14.98	15.18	0.25	0.46	1.01	27.37	27.72
	E60	0.22	0.45	1.01	11.68	11.83	0.23	0.45	1.01	21.74	22.02
	E60G	0.22	0.46	1.01	11.68	11.83	0.23	0.46	1.01	21.74	22.02
	D20	0.02	0.06	1.00	11.35	11.35	0.05	0.14	1.00	18.73	18.75
	E20D	0.11	0.21	1.01	7.26	7.30	0.11	0.21	1.01	14.55	14.63
2,3,4	E20	0.29	0.65	1.03	12.95	13.28	0.30	0.77	1.14	20.64	23.51
	E60	0.26	0.52	1.02	9.92	10.08	0.25	0.54	1.02	14.48	14.71
	E60G	0.25	0.53	1.02	9.92	10.08	0.24	0.54	1.02	14.48	14.86
	D20	0.02	0.06	1.00	8.68	8.68	0.05	0.11	1.00	12.68	12.69
	E20D	0.13	0.25	1.01	6.49	6.53	0.12	0.26	1.01	8.86	8.92
5,6,7	E20	0.27	0.53	1.02	11.08	11.26	0.27	0.54	1.02	16.44	16.70
	E60	0.25	0.50	1.02	8.26	8.38	0.24	0.52	1.02	13.18	13.39
	E60G	0.24	0.51	1.02	8.26	8.38	0.24	0.52	1.02	13.18	13.40
	D20	0.02	0.06	1.00	8.68	8.68	0.05	0.11	1.00	12.68	12.69
	E20D	0.13	0.24	1.01	6.06	6.11	0.12	0.24	1.01	6.90	6.94



5.4 Abhängigkeit der Trennbarkeit von Paßpunkt- und Bildflughanordnungen

Mit den berechneten Werten der Trennbarkeit von groben Fehlern der Paßpunkte und systematischen Bildfehlern kann man hier deutlich die Abhängigkeit der Trennbarkeit von Paßpunkt- und Bildflughanordnung sehen.

Zunächst zeigen wir mit der maximalen Korrelation die Trennbarkeitseigenschaften des Ausgleichungssystems und ihre Abhängigkeit von der Blockgeometrie (Tab.IV.9 und Fig.IV.14). Dann vergleichen wir bei verschiedener Geometrie die hinreichenden Trennbarkeitswerte für die Eck-Paßpunkte, die in Kapitel 4.2.2. untersucht wurden (siehe Fig.IV.5). Die Ergebnisse sind in Tab. IV.10 und Fig. IV.15 zusammengestellt.

Die Folgerungen sind:

- 1) Je kürzer der Abstand der Paßpunkte, desto besser die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern.
- 2) Die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler kann von systematischen Bildfehlern durch größere Querüberdeckung nicht wesentlich verbessert werden. Mit 60% Querüberdeckung kann nur die Bestimmbarkeit des Parameters b_7 bzw. der Parameter b_7 , b_4 und b_5 für antiparallele bzw. für gleichgerichtete Flugrichtungen verbessert werden.
- 3) Die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern kann durch die Kreuzbefliegung (D20) signifikant verbessert werden. Diese Verbesserung ist fast unabhängig von der Paßpunktanordnung, wenn das Ausgleichungssystem keinen Rangdefekt aufweist. Außerdem hat der Bündelblock mit Kreuzbefliegung die beste Kontrollierbarkeit (siehe Fig.IV.6) und die beste Bestimmbarkeit der systematischen Bildfehler (siehe Tab.IV.6). Deshalb sollte bei der genauen photogrammetrischen Punktbestimmung die Kreuzbefliegung vorgezogen werden. Es muß betont werden, daß der Aufwand für eine Kreuzbefliegung mit 20% Querüberdeckung etwa gleich ist mit dem für einen einfachen Block mit 60% Querüberdeckung.
- 4) Im Vergleich mit der Trennbarkeit grober Paßpunktfehler unter sich (vgl. Fig.IV.14-1, 2 und Fig.IV.7-2,4) ist die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern stets besser. Mit anderen Worten sind grobe Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern stets gut trennbar, falls sie von anderen groben Paßpunktfehlern gut trennbar sind.

Tab.IV.9 Maximale Korrelation zwischen groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern und Trennbarkeit des Bündelblocks unter verschiedenen Paßpunkt- und Bildflugarordnungen

		i/b= 12	i/b= 6	i/b= 4	i/b= 2	i/b= 2d
Grobe Fehler in einem Paßpunkt	E20	0.90 schlecht	0.72 gut	0.51 gut	0.31 gut	0.36 gut
	E60	0.86 schlecht	0.66 gut	0.46 gut	0.30 gut	
	E60G	1.00 nicht	0.66 gut	0.46 gut	0.30 gut	
	D20	0.28 gut	0.13 gut	0.09 gut	0.08 gut	
Grobe Fehler in zwei Paßpunkten	E20	1.00 nicht	0.88 schlecht	0.75 gut	0.59 gut	0.50 gut
	E60	1.00 nicht	0.82 schlecht	0.69 gut	0.45 gut	
	E60G	1.00 nicht	0.84 schlecht	0.70 gut	0.45 gut	
	D20	0.28 gut	0.22 gut	0.16 gut	0.12 gut	
Grobe Fehler in drei Paßpunkten	E20	1.00 nicht	0.97 schlecht	0.84 schlecht	0.77 schlecht	0.54 gut
	E60	1.00 nicht	0.95 schlecht	0.79 schlecht	0.54 gut	
	E60G	1.00 nicht	0.97 schlecht	0.80 schlecht	0.54 gut	
	D20	1.00 nicht	0.34 gut	0.22 gut	0.15 gut	

oben: ρ_{\max}

unten: Trennbarkeit

Tab.IV.10 Maximale Korrelation und hinreichender Trennbarkeitswert von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern

		i=12b		i= 6b		i= 4b		i= 2b	
		ρ_{\max}	UGW _{max}						
Ein grober Fehler im P.P. 1	E20	0.90	95.44	0.55	23.75	0.36	17.57	0.22	12.51
	E60	0.86	45.44	0.48	16.19	0.32	14.03	0.21	11.26
	E60G	1.00	∞	0.54	16.22	0.36	14.03	0.21	11.26
	D20	0.28	31.40	0.13	14.95	0.09	12.41	0.07	9.99
Grobe Fehler in P.P. 1	E20	0.90	98.14	0.56	30.03	0.40	26.06	0.22	21.31
	E60	0.86	48.95	0.49	22.16	0.34	20.76	0.22	18.59
	E60G	1.00	∞	0.54	22.21	0.36	20.77	0.22	18.60
	D20	0.28	31.99	0.13	17.97	0.09	16.07	0.08	13.47
Grobe Fehler in P.P.1,2	E20	1.00	∞	0.75	33.35	0.54	26.70		
	E60	1.00	∞	0.66	23.10	0.46	21.02		
	E60G	1.00	∞	0.66	23.14	0.47	21.02		
	D20	0.48	70.23	0.19	18.75	0.13	16.23		
Grobe Fehler in P.P.1,3	E20	1.00	∞	0.73	31.77	0.54	26.36		
	E60	1.00	∞	0.67	22.68	0.47	20.94		
	E60G	1.00	∞	0.73	23.02	0.50	21.01		
	D20	0.40	70.03	0.19	18.52	0.13	16.14		
Grobe Fehler in P.P.1,2,3	E20	1.00	∞	0.86	48.22	0.65	26.93		
	E60	1.00	∞	0.78	26.70	0.56	21.16		
	E60G	1.00	∞	0.79	27.54	0.57	21.15		
	D20	1.00	∞	0.23	18.87	0.16	16.26		

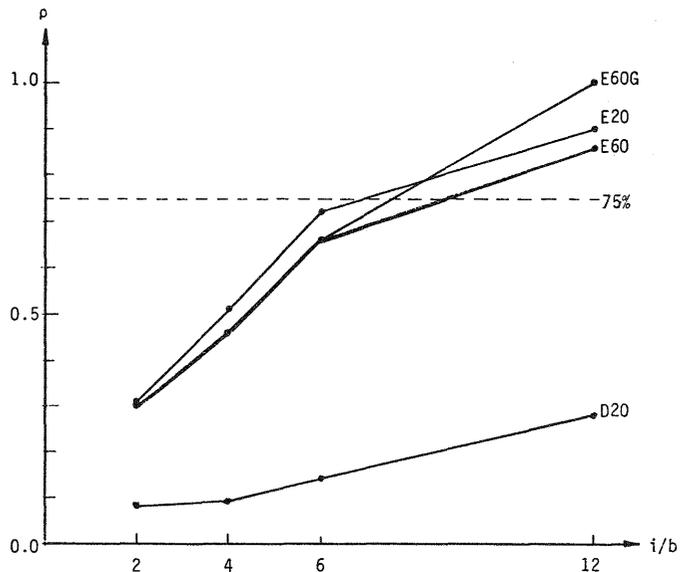


Fig. IV.14-1 Maximale Korrelation zwischen groben Fehlern in einem Paßpunkt und allen bestimmbaren systematischen Bildfehlern in Abhängigkeit von Paßpunkt- und Bildfluganordnungen

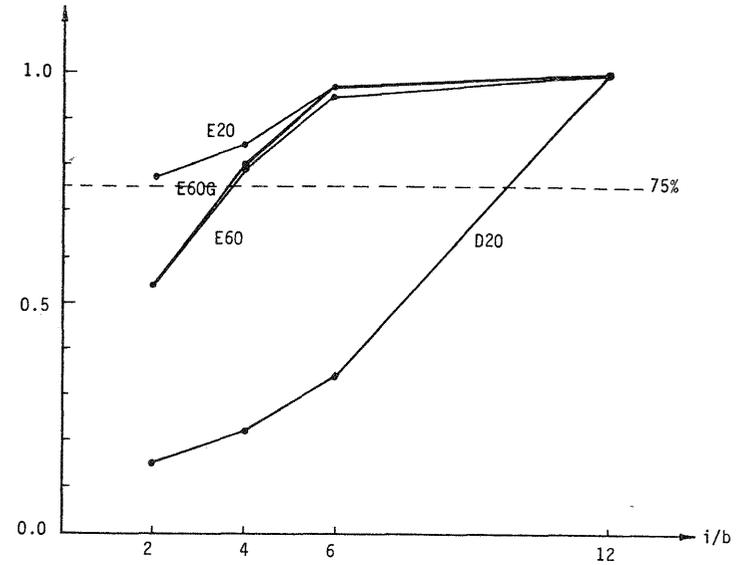


Fig. IV.14-3 Maximale Korrelation zwischen groben Fehlern in drei Paßpunkten und allen bestimmbaren systematischen Bildfehlern in Abhängigkeit von Paßpunkt- und Bildfluganordnungen

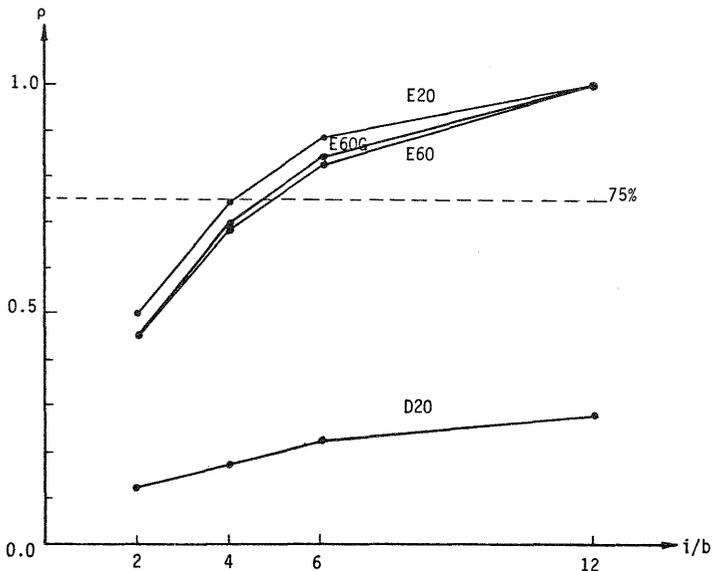


Fig. IV.14-2 Maximale Korrelation zwischen groben Fehlern in zwei Paßpunkten und allen bestimmbaren systematischen Bildfehlern in Abhängigkeit von Paßpunkt- und Bildfluganordnungen

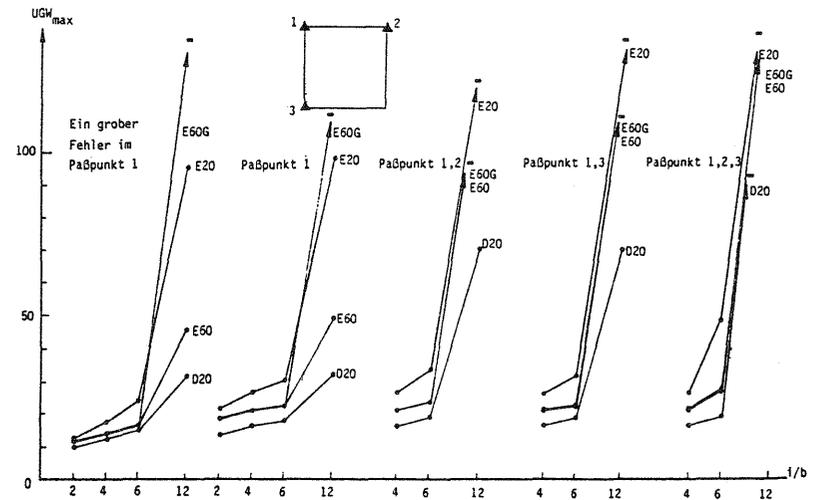


Fig. IV.15 Hinreichende Trennbarkeitswerte grober Fehler in Eck-Paßpunkten von allen bestimmbaren systematischen Bildfehlern unter verschiedener Geometrie

6. Einfluß der Änderung der Paßpunktgewichte auf die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern

In dieser Untersuchung haben wir bisher angenommen, daß die Paßpunktkoordinaten (geodätische Beobachtungen) umgerechnet in den Bildmaßstab gleich genau wie die Bildkoordinaten (photogrammetrische Beobachtungen) sind. Dies entspricht etwa der Praxis hochgenauer photogrammetrischer Punktbestimmungen.

Hier verändern wir nun die Paßpunktgewichte, um zu sehen, welchen Einfluß sie auf die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern haben:

- Version A : Paßpunktgewicht = 100
- Version B : Paßpunktgewicht = 1
- Version C : Paßpunktgewicht = 0.01.

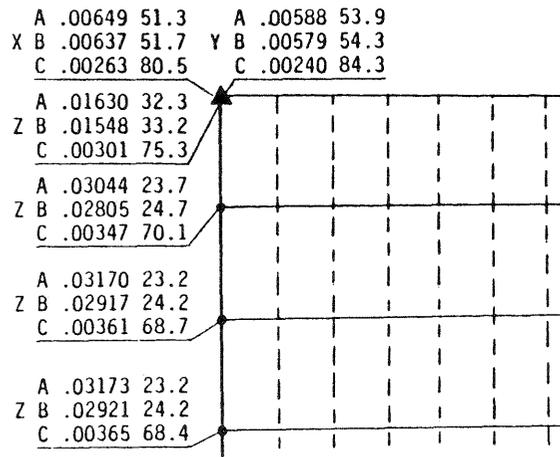
Durch die simulierte Berechnung erhalten wir für die verschiedenen Paßpunktgewichte die Werte der inneren Zuverlässigkeit (Fig. IV.16), die Bestimmbarkeitswerte der zusätzlichen Parameter (Tab. IV.11) und die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bilderfehler (Tab. IV.12). Diese Ergebnisse zeigen:

- Je kleiner das Paßpunktgewicht, desto schlechter ist die innere Zuverlässigkeit der Paßpunkte
- Je kleiner das Paßpunktgewicht, desto schlechter ist die Bestimmbarkeit der zusätzlichen Parameter beim einfachen Block. Beim Doppelblock (D20) hat die Änderung des Paßpunktgewichtes keinen Einfluß auf die Bestimmbarkeit von zusätzlichen Parametern!
- Die Änderung des Paßpunktgewichtes hat einen sehr geringen Einfluß auf die Korrelation zwischen groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern. Mit kleinerem Paßpunktgewicht kann man die Trennbarkeit grober Fehler von systematischen Bildfehlern geringfügig verbessern.

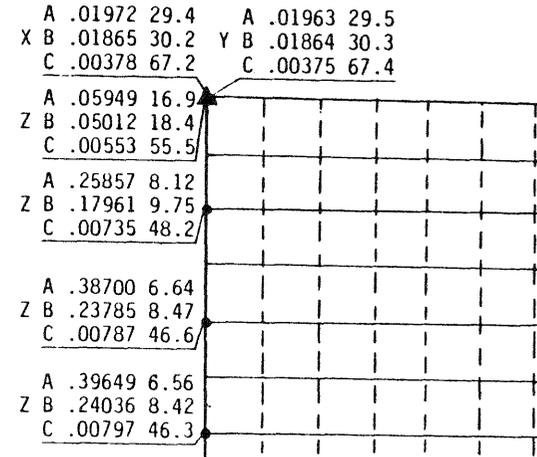
Bei der hochgenauen photogrammetrischen Punktbestimmung sind normalerweise die Genauigkeiten von Bild- und Paßpunktkoordinaten praktisch gleich. Deshalb ist es angemessen, daß die photogrammetrischen und geodätischen Beobachtungen bei der Untersuchung der Zuverlässigkeit als gleich genau betrachtet werden.

Tab. IV.11 Bestimmbarkeit der zusätzlichen Parameter bei verschiedenen Paßpunktgewichten ($i/b = 12$)

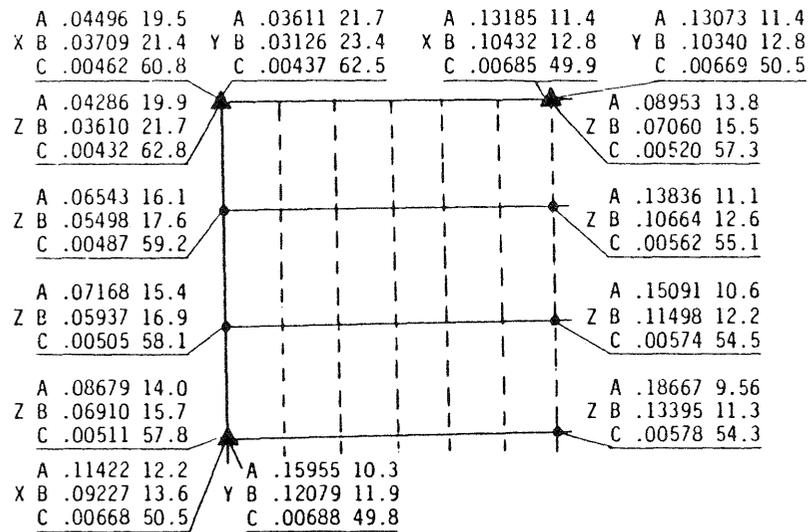
		b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}	b_{11}	b_{12}
E20	A	8.08	7.92	0.58	xx	xx	0.80	xx	xx	0.84	0.96	1.01	0.96
	B	8.14	7.99	0.58	xx	xx	0.80	xx	xx	0.84	0.96	1.01	0.96
	C	13.1	13.1	0.58	xx	xx	0.80	xx	xx	1.05	1.14	1.01	0.96
E60	A	4.24	4.45	0.41	xx	xx	0.49	0.73	xx	0.62	0.63	0.73	0.71
	B	4.37	4.61	0.41	xx	xx	0.49	0.73	xx	0.62	0.63	0.73	0.71
	c	11.2	11.4	0.41	xx	xx	0.49	1.29	xx	0.87	0.88	0.73	0.71
E60G	A	4.24	4.45	0.41	0.42	0.52	0.51	0.73	xx	0.62	0.63	0.69	0.70
	B	4.37	4.61	0.41	0.42	0.52	0.51	0.73	xx	0.62	0.63	0.69	0.70
	C	11.2	11.4	0.56	0.57	0.78	0.77	1.29	xx	0.87	0.88	0.70	0.71
D20	A	0.49	0.43	0.40	0.54	0.68	0.50	1.11	0.87	0.58	0.61	0.69	0.68
	B	0.49	0.43	0.40	0.54	0.68	0.50	1.12	0.88	0.58	0.61	0.69	0.68
	C	0.49	0.43	0.40	0.55	0.68	0.50	1.55	1.39	0.58	0.61	0.69	0.68



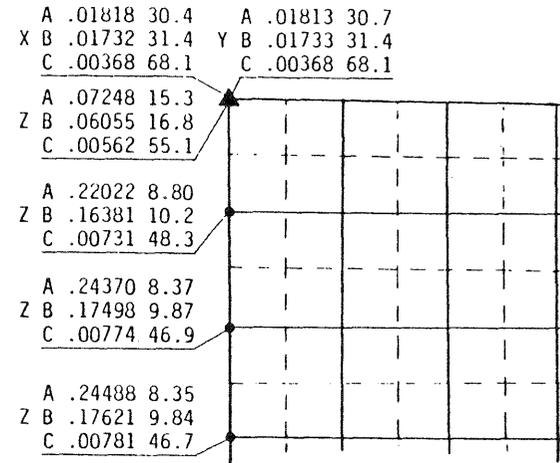
E20, i=12b



E60, i=12b



E20, i= 6b



D20, i=12b

$r_i p_i$	$\nabla_0 l_i$
-----------	----------------

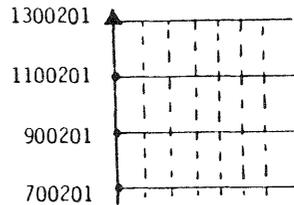
Fig. IV.16 Innere Zuverlässigkeit der Paßpunkte unter verschiedenen Paßpunktgewichten

Tab. IV.12 Korrelationskoeffizienten von groben Fehlern der Paßpunkte und allen bestimmbaren systematischen Bildfehlern bei verschiedenen Paßpunktgewichten

a. $i/b = 12$

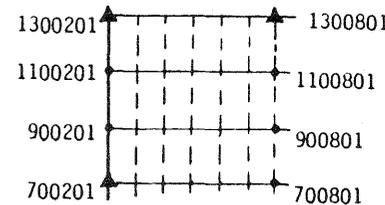
Paßpunkt		E20			E60			E60G			D20		
		A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C
1300201	X	0.51	0.51	0.46	0.50	0.49	0.43	0.55	0.55	0.55	0.01	0.01	0.00
		0.85	0.85	0.78	0.86	0.85	0.75	1.00	1.00	1.00	0.02	0.02	0.00
	Y	0.53	0.53	0.49	0.50	0.49	0.43	0.55	0.55	0.55	0.01	0.01	0.00
1100201	Z	0.90	0.90	0.82	0.86	0.86	0.75	1.00	1.00	1.00	0.02	0.02	0.00
		0.26	0.26	0.32	0.23	0.23	0.35	0.23	0.23	0.33	0.15	0.15	0.22
	Z	0.44	0.44	0.53	0.39	0.40	0.61	0.42	0.43	0.61	0.27	0.28	0.41
900201	Z	0.05	0.05	0.17	0.10	0.10	0.15	0.11	0.10	0.14	0.08	0.07	0.01
		0.08	0.09	0.29	0.17	0.17	0.26	0.19	0.18	0.26	0.14	0.13	0.02
700201	Z	0.01	0.01	0.08	0.04	0.05	0.14	0.04	0.04	0.14	0.06	0.06	0.11
		0.02	0.02	0.13	0.07	0.08	0.15	0.08	0.08	0.25	0.12	0.10	0.21
1300201	XYZ	0.00	0.00	0.00	0.02	0.03	0.16	0.02	0.03	0.15	0.06	0.04	0.14
		0.00	0.00	0.00	0.03	0.05	0.28	0.03	0.05	0.28	0.10	0.08	0.26
1300201	XY	0.62	0.62	0.57	0.59	0.59	0.51	0.65	0.65	0.65	0.01	0.01	0.00
		0.90	0.90	0.78	0.86	0.86	0.75	1.00	1.00	1.00	0.03	0.03	0.01
1300201	XYZ	0.59	0.59	0.56	0.55	0.55	0.53	0.61	0.61	0.64	0.11	0.11	0.16
		0.90	0.90	0.82	0.86	0.86	0.75	1.00	1.00	1.00	0.28	0.28	0.41

- Bemerkung:
1. Gewicht der Bildkoordinaten = 1
 2. Gewicht der Paßpunkte = 100 für A
1 für B
0.01 für C
 3. oben -- globale Korrelation
unten -- maximale Korrelation



b. E20, $i/b = 6$, Anzahl der Z.P. = 9

Paßpunkt		Korrelation			Paßpunkt	Korrelation			
		A	B	C		A	B	C	
1300201	X	0.33	0.32	0.28	1300201	XY	0.38	0.36	0.34
		0.57	0.55	0.49			0.58	0.56	0.50
	Y	0.31	0.30	0.29	700201	XY	0.48	0.46	0.29
700201	Z	0.54	0.52	0.50	1300801	XY	0.48	0.46	0.29
		0.24	0.23	0.24			0.74	0.70	0.42
	X	0.42	0.39	0.41	1300201	XYZ	0.37	0.35	0.35
700201	Y	0.37	0.36	0.24	700201	XYZ	0.58	0.56	0.53
		0.65	0.62	0.41			0.44	0.42	0.26
1300801	Z	0.43	0.42	0.24	1300801	XYZ	0.75	0.72	0.42
		0.75	0.72	0.42			0.44	0.42	0.28
	X	0.16	0.12	0.08	1300201	XY	0.49	0.48	0.41
700201	Y	0.28	0.21	0.13	700201	XY	0.74	0.70	0.72
		0.43	0.40	0.24			0.49	0.48	0.41
1300801	Z	0.74	0.70	0.41	1300801	XY	0.87	0.85	0.70
		0.38	0.37	0.24			1300201	XY	0.49
	X	0.66	0.65	0.42	1300801	XY	0.87	0.85	0.70
1100201	Z	0.15	0.13	0.13	700201	XY	0.51	0.49	0.32
		0.26	0.22	0.23	1300801	XY	0.90	0.88	0.56
900201	Z	0.13	0.11	0.15	1300201	XY	0.52	0.51	0.46
		0.22	0.19	0.26	700201	XY	0.98	0.97	0.88
1100801	Z	0.14	0.11	0.10	1300201	XYZ	0.49	0.45	0.40
		0.23	0.19	0.17	700201	XYZ	0.87	0.85	0.71
900801	Z	0.17	0.15	0.14	1300201	XYZ	0.49	0.46	0.41
		0.30	0.25	0.24	1300801	XYZ	0.87	0.85	0.70
700801	Z	0.14	0.12	0.14	700201	XYZ	0.51	0.45	0.31
		0.25	0.21	0.25	1300801	XYZ	0.90	0.88	0.56
700801	Z	0.22	0.18	0.14	1300201	XYZ	0.52	0.48	0.45
		0.38	0.30	0.25	700201	XYZ	0.98	0.97	0.88
				1300801	XYZ				



7. Abhängigkeit der Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern von der Blockgröße

In der oben erwähnten Untersuchung haben wir uns auf eine konstante Blockgröße beschränkt. Die Änderungen betrafen nur Paßpunkt- und Bildfluganordnungen. Für ein photogrammetrisches Projekt mit konstanten systematischen Bildfehlern können wir nun auch die Blockgröße verändern, um zu sehen, ob und wie die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler und systematischer Bildfehler von der Blockgröße abhängig ist. Dafür nehmen wir vier unterschiedliche Blockgrößen (von 3×7 bis 12×15), die gleiche Paßpunktintervalle ($i/b = 6$) haben (siehe Fig.IV.17).

Durch eine simulierte Berechnung erhalten wir die Werte der Bestimmbarkeit von zusätzlichen Parametern (Tab.IV.13) sowie die maximalen Korrelationen und die hinreichenden Trennbarkeitswerte von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern (Tab. IV.14). Fig.IV.18 veranschaulicht die Abhängigkeit der maximalen Korrelationen zwischen groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern von der Blockgröße.

Wir können daraus unmittelbar die Abhängigkeit der Trennbarkeit grober Paßpunktfehler und systematischer Fehler von der Blockgröße ablesen:

- Je größer der Bündelblock, desto besser ist generell die Bestimmbarkeit systematischer Bildfehler. Der Grund liegt darin, daß beim Bündelblock mit blockinvarianten systematischen Bildfehlern der größere Block auch mehr photogrammetrische Beobachtungen und einen größeren Redundanzanteil für die Bestimmung zusätzlicher Parameter besitzt.
- Je größer der Bündelblock, desto besser ist die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern. Denn der größere Block mit konstanten systematischen Fehlern weist eine bessere Bestimmbarkeit der systematischen Bildfehler auf und enthält unter den gemachten Annahmen auch mehr Paßpunkte.
- Vergleichen wir die maximalen Korrelationen in Tab. IV.14 mit den Werten in Tab.IV.9 können wir sehen, daß die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler und systematischer Fehler für die einfache Befliegung im wesentlichen nur von der Anzahl der Paßpunkte abhängig ist. Die Kontrollierbarkeit sowie der Trennbarkeitswert hängen auch noch von dem Abstand der Paßpunkte ab. Aus Tab.IV.14 ergibt sich eine empirische Regel, wonach in einem Block mit n Reihen von Paßpunkten grobe Fehler in $n-2$ Paßpunkten von allen bestimmaren systematischen Bildfehlern gut trennbar sind.

Ein möglichst großer Bündelblock mit dichter Paßpunkt-Randbesetzung ist offenbar am günstigsten. Dieser Fall hat folgende Vorteile:

- gute Homogenität der Genauigkeit im Blockinneren;
- keine Notwendigkeit für innere Lagepaßpunkte; die Genauigkeit nimmt dadurch nicht signifikant ab, weil sie nur logarithmisch mit der Blockgröße abnimmt;
- geringfügig bessere Kontrollierbarkeit für mehrere grobe Paßpunktfehler (siehe Tab. IV.15);
- wesentlich bessere Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern, wenn sie im ganzen Block konstant sind.

Tab.IV.13 Bestimmbarkeit der zusätzlichen Parameter bei verschiedenen Blockgrößen (E20, q=20%, i= 6b)

Version	Größe	b ₁	b ₂	b ₃	b ₆	b ₈	b ₉	b ₁₀	b ₁₁	b ₁₂
E20A	3x 7	7.94	7.95	1.18	1.84	-	1.77	2.32	2.12	1.88
E20B	6x13	2.27	1.93	0.57	0.74	0.98	0.83	0.91	1.01	0.96
E20C	9x19	1.19	0.98	0.38	0.48	0.63	0.55	0.59	0.67	0.64
E20D	12x25	0.77	0.63	0.28	0.36	0.46	0.42	0.43	0.50	0.48

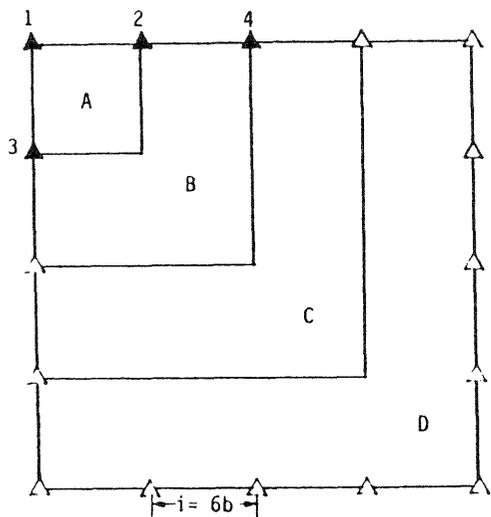
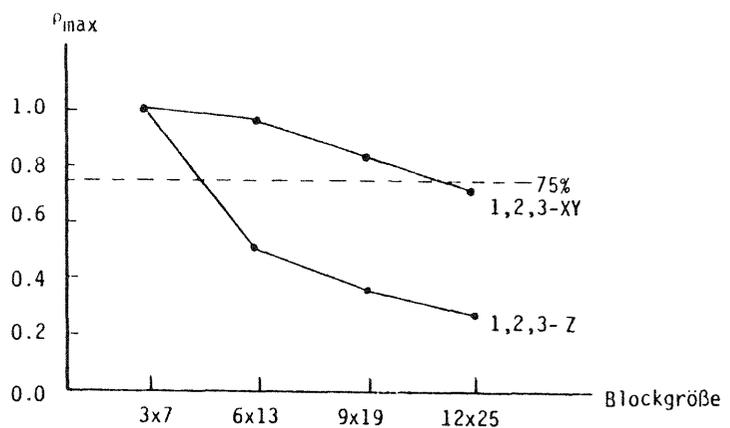
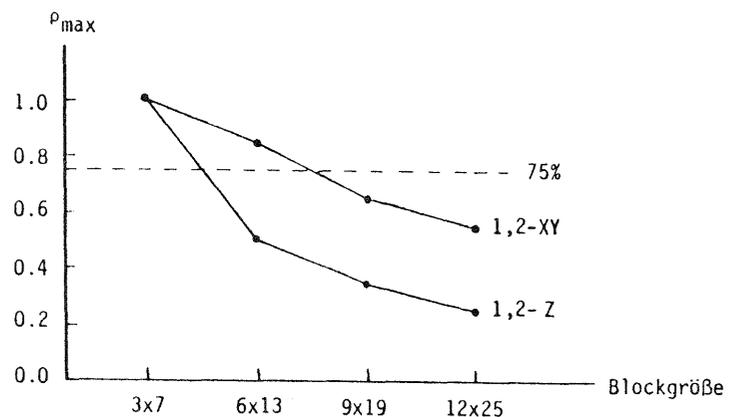
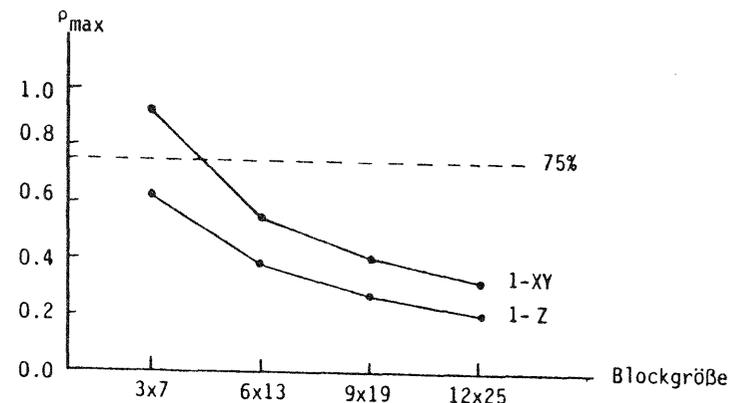


Fig. IV.17 Verschiedene Blockgrößen (q=20%, i= 6b)

Fig. IV.18 Abhängigkeit der maximalen Korrelation zwischen groben Fehlern der Paßpunkte und systematischen Bildfehlern von Blockgrößen (E20, q=20%, i= 6b)



Tab.IV.14 Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von allen bestimmaren systematischen Bildfehlern bei verschiedenen Blockgrößen (E20, q=20%, i= 6b)

Grobe Fehler	ρ_{\max}				k_{ρ}				UGW_{\max}			
	E20A	E20B	E20C	E20D	E20A	E20B	E20C	E20D	E20A	E20B	E20C	E20D
1 - X	0.90	0.55	0.39	0.30	1.75	1.02	1.01	1.01	43.8	21.8	21.6	21.6
1 - Y	0.92	0.52	0.37	0.29	1.97	1.02	1.01	1.01	51.2	23.7	23.5	23.4
1 - Z	0.73	0.39	0.28	0.21	1.04	1.01	1.01	1.01	25.6	22.0	21.8	21.8
1 - XY	0.92	0.56	0.40	0.32	2.03	1.02	1.01	1.01	56.0	24.1	23.8	23.7
1 -XYZ	0.93	0.56	0.40	0.32	2.08	1.02	1.01	1.01	67.3	30.0	29.8	29.7
1,2 - XY	1.00	0.85	0.68	0.56	∞	1.47	1.03	1.02	∞	46.8	31.9	31.6
1,2 - Z	1.00	0.51	0.35	0.27	∞	1.02	1.01	1.01	∞	35.3	32.0	31.8
1,2 -XYZ	1.00	0.85	0.68	0.56	∞	1.48	1.03	1.02	∞	60.3	38.0	37.6
1,2,3 - XY	1.00	0.97	0.84	0.72	∞	3.16	1.41	1.04	∞	150.5	66.3	49.0
1,2,3 - Z	1.00	0.51	0.36	0.28	∞	1.02	1.01	1.01	∞	35.4	32.0	31.9
1,2,3 -XYZ	1.00	0.97	0.84	0.72	∞	3.16	1.43	1.04	∞	150.5	68.9	50.2
1,2,4 - XY	--	0.92	0.85	0.74	--	2.05	1.46	1.05	--	90.5	51.5	36.9
1,2,4 - Z	--	0.51	0.42	0.32	--	1.02	1.01	1.01	--	1245	46.3	42.6
1,2,4 -XYZ	--	0.92	0.85	0.75	--	2.06	1.46	1,05	--	2527	72.9	47.9

Tab. IV.15 Maximale Kontrollierbarkeitswerte grober Paßpunktfehler bei verschiedenen Blockgrößen (E20,i=6b)

Grobe Fehler	UGW_{\max}			
	E20A	E20B	E20C	E20D
1 - X	25.0	21.4	21.4	21.4
1 - Y	26.0	23.4	23.2	23.2
1 - Z	24.5	21.7	21.7	21.7
1 - XY	27.6	23.7	23.6	23.6
1 -XYZ	32.3	29.5	29.5	27.7
1,2 - XY	64.3	31.8	31.0	31.0
1,2 - Z	∞	34.8	31.8	31.6
1,2 -XYZ	∞	40.7	37.0	36.9
1,2,3 - XY	∞	47.7	48.2	47.2
1,2,3 - Z	∞	34.9	31.8	31.6
1,2,3 -XYZ	∞	49.0	48.2	48.2
1,2,4 - XY	-	44.2	35.2	35.5
1,2,4 - Z	-	1227	45.8	42.3
1,2,4 -XYZ	-	1227	49,9	45.5

8. Verbesserung der Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern durch doppelte Paß- und Verknüpfungspunkte

Bei den Einfach-Blöcken ist eine deutliche Steigerung der Kontrollierbarkeit durch die Messung von Doppelpunkten (Schroth, 1981) erkennbar. Entsprechend wird eine Verbesserung der Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern durch doppelte Paß- und Verknüpfungspunkte erwartet.

Um die Trennbarkeitswerte bei Einzelpunkten und Doppelpunkten zu vergleichen, nehmen wir den Block mit einfacher Befliegung und 20% Querüberdeckung. In diesem Block (E20D) sind alle Verknüpfungs- und Paßpunkte Punktpaare. Die berechneten Korrelationen und Trennbarkeitswerte für einzelne grobe Fehler sind in Fig.IV.19 mit den Werten für Einzelpunkte zusammengestellt. Für mehrere grobe Paßpunktfehler sind die Ergebnisse schon in Fig.IV.12 und Tab.IV.8 aufgenommen worden.

Es zeigt sich ganz klar, daß die Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Bildfehlern, insbesondere bei schwacher Paßpunktanordnung (z.B. $i = 12b$), durch die Messung von Doppelpunkten signifikant verbessert werden kann. Dies gilt für die Trennbarkeit noch viel deutlicher als für die Kontrollierbarkeit.

Die ungünstigsten Fälle treten bei der Bündelausgleichung mit Doppelpunkten auf, wenn gleichzeitig alle Punkte in derselben Punktgruppen grob falsch sind. In diesem Fall ist ihre Kontrollierbarkeit und die Trennbarkeit von systematischen Fehlern genauso schwach wie beim Fall mit Einzelpunkten.

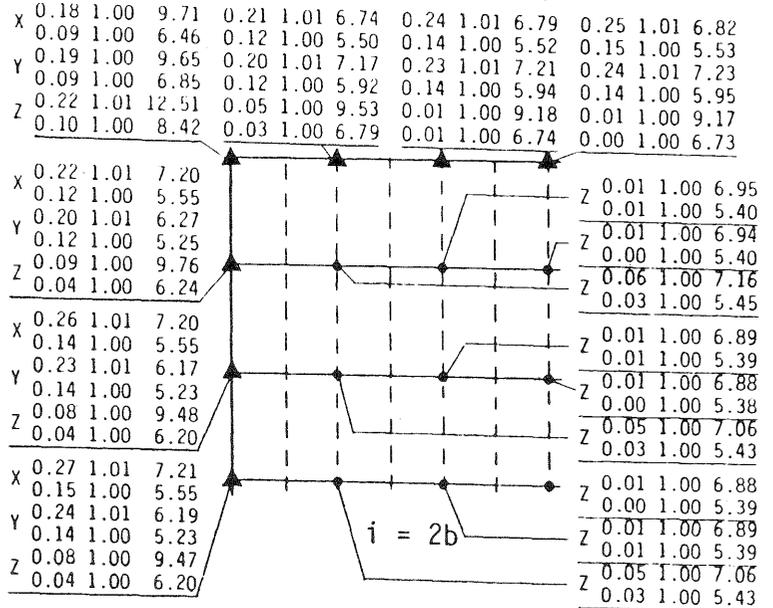
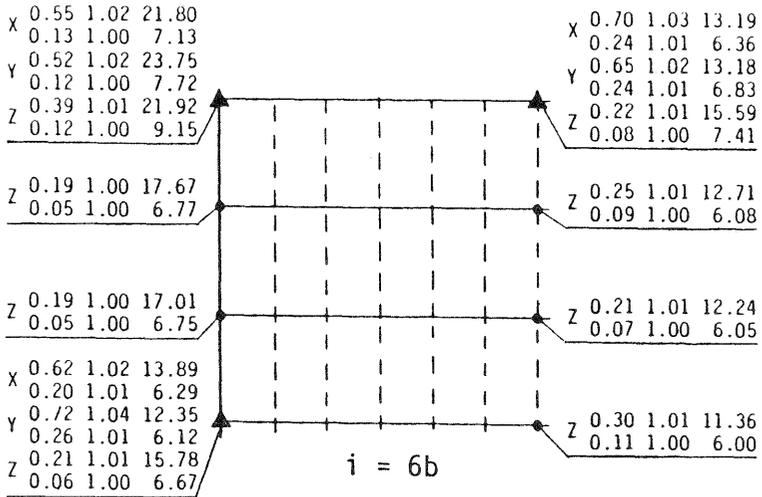
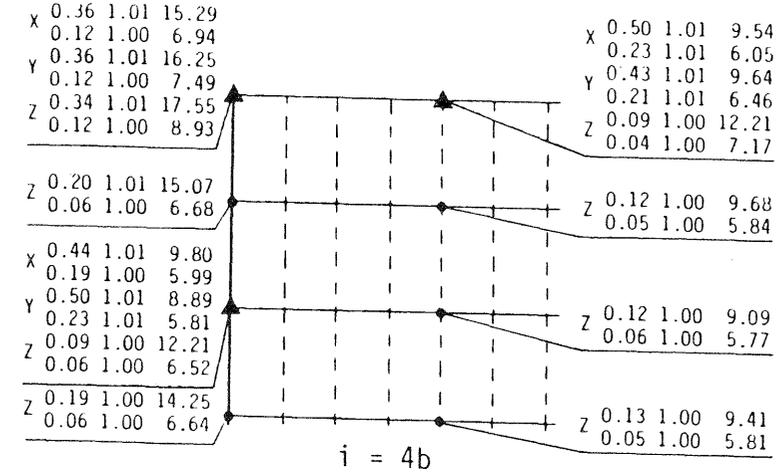
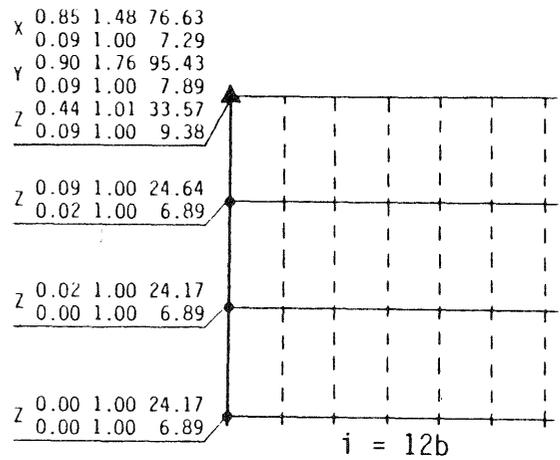
Es kann weiterhin gezeigt werden, daß die Anzahl der bestimmaren zusätzlichen Parameter nicht durch die Messung von Doppelpunkten verändert werden kann, sondern daß lediglich die Bestimmbarkeitswerte um den Faktor $\sqrt{2}$ verkleinert werden (siehe Tab.IV.6).

Allgemein ist dennoch insbesondere bei schwacher Geometrie die Messung von Doppelpunkten zu empfehlen, um eine gute Kontrollierbarkeit und Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern und systematischen Fehlern zu garantieren.

9. Trennbarkeit grober Fehler der Bildkoordinaten von systematischen Bildfehlern

Grobe Fehler der Bildkoordinaten werden bei der Ausgleichung allgemein leichter als grobe Paßpunktfehler aufgedeckt. Ob sie auch leichter als grobe Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern trennbar sind, untersuchen wir in diesem Abschnitt kurz am Beispiel der Einfachbefliegung mit 20 % Querüberdeckung.

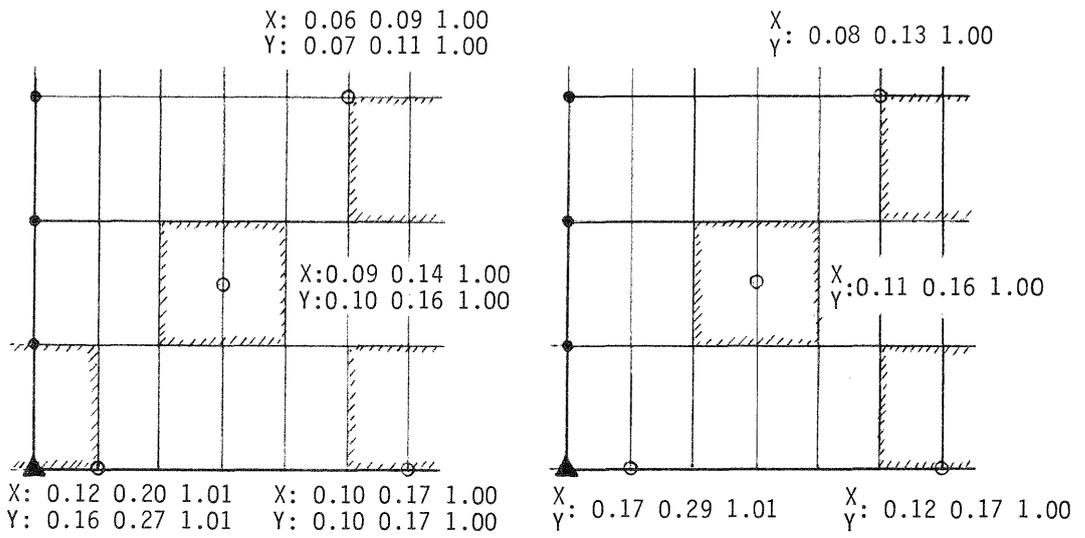
Fig. IV.20 zeigt die Ergebnisse für Eck-, Rand- und Mittel-Bildpunkte. Daraus ist deutlich zu ersehen, daß grobe Fehler der Bildkoordinaten in jedem Fall von systematischen Bildfehlern gut trennbar sind, selbst bei schwacher Geometrie.



oben: Einzelpunkt unten: Doppelpunkt

ρ_{max} $k\rho_{max}$ UGW_{max}

Fig. IV. 19 Korrelationskoeffizient und Trennbarkeitswert von einzelnen groben Paßpunktfehlern und allen bestimmaren systematischen Bildfehlern (E20)



Trennbarkeit grober Fehler der Bildpunkte von allen bestimmaren systematischen Bildfehlern (E20, q=20%, i=12b, Anzahl der Z.P.= 8)

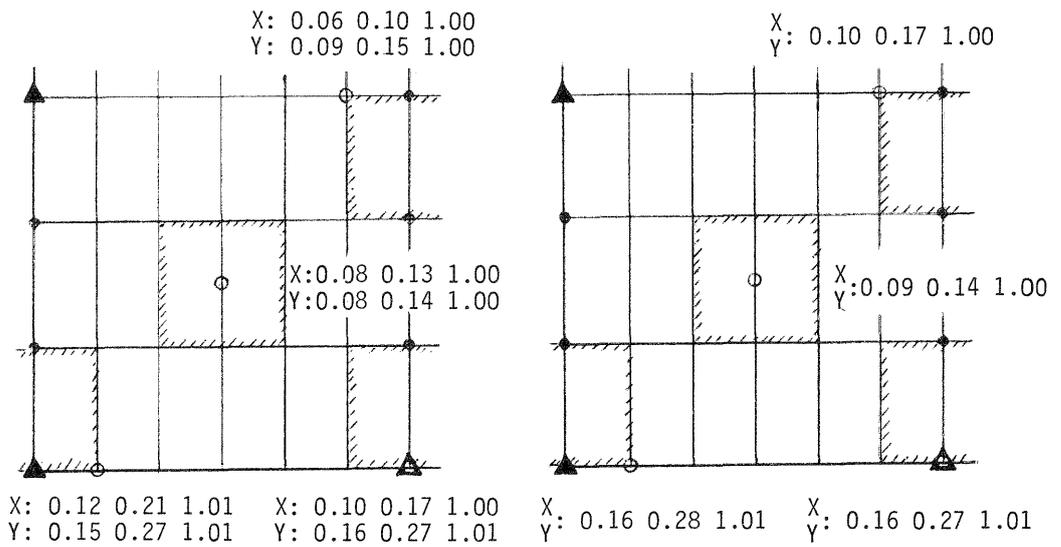


Fig. IV.20: Trennbarkeit grober Fehler der Bildpunkte von allen bestimmaren systematischen Bildfehlern (E20, q=20%, i= 6b, Anzahl der Z.P.= 9)

ρ_G	ρ_{max}	$k_{\rho_{max}}$
----------	--------------	------------------

10. Vergleich der Kontrollierbarkeit der Paßpunkte bei der Bündelausgleichung mit und ohne Selbstkalibrierung

Nachdem die Kontrollierbarkeitswerte der Paßpunkte bei der Ausgleichung mit Selbstkalibrierung berechnet wurden, vergleichen wir nun die innere Zuverlässigkeit der Paßpunkte mit und ohne Selbstkalibrierung. Fig. IV.21 zeigt ihre Redundanzanteile und Kontrollierbarkeitswerte sowie die Verhältnisse

$$\bar{k} = \frac{\delta_{0,i}^t, \text{ mit}}{\delta_{0,i}^t, \text{ ohne}} \quad (4.16)$$

Für den Fall E60G und $i = 12b$ beträgt der Redundanzanteil des Eck-Lagepaßpunktes null, wenn die Bündelausgleichung mit Selbstkalibrierung ausgeführt wird. Das bedeutet, daß ein grober Fehler im Eck-Lagepaßpunkt bei solcher Geometrie nicht kontrollierbar ist. Mit anderen Worten wird ein grober Fehler im Eck-Lagepaßpunkt durch die Selbstkalibrierung falsch kompensiert. Das stimmt mit dem Ergebnis in IV.5.3 (siehe Fig. IV.12-1) überein.

Außerdem sind die Kontrollierbarkeitswerte ohne und mit Selbstkalibrierung für die Kreuzbefliegung (D20) fast gleich. Das heißt, daß die Kompensation systematischer Bildfehler dabei keinen Einfluß auf die Kontrollierbarkeit der Paßpunkte hat. Das stimmt auch mit dem Ergebnis in IV.5.3 gut überein.

Vergleichen wir Fig. IV.21 mit Fig. IV.12, finden wir, daß der Wert \bar{k} immer etwas größer ist als $k_{\rho_{\max}}$. Der Grund liegt darin, daß das mathematische Modell mit Selbstkalibrierung eine größere Anzahl von Unbekannten hat. Dennoch verändert sich der Wert \bar{k} im gleichen Verhältnis wie die maximale Korrelation ρ_{\max} .

11. Zusammenfassung

Die Untersuchung in diesem Kapitel hat bewiesen, daß die Theorie von der Trennbarkeit zweier Alternativhypothesen (Kapitel II) praktisch anwendbar und mit Hilfe des gewählten Berechnungsverfahrens der Matrizen $(P_{ss})_{ij}$ (siehe Kapitel II.2) auch relativ gut durchführbar ist. Man benötigt zu diesem Verfahren keinen extremen Rechenaufwand. Als Ergebnis wurden vier für die Untersuchung der Zuverlässigkeit bei der hochgenauen photogrammetrischen Punktbestimmung wichtige Ergebnisse erarbeitet:

- Kontrollierbarkeit und Trennbarkeit (d. h. Lokalisierbarkeit) grober Paßpunktfehler,
- Bestimmbarkeit systematischer Bildfehler und ihr Einfluß auf die ausgeglichenen Geländekoordinaten,
- Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern und
- Trennbarkeit von systematischen Bildfehlern.

Zusammenfassend können folgende Aussagen gemacht werden:

Die Bestimmbarkeit systematischer Bildfehler ist wesentlich von der Bildflughöhe abhängig. Die Kreuzbefliegung liefert die beste Bestimmbarkeit systematischer Bildfehler und eine gute Kompensation systematischer Fehler. Das gilt für die Ausgleichung mit und ohne Selbstkalibrierung (siehe Li, 1983b).

Die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern ist von den Paßpunkt- und den Bildfluganordnungen abhängig. Beim Einfachblock ist die Paßpunktanordnung der entscheidende Faktor. Die Bündelausgleichung mit Kreuzbefliegung besitzt sehr gute, von dem Abstand der Paßpunkte fast unabhängige Trennbarkeitseigenschaften.

Es gibt die folgenden Möglichkeiten zur Verbesserung der Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern:

- Kreuzbefliegung mit 20% Querüberdeckung

Die Kreuzbefliegung brachte, wie erwartet, bei allen Untersuchungen (Kontrollierbarkeit, Bestimmbarkeit und Trennbarkeit) die besten Ergebnisse. Ihr Aufwand ist jedoch fast gleich wie bei der Doppelbefliegung mit 60% Querüberdeckung. Außerdem muß man hier auch die Steigerung der Punktgenauigkeit berücksichtigen.

- Messung von Doppelpunkten (Verknüpfungs- und Paßpunkte)

Bei den Einfach-Blöcken ist eine deutliche Steigerung sowohl für die Kontrollierbarkeit als auch für die Trennbarkeit durch die Messung von Doppelpunkten erkennbar, insbesondere bei schwacher Paßpunktanordnung. Bei den ohnehin stärker redundanten Doppelbefliegungen ist der Effekt nicht mehr so ausgeprägt.

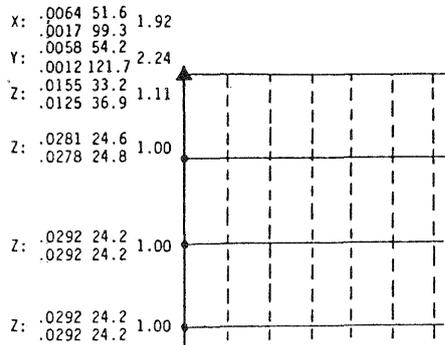
- Ausgleichung mit einem größeren Block

Die Bündelausgleichung soll mit einem möglichst großen Block, d. h. mit möglichst vielen Bildern pro Fläche, mit dichter Paßpunkt-Randbesetzung ausgeführt werden. Dieser Fall hat mehrere günstige Eigenschaften:

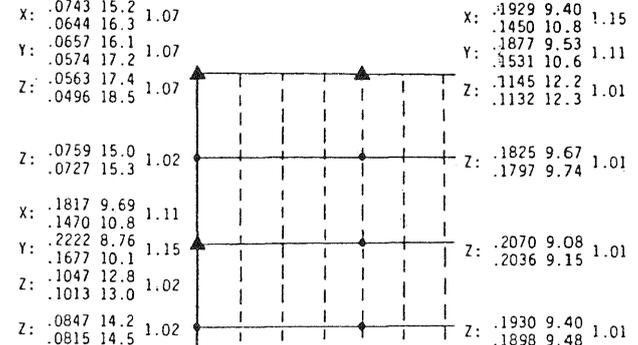
- gute Homogenität von Genauigkeit und Kontrollierbarkeit im Blockinneren;
- Einsparung der inneren Lagepaßpunkte, ohne daß die Genauigkeit signifikant abnimmt;
- geringfügig bessere Kontrollierbarkeit der groben Paßpunktfehler und wesentlich bessere Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern, wenn die systematischen Fehler im ganzen Block konstant sind.

In diesem Fall sind grobe Fehler der Bildkoordinaten von systematischen Bildfehlern sehr gut trennbar.

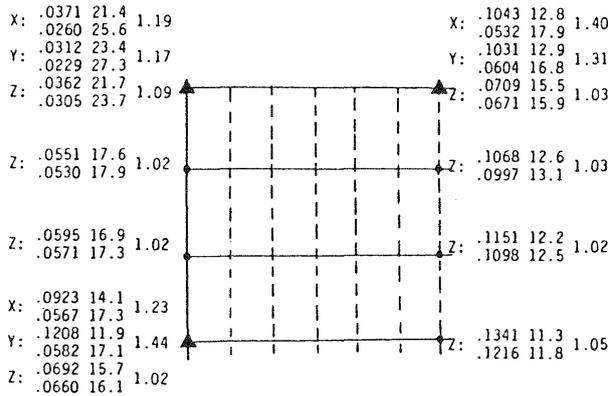
Die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler von systematischen Bildfehlern ist bei gleicher Geometrie stets besser als die Trennbarkeit grober Paßpunktfehler unter sich. Mit anderen Worten sind solche groben Paßpunktfehler bei der Bündelausgleichung von allen bestimmaren systematischen Bildfehlern trennbar, wenn sie von anderen groben Paßpunktfehlern trennbar sind. Deshalb steht die Trennbarkeit von groben Paßpunktfehlern im Blickpunkt der inneren Zuverlässigkeit und sollte speziell noch weitergehend untersucht werden.



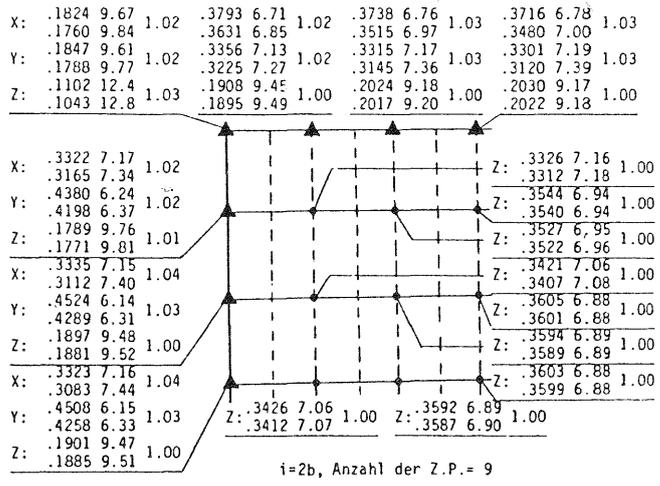
i=12b, Anzahl der Z.P.= 8



i=4b, Anzahl der Z.P.= 9



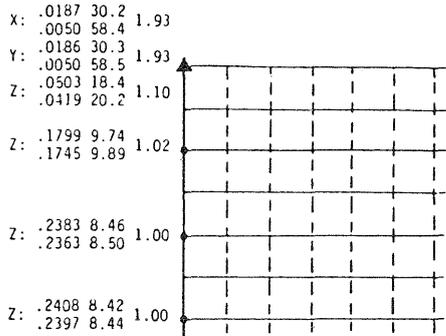
i=6b, Anzahl der Z.P.= 9



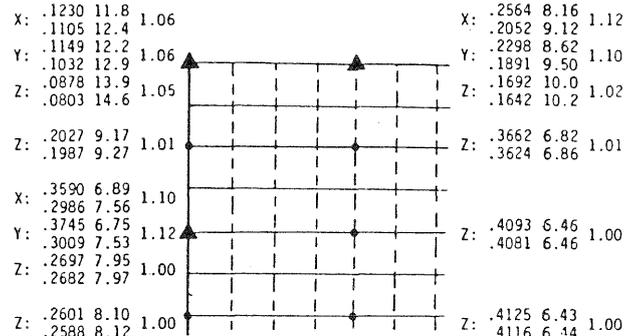
i=2b, Anzahl der Z.P.= 9

$r_{i,ohne}$	$\delta'_{o,i,ohne}$	\bar{k}
$r_{i,mit}$	$\delta'_{o,i,mit}$	

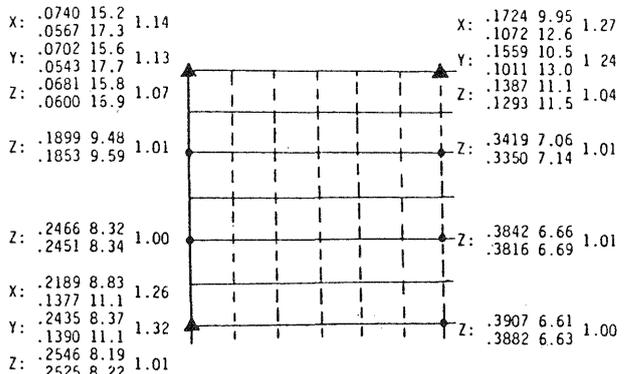
Fig.IV.21-1 Kontrollierbarkeit der Paßpunkte bei der Bündelausgleichung ohne und mit Selbstkalibrierung (E20)



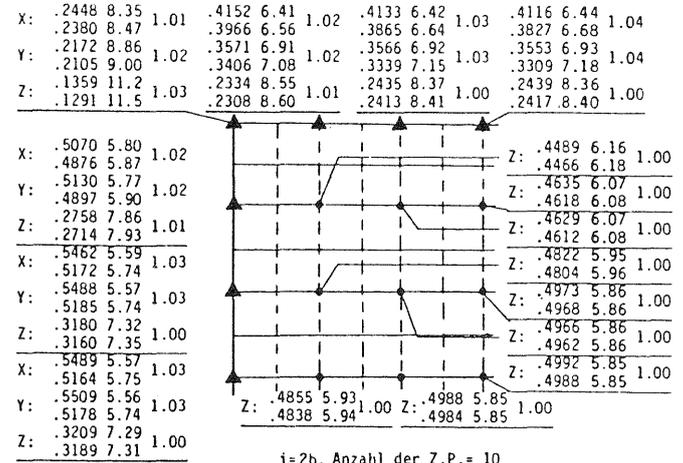
i=12b, Anzahl der Z.P.= 9)



i=4b, Anzahl der Z.P.= 10



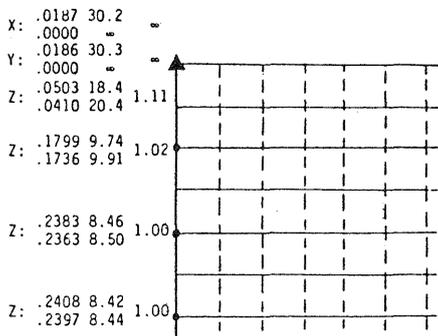
i=6b, Anzahl der Z.P.= 10



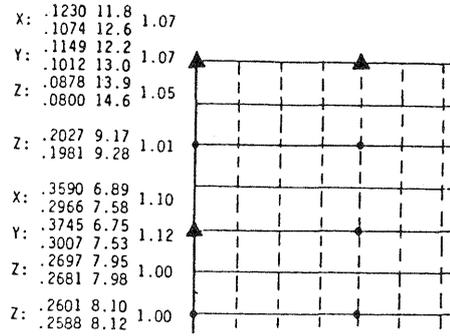
i=2b, Anzahl der Z.P.= 10

$r_{i,ohne}$	$\delta'_{o,i,ohne}$	\bar{k}
$r_{i,mit}$	$\delta'_{o,i,mit}$	

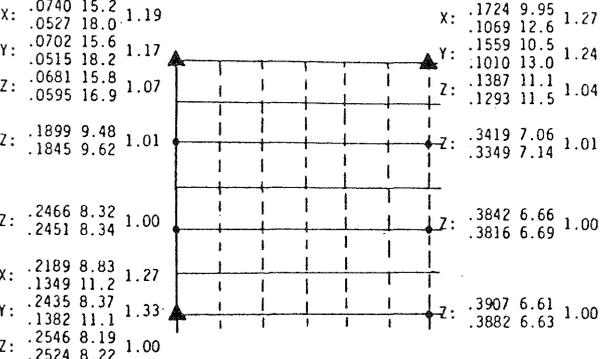
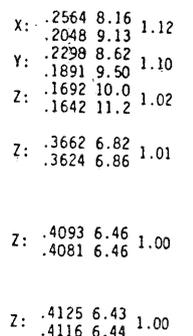
Fig.IV.21-2 Kontrollierbarkeit der Paßpunkte bei der Bündelausgleichung ohne und mit Selbstkalibrierung (E60)



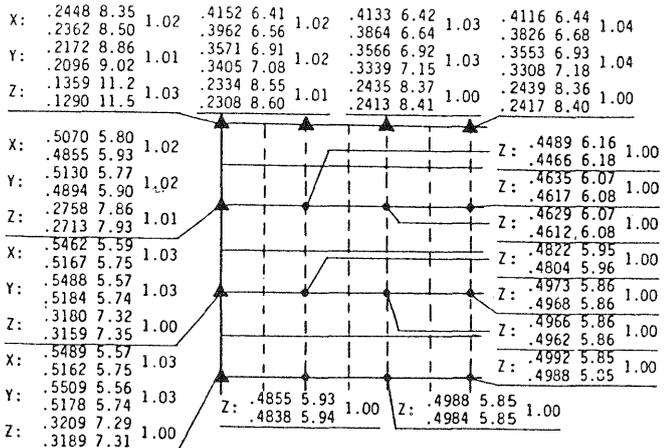
i=12b, Anzahl der Z.P.= 11



i=4b, Anzahl der Z.P.= 12



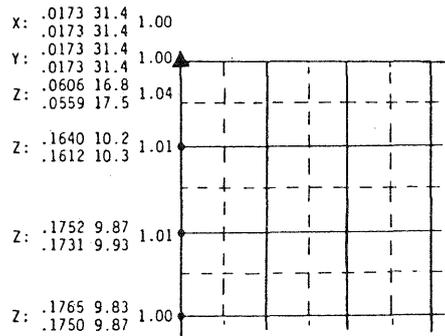
i=6b, Anzahl der Z.P.= 12



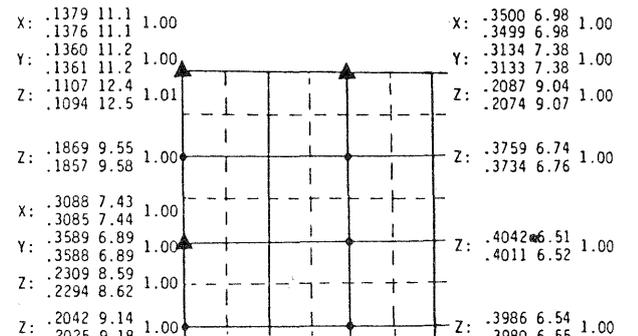
i=2b, Anzahl der Z.P.= 12

$r_{i,ohne}$	$\delta'_{o,i,ohne}$	K
$r_{i,mit}$	$\delta'_{o,i,mit}$	

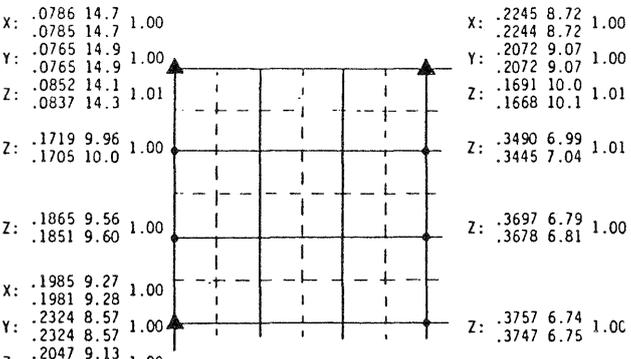
Fig.IV.21-3 Kontrollierbarkeit der Paßpunkte bei der Bündelausgleichung ohne und mit Selbstkalibrierung (E60G)



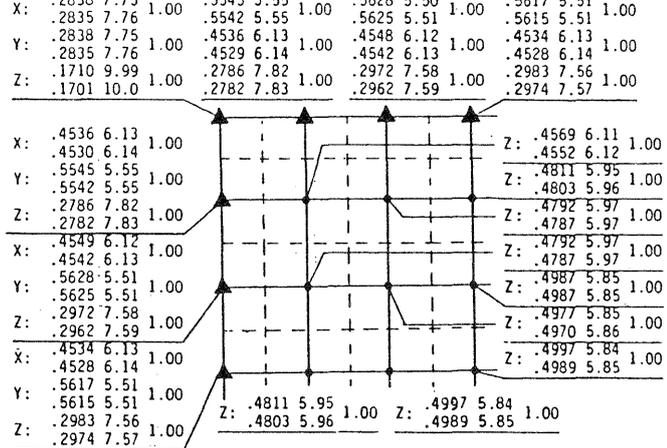
i=12b, Anzahl der Z.P.= 12



i=4b, Anzahl der Z.P.= 12



i=6b, Anzahl der Z.P.= 12



i=2b, Anzahl der Z.P.= 12

$r_{i,ohne}$	$\delta'_{o,i,ohne}$	K
$r_{i,mit}$	$\delta'_{o,i,mit}$	

Fig.IV.21-4 Kontrollierbarkeit der Paßpunkte bei der Bündelausgleichung ohne und mit Selbstkalibrierung (D20)

L i t e r a t u r

- Ackermann, F. (1965): Fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit photogrammetrischer Streifentriangulation, DGK, Reihe C, Heft 87, München 1965
- Ackermann, F. (1966): On the Theoretical Accuracy of Planimetric Block Triangulation, Photogrammetria Vol. 21 (1966), S. 145 - 170
- Ackermann, F. (1976): Genauigkeitssteigerung durch Berücksichtigung der Korrelation bei der absoluten Orientierung des Bildpaares, DGK, Reihe B, Heft 216, München 1976
- Ackermann, F. (1979): The Concept of Reliability in Aerial Triangulation, Ricerche di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria, Cooperativa libraria universitaria del Polytecnico, Milano, Nr. 1, Dezember 1979
- Ackermann, F. (1980): Blockadjustment with additional Parameters, Invited Paper, Comm. III, WG III/3, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Ackermann, F. (1981): Zuverlässigkeit photogrammetrischer Blöcke, ZfV, Heft 8, 1981
- Ackermann, F., Ebner, H., Klein, H. (1970): Ein Programmpaket für die Aero-triangulation mit unabhängigen Modellen, BuL 38 (1970), S. 218 - 224
- Ackermann, F., Schilcher, M. (1979): Auto- and Cross-Correlation of Image Coordinates, ISP Comm. III Symposium, Moskau 1978
- Ahrend, M. (1966): Analyse photogrammetrischer Fehler, Zeiss-Mitteilung 4 (1966), S. 62 - 78
- Amer, F. (1980): Theoretical Reliability Studies for some Elementary Photogrammetric Procedures, ITC, Enschede, Niederlande, 1980
- Baarda, W. (1967): Statistical Concepts in Geodesy, Neth. Geod. Comm., Vol. 2/4, Delft 1967
- Baarda, W. (1968): A Testing Procedure for Use in Geodetic Networks, Neth. Geod. Comm., Vol. 5/1, Delft 1968
- Baarda, W. (1976): Reliability and Precision of Networks, VII. Int. Course for Eng. Surveys of high Precision, Darmstadt, 1976
- Barrow, C. H. (1960): Very Accurate Correction of Aerial Photographs for the Effects of Atmospheric Refraction and Earth's Curvature, Photogr. Eng. Vol. 25 (1960), S. 768
- Benciolini, B., Mussio, L., Sanso, F. (1982): An Approach to Gross Error Detection more Conservative than Baarda Snooping, ISP Comm. III Symposium, Helsinki 1982
- Bender, L. U. (1972): Film Deformation Investigation, Photogr. Eng., Vol. 38 (1972), S. 256
- Bouloucas, S. (1980): Error Detection and Reliability Studies in Analytically Formed Strips Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Bronstein-Semendjajew (1964): Taschenbuch der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/Main und Zürich, 1964
- Brown, D. C. (1966): Decentering Distortion of Lenses, Photogr. Eng. Vol. 32 (1966), S. 444
- Brown, D. C. (1967): The Simultaneous Adjustment of very Large Photogrammetric Blocks, D. Brown Ass. Inc., 1967
- Brown, D. C. (1969): Advanced Methods for the Calibration of Metric Cameras, Symposium on Computational Photogrammetry, State University of New York, Syracuse 1969
- Brown, D. C. (1974): Bundle Adjustment with Additional Parameters, BuL Heft 6 (1974), S. 210
- Brown, D. C. (1976): The Bundle Adjustment - Progress and Prospects. Invited Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Helsinki 1976
- Davis, R. G. (1967): Advanced Techniques for the Rigorous Analytical Adjustment of Large Programmetric Nets, Photogrammetria Vol. 22 (1967), S. 191 - 205
- Ebner, H. (1972): Theoretical Accuracy Models for Block Triangulation, BuL Heft 40 (1972), S. 214 - 221

- Ebner, H. (1976): Self Calibrating Block Adjustment, Invited Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Helsinki 1976
- Ebner H., Krack, K., Schubert, E. (1977): Genauigkeitsmodelle für die Bündelblocktriangulation, BuL Heft 45 (1977), S. 141-148
- El-Hakim, S. F., Faig, W. (1977): Compensation of Systematic Image Errors Using Spherical Harmonics, Proceedings of ASP, 1977 Fall Meeting, S. 492-499
- El-Hakim, S. F. (1982): Data Snooping with Weighted Observations, ISP Comm. III Symposium, Helsinki 1982
- El-Hakim, S. F., Ziemann, H. (1982): A Step-by-Step Strategy for Gross Error Detection, ISP Comm. III Symposium, Helsinki 1982
- Ellenbeck, K. H., Kupfer, G. (1978): Bundle Adjustment with Field and Self Calibration-Recent Results, Nachr. aus dem Karten- und Verm.wesen, Reihe II, Heft 36 (1978), S. 95
- Ellenbeck, K. H. (1981): Untersuchung zur geometrischen Stabilität eines photogrammetrischen Aufnahmesystems, DGK, Reihe C, Heft 267, München 1981
- Fanta, A. (1973): On-line Acquisition, Verification and Editing of Data for Adjustment in Numerical Aerotriangulation, Thesis ITC, Enschede 1973
- Forest, R. B., Derouchie, W. F. (1974): Refraction Compensation, Photogr. Eng. Vol.40 (1974), S. 577
- Förstner, W. (1976): Statistical Test Methods for Blunder Detection in Planimetric Block Adjustment, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Helsinki 1976
- Förstner, W. (1978): Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Lageblöcken, DGK, Reihe C, Heft 240, München 1978
- Förstner, W. (1979): On Internal and External Reliability of Photogrammetric Coordinates, ASP-ASCM Convention, Washington 1979
- Förstner, W. (1980a): The Theoretical Reliability of Photogrammetric Coordinates, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Förstner, W. (1980b): Evaluation of Block Adjustment Results, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Förstner, W. (1981): The Reliability of Block Triangulation, Vorträge der 38. Photogrammetrischen Woche, Schriftenr. Inst. f. Photogrammetrie, Heft 9, Stuttgart 1981
- Förstner, W., Schroth, R. (1981): On the Estimation of Covariance Matrices for Photogrammetric Image Coordinates. Symposium on Geodetic Networks and Computations, München 1981
- Förstner, W. (1982): Systematic Errors in Photogrammetric Point Determination, Proceedings of Survey Control Networks, Aalborg 1982
- Förstner, W. (1983): Reliability and Discernability of Extended Gauss-Markov-Models, DGK, Reihe A, Heft 98, München 1983
- Gotthard, E. (1968): Einführung in die Ausgleichsrechnung, Sammlung Wichmann, Neue Folge Band 3, Karlsruhe 1968
- Grün, A. (1978a): Experience with Self-Calibrating Bundle Adjustment, Pres. Paper, ACSM-ASP Convention, Washington 1978
- Grün, A. (1978b): Progress in Photogrammetric Point Determination by Compensation of Systematic Errors and Detection of Gross Errors, ISP Comm. III Symposium, Moskau 1978
- Grün, A. (1979): Gross Error Detection in Bundle Adjustment, Pres. Paper, Symposium on Aerial Triangulation, Brisbane 1979
- Grün, A.: (1980): Internal Reliability Models for Aerial Bundle System, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Hallert, B. (1964): Sources of Error in Photogrammetry, Willem Schermerhorn Jubilee Volume, Delft 1964, S. 163 - 176

- Haug, G. (1980): Bestimmung und Korrektur systematischer Bild- und Modelldeformationen in der Aerotriangulation am Beispiel des Testfeldes Oberschwaben, Nachr. aus dem Karten- und Verm. Wesen, Sonderheft, Frankfurt 1980
- Hawkins, D. M. (1980): Identification of Outliers, Chapman & Hall, London/New York 1980
- Heck, B. (1981): Statistische Ausreißerkriterien zur Kontrolle geodätischer Beobachtungen, in "Ingenieurvermessung 80", Hrsg. R. Conzett, H.J. Matthias, H. Schmid, Vol. 1, Dümmler Verlag, Bonn 1981
- Heikkilä, J., Inkilä, K. (1978): Self Calibration Bundle Adjustment, The Photogrammetric Journal of Finland, Vol. 7, No. 2, 1978
- Jacobsen, K. (1979): Detection and Consideration of Systematic Image Errors Using the Hannover Bundle Block Adjustment, ISP WG III/3, Aalborg 1979
- Jacobsen, K. (1980): Attempt at Obtaining the Best Possible Accuracy in Bundle Block Adjustment, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Jacobsen, K. (1982): Selection of Additional Parameters by Program, Proceedings of the Symposium "Mathematical Models, Accuracy Aspects and Quality Control", ISP Comm. III Symposium, Helsinki 1982
- Juhl, J. (1979): Results from Jämijärvi, Contributions to the ISP WG III/3 Seminar, Aalborg, S. 39 - 52, Helsinki 1979
- Kilpelä, E. (1980): Compensation of Systematic Errors of Image and Model Coordinates, Invited Paper, Comm. III WG III/3, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Kilpelä, E., Heikkilä, H., Inkilä, K. (1980): Compensation of Systematic Errors in Bundle Adjustment, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Koch, K. R. (1975): Ein allgemeiner Hypothesentest für Ausgleichungsergebnisse, AVN 1975, S. 339-345
- Koch, K. R. (1980): Parameterschätzung und Hypothesentests in linearen Modellen, Dümmler Verlag, Bonn 1980
- Koch, K. R. (1983): Test for Outliers Derived from the Test of a General Linear Hypothesis, Report of the Dept. of Geodesy, Inst. of Geophysics, University of Uppsala, Uppsala 1983
- Klein, H. (1980): New Results of Bundle Block Adjustments with Additional Parameters, Vorträge der 37. Photogrammetrischen Woche, Schriftenr. Inst. für Photogrammetrie, Heft 6, Stuttgart 1980
- Klein, H., Förstner, W. (1984): Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment Program PAT-M43 using Robust Estimators, Intern. Archives of Photog. Vol. 25-III, Rio de Janeiro 1984
- Krärup, T., Juhl, J., Kubik, K. (1980): Götterdämmerung over Least Squares Adjustment, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Kraus, K. (1972): Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie, BuL Heft 40 (1972), S. 7 - 12
- Kraus, K. (1974): Untersuchung zur Genauigkeit der Interpolation nach kleinsten Quadraten, ZfV 99 (1974), S. 198 - 205
- Kraus, K., Krack, K. (1972): Detailprobleme und Erfahrungen bei der Bearbeitung großräumiger Polaraufnahmen, Vortrag auf dem Oberkochener Geo-Instrumentenkurs 1972, Sammlung Wichmann, Heft 19
- Kratky, V. (1972): Image Transformations, Photogr. Eng. Vol. 38 (1972) S. 463
- Kunji, B. (1968): The Accuracy of Spatially Adjusted Blocks, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Lausanne 1968
- Kubik, K. et al. (1972): Systematic Image Errors in Aerial Triangulation, Invited Paper, ISP-Kongreß, Ottawa 1972
- Kubik, K.: (1982): An Error Theory for the Danish Method, ISP Comm. III Symposium, Helsinki 1982

- Kubik, K., Frederiksen, P. und Weng, W. (1984): OH, Gross Errors!, Invited Paper, Int. Archives of Photogr. Vol. 25-111, Rio de Janeiro 1984
- Kupfer, G. (1971): Zur Geometrie des Luftbildes, DGK, Reihe C, Heft 1970, München 1971
- Kupfer, G. (1975): Improvement of Analytical Aerial Triangulation by Field Calibration, Proceedings of the American Soc. of Photogrammetry, Phoenix 1975, S. 51-67
- Li, D. R. (1981): The Correlation Analysis of a Self-Calibrating Bundle Block Adjustment and the Test of Significance of Additional Parameters, Journal of the Wuhan College of Geodesy, Photogrammetry and Cartography Nr. 2 (1981), S. 46 - 64
- Li, D. R. (1982a): On the Signal-to-Noise Ratio in Self-Calibrating Block Adjustment, Acta Geodetica et Cartographica Sinica, Vol. 11, Nr. 3, Peking 1982, S. 170 - 184
- Li, D. R. (1982b): A posteriori Weight Estimation in Self-Calibrating Bundle Adjustment, Journal of the Wuhan College of Geodesy, Photogrammetry and Cartography, Nr. 1. (1982)
- Li, D. R. (1983a): Ein Verfahren zur Aufdeckung grober Fehler mit Hilfe der a posteriori Varianzschätzung, BuL Heft 5 (1983), S. 184
- Li, D. R. (1983b): Zur Beseitigung der Überparametrisierung in der Ausgleichung mit Selbstkalibrierung, Selbständige Arbeit am Inst. f. Photogrammetrie der Univ. Bonn, Bonn 1983
- Li, D. R. (1984) : Zur Lokalisierung grober Fehler mit Hilfe der Iterationsmethode mit variablen Beobachtungsgewichten, Intern. Archives of Photogr., Vo. 25-III, Rio de Janeiro 1984
- De Masson d'Autume (1972): Le Traitement des Erreurs Systematique dans L'Aérorangulation, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Ottawa 1972
- Mauelshagen, L. (1977): Teilkalibrierung eines photogrammetrischen Systems mit variabler Paßpunktanordnung und unterschiedlichen deterministischen Ansätzen, DGK, Reihe C, Heft 236, München 1977
- Meixner, H. (1975): Programmentwicklung und Genauigkeitsuntersuchungen zur Bündelmethode der Aerotriangulation, DGK, Reihe C, Heft 206, München 1975
- Moffitt, F. H., Mikhail, E. M. (1980): Photogrammetry, Third Edition, Harper & Row, New York 1980
- Molenaar, M. (1976): Error Detection in Planimetric Block Adjustment, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Helsinki 1976
- Molnar, L. (1980): An Extended Blunder Elimination Procedure, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Neyman, J.; Pearson, E. S. (1933): On the Problem of the most Efficient Tests of Statistical Hypotheses, Phil. Trans. Royal Soc., A. 231 (1933)
- Osaikuiwu, O. E. (1972): Automatic Detection and Elimination of Gross Errors in Block Adjustment for Planimetry, Thesis ITC, Enschede 1972
- Pelzer, H. (1979): Criteria for the Reliability of Geodetic Networks, Intern. Symposium on Optimization of Design and Computation of Control Networks, Akadémiai Kiadó, Budapest 1979, S. 553-562
- Pope, A. J. (1976): The Statistics of Residuals and the Detection of Outliers, NOAA Technical Reports NOS 65 NGS 1, National Gedetic Survey, Rockville 1976
- Rao C. R. (1973): Linear Statistical Inference and Its Application, J. Wiley, New York, 1965 und 1973
- Salemperä, H., Andersen, J. M., Savolainen A. (1975): Efficiency of the Extended Mathematical Model in Bundle Adjustment, DGK, Reihe B, Heft 214, S. 66-75, München 1975
- Sarjakoski, T. (1978): Analytical Photogrammetric Block Adjustment by Independent Models with additional Parameters, The Photogrammetric Journal of Finland, Vol. 7, Nr. 2, 1978
- Schaffrin, B., Grafarend, E., Schmitt, G. (1977): Kanonisches Design Geodätischer Netze I., Manuscripta Geodaetica Vol. 2, Nr. 4, Stuttgart 1977

- Schilcher, M. (1980): Empirisch-statistische Untersuchungen zur Genauigkeitsstruktur des photogrammetrischen Luftbildes, DGK, Reihe C, Heft 262, München 1980
- Schmid, H. H. (1959): Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie, BuL 1958, S. 103 - 113 und 1959, S. 1 - 12
- Schroth, R. (1981): Innere Zuverlässigkeit von Photogrammetrischen Blöcken, Schriftenr. Inst. f. Photogrammetrie, Heft 7, Stuttgart 1981
- Schroth, R. (1982): On the Stochastic Properties of Image Coordinates, Pres. Paper, ISP Comm. III Symposium, Helsinki 1982
- Schroth, R. (1984): Ein erweitertes mathematisches Modell der Aerotriangulation zur hochgenauen Punktbestimmung, Dissertation, Inst. f. Photogrammetrie der Univ. Stuttgart, 1984
- Schürer, K. (1971): Genauigkeitseigenschaften photogrammetrischer Modellkoordinaten, Nachr. aus dem Karten- u. Verm. Wesen, Reihe I, Heft 54, (Dissertation), Frankfurt 1971
- Schut, G. H. (1978): Selection of Additional Parameters for Bundle Adjustment, Pres. Paper, Comm. III Symposium, Moskau 1978
- Schwedfsky, K., Ackermann, F. (1976): Photogrammetrie, Teubner Verlag, Stuttgart 1976
- Stark, E. (1973): Die Genauigkeitstruktur im photogrammetrischen Einzelmodell, DGK, Reihe C, Heft 193, München 1973
- Stefanovič, P. (1978): Blunders and Least Squares, ITC Journal, 1978-1
- Stefanovič, P. (1980): Pitfalls in Blunder Detection Techniques, Pres. Paper, Comm III, ISP-Kongreß, Hamburg 1980
- Szangolies, K. (1963): Die rechnerische Korrektur systematischer Bildfehler in der Aerophotogrammetrie, Kompendium Photogrammetrie, Band 1, Jena 1963
- Talts, J. (1965): Various Transformations for Correction of Error caused by Film Distortion, Int. Archives of Photogr., Vol. XV-4, Lissabon 1965
- Talts, J. (1968): On the Theoretical Accuracy of Rigorous Block Adjustment in Planimetry and Elevation, Pres. Paper, Comm. III, ISP-Kongreß, Lausanne 1968
- Thomas, J. (1977): Variation der Bildflughanordnung. Ihre Auswirkung auf die Bündelausgleichung bei Vorliegen zufälliger und systematischer Bildfehler, DGK, Reihe C, Heft 233, München 1977
- Van Mierlo, J. (1975): Statistical Analysis of Geodetic Networks Designed for the Detection of Crustal Movements, In: Borradaile, G. J., Ritsema, A. R., Rondeel, H. E., Simon, O.J. (Editors), Progress in Geodynamics, North-Holland, Amsterdam/New York 1975, S. 52-61
- Vlcek, J. (1969): Systematic Errors of Image Coordinates, Photogr. Eng., Vol. 35 (1969), S. 585
- Werner, H. (1984): Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators, Intern. Archives of Photogr., Vol. 25-III, Rio de Janeiro 1984
- Ziemann, H. (1967): Untersuchungen an Réseauaufnahmen, DGK, Reihe C, Heft 104, München 1967
- Ziemann, H. (1971): Sources of Image Deformation, Photogr. Eng., Vol. 37 (1971), S. 1259
- Ziemann, H. (1972): Image Geometry - Factors Contributing to its Change, Invited Paper, Comm. I, ISP-Kongreß, Ottawa 1972
- Ziemann, H. (1976): Report of WG on Image Geometry, Invited Paper, ISP-Kongreß, Helsinki 1976.

Lebenslauf in Stichworten

Name: Li, Deren
Geburtsdatum: 31.12.1939 in der Provinz Jiangsu, VR China
Nationalität: chinesisch
Familienstand: verheiratet, zwei Kinder

Ausbildung und beruflicher Werdegang

1945 - 1951 Grundschule
1951 - 1957 Mittelschule
1957 - 1963 Wuhan Hochschule für Geodäsie, Photogrammetrie
 und Kartographie, Fachrichtung: Photogrammetrie
1963 - 1970 Forschungsarbeit am Peking-Institut für Geodäsie,
 Photogrammetrie und Kartographie
1970 - 1975 Experimentierarbeit im Shijiazhuang-Werk für
 Zementfertigprodukte, Provinz Hebei
1975 - 1978 Forschungsarbeit, Büro für Geodäsie und
 Kartographie in der Provinz Hebei
1978 - 1981 Wuhan Hochschule für Geodäsie, Photogrammetrie
 und Kartographie
 Fachrichtung: Photogrammetrie
 Vertiefung: Analytische Photogrammetrie;
 Magister-Aspirant bei Prof. Wang Zhizho
1981 - 1982 Forschungsarbeit an der Wuhan Hochschule für
 Geodäsie, Photogrammetrie und Kartographie
1982 - 1983 Institut für Photogrammetrie der Universität Bonn:
 Vorbereitende Forschungsarbeit für die Promotion
1983 - 1984 Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart:
 Ausarbeitung der Dissertation.