

Automatisierung der Punktübertragung  
in der Aerotriangulation  
durch mehrfache digitale Bildzuordnung

Von der  
Fakultät 2 für Bauingenieur- und Vermessungswesen  
der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Vassilios Tsingas

München 1992

---

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften  
in Kommission bei der C.H.Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

**DEUTSCHE GEODÄTISCHE-KOMMISSION**

D-8000 MÜNCHEN 22 • Marstallplatz 8 • Postfach 220 002

Telefon (089) 23 031 113 • Telefax (089) 23 031 240

Telex 5 213 550 dgfi d

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. W. Förstner

Tag der Einreichung: 30. 09. 1991

Tag der mündlichen Prüfung: 12. 02. 1992

---

© 1992 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

## **Zusammenfassung**

### **Automatisierung der Punktübertragung in der Aerotriangulation durch mehrfache digitale Bildzuordnung**

Bei der Aerotriangulation erfolgt die Verknüpfung der Bilder eines Bildverbands durch homologe Bildpunkte in den Überlappungsgebieten. Die dafür benötigten Operationen der Punktübertragung und -messung gehören zu den arbeitsintensivsten und zeitraubendsten Phasen der Aerotriangulation. Darüber hinaus beeinflussen die angewendeten Verfahren und die verwendeten Geräte erheblich die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Endergebnisse. Die durch digitalen Verfahren erreichte Automatisierung der Punktübertragung wird eine Leistungssteigerung der Aerotriangulation mit sich bringen und den automatischen Ablauf der Aerotriangulation (im engeren Sinne die Phasen nach der Befliegung) als einen geschlossenen Prozeß ermöglichen.

Die Auswahl eines Bildpunktes (Verküpfpungspunkt) und die Lokalisierung seiner homologen Bildpunkte in den übrigen Bildern (Übertragung) stellt das allgemeine Problem der mehrfachen Bildkorrelation dar. Zur Lösung dieses elementaren Problems wurde eine Methode für die mehrfache Merkmalszuordnung entwickelt, die sich auf etablierte Methoden der digitalen Bildverarbeitung, der Graphentheorie und der binären Optimierung stützt. Die Methode erfüllt die an sich gestellten Forderungen nach Subpixelgenauigkeit und automatischer Beschaffung der Näherungswerte.

Für die Extraktion der markanten Punkte wird der Förstner-Interestoperator benutzt. Somit kann die Methode als eine Verallgemeinerung des "Feature Based Matching" von mehreren beliebig überlappenden Bildern oder Bildausschnitten betrachtet werden. Nach der Extraktion der markanten Punkten und deren vorläufigen paarweisen Zuordnung werden durch eine robuste Ausgleichung die grob falschen Zuordnungen eliminiert. Die endgültige Konsistenzüberprüfung und die Bestimmung der mehrfachen Zuordnungen erfolgt mit Hilfe eines graphentheoretischen Modells, nämlich des Auffindens eines maximalen vollständigen Teilgraphen mit minimalen Kantenkosten in einem n-partiten Graphen. Dieses Problem wird als ein Optimierungsproblem im Sinne der linearen Programmierung formuliert und mit einem Baumsuchalgorithmus gelöst. Mit der Bestimmung der mehrfachen Zuordnungen findet auch die für die Blockausgleichung wichtige Kennzeichnung der homologen Bildpunkte mit der Nummer des entsprechenden Geländepunktes statt. Für die vollautomatische Anwendung der Methode auf einen photogrammetrischen Block wurde auch eine Strategie entwickelt, die den Prozeß sowohl durch die vertikale Bildstruktur der Bildpyramiden als auch durch die horizontale Bildstruktur des Blocks (Standardstellen der Punktübertragung) steuert.

Das Methode wurde auf einen "experimentellen" Block von digitalen Bildern (5 Streifen, 25 Bilder) angewendet. Damit konnte die Funktionsfähigkeit und die Konsistenz des Verfahrens demonstriert werden. Die Genauigkeitsergebnisse der anschließenden Bündelblockausgleichung ( $\sigma_0 \approx 1/3$  Pixel) entsprechen der erwarteten Genauigkeit.

## **Abstract**

### **Point Transfer Automation in Aerial Triangulation by Multiple Digital Image Matching**

In aerial triangulation, the image matching of a photogrammetric block is done by using homologous points in the overlapping areas of these photographs. For this purpose, one needs tedious and time-consuming operations for the point transfer and point measurement. Furthermore, the accuracy and reliability of the final results are greatly affected by the methods and devices used in this procedure. The digital techniques applied for the automation of point transfer will help increase the efficiency of aerial triangulation and automatize the sequence of operations needed.

The selection of an image point (tie point), as well as the localisation of its corresponding homologous points on the other photographs (transfer) represent the universal problem of the multiple image-correlation. Based on known methods

from digital image processing, graph theory and binary optimization, a method was developed for the solution of this elementary problem. This method satisfies the requirements for sub-pixel accuracy and provides automatically the approximation values asked for by any application case.

For the extraction of interest points on the images, the Förstner Interest Operator is used. Therefore, this method can be regarded as a generalization of the "Feature Based Matching" for several overlapping images or image sectors. After extracting the interest points and their preliminary pairwise matching, an elimination of gross matching errors is achieved by a robust adjustment. The final consistency check and determination of the multiple matchings is done by a graph-theoretical model, namely by finding a maximal and complete subgraph with minimal cost of links in a n-partite graph. This is an optimization problem that is solved with the help of a tree searching algorithm being adapted to binary programming. Together with the determination of multiple matching the homologous points will be designated with the same number as the corresponding points on the ground. Furthermore, a strategy was developed for the fully automatic use of this method with photogrammetric blocks.

The method was applied on an experimental block of digital photographs (5 strips, 25 photographs). The achieved accuracy for the bundle adjustment ( $\sigma_0 \approx 1/3$  pixel) was as expected. This demonstrated the functional performance and consistency of the method.

## INHALTSVERZEICHNIS

<b>1</b>	<b>Einleitung und Zielsetzung</b>	<b>7</b>
1.1	Einführung	7
1.2	Übersicht und Stand der Aerotriangulation	7
1.2.1	Entwicklung der Aerotriangulation	8
1.2.2	Gliederung der Aerotriangulation	8
1.2.3	Genauigkeit	10
1.3	Automation und Genauigkeitssteigerung	11
1.3.1	Genauigkeitssteigerung	11
1.3.2	Leistungssteigerung durch Automation	11
1.4	Aufgabenstellung und Überblick	12
<b>2</b>	<b>Voraussetzungen und Einschränkungen für die Automatisierung der Aerotriangulation</b>	<b>14</b>
2.1	Einführung	14
2.2	Digitale Photogrammetrie	14
2.2.1	Hardwarekomponenten	15
2.2.2	Digitale Bildverarbeitungsverfahren in der Photogrammetrie	16
2.2.3	Digitale Korrelationsverfahren	16
2.3	Automation der Teilaufgaben der Aerotriangulation	17
2.4	Automatisierung der Punktübertragung und -messung	19
2.4.1	Charakteristika der manuellen Verfahren	19
2.4.2	Forderungen an ein automatisches Verfahren	20
2.4.3	Mehrfache Merkmalszuordnung	21
<b>3</b>	<b>Konzeption des Verfahrens</b>	<b>22</b>
3.1	Einführung	22
3.2	Voraussetzungen und Spezifikationen	22
3.2.1	Korrelationsprinzip	23
3.2.2	Anmerkungen zur Genauigkeit und Auswahl der Zuordnungsmethode	24
3.2.3	Charakteristika des Verfahrens	25
3.2.4	Anwendung des Verfahrens für die Punktübertragung und Messung von Verknüpfungspunkten	27
3.3	Ablauf des Verfahrens	29
3.4	Extraktion der markanten Punkte und vorläufige Zuordnungen	32
<b>4</b>	<b>Mathematisches Modell der mehrfachen Bildzuordnung</b>	<b>34</b>
4.1	Einführung	34
4.2	Geometrie der überlappenden Bilder	34
4.3	Affintransformation für n Bilder	36
4.4	Robuste Ausgleichung	37
4.4.1	Anpassung der Gewichte während der robusten Ausgleichung	39

4.4.2	Fehlgleichungssystem	40
4.4.3	Normalgleichungssystem	42
<b>5</b>	<b>Mehrfache Merkmalszuordnung</b>	<b>44</b>
5.1	Einführung	44
5.2	Elemente der Graphentheorie	44
5.3	Graphentheoretische Annäherung des Zuordnungsproblems	48
5.3.1	Zuordnung innerhalb von 2 Bildern	48
5.3.2	Zuordnung innerhalb von n Bildern	50
5.4	Algorithmen zum Auffinden von Cliques in einem Graphen	52
5.4.1	Maximale n-Clique mit minimalen Knotenkosten in einem n-partiten Graphen	54
5.4.2	Maximale n-Clique mit minimalen Kantenkosten in einem n-partiten Graphen	57
5.5	Anwendung des Verfahrens der maximalen unabhängigen Knotenmenge auf einen n-partiten Graphen mit Kantenbewertung	59
5.5.1	Konstruktion des Graphen $G(X,R)$	60
5.5.2	Formulierung des Optimierungsproblems	61
5.6	Iterative Anwendung zum Auffinden von n-Cliques bis 2-Cliques	64
<b>6</b>	<b>Baumsuchalgorithmus für das Zuordnungsproblem</b>	<b>69</b>
6.1	Einführung	69
6.2	Verfahren der binären Programmierung	69
6.3	Der additive Algorithmus von Balas	71
6.4	Anpassung des Algorithmus an das spezifische Optimierungsproblem	74
6.5	Zerlegung des Graphen in seine zusammenhängenden Komponenten	76
<b>7</b>	<b>Empirische Untersuchungen</b>	<b>79</b>
7.1	Einführung	79
7.2	Demonstration des Verfahrens an 4 überlappenden Bildausschnitten	79
7.2.1	Extraktion der markanten Punkte	79
7.2.2	Vorläufige Zuordnungen	80
7.2.3	Robuste Ausgleichung	83
7.2.4	Graph der Zuordnungen und beste Cliques (mehrfache Zuordnungen)	83
7.3	Anwendung des Verfahrens für die Punktübertragung in einem Bildblock	88
7.3.1	Beschreibung des Datenmaterials	88
7.3.2	Digitale Punktübertragung und -messung	88
7.3.3	Ergebnisse der Bündelblockausgleichung	96
7.3.4	Anwendung auf echte Luftbilder	101
<b>8</b>	<b>Zusammenfassung und Überblick</b>	<b>104</b>
	Literaturverzeichnis	106

# 1 Einleitung und Zielsetzung

## 1.1 Einführung

Mit der Einführung analytischer Methoden [SCHMID 1958/1959] und der schrittweisen Verfeinerung des mathematischen Modells wurde die Bildtriangulation als ein leistungsfähiges geodätisches Verfahren hoher Genauigkeit etabliert und fand in der Praxis eine breite Anwendung (großräumige Kartierung, Kataster, Netzverdichtung usw.). Dazu hat die Entwicklung in der Computertechnologie und entsprechender Programmsysteme wesentlich beigetragen. Der Einsatz der Computer in der Aerotriangulation ist aber immer noch auf die numerische Behandlung der gemessenen Bildkoordinaten in der Blockausgleichung beschränkt. So bezeichnet heute der Begriff der Aerotriangulation im wesentlichen die numerisch arbeitenden Verfahren der Blocktriangulation, die sich aber auf die noch stets manuell gemessenen Bild- oder Modellkoordinaten stützen [FÖRSTNER 1989].

Da die Aerotriangulation weiter eine Hauptrolle in der photogrammetrischen Praxis spielen wird (mindestens bis eine direkte Bestimmung der Orientierungsparameter der photogrammetrischen Bilder während des Fluges mit einer für die photogrammetrischen Aufgaben hinreichenden Genauigkeit möglich wird), ist die Effizienzsteigerung der Aerotriangulation durch die Teil- oder Vollautomatisierung der bisher noch überwiegend manuellen Arbeitsschritte von wichtiger Bedeutung. Entsprechend hat sich heute das Interesse der photogrammetrischen Forschung, wie H.Schmid bereits im Jahre 1959 vorausgesagt hat, mehr auf eine automatische Lösung der Aufgaben der Identifizierung und der koordinatenmässigen Erfassung des Bildinhalts zu konzentrieren [SCHMID 1959]. Für die Aerotriangulation besteht dieses Problem in der Identifizierung, Übertragung und Messung der Verknüpfungs- und der Paßpunkte. Die unter dem Sammelbegriff der Punktübertragung und Punktmessung zusammengefaßten Operationen der Auswahl, Identifizierung, Übertragung, Markierung und Messung der Bildverknüpfungspunkte bedingen ganz entscheidend die Zuverlässigkeit, Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit einer Blocktriangulation [SCHWIDEFSKY/ACKERMANN 1976]. Bisher sind diese Operationen praktisch ausschließlich der manuellen Bearbeitung durch den Menschen überlassen und somit arbeitsintensiv, langsam und teuer. Aus dieser Sicht besteht eine hohe Notwendigkeit wie auch eine günstige Voraussetzung zur Automatisierung in diesem Bereich. Die technischen Voraussetzungen sind durch die enorme Entwicklung der Computertechnologie bezüglich Rechenleistung und Speicherkapazität der Rechenanlagen und die Entwicklung neuer Algorithmen und Methoden der Informations- und Datenverarbeitung (insbesondere der Digitalen Bildverarbeitung) geschaffen worden.

Bei der Aerotriangulation erfolgt die Verknüpfung der Bilder eines Bildverbands durch homologe Bildpunkte in den Überlappungsgebieten. Die Auswahl eines Bildpunktes und die Lokalisierung seiner homologen Bildpunkte in den übrigen Bildern stellt das allgemeine Problem der mehrfachen Bildkorrelation dar. Somit ist die Entwicklung eines Verfahrens für die mehrfache Bildzuordnung als Schwerpunkt dieser Arbeit zu sehen. An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann danken für die Anregung und Betreuung zu dieser Arbeit, sowie die jederzeit bereitwillige Unterstützung. Für die zahlreichen Diskussionen und wertvollen Hinweise möchte ich auch Herrn Prof. Dr.-Ing. W. Förstner danken.

## 1.2 Übersicht und Stand der Aerotriangulation

Die Aerotriangulation bzw. Bildtriangulation stellt den allgemeinen Fall der photogrammetrischen Punktbestimmung mit mehr als zwei Bildern dar. In der heutigen Form der analytischen Aerotriangulation besteht die Aufgabe in der gleichzeitigen Bestimmung der Orientierungsparameter der photogrammetrischen Bilder (einschließlich der inneren Orientierung) und der dreidimensionalen Koordinaten der beobachteten Geländepunkte. Die Bildtriangulation wird sowohl für interne

photogrammetrische als auch für externe geodätische Zwecke angewendet. Intern liegt der Anwendungsbereich in der Beschaffung von Paßpunkten für die absolute Orientierung von einzeln Bildern oder Bildpaaren. Damit stellt die Aerotriangulation die Grundlage für fast alle photogrammetrischen Bildauswertungen dar. Extern bietet die Bildtriangulation als Punktbestimmungsmethode eine hochgenaue und wirtschaftliche Alternative für viele geodätische Anwendungen (Kataster, Netze, Nahbereichphotogrammetrie).

### 1.2.1 Entwicklung der Aerotriangulation

Das heutige hohe Leistungsniveau der Aerotriangulation ist durch eine langjährige Entwicklung erreicht worden, die sich im wesentlichen auf die Blockausgleichung konzentriert hat. Mit der Einführung analytischer Methoden [SCHMID 1958/1959] war die Aerotriangulation bis Anfang der 80er Jahre ein zentrales Thema der photogrammetrischen Forschung. Genauigkeitsuntersuchungen zeigten die günstigen Genauigkeitseigenschaften der Blocktriangulation und bildeten die Grundlage für die Planung von Blöcken [ACKERMANN 1966] und die Verteilung der Lage- und Höhenpaßpunkte. Der praktische Einsatz der rechnerischen Blocktriangulation wurde erst mit der Benutzung von Rechenanlagen ermöglicht. Dafür wurden leistungsfähige Programmpakete für die Blockausgleichung entwickelt, z.B. [ACKERMANN/EBNER/KLEIN 1970], die die Ausgleichung von Großblöcken und die Durchführung von umfangreichen empirischen Untersuchungen ermöglichten. Die Verfeinerung des funktionalen Modells durch die Einbeziehung von zusätzlichen Parametern für systematische Fehler in die Ausgleichung (Selbstkalibrierung) erhöhte die Genauigkeit des Verfahrens [BAUER/MÜLLER 1972, BROWN 1974]. Untersuchungen zur Aufdeckung grober Datenfehler auf der Basis der Zuverlässigkeitstheorie [FÖRSTNER 1978] führten zur Erweiterung der Blockausgleichungsprogramme mit robusten Schätzverfahren zur automatischen Lokalisierung bzw. Eliminierung grober Fehler. Genauso wurde die Beschaffung der für die Linearisierung der Fehlergleichungen benötigten Näherungswerte automatisiert. Schließlich hat die Verwendung von Hilfsdaten wie Statoskopdaten, APR-Daten (Airborne Profile Recorder) [ACKERMANN/EBNER/KLEIN 1972] und neuerdings GPS-Daten [FRIESS 1988], die als Beobachtungen in die Ausgleichung einfließen, die Genauigkeit und Wirtschaftlichkeit gesteigert und neue Anwendungsgebiete eröffnet. Gleichzeitig wurden schon elektronische [HOBROUGH 1959] und digitale Korrelationsverfahren [KREILING 1976, ACKERMANN 1983, GRÜN 1985, FÖRSTNER 1986] zur stereoskopischen Fusion von homologen Bildausschnitten, d.h. zur Übertragung und Messung von Bildpunkten entwickelt. Dadurch wurde immerhin gezeigt, daß die elementaren Meßaufgaben der Aerotriangulation automatisierbar sind. Der Einsatz solcher Verfahren in der Aerotriangulation ist aber bisher auf den Bereich der Forschung beschränkt geblieben.

Somit wird heute in der Praxis ausschließlich die rechnerische Aerotriangulation sehr vielfältig angewendet, die sich in Form der Blocktriangulation als ein hochgenaues und effizientes Verfahren der geodätischen Punktbestimmung erwiesen hat.

### 1.2.2 Gliederung der Aerotriangulation

Die Aerotriangulation ist ein systematischer und klar gegliederter Arbeitsprozeß. Man kann im weiteren Sinn vier Phasen unterscheiden (Abb. 1.1): Die Planung und Vorbereitung, die Befliegung, die Messung und die Berechnung [SCHWIDEFSKY/ACKERMANN 1976]. Im engeren Sinne umfaßt der Begriff der Aerotriangulation die Phasen nach dem Flug und der Entwicklung des Filmmaterials, nämlich die Messung und die Berechnung.

Bei der Planung werden anhand der Genauigkeitsforderungen und des Anwendungszieles die wesentlichen Projektparameter bestimmt. Dazu gehören u.a. der Bildmaßstab, die Bild-Überdeckung und die Anzahl und Verteilung der Paßpunkte. In den Bereich der Vorarbeiten gehören die Identifizierung und Signalisierung der Paßpunkte bzw. der Verknüpfungspunkte (im Fall von signalisierten Verknüpfungspunkten) im Gelände, abgesehen von der geodätischen Bestimmung der Paßpunkte, sofern notwendig. Während der Befliegung erfolgt die Aufnahme der Bilder und die

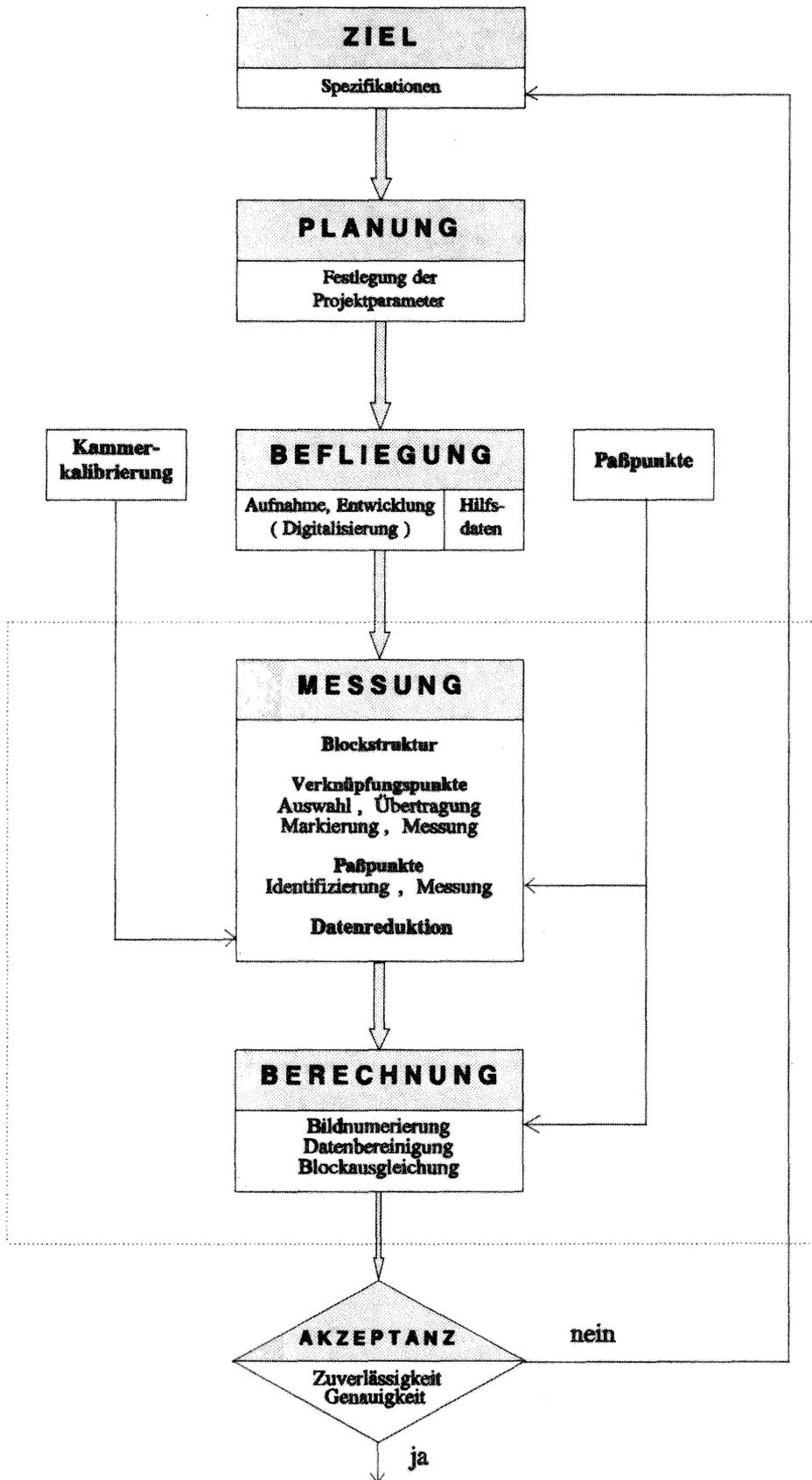


Abb. 1.1 : Phasen und Teilaufgaben der Aerotriangulation

Erfassung der Hilfsdaten, die zusammen mit den Daten der Kammerkalibrierung und den geodätisch bestimmten Landes-Koordinaten der Paßpunkte das Datenmaterial der Aerotriangulation bilden.

Nach der Befliegung und der Entwicklung des Filmmaterials folgt die eigentliche Aerotriangulation, die die photogrammetrische Messung der Verknüpfungs- und der Paßpunkte umfaßt. Dazu gehört die Vorbereitung des Bildmaterials für die Messung. Die Verknüpfungspunkte haben die Funktion, die Bilder bzw. die Punkte zu einem Block zu verknüpfen, um die für die Berechnung der Unbekannten notwendigen Beziehungen zur Verfügung zu stellen. Die Verknüpfungspunkte werden ausgewählt, bzw. im Fall von signalisierten Punkten identifiziert, und in die benachbarten Bilder übertragen und markiert. Entsprechend werden die Paßpunkte in den Bildern identifiziert. Anschließend werden die so identifizierten bzw. übertragenen Bildpunkte gemessen. Für die Reduktion der Bildkoordinaten, die die Transformation der gemessenen Gerätekoordinaten auf das ideale Bildkoordinatensystem und die Korrektur der bekannten Bildfehler (Verzeichnungsfehler, physikalische Fehler) umfaßt, ist die innere Orientierung der Bilder und damit die Messung der Bildrahmenmarken erforderlich.

Die reduzierten Bildkoordinaten der beobachteten Punkte werden in der Berechnungs-Phase der Aerotriangulation als Beobachtungen für die Blockausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate benutzt, die die Orientierungsparameter der Bilder und die Geländekoordinaten der gemessenen Bildpunkte liefert. In dieser Phase sind weitere Teilaufgaben, wie die Berechnung der Näherungswerte der Unbekannten, die Zuweisung von a priori Varianzen oder Gewichten an die verschiedenen Beobachtungen, eine geeignete Bildnumerierung zur Minimierung des Rechenaufwands, die Datenbereinigung (grobe Fehler), sowie die abschließende Qualitätsbeurteilung zu bewältigen. Ebenso ist zu entscheiden, ob bzw. welche Parameter der inneren Orientierung als Unbekannte behandelt werden sollen und die Blockausgleichung als Selbstkalibrierung durchgeführt wird.

### 1.2.3 Genauigkeit

Theoretische und empirische Untersuchungen haben die Abhängigkeit der Genauigkeit ausgeglichener Blöcke von den Projektparametern gezeigt. Somit ist es schon durch die optimale Wahl der Projektparameter bei der Planung möglich, die Genauigkeit der Ergebnisse zu beeinflussen und damit die gegebenen Spezifikationen zu erfüllen. Bei gegebener Kamera und gegebenem Bildmaßstab hängt die Genauigkeit grundsätzlich nur noch von zwei Faktoren ab, von

- der Blockgeometrie (Überdeckung, Verknüpfung, Paßpunkte) und
- der "Meßgenauigkeit" (Geräte-, Meß-, Identifizierungs-, Übertragungsfehler), die sich in dem  $\sigma_0$  der Ausgleichung ausdrückt.

Die "Meßgenauigkeit"  $\sigma_0$  hängt entscheidend von der Art der verwendeten Verknüpfungspunkte ab. Man kann nun die Aerotriangulation bezüglich des erreichbaren Genauigkeitsniveaus in zwei Klassen unterteilen:

- *Hochgenaue Aerotriangulation* (Kataster, Nahbereich). Als Verknüpfungspunkte werden signalisierte Punkte verwendet. Die erreichbare Genauigkeit liegt unter  $3 \mu\text{m}$  ( $\sigma_0$ ) im Bild.
- *Topographische Aerotriangulation* (für Kartierzwecke). Als Verknüpfungspunkte werden in der Regel künstlich markierte Bildpunkte verwendet. In diesem Fall liegt der Betrag von  $\sigma_0$  erfahrungsgemäß zwischen  $7$  und  $20 \mu\text{m}$  und zwar wegen der dominanten Übertragungsfehler.

Da die Signalisierung der Verknüpfungspunkte im Gelände sehr kostenaufwendig ist, stellt die topographische Aerotriangulation den Standard-Fall der photogrammetrischen Punktbestimmung dar.

### 1.3 Automation und Genauigkeitssteigerung

Obwohl der heutige Status der Aerotriangulation nach Qualität und Anwendung als zufriedenstellend betrachtet werden kann, ist dennoch eine Leistungssteigerung erwünscht und möglich. Die Leistungssteigerung kann durch die Steigerung der Genauigkeit und die Teil- oder Vollautomatisierung einzelner Teilprozesse erfolgen. Unter diesen beiden Aspekten müssen alle Phasen untersucht werden, um die kritischen Operationen herauszufinden. Von allen Phasen ist bisher nur die Blockausgleichung weitgehend ausgereizt. Die Messung dagegen sowie die Planung, die hier nicht weiter behandelt wird, hat sich trotz der allgemeinen Entwicklung wenig geändert. Insbesondere bestimmen die Operationen der Punktübertragung und der Punktmessung nicht nur das Genauigkeitsniveau der Aerotriangulation sondern sie sind durch ihre manuelle Durchführung die zeit- und kostenaufwendigsten Teilprozesse.

#### 1.3.1 Genauigkeitssteigerung

Die Aerotriangulation mit signalisierten Verknüpfungspunkten stellt hinsichtlich Genauigkeit den idealen Fall dar. Die eigentliche Messung der Bildkoordinaten z.B. mit einem Monokomparator ist sehr genau ( $< 1 \mu\text{m}$ ), und da keine Punktübertragung mehr benötigt wird, fehlen die Übertragungsfehler ( $\sigma_0 \approx 3\mu\text{m}$ ). Damit repräsentiert dieser Fall die Präzisionsaerotriangulation und wird dort angewendet, wo hohe Genauigkeitsanforderungen gestellt werden. Der Nachteil dieser Methode ist, daß die Signalisierung der Verknüpfungspunkte im Gelände mit Feldarbeit verbunden und damit sehr kostenaufwendig ist. Somit kann die Verwendung von signalisierten Verknüpfungspunkten keine allgemeine und wirtschaftliche Lösung für die Aerotriangulation sein.

Für die Genauigkeitssteigerung der topographischen Aerotriangulation braucht man nun eine interne Punktidentifizierung und Punktübertragung, die äquivalent zu signalisierten Punkten ist. Dabei ist weniger der Bildpunkt selber das Problem als vielmehr die Identifizierung homologer Bildpunkte, was der Punktübertragung der Verknüpfungspunkte entspricht. Benötigt wird also ein Verfahren für die Operationen der Punktidentifizierung, -übertragung und -messung, die eine den signalisierten Punkten äquivalente Genauigkeitsleistung bringt ( $\sigma_0 < 3\mu\text{m}$ ) und gleichzeitig wirtschaftlich ist. Damit könnte die Präzisionsaerotriangulation der Standard-Fall der photogrammetrischen Punktbestimmung werden.

#### 1.3.2 Leistungssteigerung durch Automation

Die Automatatisierung von zeit- und arbeitsintensiven Operationen der Aerotriangulation kann zu einer weiteren Leistungssteigerung führen. Das betrifft sowohl den Zeit- und Kostenaufwand als auch die Zuverlässigkeit des Verfahrens. Als einzige Phase ist die Blockausgleichung, die als Batchprozeß abläuft, weitgehend automatisiert. Dem Operateur ist nur die Fehlerbehandlung und die Qualitätskontrolle (Genauigkeit und Zuverlässigkeit) der Ergebnisse überlassen. Alle übrigen vorhergehenden Operationen sind bisher der manuellen Bearbeitung durch den Menschen überlassen. Davon sind die Punktübertragung und Punktmessung am zeitaufwendigsten. Weiterhin ist die manuelle Abwicklung dieser Operationen die Hauptquelle für grobe Fehler (z.B. Zielidentifizierung, Punktnummerierung), die weiter in die Blockausgleichung einfließen und die Zuverlässigkeit der Ergebnisse beeinträchtigen. Daher und in Verbindung mit ihrem Einfluß auf die Genauigkeit (s. Kap. 1.3.1) besteht eine vordringliche Notwendigkeit zur Automatisierung dieser Operationen. Die Folge wäre, daß die ganze Aerotriangulation (nach der Befliegung und der Digitalisierung der Bilder) als ein Prozeß automatisch (batch oder interaktiv) auf einem digitalen Rechner ablaufen könnte. Die letzte Entwicklung im Bereich der photogrammetrischen Geräte (Scanner und digitale photogrammetrische Stationen) zeigt, daß ein solches Ziel technisch nicht mehr weit von der Realität entfernt ist. Das würde zu einer benutzerfreundlichen Umgebung für die Durchführung der Aerotriangulation führen, die den Operateur von arbeitsintensiven Funktionen befreien würde.

## 1.4 Aufgabenstellung und Überblick

Nach der obigen Analyse konzentriert sich die Arbeit auf die Automation der Punktübertragung. Das schließt die Auswahl, die Übertragung und die Messung der Verknüpfungspunkte ein. Die Identifizierung und Messung der Paßpunkte wird nicht behandelt, weil ihre Anzahl normalerweise relativ niedrig ist und interaktiv von dem Operateur durchgeführt werden kann. Die automatische Behandlung von Bildern, bzw. die Verarbeitung von Bilddaten kann effizient nur mit Hilfe digitaler Rechenanlagen erfolgen. Die Benutzung der digitalen Rechner für die Punktübertragung setzt voraus, daß die Bilder in digitalisierter Form vorliegen. Dann können die Verfahren der digitalen Bildverarbeitung zur Lösung unseres Problems angewendet werden.

Die Identifizierung homologer Bildpunkte in digitalen Bildern erfolgt durch digitale Korrelations- oder Zuordnungsverfahren. Diese Verfahren sind, wie Genauigkeitsuntersuchungen sowie Anwendungsergebnisse bewiesen haben, potentiell sehr genau und eignen sich zur Automation. Sie lösen das Problem der Übertragung und der Messung der homologen Punkte gleichzeitig. Für die Auswahl geeigneter Verknüpfungspunkte können Interestoperatoren verwendet werden. Da sich bei der Bildtriangulation die Bilder mehrfach gegenseitig überdecken und somit die Verknüpfungspunkte jeweils auf mehrere Bilder übertragen und gemessen werden müssen, ist für die Automatisierung der Punktübertragung das Problem der Mehrfachkorrelation und -Zuordnung zu lösen. Damit ist als Ziel der vorliegenden Arbeit die Entwicklung eines automatischen Verfahrens für die mehrfache digitale Bildzuordnung gesetzt. Ein effizientes Verfahren für die Automatisierung der Punktübertragung in der Aerotriangulation stellt spezielle Forderungen u.a. an die Genauigkeit, die Beschaffung der Näherungswerte, den Rechenaufwand und den algorithmischen Ablauf. So sollte der Algorithmus, durch iteratives Durchlaufen von Bildpyramiden, selber die Näherungswerte beschaffen und den Rechenaufwand durch Einschränkung auf schrittweise reduzierte Bilddaten in akzeptablem Umfang halten.

Für die Identifizierung und Messung der homologen Verknüpfungspunkte (mehrfache Punktübertragung und Messung) wurde hier auf Grund der gestellten Forderungen ein Verfahren für *die mehrfache digitale Merkmalszuordnung* entwickelt. Das Verfahren stützt sich auf etablierte Methoden der Digitalen Bildverarbeitung und der Graphentheorie bzw. der Linearen Programmierung. Man kann drei Phasen des Verfahrens unterscheiden. In der ersten Phase werden mit Hilfe eines Interestoperators markante Bildpunkte in allen Bildern unabhängig ausgewählt. Anschließend wird jeder ausgewählte Bildpunkt mit allen Bildpunkten der anderen Bilder auf Ähnlichkeit verglichen und jedem Paar ein Ähnlichkeitswert zugewiesen. In der zweiten Phase findet eine genäherte Anpassung der Bildkoordinaten aller Punktpaare auf ein mathematisches Modell statt, das die funktionale Beziehung der homologen Bilder bzw. Bildausschnitte beschreibt. Dieses Modell wird für eine robuste Ausgleichung benutzt, die schrittweise die grob falschen Zuordnungen eliminiert. In der dritten Phase findet die eigentliche mehrfache Punktzuordnung statt. Für die Eliminierung der noch vorhandenen kleinen Zuordnungsfehler und für die eindeutige Zuordnung der Verknüpfungspunkte wird ein graphentheoretisches Modell benutzt. Markante Punkte und übriggebliebene Zuordnungen werden durch einen Graphen dargestellt, auf dem die homologen Bildpunkte vollständige Teilgraphen bilden. Auf diesem Graphen wird ein binäres Optimierungsproblem formuliert. Zum Schluß findet ein Baumsuchalgorithmus anhand der Bedingungen des Optimierungsproblems die optimalen Gruppen von homologen Bildpunkten und numeriert sie entsprechend für die Blockausgleichung. Die einzelnen Phasen werden in den nachfolgenden Kapiteln schrittweise entwickelt und analytisch beschrieben :

Das 2-te Kapitel präzisiert die Aufgabenstellung im Vergleich zur konventionellen Aerotriangulation. Die Voraussetzungen und die Einschränkungen für die Automatisierung der Aerotriangulation werden dargestellt. In Hinblick auf die Forderungen, die die Automatisierung der Aerotriangulation und speziell der digitalen Punktübertragung stellt, wird die Entwicklung in der digitalen Photogrammetrie kurz beschrieben.

Das Kapitel 3 beinhaltet eine Beschreibung der digitalen Bildzuordnungsmethoden und ihre Anwendung auf die photogrammetrische Punktbestimmung. Anhand der gestellten Forderungen und der möglichen Lösungen wird ein

Konzept für die Automatisierung der Punktübertragung aufgestellt. Nach der Präzisierung der Aufgaben, die während der einzelnen Phasen zu lösen sind, wird der Ablauf des ganzen Verfahrens konzipiert.

Das Kapitel 4 umfaßt das mathematische Modell, das für die robuste Ausgleichung verwendet wird. Dafür wird das Modell der Affinen Transformationen für die Grauwertmatrizen mehrerer überlappender Bildausschnitte entwickelt.

Im Kapitel 5 erfolgt die Übertragung des Verbandes der Geländepunkte mit ihren homologen Bildpunkten in die Graphentheorie und die Formulierung der gleichzeitigen mehrfachen Punktzuordnung als ein Optimierungsproblem im Sinne der Linearen Programmierung. Das Kapitel 6 beschreibt den Baumsuchalgorithmus, der für die Lösung des Optimierungsproblems verwendet wird.

Im Kapitel 7 wird das entwickelte Verfahren zunächst an einem elementaren Beispiel mit 4 überlappenden Bildausschnitten demonstriert. Anschließend wird das Verfahren auf einen Block von 25 Bildern angewendet. Da vorläufig die Digitalisierung ganzer Luftbilder mit hoher Auflösung nicht möglich war, wurde die Methode auf Bilder eines künstlichen Geländemodells (aus der Architektur) angewendet, die mit einer CCD Kamera aufgenommen wurden und insgesamt einen Block mit 60% Längs- und 60% Quertüberdeckung bilden.

Zum Abschluß sind im Kapitel 8 Problematik und Ergebnisse des Verfahrens zusammengefaßt und Ausblicke auf zukünftige Untersuchungen und Entwicklungen skizziert.

## **2 Voraussetzungen und Einschränkungen für die Automatisierung der Aerotriangulation**

### **2.1 Einführung**

Unter Automatisierung versteht man die Erledigung, Steuerung und Kontrolle von Arbeitsprozessen ohne menschliche Eingriffe durch Automaten-systeme. Man kann allgemein zwei Strategien für die Automatisierung eines komplexen Prozesses verfolgen. Die erste Strategie setzt Verfahren der Künstlichen Intelligenz ein. Die zweite versucht die Randbedingungen so zu vereinfachen, daß intelligente Systeme nicht erforderlich sind. Nachteil der ersten Strategie ist, daß viele Bereiche der Künstliche Intelligenz noch weit von einem operationellen Einsatz entfernt sind. Bei der zweiten ist die Vereinfachung der Randbedingungen oft mit hohen Investitionskosten verbunden, wie z.B. der Einsatz von Robotern in der industriellen Produktion. Mit der weiteren Entwicklung der Künstlichen Intelligenz wird die erste Strategie in immer mehr Bereichen eingesetzt werden. Dabei müssen jeweils der für die Automatisierung erforderliche technische Aufwand und der dadurch eingesparte menschliche Arbeitsaufwand sowie die Qualität der Endergebnisse in einem günstigen Verhältnis stehen.

Die Aerotriangulation ist ein komplexer photogrammetrischer Arbeitsprozeß (siehe 1.2.2). Mehrere verschiedenartige Aufgaben (Abb. 1.1) müssen erledigt werden, bis der Anwender zu den Endergebnissen kommt. Viele davon, wie Planung, Auswahl der Verknüpfungspunkte oder Fehlerbehandlung bei der Blockausgleichung lassen sich nicht durch ein mathematisches Modell beschreiben und können somit algorithmisch nicht gelöst werden. Bei solchen Aufgaben muß der Operateur anhand seines Wissens und seiner Erfahrung die Entscheidung treffen. Damit ist die Vollautomatisierung der Aerotriangulation eng mit der Entwicklung der Künstlichen Intelligenz verbunden. Während die Verfahren der Künstlichen Intelligenz erst seit einigen Jahren die photogrammetrische Forschung beschäftigen, existieren unterhalb dieser Ebene schon heute ausgereifte elementare Methoden und leistungsfähige Rechenanlagen, die die Automatisierung verschiedener Operationen der Aerotriangulation ermöglichen. Dafür müssen die einzelnen Teilaufgaben analysiert werden, um die Engpässe der konventionellen Aerotriangulation zu lokalisieren und um Prioritäten zu setzen. Kriterien dafür sind einerseits der Einfluß jeder einzelnen Phase auf den Gesamtaufwand und auf die Qualität der Endergebnisse der Aerotriangulation (Genauigkeit und Zuverlässigkeit) und andererseits die zu ihrer Automatisierung verfügbaren Mittel (Geräte und Verfahren). Darüberhinaus muß Hauptziel die Befreiung des Operateurs von einzelnen arbeitsintensiven Funktionen und die Beschaffung einer hochinteraktiven und benutzerfreundlichen Umgebung für die Durchführung der Aerotriangulation sein.

### **2.2 Digitale Photogrammetrie**

Die Entwicklung in die Photogrammetrie steht in enger Beziehung mit der allgemeinen Entwicklung der Wissenschaft und der Technologie. Das betrifft nicht nur die Auswertegeräte sondern auch die angewandten Verfahren. In den 60er Jahren hat die Entwicklung der Elektronik und Computertechnologie den Übergang von der analogen zur analytischen Photogrammetrie ermöglicht. In den letzten Jahren erfuhr die Digitale Bildverarbeitung durch die neuere Entwicklung der Sensortechnik und der Computertechnologie einen enormen Auftrieb. Gleichzeitig entwickelten sich die Mustererkennung und die Bildanalyse als Spezialdisziplinen der Künstlichen Intelligenz. Damit sind die Grundlagen für den Übergang zur Digitalen Photogrammetrie gelegt, die eine ganz entscheidende Voraussetzung für die Automatisierung der photogrammetrischen Meß- und Verarbeitungsprozesse ist.

Die digitale Photogrammetrie umfaßt diejenigen Verfahren und Systeme, die digitale oder digitalisierte Bilder als Eingabedaten benutzen und deren Verarbeitung, interaktiv oder automatisch, ein Computer übernimmt. Das kann die Leistung der photogrammetrischen Arbeiten steigern und neue Anwendungsbereiche eröffnen. Somit erstrecken sich die potentiellen Aufgaben der digitalen Photogrammetrie von der Datenerfassung bis zur Interpretation des Objektraums [SCHENK 1988]. Eine bestimmte Aufgabe ist dabei die Übertragung der vom menschlichen visuellen System mühelos geleisteten stereoskopischen Zuordnung identischer Bildpunkte oder -ausschnitte auf die Verfahren der digitalen Bildverarbeitung und -analyse.

### 2.2.1 Hardwarekomponenten

In den letzten Jahren sind Prototypen von digitalen photogrammetrischen Stationen entwickelt worden [GRÜN 1988, KONECNY 1988], die die bisherigen analytischen Auswertegeräte in Zukunft voll ersetzen sollen. Zentrale Komponente solcher photogrammetrischen Systeme ist eine Allzweckrechenanlage. Die Sonderausrüstung einer digitalen Station mit geeigneten Ein- und Ausgabegeräten sowie speziellen Prozessoren erhöht die Leistung des Systems, bestimmt aber nicht die Art der eingesetzten Methoden und Verfahren.

Digitale photogrammetrische Stationen weisen potentiell mehrere Vorteile gegenüber den analogen oder analytischen photogrammetrischen Systemen auf [GRÜN 1988, LOHMANN 1989]. Sie enthalten keine hochpräzisen optomechanischen Teile und sind damit wirtschaftlicher zu produzieren. Durch die digitale Speicherung und Verarbeitung der Bilder bieten sie eine stabile Bildgeometrie und ein robustes Messungssystem. Darüberhinaus ergeben sich ein hoher Grad der Automatisierung und der Operationalität, sowie große Anpassungs- und Erweiterungsmöglichkeiten. Entscheidend für den operationellen Einsatz dieser Systeme in der photogrammetrischen Praxis sind ihre Rechenleistung und die Speichermöglichkeiten sowie die Verfügbarkeit der den verschiedenen Problemen angemessenen Software.

Beschränkungen der digitalen Photogrammetrie beziehen sich hauptsächlich auf den gegenwärtigen Entwicklungsstand der Abtastungs- und Speichertechnologie. Der Kern des Problems liegt darin, daß in einem Bild eine sehr große Menge von Informationen gespeichert ist. Dieses Problem wird verschärft durch die Tatsache, daß für viele photogrammetrischen Prozesse mehrere Bilder gleichzeitig zur Verfügung stehen müssen. Aus diesem Grunde benötigt die digitale Photogrammetrie große Massenspeicher mit schneller Zugriffszeit. Die digitale Speicherung eines z.B. mit  $12.5 \mu\text{m}$  Pixelgröße und 256 Graustufen digitalisierten Luftbildes ( $20000 \times 20000$  Pixel) erfordert um die 0.4 GB [GRÜN 1988]. Die Speicherung von Bildpyramiden erhöht den Bedarf auf 0.6 GB pro Luftbild, was der Speicherkapazität einer  $5\frac{1}{4}$  Zoll optischen Platte entspricht. Somit können derzeit mehrere hundert Bilder für direkten Zugriff nur in "Juke-Boxes" von optischen Platten gespeichert werden [HELAVA 1988]. Systeme wie WURLITZER von Kodak, das aus einer Juke-Box von 150 optischen Platten mit einer Speicherkapazität von 6.8 GB pro Platte besteht, können über tausend Luftbilder speichern [GROSSKOPF 1989]. Datenreduzierung und Informationsextraktion auf den verschiedenen Ebenen der photogrammetrischen Auswertung sowie ein Datenverwaltungskonzept sind notwendig für eine effiziente Arbeit mit derartig großen Datenmengen.

Ein anderes Problem ist die digitale Datenerfassung, die sich auf die unmittelbare digitale Registrierung oder auf die nachträgliche Digitalisierung der Bilder bezieht. Die für die Aufgaben der Luftphotogrammetrie besonders wichtige Digitalisierung der Bilder ist dabei nicht völlig fehlerfrei. Optik und Mechanik der Digitalisierungssysteme verursachen geometrische und radiometrische Fehler, die aber für moderne Geräte unter  $2 \mu\text{m}$  (geometrische Genauigkeit) liegen [FAUST 1989]. Vielmehr sind die endlichen Dimensionen der Pixel ein entscheidender Genauigkeitsfaktor. Die Pixelgröße beschränkt die Übertragung des Informationsinhaltes vom Film und setzt die Genauigkeitsgrenze für die geometrische Punktbestimmung [HELAVA 1988]. Die Bildfehler beschränken sich aber auf die Phase der Registrierung bzw. Digitalisierung. Digitale Bilder weisen eine stabile Geometrie auf und können ohne Informationsverlust beliebig oft

übertragen oder kopiert werden. Die weitere numerische Behandlung der Bilddaten schließt die für die konventionelle analoge oder analytische Auswertung üblichen Gerätefehler aus.

### 2.2.2 Digitale Bildverarbeitungsverfahren in der Photogrammetrie

Digitale Bildverarbeitungsverfahren bilden die Grundlage für die digitale Photogrammetrie. Besonders wichtig sind hier, neben den elementaren Methoden für die Bearbeitung der Bilder (Filter, Operatoren usw.), die digitalen Korrelations- und Zuordnungsverfahren. Sie ermöglichen vor allem die stereoskopische Parallaxenmessung in digitalen Bildern. Weiterhin ist aber die Aufgabe der digitalen Photogrammetrie nicht nur, vorhandene analytische Verfahren zu ersetzen, sondern Prozesse zu automatisieren, die normalerweise vom Operateur durchgeführt werden. Das setzt entweder präzises Wissen voraus, wie der menschliche Operateur die Probleme bei der photogrammetrischen Auswertung löst oder erfordert entsprechende Ersatzmodelle. Außerdem beziehen sich die meisten photogrammetrischen Anwendungen auf ein Umfeld, für das sehr wenige äußere Informationen (Paßpunkte, Hilfsdaten) existieren. Damit ist z.B. die Punktbestimmung auf die Merkmalsextraktion und die Objektidentifizierung angewiesen. Künstliche Intelligenz kann helfen, solche Prozesse zu analysieren.

Methoden der Künstlichen Intelligenz finden zunehmend Anwendung in der photogrammetrischen Forschung. Die digitale Photogrammetrie hat mit vielen Spezialdisziplinen der Künstlichen Intelligenz, welche als Eingabedaten Bilder benutzen (Bildanalyse, Mustererkennung, Computervision), gemeinsame elementare Probleme zu lösen. Somit können z.B. leicht Methoden der Künstlichen Intelligenz, wie heuristische Suchverfahren, für die Lösung von Optimierungsaufgaben, insbesondere von Zuordnungsproblemen, in die Photogrammetrie eingeführt werden. Gleichzeitig werden im Bereich der Künstlichen Intelligenz *Wissenbasierte-* oder *Expertensysteme* für die Lösung komplexerer Aufgaben entwickelt, deren Lösung normalerweise die menschliche Intelligenz und Vorwissen benötigt. Dem entspricht die Entwicklung von der Datenverarbeitung zur Wissenverarbeitung, die in den 80er Jahren begann [HÄNSCHEID 1987]. Bei einem Expertensystem ist das über ein eng begrenztes Wissensgebiet hochspezialisierte Wissen in einer Wissensbank abgelegt und kann zur Entscheidung herangezogen werden. Wissensbasierte Systeme können für mehrere Teilaufgabe der Photogrammetrie, wie Aerotriangulation [SARJAKOSKI 1988a], Datenbereinigung oder Geoinformationssysteme [BARTELME 1988] eingesetzt werden. Die Entwicklung eines *Wissenbasierten Systems für die Aerotriangulation* beschäftigt schon die photogrammetrische Forschung. *T. Sarjakoski* beschreibt den Rahmen für den Einsatz von Expertensystemen in der Aerotriangulation und speziell für die Lokalisierung von groben Fehlern bei der Blockausgleichung [SARJAKOSKI 1988a, 1988b]. *W. Förstner* weist auf die Notwendigkeit hin, das Wissen und die langjährige Erfahrung im Bereich der Aerotriangulation mit der Entwicklung eines Wissensgestützten Systems zu sammeln und zu formalisieren [FÖRSTNER 1989].

### 2.2.3 Digitale Korrelationsverfahren

Die Aufgabe der digitalen Bildzuordnung besteht darin, mit Hilfe geeigneter Rechenverfahren homologe Bildpunkte oder -ausschnitte mit hinreichender Genauigkeit in den entsprechenden Bildern herauszusuchen, zu definieren und zu lokalisieren. Damit ist die digitale Bildzuordnung eine Grundfunktion für die geometrische Verarbeitung überlappender digitalisierter Bilder und kann für mehrere photogrammetrische Aufgaben angewendet werden ( Parallaxen- oder Bildkoordinatenmessung, Punktübertragung, Oberflächenerfassung, Linienverfolgung usw. ). Es sind mehrere Algorithmen für die digitale Bildzuordnung entwickelt worden. Davon sind für die Photogrammetrie diejenigen von Interesse, die eine Punktbestimmung mit Subpixelgenauigkeit erlauben. Die Algorithmen der Bildzuordnung lassen sich in zwei Klassen einteilen :

- Flächenkorrelation
- Merkmalszuordnung

Bei den Flächenkorrelationsverfahren wird die Lage des korrespondierenden Bildausschnittes durch die optimale Anpassung der Grauwertflächen bestimmt. Dafür können verschiedene Zielfunktionen, wie Kreuzkorrelation, Kreuzkovarianz oder die Quadratsumme der Grauwertdifferenzen verwendet werden. Solche Verfahren sind rechenaufwendig. Wegen des großen Suchraums oder des geringen Konvergenzbereichs benötigen diese Verfahren gute Näherungswerte und sind somit auf andere Verfahren angewiesen. Schwierigkeiten bei der Anwendung von Flächenkorrelationsverfahren liegen vor, wenn schwache Textur, periodische Strukturen, un stetige Geländeformen oder große Rotationen und Großveränderungen existieren.

Merkmalszuordnungsverfahren dagegen suchen in den Bildern ausgeprägte lokale Bildstrukturen (z.B. Punkte, Linien), die für die Zuordnung geeignet sind. Solche Merkmale sollen schnell extrahierbar sein, in ausreichender Dichte in allen Bildern auftreten, unterscheidbar sein, und ihre Eigenschaften sollen sich von Bild zu Bild nur gering ändern. Die zu extrahierenden Merkmale werden einander auf Grund von Ähnlichkeitskriterien zugeordnet. Zur Einschränkung der Fehlzuordnungen und der kombinatorischen Vielfalt werden heuristische Regeln beachtet und entsprechende Zuordnungsstrategien entwickelt [KORIES 1985]. Dafür wird das Wissen über das abgebildete Objekt und die Aufnahmesituation benutzt. Die Genauigkeit dieser Verfahren ist zwar niedriger als die der Flächenkorrelation, dafür sind sie aber weniger rechenaufwendig und benötigen nur grobe Näherungswerte.

## 2.3 Automation der Teilaufgaben der Aerotriangulation

Wie schon erwähnt wurde, ist die Aerotriangulation heute durch eine klare Gliederung der Teilprozesse (Planung, Befliegung, Vorbereitung, Messung und Ausgleichung) gekennzeichnet. Im engeren Sinne sind unter dem Begriff der Aerotriangulation die letzten zwei Phasen zu verstehen. Die Entwicklung der letzten Jahre hat sich auf die Ausgleichung konzentriert. Derzeit wird die Ausgleichung auf die Einbeziehung von GPS-Daten erweitert. Obwohl in diesem Bereich noch nicht alle Wünsche erfüllt sind (z.B. Datenbereinigung, Fehlerbehandlung, Qualitätskontrolle), gibt es keinen dringenden Handlungsbedarf. Somit ist die Ausgleichung hier nicht Gegenstand der Betrachtungen. Dagegen blieb die Vorbereitung und Messung von dieser Entwicklung der Aerotriangulation ausgeklammert. Die Vorbereitung des Bildmaterials und die Datenerfassung (Beobachtungen) werden immer noch manuell abgewickelt und benutzen dafür direkt die photographischen Bilder. Damit ist die Vorbereitung und Messung die arbeitsintensivste und zeitraubendste Phase der Aerotriangulation. Darüber hinaus beeinflussen die Verfahren und die Geräte, die für die Lösung der einzelnen Teilaufgaben in dieser Phase verwendet werden, erheblich die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Endergebnisse.

In der Vorbereitungsphase der Aerotriangulation sind mehrere Aufgaben zu erledigen, bevor man zu der eigentlichen Messung der Bildkoordinaten kommt. Man kann zwischen der allgemeinen Vorbereitung des Bild- und Datenmaterials und der Vorbereitung der Bilder für die Messung unterscheiden. Unter der allgemeinen Vorbereitung sind Aufgaben wie die Prüfung der Bilder und der Überlappingsbeziehungen, das Sammeln und Speichern der übrigen Daten (Liste der Paßpunkte, Hilfsdaten, Kalibrierungsdaten, Befliegungsparameter) oder das Aufstellen von Numerierungsschemata für die Verknüpfungspunkte zu verstehen. Die eigentliche Vorbereitung der Bilder für die Messung umfaßt die Auswahl und Identifizierung der Verknüpfungs- und Paßpunkte und die Punktübertragung. Manche von diesen Aufgaben spielen entweder eine untergeordnete Rolle, oder ihre Integration in ein automatisches System ist kein Diskussionsthema und wird somit nicht weiter behandelt. Die wichtigsten Aufgaben werden zunächst analytisch dargestellt und die Möglichkeiten zu ihrer Automatisierung besprochen.

### Topologische Beschreibung der Blockstruktur

Für die Verknüpfung der Bilder müssen die Überlappingsbeziehungen der Bilder bekannt sein. Bei der konventionellen Aerotriangulation werden diese Beziehungen manuell von dem Operateur festgestellt und die Information darüber wird implizit in der Numerierung der Verknüpfungspunkte gespeichert und für den weiteren Prozeß zur Verfügung gestellt. Bei einem automatischen Verfahren ist dagegen eine topologische Beschreibung der Blockstruktur anhand der

Überlappingsbeziehungen der Bilder erforderlich. Eine solche Struktur kann durch einen Graphen dargestellt werden, wobei die Knoten die Bilder und die Kanten die Überlappingsbeziehungen darstellen. Eine automatische Feststellung der Überlappingsbeziehungen ist in regelmäßigen Blöcken kein zu großes Problem. Innerhalb eines Streifens kann die Überlappung zweier Bilder anhand ihrer Nummer und der Längsüberdeckung automatisch ermittelt werden. Für Bilder aber, die zu verschiedenen Streifen gehören, sowie bei Doppel- oder Vierfachbefliegungen ist die Situation komplizierter. Eine vom Operateur vorab erfolgte Feststellung der Überlappungen mindestens für die ersten Bilder der Streifen vereinfacht das Problem. Die Verwendung von Hilfsdaten (z.B. GPS) für die Positionierung der Projektionszentren bietet eine weitere Lösung.

#### Herstellung der inneren Orientierung

Die innere Orientierung ist für die Reduktion der Bildkoordinaten notwendig. Darunter ist die Transformation der Maschinenkoordinaten der gemessenen Bildpunkte auf das ideale Bildkoordinatensystem und die Korrektur von systematischen Fehlern (Verzeichnung, physikalische Fehler) zu verstehen. Die für die innere Orientierung notwendige Messung der Bildrahmenmarken bereitet bei digitalen Bildern keine Schwierigkeiten und ist durch Mustererkennung einer binären Musterrahmenmarke automatisch durchzuführen [ACKERMANN 1985]. Die Herstellung der inneren Orientierung kann auch schon während bzw. im Anschluß an die Digitalisierung stattfinden.

#### Identifizierung und Messung der Paßpunkte

Die für die Bestimmung der Unbekannten bzw. für die erforderliche Genauigkeit der Blockausgleichung notwendigen Paßpunkte müssen in den entsprechenden Bildern identifiziert und gemessen werden. Hierbei handelt es sich um die Identifizierung und Lokalisierung bestimmter Geländepunkte in den Bildern. Die Automatisierung dieses Vorgangs kann im Fall von signalisierten Paßpunkten theoretisch durch Mustererkennung oder Flächenkorrelation (bei radialsymmetrischen Signalen) gelöst werden. Da aber der Suchraum in einem Bild sehr groß ist und die Ansätze nicht linear sind, sind sehr gute Näherungswerte für die Bildkoordinaten erforderlich. Wenn genaue Hilfsdaten für die Positionierung der Projektionszentren (GPS-Messungen) vorhanden sind, können die Bildkoordinaten der signalisierten Paßpunkte über die projektiven Beziehungen berechnet und als Näherungswerte für die Flächenkorrelation verwendet werden. Wichtig für den Zeitaufwand ist die Anzahl der zu messenden Paßpunkte. Sie ist von der Blockgröße, der Überdeckung und den Genauigkeitsanforderungen abhängig. Die günstigen Genauigkeitseigenschaften großer Blöcke [EBNER 1973] und die Benutzung von Hilfsdaten [KLEIN 1973] beschränken jedoch die Anzahl der Paßpunkte stark, so daß die manuelle Messung keine zu große Belastung für den Operateur ist und nicht dringend automatisiert zu werden braucht.

#### Punktübertragung und -Messung der Verknüpfungspunkte

Die Verknüpfung der Bilder erfolgt durch homologe Bildpunkte in den Überlappingsgebieten. Ihre Anzahl wächst proportional mit der Blockgröße und kann bei großen Blöcken einige bis viele tausend Punkte erreichen. Damit ist die Punktübertragung und die Messung der Verknüpfungspunkte der zeitaufwendigste Teil der Aerotriangulation und stellt einen erheblichen Teil des Gesamtaufwands dar. Darüber hinaus ist die Genauigkeit der Punktidentifizierung und -Übertragung für die Endgenauigkeit der Aerotriangulation absolut entscheidend. Sie schlägt sich im wesentlichen in dem  $\sigma_0$ -Wert der Blockausgleichung nieder und bestimmt das Genauigkeitsniveau der Aerotriangulation [ACKERMANN/SCHNEIDER 1986] (s. Kap. 1.2.3). Das ist besonders bei der Bündeltriangulation kritisch, wo alle Verknüpfungspunkte übertragen und markiert werden müssen. Die Punktübertragung kann heute bei künstlich markierten Punkten genauer als 10  $\mu\text{m}$  sein. Sie ist aber immer noch der begrenzende Faktor für die erreichbare Genauigkeit. Somit stellt die Punktübertragung den wichtigsten Engpaß der konventionellen Aerotriangulation dar.

## 2.4 Automatisierung der Punktübertragung und -messung

Nach dieser Analyse ist deutlich geworden, daß die Automatisierung der Punktübertragung und -Messung durch digitale Verfahren zu einer Leistungssteigerung der Aerotriangulation hinsichtlich Genauigkeit, Zuverlässigkeit und Wirtschaftlichkeit führen wird. Das Hauptproblem ist, homologe Bildpunkte in den Überlappungsgebieten zu finden, koordinatenmäßig zu erfassen und für die Ausgleichung entsprechend zu numerieren. Der automatische Ablauf dieses Prozesses ist im Gegensatz zu der automatischen Identifizierung der Paßpunkte operationell machbar, ohne auf übergeordnetes Wissen zurückgreifen zu müssen. Die technischen Voraussetzungen dafür (leistungsfähige Rechner, Scanner, Speichermedien) und die theoretischen Grundlagen (digitale Korrelationsverfahren) sind vorhanden. Der Einsatz der digitalen Korrelationsverfahren für die Punktübertragung und Messung war schon Gegenstand empirischer Untersuchungen. Die Ergebnisse zeigen, daß das Genauigkeitspotential dieser Verfahren besser als das der konventionellen Verfahren oder ihm mindestens vergleichbar ist (siehe Kap. 3.2). Darüber hinaus muß ein automatisches Verfahren in jeder Hinsicht eine deutliche Leistungssteigerung gegenüber den manuellen Verfahren bringen. Dafür müssen bei der Konzeption des Verfahrens bestimmte Forderungen gestellt werden.

### 2.4.1 Charakteristika der manuellen Verfahren

Es gibt mehrere Verfahren für die Auswahl und Messung der Verknüpfungspunkte, die sich durch die Art der Punkte (natürliche, signalisierte oder künstlich markierte) und die verwendeten Geräte voneinander unterscheiden [HELAVA 1989]. Dabei handelt es sich bisher im wesentlichen um manuelle Verfahren. Die Art und die Anzahl der gemessenen Verknüpfungspunkte sowie das Verfahren der Punktübertragung sind grundsätzlich von den Genauigkeitsanforderungen abhängig bzw. richten sich nach operationellen Gesichtspunkten. Die in der Praxis am häufigsten angewendete Methode ist die stereoskopische Punktübertragung und künstliche Markierung der Bildpunkte. Sie ist zwar wirtschaftlich, bestimmt aber entsprechend das Genauigkeitsniveau der Aerotriangulation. Der Einfluß jedes Verfahrens auf die Endergebnisse der Aerotriangulation ist unterschiedlich. Sie weisen aber manche gemeinsame Merkmale auf und setzen Grenzen für die Leistung der Aerotriangulation :

- Genauigkeit : Die Genauigkeit der Bildkoordinaten liegt bei den Verfahren mit signalisierten Verknüpfungspunkten unter  $3 \mu\text{m}$  ( $\sigma_0$ ). Dieser Wert enthält die nicht korrigierten Bildfehler, sowie die Genauigkeit der Identifizierung und der Messung der Bildpunkte. Bei den Verfahren dagegen, die markierte Verknüpfungspunkte verwenden, kommen zusätzlich die Übertragungsfehler dazu. Die Genauigkeit der Bildkoordinaten ( $\sigma_0$ ) nimmt in der Praxis Werte zwischen 10 und 20  $\mu\text{m}$  an. Eine untere Grenze von 7  $\mu\text{m}$  scheint bei diesem Verfahren nicht zu unterbieten zu sein.
- Zuverlässigkeit : Bei manuellen Verfahren sind grobe Fehler (z.B. Zielidentifizierung, Punktnumerierung) unvermeidbar. Bei umfangreichen Datenmengen, wie sie in der Aerotriangulation üblich sind, sind die Daten nicht mehr unmittelbar kontrollierbar. Die schrittweise automatische Lokalisierung und Eliminierung grober Fehler während der Blockausgleichung ist zwar bis zu einer bestimmten Grenze möglich, belastet aber die Aerotriangulation mit zusätzlichem Rechenaufwand.
- Zeitaufwand : Der Zeitaufwand liegt je nach verwendetem Gerät und Verfahren bei 2 bis 5 min pro Bildpunkt (Identifizierung, Übertragung und Messung) [SCHWIDEFSKY/ACKERMANN 1976].
- Anzahl der Punkte pro Bild : Die Anzahl der Verknüpfungspunkte pro Bild oder Modell wird wegen des Zeitaufwands in der Praxis auf ein Minimum beschränkt und beträgt je nach Anwendungsfall zwischen 4 und 15 Punkte bzw. Doppelpunkte. Aus Gründen der Zuverlässigkeit wird empfohlen, an den 9 Standard-Stellen des Bildes jeweils ein Punktpaar, d.h. insgesamt 18 Verknüpfungspunkte vorzusehen.

- Anzahl der Bilder : Die Operation Punktübertragung und -messung wird i.a. auf maximal zwei Bilder beschränkt (Stereoskopische Messung).
- Reproduzierbarkeit : Genauigkeit und Zeitaufwand sind stark von der Erfahrung des Operateurs abhängig. So liefern zwei Ausgleichungen des gleichen Blocks signifikant verschiedene Ergebnisse, wenn die Punktübertragung und -messung von zwei Operateuren, oder von einem zweimal, durchgeführt wird.

Allgemein kann man feststellen, daß die Forderungen nach Genauigkeit bzw. Schnelligkeit und Wirtschaftlichkeit sich bei den manuellen Verfahren entgegenstehen. So ist z.B. die zur Erhöhung der Genauigkeit vorgeschlagene Übertragung von Punktgruppen statt von einzelnen Punkten mit Mehraufwand verbunden. Dieser Gegensatz kann mit automatischen Verfahren mindestens zum Teil behoben werden.

#### 2.4.2 Forderungen an ein automatisches Verfahren

Ein neues Verfahren für die Übertragung und -Messung der Verknüpfungspunkte muß deutliche Vorteile hinsichtlich Genauigkeit, Wirtschaftlichkeit und Automatisierung gegenüber den alten Verfahren vorweisen können. Die Vollautomatisierung der Punktübertragung setzt digitale Bilder und digitale Verfahren voraus. Die Forderungen, die ein automatisches Verfahren erfüllen muß, sind leicht aus den in (2.4.1) dargestellten Charakteristika der manuellen Verfahren abzuleiten :

- Genauigkeit : Die Genauigkeit digitaler Zuordnungsverfahren ist von der Pixelgröße abhängig und liegt im Subpixelbereich. Bei einer Pixelgröße von  $20 \mu\text{m}$  sind Genauigkeiten von  $1 \mu\text{m}$  zu erreichen [ACKERMANN 1985]. Somit wird die Genauigkeit der manuellen Punktübertragung ( $7 \mu\text{m}$ ) deutlich überboten.
- Zuverlässigkeit : Da die Hauptursache für grobe Fehler, nämlich der menschliche Faktor, ausgeschaltet ist, kann von den digitalen Verfahren auch eine höhere Zuverlässigkeit erwartet werden.
- Zeitaufwand : Eine Angabe über den Zeitaufwand eines digitalen Verfahrens ist mit der Leistung der verwendeten Rechenanlage verbunden. Als Richtlinie sollte ein automatisches Verfahren, um operationell eingesetzt zu werden, auf einer Workstation oder auf einer digitalen photogrammetrischen Station deutlich schneller als die manuellen Verfahren arbeiten.
- Anzahl der Punkte pro Bild : Die Schnelligkeit der digitalen Verfahren erlaubt die Übertragung von mehreren bis vielen Punkten und kann somit die Redundanz fast beliebig erhöhen. Damit können die Überlappungsbereiche der Bilder mit Haufen von Verknüpfungspunkten abgedeckt werden, um die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Aerotriangulation durch die zusätzliche Information zu erhöhen.
- Anzahl der Bilder : Durch die digitale Speicherung stehen im Prinzip alle Bilder gleichzeitig zu Verfügung. Damit können Methoden für die gleichzeitige mehrfache Bildzuordnung angewendet werden. Die mehrfache Punktzuordnung entspricht der strengen Formulierung des Problems der Punktübertragung in der Aerotriangulation.
- Näherungswerte : Das Verfahren soll automatisch die für den Algorithmus benötigten Näherungswerte beschaffen. Dafür können entweder äußere Hilfsdaten (z.B. GPS-Messungen) verwendet oder hierarchische Verfahren ( grob zu fein ) angewendet werden.

- Reproduzierbarkeit : Ein automatischer Prozeß ist bei Anwendung digitaler Verfahren, solange die Eingabedaten und die Steuerparameter unverändert bleiben, beliebig reproduzierbar.

### 2.4.3 Mehrfache Merkmalszuordnung

Ein automatisches Verfahren, das die oben gestellten Forderungen erfüllt und operationell einsetzbar ist, muß mehrere verschiedenartige Probleme lösen. Die meisten davon sind organisatorischer Natur und haben mit der Speicherung und Verwaltung der großen Datenmengen zu tun, die mit der Digitalisierung eines Bildblocks verbunden sind. Die Lösung dieser Probleme ist von der verwendeten Hardware abhängig und nicht Gegenstand dieser Arbeit.

Um das Verfahren uneingeschränkt für die Punktübertragung und -messung in der Aerotriangulation einsetzen zu können, müssen methodisch vor allem folgende Forderungen erfüllt werden:

- Zuordnung beliebig vieler Bilder oder Bildausschnitte
- In jedem Überlappungsgebiet Zuordnung mehrerer bis vieler Verknüpfungspunkte
- Hohe Zuordnungsgenauigkeit
- Automatische Bestimmung von Näherungswerten aus dem Bildmaterial selbst

Die ersten zwei Bedingungen bedeuten, daß der Kern des Verfahrens eine Methode für die mehrfache Bildkorrelation sein muß, die mehrere Bildpunkte in den verschiedenen Überlappungsgebieten des Bildverbandes zuordnen kann. Die beiden übrigen Bedingungen weisen auf die Art des Korrelationsverfahrens hin (Flächenkorrelation oder Merkmalszuordnung), das angewendet werden soll. Da die Flächenkorrelationsverfahren die letzte Bedingung nicht erfüllen und es außerdem schon mathematische Ansätze für die mehrfache Flächenkorrelation gibt [GRÜN 1985], liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit in der Entwicklung einer Methode für die *mehrfache Merkmalszuordnung*. Sie soll möglichst gut die gestellten Forderungen erfüllen und entweder direkt Daten für die Blockausgleichung liefern, oder, falls höhere Genauigkeit verlangt wird, sehr gute Näherungswerte für eine nachträgliche Flächenkorrelation bereit stellen.

## 3 Konzeption des Verfahrens

### 3.1 Einführung

Unter dem allgemeinen Ziel der Automatisierung der Aerotriangulation wird hier ein Verfahren für die mehrfache Bildzuordnung vorgestellt, das die kritischen Operationen der Übertragung und Messung der Verknüpfungspunkte automatisieren soll. Das Verfahren ist auf der Basis der digitalen Bildverarbeitung konzipiert, deren digitale Korrelationsverfahren potentiell hochgenau sind und für die elementaren Meß- und Identifizierungsoperationen der Aerotriangulation angewendet werden können. Die Methode basiert auf der Merkmalszuordnung. Sie stellt einen Kompromiß dar zwischen der Forderung nach hoher Genauigkeit und nach Automation, und läßt eine nachträgliche Anwendung eines Flächenkorrelationsverfahrens (Least Square Matching) offen. Die Methode kann durch die simultane Merkmalszuordnung gleichzeitig auf mehrere überlappende Bilder angewendet werden. Für die spezielle Aufgabe der Punktübertragung und Messung für die Aerotriangulation wird die Methode nacheinander auf die verschiedenen Überlappungsgebiete des Bildverbandes angewendet.

### 3.2 Voraussetzungen und Spezifikationen

Für die Anwendung des Verfahrens müssen einige Voraussetzungen erfüllt sein. Allgemein wird vorausgesetzt, daß die Bilder in digitaler Form vorliegen, d.h konventionelle Luftbilder müssen in der geeigneten Auflösung digitalisiert werden. Es ist von Vorteil, wenn während der Digitalisierung, oder gleich danach, eine Datenreduktion erfolgt. Das betrifft die Innere Orientierung und die Korrektur der systematischen Fehler durch Resampling und Bezug auf das Bildkoordinatensystem (Bildrahmenmarken). Für die hierarchische Anwendung des Verfahrens müssen die Bilder in Form von Bildpyramiden gespeichert sein. Als Arbeitsgerät wird eine digitale photogrammetrische Station oder ein leistungsfähiger Allzweckrechner (Workstation) vorausgesetzt. Für den vollautomatischen Ablauf des Verfahrens muß der Rechner über genügend Peripheriespeicher verfügen, damit alle Bilder gleichzeitig zur Verfügung stehen. Die allgemeinen Überlappingsbeziehungen sollen vom Operateur vorab ermittelt werden und die Näherungswerte für die Längs- und Querüberdeckung bekannt sein. Von den Bildern braucht keine Orientierung (außer gegebenenfalls der inneren Orientierung) bekannt zu sein. Wenn gute Näherungswerte für die äußere Orientierung bekannt sind (z.B. von GPS-Daten), können sie für eine genauere Bestimmung der Überlappingsbeziehungen verwendet werden. Unter diesen Voraussetzungen kann das Verfahren im wesentlichen als Batch-Prozeß im Rechner laufen. Ein interaktiver Ablauf mit Überprüfung der Zwischenergebnisse auf Grund numerischer und graphischer Darstellungen ist prinzipiell möglich. Weiterhin ist das Verfahren auf die Aerotriangulation mit konventionellen Luftbildern (Senkrechtaufnahmen) ausgerichtet. Weltraum- oder Nahbereichsaufnahmen sind prinzipiell nicht ausgeschlossen. Sie benötigen aber ein anderes mathematisches Modell für die robuste Ausgleichung (Kap. 4).

Nach obiger Darstellung der Voraussetzungen kann das Arbeitsprinzip des Verfahrens wie folgt erläutert werden. Zuerst werden in den einzelnen Bildern automatisch mit Hilfe eines Interestoperators geeignete Verknüpfungspunkt-Kandidaten aufgesucht und durch ihre Pixelkoordinaten eindeutig identifiziert. Danach werden die dazu homologen Punkte simultan in allen überlappenden Bildern zugeordnet. Homologe Bildpunkte sind Abbildungen des gleichen Geländepunktes und bekommen damit dieselbe (Objekt-Punkt-) Nummer, was für die Aufstellung der Fehlergleichungen der Blockausgleichung erforderlich ist. Für eine uneingeschränkte Anwendung des Verfahrens in der Aerotriangulation ist algorithmisch keine Beschränkung der Anzahl der überlappenden Bilder und der Anzahl der zugeordneten Punkte vorgesehen.

Ein kritischer Punkt ist die Beschaffung der Näherungswerte für die Zuordnung. Das Verfahren soll nur mit Hilfe der oben erwähnten äußeren Informationen die Näherungswerte automatisch beschaffen. Das Problem der automatischen Beschaffung der Näherungswerte mit Hilfe der Bildpyramiden und die Genauigkeit der Punktidentifizierung und der Zuordnung sind die Hauptkriterien für die Auswahl der Merkmalszuordnung als Korrelationsprinzip.

### 3.2.1 Korrelationsprinzip

Im Bereich der Photogrammetrie sind diejenige Korrelationsverfahren von besonderem Interesse, die eine Zuordnung mit Subpixelgenauigkeit erlauben. Nachfolgend wird eine Flächenkorrelationsmethode (Kleinste Quadrate Zuordnung) und eine Merkmalszuordnungsmethode (Feature Based Matching) besprochen, die diese Forderung erfüllen und damit für die Punktübertragung und -messung in Frage kommen.

#### Kleinste Quadrate Zuordnung (Least Squares Matching)

Aus der Klasse der Flächenkorrelationsverfahren hat die Kleinste Quadrate Zuordnung besondere Aufmerksamkeit in der Photogrammetrie gefunden. Grund dafür ist die hohe Genauigkeitsleistung des Verfahrens, die für die Parallaxenmessung bei 1-2  $\mu\text{m}$  (20  $\mu\text{m}$  Pixelgröße) liegt [ACKERMANN 1985, FÖRSTNER 1985] und damit der Meßgenauigkeit eines Operateurs ähnlich bzw. überlegen ist. Außerdem bietet die Formulierung der Zuordnung als Ausgleichungsproblem eine realistische Schätzung für die Zuordnungs- bzw. Meßgenauigkeit, d.h. das ganze 'Kleinste Quadrate' Werkzeug kann angewendet werden (z.B. theoretische Genauigkeit usw.).

Bei der Stuttgarter Entwicklung [PERTL/ACKERMANN 1982] wird die Anpassung der Grauwertflächen der homologen Bildausschnitte durch eine geometrische und eine radiometrische Transformation realisiert. Für kleine Bildausschnitte werden die Disparitäten, die von der Digitalisierung, der Aufnahmegeometrie und der Geländeform verursacht werden, örtlich in guter Näherung durch die sechs Parameter einer Affintransformation (Translation, Rotation und Maßstab) und die zwei radiometrischen Parameter (konstante und lineare Korrektur) erfaßt. Minimiert wird dabei die Quadratsumme der verbleibenden Grauwertdifferenzen.

Die hervorragenden theoretischen Genauigkeitseigenschaften der Methode sind weitgehend geklärt [FÖRSTNER 1982]. Aus der theoretischen Kovarianzmatrix  $C_{zz}$  der unbekanntenen Verschiebungen (Gl. (3.1)) bekommt man die Genauigkeit  $\sigma_x$  der geschätzten Parallaxen (Gl. (3.2)) [FÖRSTNER 1986]:

$$C_{zz} = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_y^2 \end{bmatrix} = \sigma_n^2 Q = \frac{\sigma_n^2}{n} \begin{bmatrix} \sigma_{g_x}^2 & \sigma_{g_x g_y} \\ \sigma_{g_x g_y} & \sigma_{g_y}^2 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.1)$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma_n^2}{\sum g_x^2} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\sigma_n^2}{\sigma_{g_x}^2} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{SNR^2} \cdot \frac{\sigma_g^2}{\sigma_{g_x}^2} = \frac{1}{n} \cdot \frac{1-\rho}{\rho} \cdot \frac{\sigma_g^2}{\sigma_{g_x}^2} \quad (3.2)$$

wobei  $g$  die Grauwerte und  $g_x, g_y$  die Gradienten der Grauwerte in x- und y-Richtung sind, und  $\sigma_n, \rho, SNR$  für das Rauschen, den örtlichen Korrelationskoeffizient und das Signal-Rausch Verhältnis stehen.

Die Genauigkeit der geschätzten Verschiebungen hängt insbesondere vom Signal-Rausch Verhältnis, sowie weiterhin von der Fenstergröße ab und kann Werte von unter 1/10 der Pixelgröße erreichen. Empirische Untersuchungen von

Aerotriangulationen mit digitaler Punktübertragung haben die Genauigkeitsleistung der Kleinste Quadrate Zuordnung bestätigt. Im Testblock *Schnürpflingen* (Bildmaßstab 1:4000, Weitwinkel,  $p=60\%$ ,  $q=20\%$ , 4 Streifen, 26 Bilder, 405 Verknüpfungspunkte, 107 Vergleichspunkte) sind Punktzuordnungsgenauigkeiten für 97% der natürlichen und für 90% der signalisierten Geländepunkte von besser als  $3 \mu\text{m}$  ermittelt worden [PERTL 1985]. Die Genauigkeitswerte  $\sigma_0$  der Bündelblockausgleichungen betragen mit digitaler Punktübertragung  $4.0 \mu\text{m}$  bzw.  $3.9 \mu\text{m}$ , im Gegensatz zu  $2.7 \mu\text{m}$  mit manueller Messung der signalisierten Verknüpfungspunkte (im Planicomp C100). Aus diesen Werten läßt sich ein Anteil für die digitale Korrelation von  $3.0 \mu\text{m}$  bzw.  $2.8 \mu\text{m}$  ableiten, was mit der theoretischen Genauigkeit der Zuordnung übereinstimmt. Ähnliche Ergebnisse ergab ein empirischer Versuch mit dem Testblock *Appenweier* [ACKERMANN/SCHNEIDER 1986].

Dieser guten Genauigkeitseigenschaft steht der geringe Konvergenzbereich der Kleinste-Quadrate-Korrelation gegenüber. Wegen der hochgradigen Nichtlinearität der Grauwertfunktionen müssen bei dieser Methode die Anfangsnäherungswerte der Verschiebungen innerhalb von 2-3 Pixel liegen. Damit werden für den operationellen Einsatz des Verfahrens zusätzliche Verfahren benötigt, die zuverlässige und hinreichend genaue Näherungswerte für die Verschiebungen und die geometrischen Verzerrungen liefern. Weiterhin ist das Verfahren besonders wegen des erforderlichen Resampling rechenaufwendig.

#### Merkmalszuordnung (Feature Based Matching)

Merkmalszuordnungsverfahren werden nicht nur für die Beschaffung von Näherungswerten und die Verminderung der Wahrscheinlichkeit von Fehlzuordnungen bei Feinkorrelationsverfahren benutzt, sondern werden auch dank hinreichender Genauigkeit für viele andere Anwendungen eingesetzt. Das im Stuttgarter Institut für Photogrammetrie entwickelte "Feature Based Matching" stützt sich auf die Zuordnung von markanten Punkten. Für die Extraktion der Punkte wird dabei der sog. *Förstner Interestoperator* benutzt, der auf der Basis der theoretisch erhältlichen Genauigkeit der Flächenkorrelation konzipiert ist (Gl. (3.1) und (3.2)). Der Förstner Interestoperator bietet bezüglich anderen Operatoren (z.B. Moravec, Dreschler) die bessere Relation zwischen erreichbarer Genauigkeit und benötigtem Zeitwand [LUHMANN 1986]. Er ist verschiedentlich in der Praxis eingesetzt worden (INDUSURF, TOPOSURF, DCCS). Das Prinzip des Verfahrens wird in [FÖRSTNER 1985, 1986], [FÖRSTNER/GÜLCH 1987] ausführlich beschrieben.

Das Verfahren der Merkmalszuordnung arbeitet in drei Phasen :

- Auswahl markanter Bildpunkte mit dem Interestoperator
- Vorläufige Zuordnung homologer Bildpunkte durch ein Ähnlichkeitsmaß
- Endgültige Zuordnung durch Konsistenz-Kriterien

Die Genauigkeit der Zuordnung hängt wesentlich von der Qualität des geometrischen Modells ab und liegt wegen der pixelweisen Berechnung im Bildfenster im Bereich von 1 Pixel. Man kann höhere Genauigkeit erzielen, wenn man innerhalb jedes ausgewählten optimalen Fensters die Position des optimalen Punktes (Gradientengewichteter Schwerpunkt, Kantenschnittpunkte, Ecken) subpixelgenau bestimmt und die Grauwerte des Fensters durch Resampling neu berechnet. Dann liegt die Genauigkeit der so ermittelten Bildkoordinaten unter  $\frac{1}{4}$  der Pixelgröße [FÖRSTNER 1986]. Leider liegen noch keine Ergebnisse von Aerotriangulationen vor, bei denen die Punktübertragung und Messung der Verknüpfungspunkte durch Feature Based Matching erfolgt wäre, um diese Genauigkeitserwartung zu bestätigen.

### **3.2.2 Anmerkungen zur Genauigkeit und Auswahl der Zuordnungsmethode**

Für die Auswahl des Zuordnungsverfahrens müssen die in Kap. 2.4.2 gestellten Forderungen hinsichtlich Genauigkeit, Zuverlässigkeit, Schnelligkeit und Automation berücksichtigt werden. Die Forderung nach Automation ist eng mit dem Problem der Näherungswerte für die Lage der zugeordneten Bildpunkte oder Bildausschnitte im Bild verbunden. Die kleinste Quadrate Zuordnung benötigt sehr genaue Näherungswerte von 2-3 Pixel, was in hochaufgelösten Bildern 15-50  $\mu\text{m}$  bedeutet. So genaue Näherungswerte kann die Methode nicht aus sich selbst beschaffen, sondern es müssen entweder

andere robuste Verfahren angewendet werden oder äußere Informationen beschafft werden. Außerdem werden für die bekannte mehrfache kleinste Quadrate Zuordnung, die im Objektraum formuliert wird, zusätzliche Näherungswerte für die Geländekoordinaten der Verknüpfungspunkte benötigt. Beim Feature Based Matching dagegen werden nur grobe Näherungswerte für die Überdeckung benötigt, die durch hierarchische Anwendung der Methode auf Bildpyramiden (grob zu fein) beschafft werden können.

Andererseits bietet die kleinste Quadrate Zuordnung eine Genauigkeit von  $1/10$  der Pixelgröße oder besser, was für die Punktzuordnung und -messung selbst bei der Präzisionsaerotriangulation einen idealen Wert darstellt. Die Punktübertragungs- und Messungsgenauigkeit schlägt sich im  $\sigma_0$  der Bündelausgleichung nieder, zusammen mit allen nicht modellierten systematischen Bildfehlern. Als Grenzwert für die Genauigkeit der Bildkoordinaten gilt im Falle der Aerotriangulation mit signalisierten Punkten der empirische Wert  $\sigma_0 < 3 \mu\text{m}$ , der bezüglich der Bildpunkte keine Punktübertragungsfehler sondern nur einen Meßfehler von etwa  $1 \mu\text{m}$  (Monokomparator) enthält. Den Hauptanteil im  $\sigma_0$  bilden somit offensichtlich die nicht kompensierten Bildfehler. Das bedeutet, wenn Präzisionsaerotriangulation ohne signalisierte Punkte erreicht werden soll, daß der Punktübertragungsfehler (Zuordnungsfehler) dieses Niveau von  $\sigma_0$  nicht wesentlich ändern darf. Z.B. würde ein Zuordnungsfehler von  $\sigma_{\text{zuord.}} \leq 2 \mu\text{m}$  einen Wert  $\sigma_0 \approx 3.5 \mu\text{m}$  bedeuten. Bei  $20 \mu\text{m}$  Pixelgröße kann mit der kleinsten Quadrate Zuordnung diese Zuordnungsgenauigkeit erreicht werden. Bei der Standard-Aerotriangulation mit künstlicher Punktübertragung liegt dagegen die Genauigkeitsgrenze in der Praxis bei  $\sigma_0 \approx 7 \mu\text{m}$  ( $\sigma_{\text{zuord.}} \approx 6.5 \mu\text{m}$ ). Häufig liegen aber die Werte von  $\sigma_0$  bei  $10 - 20 \mu\text{m}$ . Wenn also mit einem automatischen digitalen Verfahren  $\sigma_0$  regulär in den Bereich von  $4 - 5 \mu\text{m} < 0.5$  Pixel gebracht würde und damit auch die topographische Aerotriangulation in den Bereich der hochgenauen Aerotriangulation käme, wäre ein großes praktisches Ziel erreicht.

Bei einer optimalen Pixelgröße von  $15 \mu\text{m}$  [FÖRSTNER 1985] kann man mit der oben dargestellten Merkmalszuordnung theoretisch eine Zuordnungsgenauigkeit von  $4 \mu\text{m} \approx 1/4$  Pixel erreichen. Das bedeutet, daß ein Verfahren für die Punktübertragung und -Messung, das auf diesem Korrelationsprinzip beruht, Werte für  $\sigma_0$  um  $5 \mu\text{m}$  erreichen könnte. Außerdem kann, wenn es nicht um hoch genaue Punktbestimmung sondern nur um möglichst genaue Bildorientierung geht, das gewünschte Ergebnis dadurch erreicht werden, daß eine größere Anzahl von weniger genauen Verknüpfungspunkten verwendet wird. Falls aber eine hohe Genauigkeit der Einzelpunkte erreicht werden soll, können die Ergebnisse dieses Verfahrens als sehr gute Näherungswerte betrachtet werden, auf die zusätzlich eine kleinste Quadrate Zuordnung (paarweise oder mehrfach) angesetzt werden kann. Dafür gibt es bereits Algorithmen [GRÜN 1985], so daß dieser Teil nicht Gegenstand dieser Arbeit ist.

Es wird also hier ein elementares Verfahren für die mehrfache Merkmalszuordnung entwickelt, das sich auf den Förstner Interestoperator stützt und als eine algorithmisch unbeschränkte Verallgemeinerung des bekannten Feature Based Matching auf mehrere überlappende Bilder oder Bildausschnitte betrachtet werden kann. Dieses Verfahren soll rekursiv auf die verschiedenen Überlappungsgebiete eines Blockes angewendet werden, um Verknüpfungspunkte zu extrahieren und zuzuordnen.

### 3.2.3 Charakteristika des Verfahrens

Bei der Konzeption des Verfahrens wurde versucht, es auf die absolut notwendigen Voraussetzungen und äußeren Informationen zu beschränken und das Verfahren möglichst allgemein zu gestalten. Somit erlaubt die allgemeine Formulierung der mehrfachen Merkmalszuordnung die Anwendung des Verfahrens auf Blockgebiete mit verschiedener Überlappung. Die Anzahl der Verknüpfungspunkte und die Blockgröße sind nur durch die Speichermöglichkeit des Rechners eingeschränkt. Durch den modularen Aufbau ist sowohl die Erweiterung des Verfahren als auch die Anpassung auf andere Problemsituationen möglich. Im folgenden werden kurz einige charakteristische Merkmale diskutiert, die die Universalität des Verfahrens betonen.

### Mehrfache Bildzuordnung

Die Punktübertragung findet gleichzeitig in allen betreffenden Bildern bzw. Bildausschnitten statt. Dabei wird nicht nur wie bei den manuellen Verfahren ein Bildpunkt in die übrigen  $n-1$  Bilder (bei  $n$  überlappenden Bildern) übertragen, sondern es wird für die Bestimmung der  $n$  homologen Bildpunkte die Information aller  $n(n-1)/2$  möglichen paarweisen Zuordnungen ausgenutzt. Damit wird eine höhere Genauigkeit und Zuverlässigkeit erreicht. Die mehrfache Bildzuordnung ist nicht nur die strenge Formulierung des Problems der Punktübertragung, sondern stellt das allgemeine Problem der Bildzuordnung in der Photogrammetrie dar. Photogrammetrische Probleme, die mit Hilfe der mehrfachen Bildzuordnung gelöst werden können, treten bei der Verarbeitung von multispektralen oder multitemporalen Bildern, bei der Orthophoto- und Kartenherstellung oder bei der Herstellung Digitaler Geländemodelle aus mehr als zwei Bildern auf. Somit kann man auf die Verfahren verzichten, die nachträglich die Distortionen von der jeweils paarweisen Auswertung zu eliminieren versuchen.

### Automatisches Verfahren

Das Verfahren gestattet alle Arbeitsgänge automatisch auszuführen. Der Operateur wird bis auf Überwachungsfunktionen entlastet. Probleme können bei Gebieten mit armer Textur auftreten, bei denen der Interestoperator keine oder sehr wenige markante Punkte extrahieren kann. Da aber die Anzahl der benötigten Verknüpfungspunkte in der Regel niedrig und ihre Anordnung nur grob vorgeschrieben ist, sollten solche Probleme nur selten vorkommen.

### Modulares Verfahren

Das Verfahren ist modular aufgebaut. Man kann drei Teilprozesse unterscheiden, die voneinander unabhängig sind und getrennt eingesetzt werden können :

- Merkmalsextraktion und vorläufige Zuordnungen.
- Eliminierung der grob falschen Zuordnungen auf der Basis des verwendeten geometrisch-mathematischen Modells (robuste Ausgleichung).
- Mehrfache Merkmalszuordnung für die Bestimmung der homologen Bildpunkte.

Von dem einen Teilprozeß zum anderen werden nur die Attribute der Merkmale (Nummer, Koordinaten, Paare, Gewichte) übergeben. Diese Modularität erlaubt ohne großen Aufwand die Anpassung des Verfahrens auf andere photogrammetrische Probleme, die mit der mehrfachen Bildzuordnung gelöst werden können, und die Erweiterung auf die Zuordnung von anderen Primitiven. Somit kann die mehrfache Merkmalszuordnung auch auf andere extrahierte Merkmale (z.B. Kanten) angewendet werden, solange man sich auf ein Ähnlichkeitskriterium beschränkt. Genauso leicht kann man statt der Affintransformation (s. Kap. 4) ein anderes mathematisches Modell für die robuste Ausgleichung (z.B. Projektive Abbildung bei terrestrischen Aufnahmen mit bekannter äußerer Orientierung) verwenden, ohne die Methode der mehrfachen Merkmalszuordnung ändern zu müssen.

### Hierarchisches Verfahren

Durch die hierarchische Anwendung des Verfahrens auf Bildpyramiden wird der Suchraum beschränkt und werden die für die nächsthöhere Auflösungsebene benötigten Näherungswerte automatisch geliefert. Eine Schätzung der Verschiebungen in grob aufgelösten Bildern wird auf feiner aufgelöste Bilder übertragen, um das Verfahren auf einen Bildausschnitt um die geschätzte Position herum neu anzuwenden. Damit wird nicht nur das Risiko grober Zuordnungsfehler auf ein Minimum beschränkt, sondern es wird auch eine erhebliche Datenreduktion und eine Verringerung des Rechenaufwands erreicht.

### 3.2.4 Anwendung des Verfahrens auf die Übertragung und Messung von Verknüpfungspunkten

Das Verfahren der Merkmalszuordnung kann auf Bilder oder Bildausschnitte angewendet werden, unter der Voraussetzung, daß jedes Bild sich mit den übrigen teilweise überlappt. In der Aerotriangulation aber gilt diese Bedingung jeweils nur für Gruppen von Bildern. Durch die fortlaufende Überdeckung kann man nicht den Block in unabhängige Gruppen von miteinander überlappenden Bildern unterteilen, ohne Bildpaare wegzulassen oder sie mehreren Gruppen zuzuordnen. Wegen dieses Problems und wegen der Näherungswerte muß einer Strategie für die Anwendung des Verfahrens für die Punktübertragung gefolgt werden. Diese Strategie soll den Ablauf des Verfahrens sowohl durch die vertikale Bildstruktur (Bildpyramiden) als auch durch die horizontale Bildstruktur (Block) steuern.

#### Hierarchische Anwendung auf Bildpyramiden

Nach den idealen Genauigkeitsforderungen soll die Pixelgröße etwa  $15\mu\text{m} \times 15\mu\text{m}$  sein. Das bedeutet für ein ganzes Luftbild rund  $16000 \times 16000$  Pixel und für einen Bildblock eine Datenmenge, die weit in den GB Bereich reichen kann, was vorläufig noch nicht als operationell beherrschbar angesehen werden kann. Es gibt aber mehrere Gründe, warum das Verfahren nicht auf die ganzen hochaufgelösten Bilder angewendet werden muß. Der erste Grund ist die eingeschränkte Gültigkeit des mathematischen Modells für die robuste Ausgleichung. Das verwendete geometrische Modell der Affintransformation (s. Kap. 4) kann entweder nur kleine hochaufgelöste Bildausschnitte oder größere mit größerer Auflösung beschreiben. Das Verfahren muß bzw. darf somit nur auf kleine Bildausschnitte (bis etwa  $512 \times 512$  Pixel) angewendet werden. Dafür müssen aber Näherungswerte für die Lage der homologen Bildausschnitte in den entsprechenden Bildern bekannt sein. Die Genauigkeit der Näherungswerte muß gewährleisten, daß sich die homologen Bildausschnitte ausreichend überlappen. Der zweite Grund, weshalb nicht die ganzen Bilder hochaufgelöst verarbeitet werden müssen, liegt in dem Anwendungsziel selbst, nämlich der Auswahl der Verknüpfungspunkte und der Punktübertragung. Bei der konventionellen Aerotriangulation werden in den 9 Standard Positionen eines Bildes einfache oder Doppelpunkte für die Verknüpfung verwendet (Abb. 3.1). Ein automatisches Verfahren sollte zwar die Anzahl der Verknüpfungspunkte nicht von vornherein beschränken, aber eine Anwendung des Verfahrens auf alle vollständigen Bildflächen würde zur Extraktion und Zuordnung von tausenden von Verknüpfungspunkten pro Bild führen, was für die vorgesehene Anwendung völlig unzweckmässig wäre. Das Verfahren kann daher wirksam eingeschränkt werden, indem auf der untersten Ebene der Bildpyramide nur ausgewählte Bildausschnitte bearbeitet werden, und zwar entweder an den Stellen der konventionellen Anordnung der Verknüpfungspunkte oder z.B. in einem Rasterschema.

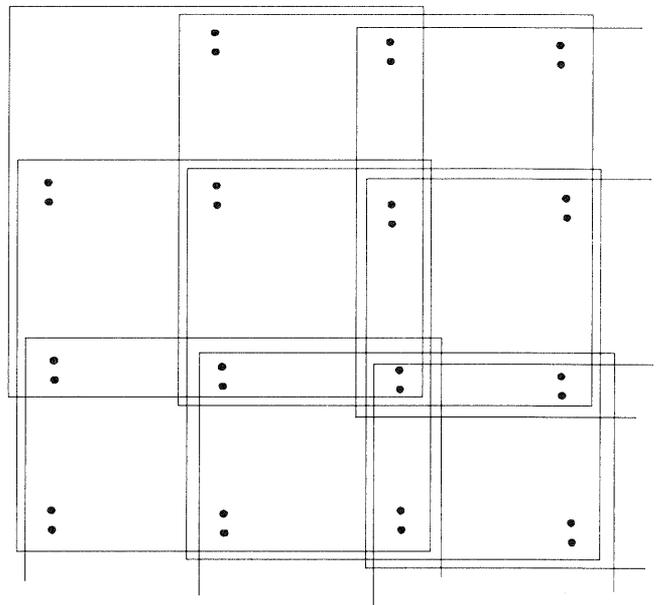


Abb. 3.1 : Standardanordnung der Verknüpfungspunkte

Das Problem der Näherungswerte kann durch die Anwendung des Verfahrens auf Bildpyramiden gelöst werden (Abb. 3.2). Die Pixelauflösung der untersten Ebene liegt wegen der gestellten Genauigkeitsanforderungen z.B. bei  $15\mu\text{m}$ . Jeweils  $5 \times 5$  Pixel werden gemittelt und bilden ein Pixel auf der nächsthöheren Ebene. Somit wächst der Pixelabstand von Ebene zu Ebene, während die Parallaxen wegen der größeren Auflösung in Pixel-Einheiten relativ kleiner werden. Das ermöglicht die Verwendung der affinen Abbildung als mathematisches Modell auf immer größere Bildausschnitte. Wenn man das Verfahren auf drei Ebenen mit entsprechend  $15\mu\text{m}$ ,  $75\mu\text{m}$ ,  $375\mu\text{m}$  Auflösung anwendet, kann man auf der obersten Ebene mit dem ganzen Bild ( $640 \times 640$  Pixel) operieren. Nach der Anwendung des Verfahrens auf die homo-

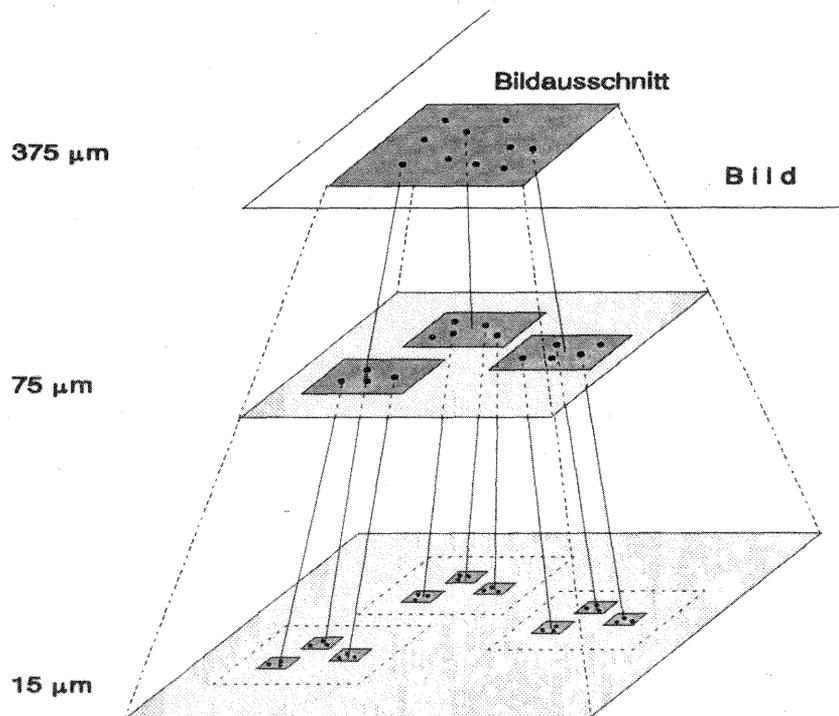


Abb. 3.2 : Anwendung des Verfahrens auf Bildpyramiden

logenen Bildausschnitte einer Ebene werden die besten mehrfachen Zuordnungen ausgewählt. Die homologen Bildpunkte jeder Zuordnung werden auf die nächst niedrigere Ebene übertragen. Um diese Bildpunkte herum werden auf der neuen Ebene Bildausschnitte definiert, auf denen dann das Verfahren erneut angewendet wird. Die Genauigkeit der so ermittelten Näherungswerte hängt von dem Reduktionsfaktor (5x5 Pixel) ab. Es wird aber bei Senkrechtaufnahmen in der Regel eine Überdeckung der homologen Bildausschnitte von über 90% erreicht.

#### Unterteilung des Blocks in Überlappungsgebiete

Das Verfahren wird in der unteren Ebene der Bildpyramiden auf homologe Bildausschnitte angewendet, die mit Hilfe der in der darüber liegenden Ebene ermittelten Näherungswerte definiert wurden. In der obersten Ebene stehen als Näherungswerte nur die allgemeinen Überlappungsbeziehungen der Bilder (Blockstruktur) und die Angaben über die Längs- und Querüberdeckung zur Verfügung. Wie schon erwähnt wurde, kann der Block nicht in unabhängige Gruppen von überlappenden Bildern aufgeteilt werden, ohne gewisse Überlappungen zu unterschlagen oder mehrfach zu berücksichtigen. Um dieses Problem zu umgehen werden die Bilder schon in der obersten Ebene in Bildausschnitte unterteilt, auf die das Verfahren getrennt angewendet wird. Wie schon erwähnt lassen sich die Bildausschnitte genauer als ganze Bilder durch die als Modell vorgesehene Affintransformation während der robusten Ausgleichung geometrisch beschreiben. Die Unterteilung der Bilder erfolgt anhand der allgemeinen Blockstruktur (Längs- und Querüberdeckung). Dafür wird im Objektraum der Block in Gebiete unterteilt, die jeweils verschiedenen Überlappungen entsprechen (Abb. 3.4). Die Grenzen zwischen den verschiedenen Gebieten liegen dort, wo sich die Überlappung ändert. In einem Block mit 60% Längs- und 60% Querüberdeckung gibt es Gebiete mit 2-, 3-, 4-, 6- und 9-facher Überlappung (Abb. 3.3). Jedes Überlappungsgebiet wird auf der Bildebene durch die homologen Bildausschnitte definiert, die auf Grund der Überdeckung grob ermittelt werden können. Da die kleinste lineare Dimension eines Überlappungsgebiets auf der Bildebene etwa 20% der Luftbildgröße beträgt (4.5 cm), müssen die Näherungswerte für die Längs- und Querüberdeckung im Genauigkeitsbereich von 2 bis 3 mm liegen, damit eine hinreichende Überdeckung der homologen Bildausschnitte garantiert wird. Falls die Überdeckung nur in Form allgemeiner Prozentangaben (z.B. 20% oder 60%) bekannt ist, kann sie durch Anwendung des Feature Based Matching auf jedes Paar von überlappenden Bildern mit einer Genauigkeit < 1 mm bestimmt werden.

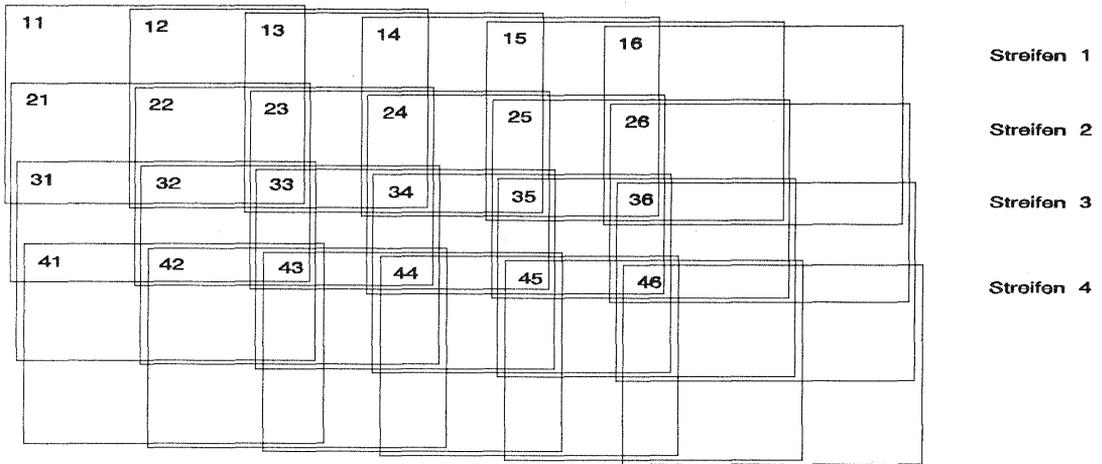


Abb. 3.3 : Block mit 60% Längs- und Querüberdeckung (4 Streifen mal 6 Bilder)

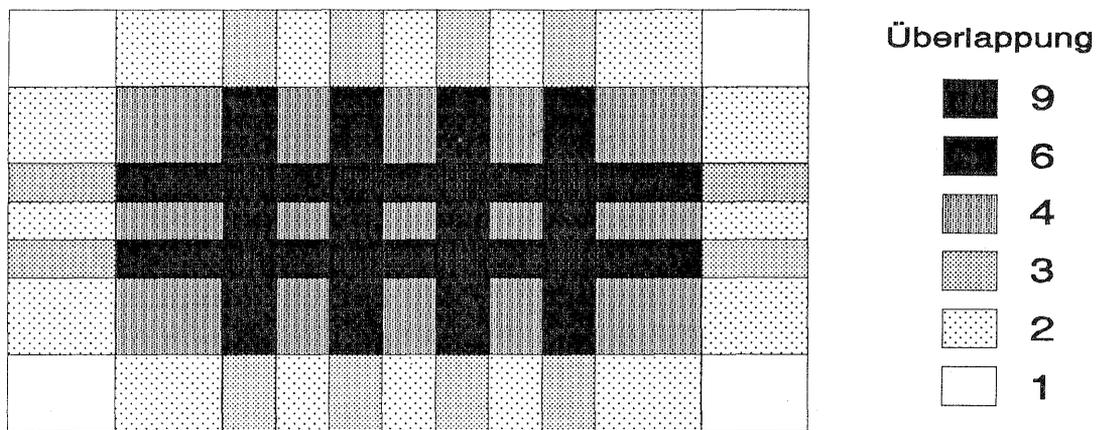


Abb. 3.4 : Unterteilung des Blocks in Überlappungsgebiete

Nachdem der Block in Überlappungsgebiete unterteilt wurde und die homologen Bildausschnitte definiert wurden, kann das Verfahren auf jedes Überlappungsgebiet getrennt angewendet werden. Wenn Verknüpfungspunkte nur in den Positionen der Standardanordnung (Abb. 3.1) gewählt werden sollen, können manche Überlappungsgebiete weggelassen werden (z.B. in Abb. 3.3 bzw. Abb. 3.4 die 2-fachen Überlappungen am Blockrand und die 4-fachen Überlappungen im Blockinnern).

### 3.3 Ablauf des Verfahrens

Die digitale Auswertung der  $n$  überlappenden Bilder oder Bildausschnitte mit dem Ziel,  $n$ -Tupel von homologen Bildpunkten aufzusuchen, läßt sich in sieben Schritte unterteilen (Abb. 3.5). Die Ergebnisse jedes Teilprozesses werden als Eingabedaten für den nächsten Schritt verwendet. Die ersten zwei Schritte, nämlich die Anwendung des Interestoperators und des Ähnlichkeitsmaßes, sind gleich wie bei dem "Feature Based Matching" (siehe Kap. 3.4), nur daß sie auf alle Bilder bzw. auf alle möglichen Bildpaarkombinationen angewendet werden.

### Interestoperator - Auswahl geeigneter Bildpunkte

In allen überlappenden Bildern oder Bildausschnitten werden mit Hilfe des Interestoperators markante Punkte ausgesucht, die Kandidaten für die Verknüpfungspunkte sind. Von diesem Schritt bekommen wir für jedes Bild eine Liste der markanten Punkte, die die Nummer, die Bildkoordinaten und ein Bewertungsmaß über die Eignung zur genauen Zuordnung der ausgewählten Punkte enthält.

### Ähnlichkeitsmaß - Vorläufige Zuordnung

Bei  $n$  überlappenden Bildern werden  $n(n-1)/2$  mögliche Bildpaare gebildet. Für jedes Bildpaar werden alle paarweisen Punktkombinationen gebildet und mit einem Ähnlichkeitsmaß bewertet. Im Prinzip wird jeder Punkt vom ersten Bild mit allen Punkten im zweiten Bild verglichen und die jeweilige Zuordnung bewertet. Das Ergebnis dieses Schrittes ist für jedes Bildpaar eine Liste von zugeordneten Punktepaaren mit entsprechender Gewichtung (Ähnlichkeitsmaß) der Zuordnung.

### Robuste Ausgleichung - Bereinigung der Zuordnungen

Zur Eliminierung der im vorherigen Schritt noch enthaltenen grob falschen Zuordnungen wird als geometrisches Modell für die Konsistenz ein erweiterter Ansatz der Affintransformation für  $n$  Bilder (Kap. 4) benutzt. Mit Hilfe einer Gewichtsfunktion werden während der Ausgleichung der simultanen Affintransformationen die grob falschen Zuordnungen schrittweise identifiziert und eliminiert, d.h. die Gewichte der Zuordnungen, deren Gewichtsfunktionswert kleiner als ein Schwellwert wird, werden gleich 0 gesetzt. Damit bleiben für die weitere Verarbeitung diejenigen Zuordnungen, die annähernd dem gestellten geometrischen Modell entsprechen (das sind in der Regel  $< 50\%$  der ursprünglichen Zuordnungen).

### Topologische Beschreibung der Zuordnungen

Nach der robusten Ausgleichung bleiben immer noch doppeldeutige Zuordnungen. Als Genauigkeitskriterium für die Beseitigung der noch vorhandenen kleinen Zuordnungsfehler werden die Quadratsummen der Verbesserungen der Bildkoordinaten in  $x$ - und  $y$ -Richtung nach der letzten Iteration benutzt. Bei zwei überlappenden Bildern werden zwei zugeordnete Punkte als ein Paar dargestellt. Entsprechend wird bei  $n$  Bildern definiert, was eine mehrfache Punktzuordnung darstellt. Dafür wird aus den markanten Bildpunkten und ihrer Zuordnung ein Graph gebildet, in dem die Punkte die Knoten und die Zuordnungen die Kanten darstellen (Kap. 5.3.2). In diesem Graphen bilden  $n$  homologe Bildpunkte, wenn alle Zuordnungen zwischen ihnen existieren, einen Vollständigen Teilgraphen. Zur Bewertung der Kanten (Kosten) wird die Quadratsumme der verbleibenden  $x$ - und  $y$ -Verbesserungen benutzt.

### Heuristisches Suchen - Endgültige Zuordnung

Zur Eliminierung der verbleibenden kleinen Zuordnungsfehler (Kanten) müssen wir im Graphen der Zuordnungen iterativ alle Vollständigen Teilgraphen mit den minimalen Kosten aufsuchen. Dafür wird ein heuristisches Suchverfahren verwendet, das sich auf die Methoden der Linearen (Binären) Optimierung stützt. Als Ergebnis bekommen wir die richtigen Zuordnungen, d.h.  $n$ -Tupel von homologen Bildpunkten, die als Abbildungen desselben Geländepunktes mit der gleichen Nummer für die Ausgleichung numeriert werden.

### Abschließende Ausgleichung der Affintransformationen mit den richtigen Zuordnungen

Anschließend wird noch einmal die Ausgleichung (eine Iteration) der simultanen Affintransformationen mit den Beobachtungen der als richtig erkannten Zuordnungen durchgeführt, um die endgültigen Transformationsparameter zu erhalten und die Genauigkeit angeben zu können.

### Transformation auf das Bildkoordinatensystem

Für die nachfolgende Bündelblockausgleichung müssen schließlich die mit dem Interestoperator ermittelten Pixelkoordinaten der Verknüpfungspunkte, die zum endgültigen Zuordnungsschema gehören, auf das jeweilige Bildkoordinatensystem transformiert und bereitgestellt werden.

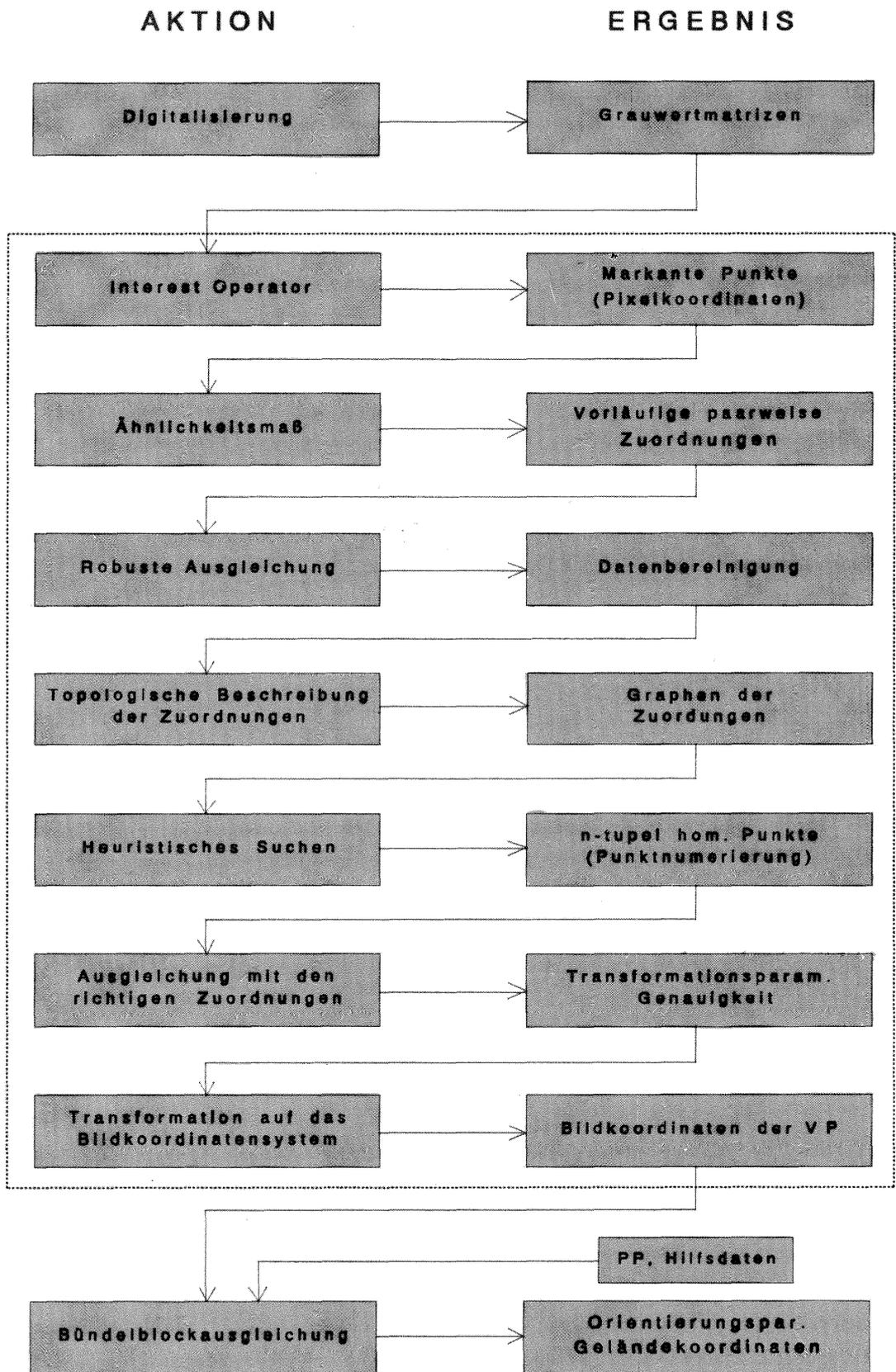


Abb. 3.5 : Ablauf des Verfahrens der Auswahl, Zuordnung und Messung der Verknüpfungspunkte

### 3.4 Extraktion der markanten Punkte und vorläufige Zuordnungen

Nach der Definition der Überdeckungsgebiete ist die erste Haupt-Operation des Verfahrens die Extraktion der markanten Punkte in den Einzelbildern mit dem Förstner-Interestoperator und die vorläufige paarweise Zuordnung durch Merkmalszuordnung. Der Interestoperator wird auf alle überlappenden Bilder angewendet, und die vorläufigen Zuordnungen werden zwischen den Punkten aller möglichen Bildpaare aufgestellt. Der Förstner-Interestoperator und das Ähnlichkeitsmaß für die Bewertung der vorläufigen Zuordnungen werden hier der Vollständigkeit halber kurz beschrieben. Das Verfahren ist bekannt [FÖRSTNER 1985, 1986, FÖRSTNER/GÜLCH 1987] und ist in dieser Arbeit nicht mehr Gegenstand weiterer Entwicklungen oder Untersuchungen.

#### Interestoperator zur Auswahl markanter Punkte

In allen Bildern werden getrennt Punkte automatisch durch den Operator ausgesucht, die sich deutlich von ihrer näheren Umgebung abheben und die im Nachbarbild mit großer Wahrscheinlichkeit wieder auftreten. Markante Punkte lassen sich in allen Richtungen eindeutig lokalisieren. Da einzelne Pixel nicht genügend Information tragen, verwendet man als Merkmal der Punkte die Grauwerte in einer kleinen Umgebung (z.B. ein Fenster von 7x7 Pixel). Die eindeutige Lokalisierung des Punktes ist nun von der Zuordnungsgenauigkeit in allen Richtungen innerhalb des definierten Fensters abhängig. Sie wird durch eine Fehlerellipse repräsentiert, die sich aus der Gl.(3.2) ableiten läßt. Die Fehlerellipse eines markanten Punktes muß die beiden folgenden Forderungen erfüllen :

- Die Fehlerellipse muß möglichst rund sein.

Die "Rundheit" der Fehlerellipse wird durch den Quotient

$$q = \frac{4 \det N}{spN} = 1 - \frac{(a^2 - b^2)^2}{(a^2 + b^2)^2} \quad (3.3)$$

errechnet, wobei N die Normalgleichungsmatrix (vgl. Gl. (3.1)) und  $a, b$  die beiden Halbachsen sind. Für  $a=b$  ( $q=1$ ) ist die Ellipse ein Kreis. Punkte, bei denen  $q$  zu klein ist ( $q < 0.5$ ) sind in der Richtung der großen Halbachse relativ ungenau lokalisierbar und sind daher auszuschließen (z.B. Kantenpunkte).

- Die Fehlerellipse muß möglichst klein sein.

Die Genauigkeit der Lokalisierung kann man durch den Punktfehler  $\sigma_p^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = spQ_i$  ( $Q=N^{-1}$ ,  $\sigma_0=1$ ) oder durch das Gewicht

$$w_i = \frac{1}{spQ_i} = \frac{\det N_i}{spQ_i} \quad (3.4)$$

der für den Punkt  $P_i$  zu erwartenden Übertragungsgenauigkeit beschreiben. An markanten Punkten sind diese Gewichte größer als an anderen Nachbarpunkten der Umgebung.

Das Fenster wird pixelweise über das ganze Bild verschoben, und für jede Stellung werden die Werte für  $q$  und  $w$  berechnet. Die Zentralpunkte der Fensterpositionen, deren Werte  $q > q_{min}$  und  $w > w_{min}$  sind, definieren Kandidatenpunkte. Der Schwellwert für  $q$  ist auf Grund von Versuchen zwischen 0.5 und 0.75 zu setzen. Der Schwellwert für  $w$  ist von dem globalen Bildinhalt abhängig und kann als Funktion des Mediengewichts  $w_{min} = c \cdot w_{med}$  berechnet werden, wobei  $c$  ein kritischer Wert ist, der experimentell ermittelt werden muß und der nach vorläufigen Erfahrungen gleich 3 oder 4 zusetzen ist. Damit kann man die Anzahl und Qualität der zu extrahierenden Punkte beeinflussen.

Innerhalb eines Bildbereichs, der frei wählbar ist (mindestens 3x3 Pixel), wird nur die Fensterposition bzw. der Punkt mit dem maximalen Gewicht angehalten (non-maxima Unterdrückung). Innerhalb des betreffenden Fensters wird dann die Position des eigentlichen Punktes (Gradientengewichteter Schwerpunkt, Kantenschnittpunkt oder Ecke) subpixelgenau bestimmt und werden die Grauwerte des Fensters durch Resampling neu berechnet [FÖRSTNER, GÜLCH 1987]. Somit erhalten wir eine Liste von markanten Punkten für jeden Bildausschnitt. Die Liste besteht aus der Punktnummer, den subpixel-genauen Bildkoordinaten, den Gewichten  $w$  und den Grauwertmatrizen um diese Punkte und stellt diese Merkmale für die vorläufige paarweise Punktzuordnung bereit.

#### Ähnlichkeitsmaß zur vorläufigen Zuordnung

Nach der Extraktion der markanten Bildpunkte werden alle möglichen  $n(n-1)/2$  Bildpaare eines Überlappungsgebiets gebildet. Für jedes Bildpaar wird jeder im ersten Bild ausgewählte Punkt mit allen Punkten im zweiten Bild auf der Basis der Ähnlichkeit der Merkmale verglichen. Da der Grad der Ähnlichkeit i.a. nicht hinreichend für eine richtige Zuordnung ist, können einem Punkt mehrere ähnliche Punkte im anderen Bild zugeordnet werden. Das verwendete Ähnlichkeitsmaß sollte invariant gegen geometrische und radiometrische Verzerrungen sein. Da der Korrelationskoeffizient diese Forderung nur beschränkt erfüllt (er verlangt Verzerrungen kleiner als 30%), wird als Ähnlichkeitsmaß die Punktgenauigkeit  $\sigma_p$  verwendet, die sich vor der 1. Iteration einer Kleinsten Quadrate Anpassung der kleinen Bildausschnitte ergibt. Das zugehörige Gewicht der Zuordnung des  $i$ -ten Punktes im ersten zum  $j$ -ten Punkt im zweiten Bild ist

$$w_{ij} = \frac{1}{\sigma_p^2(ij)} = \frac{n}{2} \cdot \frac{\rho_{ij}}{1-\rho_{ij}} \cdot \frac{1}{\sigma_{g_i} \cdot \sigma_{g_j}} \cdot \sqrt{w_i \cdot w_j} \quad (3.5)$$

wobei  $w_i$  und  $w_j$  die in der vorherigen Phase berechneten Gewichte sind und  $\rho_{ij}$  der Korrelationskoeffizient der entsprechenden Grauwertmatrizen ist.

Von allen möglichen  $q_i \times q_j$  Zuordnungen innerhalb eines Bildpaares  $i, j$  werden alle diejenigen ausgeschlossen, indem  $w_{ij}$  gleich 0 gesetzt wird, bei denen  $w_{ij} < 0.5$  ist oder die Koordinatendifferenzen grob von den näherungsweise bekannten Überlappingsbeziehungen abweichen. Somit erhält man für jedes mögliche Paar überlappender Bilder eine Liste von vorläufig zugeordneten Punktepaaren. In dieser Liste können noch grob falsche und doppeldeutige Zuordnungen enthalten sein, die in den nächsten Phasen des Verfahrens eliminiert werden müssen.

## 4 Mathematisches Modell der mehrfachen Bildzuordnung

### 4.1 Einführung

Mit Hilfe des Interestoperators werden während der ersten Phase des Verfahrens lokal markante Punkte in allen  $n$  überlappenden Bildern extrahiert. Anschließend werden die Punkte jedes Bildes mit den Punkten aller übrigen Bilder ( $n(n-1)/2$  Bildpaare) auf Ähnlichkeit verglichen und es kann jedem Punktepaar ein Ähnlichkeitswert zugeordnet werden. Zur Begrenzung der kombinatorischen Vielfalt wird eine untere Schranke für den Ähnlichkeitswert und eine obere Schranke für die Bildkoordinatendifferenz jedes Punktepaars eingeführt. Somit sind Zuordnungen zwischen Punkten mit geringer Ähnlichkeit oder mit Koordinatendifferenzen, die die näherungsweise bekannten Überlappingsbeziehungen deutlich überschreiten, von der Liste der vorläufigen Zuordnungen ausgeschlossen. Damit ist nur noch ein Teil der möglichen  $q_i \times q_j$  Punktepaare im Bildpaar  $i, j$  in der Liste der vorläufigen Zuordnungen enthalten. Ziel der zweiten Phase des Verfahrens ist es nun, die in der Liste der vorläufigen Zuordnungen noch enthaltenen grob falschen Zuordnungen zu eliminieren. Als Kriterium dafür wird die Konsistenz der Zuordnungen mit einem geometrischen Modell benutzt, das den geometrischen Zusammenhang der überlappenden Bilder beschreibt. Da im allgemeinen bei Luftaufnahmen (mit Ausnahme der Paßpunkte) keine Information über die Geländeoberfläche vorliegt, kann das Modell der perspektiven Abbildung in diesem Stadium nicht angewendet werden. Statt dessen wird ein geometrisches Modell für den direkten Vergleich der Bilder benutzt. Durch eine robuste Ausgleichung werden alle Zuordnungen, die diesem Modell grob widersprechen, als falsch eliminiert. Das Ergebnis ist eine von der grob falschen Zuordnungen bereinigte Liste sowie ein Genauigkeitsmaß bezüglich des verwendeten geometrischen Modells für die übrigen Zuordnungen. Diese Liste kann immer noch vom Betrag her kleinere falsche Zuordnungen enthalten.

### 4.2 Geometrie der überlappenden Bilder

Der direkte geometrische Zusammenhang zwischen zwei überlappenden perspektiven Abbildungen ist wegen der 3-Dimensionalität des Objekts (Gelände) äußerst komplex und ohne Kenntnis der Geländeoberfläche und der absoluten Orientierung nicht nachvollziehbar. Er kann aber für kleine Bildausschnitte ( etwa  $1\text{cm} \times 1\text{cm}$  ) in guter Näherung durch eine affine Transformation beschrieben werden, weil die perspektive Abbildung für differentiell kleine, ebene Flächenelemente zur affinen Abbildung wird. Die Affintransformation ist natürlich im nicht differentiellen Bereich nur ein Näherungsmodell. Homologe Punkte können damit nicht streng aufeinander transformiert werden. Diese Eigenschaft wird bei der robusten Ausgleichung der gemeinsamen Transformationen (Abschn. 4.3 und 4.4) zur fehlertheoretischen Vereinfachung des Ausgleichungsansatzes herangezogen. Da bei digitalisierten Bildern die Pixelgröße das Parallaxenmaß ist, hängt die Größe der mit der Affintransformation beschreibbaren Bildausschnitte von der Pixelauflösung und der darauf bezogenen Geländeform ab. Bei größerer Auflösung werden unter gleichen Bedingungen die Parallaxen in Pixel-einheiten kleiner. Damit können bei genügend großen Pixeln auch größere Bildausschnitte durch eine affine Abbildung verknüpft werden (Ergebnisse von Diplomarbeiten am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart zeigten, daß der "Feature Based Matching" Algorithmus auch auf ganze Luftbilder mit  $1\text{mm}$  Pixelgröße für die Beschaffung von Näherungswerten angewendet werden kann [BÜHLER/WEGMANN 1987]).

Bei der Blocktriangulation kann ein Geländepunkt in mehr als zwei Bildern abgebildet sein (z.B. bei 20% Querüberdeckung in bis zu 6 (Abb. 4.1), bei 60% Querüberdeckung in bis zu 9, bei Doppelbefliegung in bis zu 12, bei 4facher Befliegung in bis zu 24 Bildern). Somit ist eine Erweiterung der Affintransformation für eine beliebige Anzahl von überlappenden Bildern oder Bildausschnitten notwendig, um die geometrischen Zusammenhänge darzustellen.

Nach der ersten Phase des Verfahrens haben wir für jedes Bild eine Liste der markanten Punkte und für jedes Bildpaar eine Liste der vorläufigen Zuordnungen zwischen den markanten Punkten der entsprechenden Bilder. Die Bildpunkte sind zeilenweise und getrennt für jedes Bild numeriert. Somit hat der Punkt

$k$  im Bild  $i$  die Bildkoordinaten  $\mathbf{x}_k^i = [x_k^i, y_k^i]^T$ . Für

jedes Punktepaar in der Liste der vorläufigen Zuordnungen sind zwei Transformationsgleichungen aufzustellen (für die  $x$ - und  $y$ -Bildkoordinaten), mit denen der jeweilige Punkt im Bild  $j$  in das Bild  $i$  transformiert wird. Wenn der Punkt  $k$  im Bild  $i$  dem

Punkt  $m$  im Bild  $j$  zugeordnet ist und  $T_j^i$  die Transformationmatrix von Bild  $j$  zum Bild  $i$  ist, dann müßten die Bildkoordinaten die Gleichung

$$\mathbf{x}_k^i = T_j^i \cdot \mathbf{x}_m^j \quad (4.1)$$

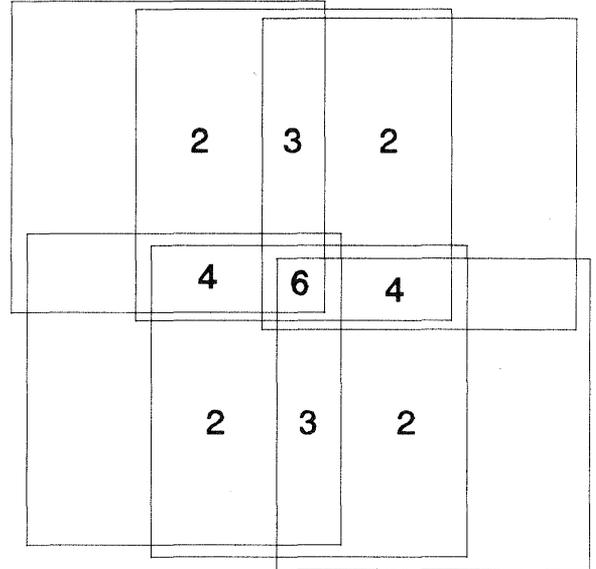


Abb. 4.1 : Überlappungsbeziehungen bei 20% Quer- und 60% Längsüberdeckung

erfüllen. Oder analytisch, wenn  $T$  für eine Affintransformation steht :

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}_j \cdot \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ 1 \end{bmatrix}_j \quad (4.2)$$

wobei  $a, b, \dots, f$  die 6 Parameter der Affintransformation vom Bild  $j$  zum Bild  $i$  sind.

Bei  $n$  überlappenden Bildern gibt es  $u = n(n-1)/2$  verschiedene Bildpaarkombinationen und genauso viele paarweise Transformationen (Abb. 4.2). Wenn wir durch alle Bildpaarkombinationen hindurch jeweils auf das vorhergehende Bild transformieren, erhalten wir für jedes Punktepaar  $k, m$  die Gleichungen :

$$\begin{array}{llll} \mathbf{x}_k^1 = T_2^1 \cdot \mathbf{x}_m^2 & \mathbf{x}_k^1 = T_3^1 \cdot \mathbf{x}_m^3 & \dots & \mathbf{x}_k^1 = T_n^1 \cdot \mathbf{x}_m^n \\ \mathbf{x}_k^2 = T_3^2 \cdot \mathbf{x}_m^3 & \dots & \dots & \mathbf{x}_k^2 = T_n^2 \cdot \mathbf{x}_m^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}_k^i = T_j^i \cdot \mathbf{x}_m^j & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{x}_k^{n-1} = T_n^{n-1} \cdot \mathbf{x}_m^n & \dots & \dots & \dots \end{array} \quad (4.3)$$

Hier ist angenommen, daß jedes der  $n$  Bilder mit jeweils allen anderen mindestens teilweise überlappt (s. Abb. 4.1), dieses Transformationssystem also vollständig ist, wobei aber die Transformationen nicht unabhängig sind voneinander.

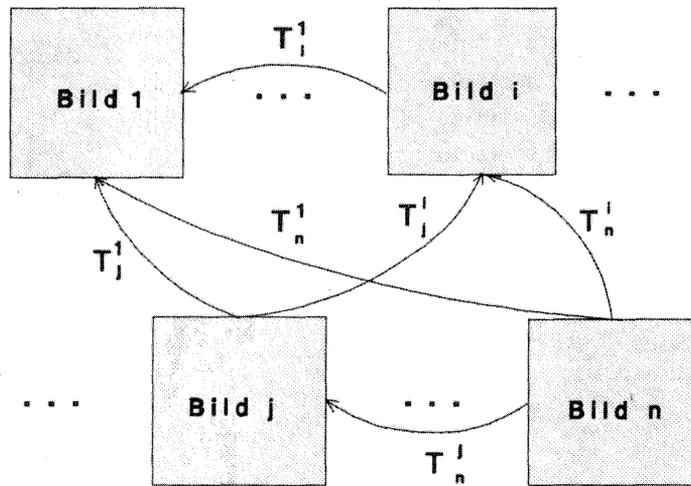


Abb. 4.2 : Bildpaare und Transformationen

### 4.3 Affintransformation für n Bilder

Die Gleichungen (4.1) bzw. (4.3) stellen jeweils die Transformation eines Bildes  $j$  in das Bild  $i$  dar. Damit auch die inversen Transformationen  $T_i^j = (T_j^i)^{-1}$  abgeleitet werden können, wird die  $2 \times 3$  Transformationsmatrix  $T_j^i$  in Gl. (4.2) auf  $3 \times 3$  erweitert. Dann tritt anstelle von Gl. (4.2) :

$$\begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ 1 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_j^i \cdot \begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ 1 \end{bmatrix}_j \quad (4.4)$$

Man kann damit in den Gleichungen (4.1) bis (4.4) jede Transformation  $T_j^i$  vom Bild  $j$  zum Bild  $i$  über die Transformationen  $T_i^r$  und  $T_j^r$  der Bilder  $i$  und  $j$  zu einem jeweils gemeinsamen *Referenzbild*  $r$  darstellen:

$$\begin{aligned} x_i &= T_j^i \cdot x_j & \Rightarrow \\ (T_i^r)^{-1} \cdot x_r &= T_j^i \cdot (T_j^r)^{-1} \cdot x_r \end{aligned}$$

Somit ist

$$(T_i^r)^{-1} = T_j^i \cdot (T_j^r)^{-1}$$

bzw.

$$T_j^i = (T_i^r)^{-1} \cdot T_j^r$$

Die allgemeine Formel für die Affintransformation lautet nun :

$$\mathbf{x}_i = (\mathbf{T}'_i)^{-1} \cdot \mathbf{T}'_j \cdot \mathbf{x}_j \quad (4.5)$$

oder

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{y}_k \\ 1 \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} a_i & b_i & c_i \\ d_i & e_i & f_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} a_j & b_j & c_j \\ d_j & e_j & f_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{y}_m \\ 1 \end{bmatrix}_j \quad (4.6)$$

wobei  $a_i \dots f_i$  und  $a_j \dots f_j$  die Transformationsparameter für die Affintransformationen der Bilder  $i$  und  $j$  zum Referenzbild ( $r$ ) bedeuten. Dadurch wird die Anzahl der unabhängigen Transformationen auf  $n-1$  beschränkt und die Anzahl der unbekanntenen Transformationsparameter, die durch eine simultane Ausgleichung aller Transformationen zu bestimmen sind, ist  $n_i=6(n-1)$ .

Die inverse Matrix  $(\mathbf{T}'_i)^{-1}$  kann durch die Determinante  $\det(\mathbf{T}'_i)$  und die zu jedem Element von  $\mathbf{T}'_i$  gehörige Adjunkte  $q$  ersetzt werden

$$(\mathbf{T}'_i)^{-1} = \begin{bmatrix} a_i & b_i & c_i \\ d_i & e_i & f_i \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\det(\mathbf{T}'_i)} \cdot \begin{bmatrix} q_{11} & q_{21} & q_{31} \\ q_{12} & q_{22} & q_{32} \\ q_{13} & q_{23} & q_{33} \end{bmatrix}_i = \frac{1}{a_i e_i - b_i d_i} \cdot \begin{bmatrix} e_i & -b_i & b_i f_i - c_i e_i \\ -d_i & a_i & c_i d_i - a_i f_i \\ 0 & 0 & a_i e_i - b_i d_i \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Damit bekommt man aus Gl. (4.6) und (4.7) für jedes Punktepaar  $P_{(k,m)}$  zwischen zwei Bildern  $i$  und  $j$  die folgende Beziehung als Funktion der Parameter der Transformationen der beiden Bilder zu dem Referenzbild  $r$  :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{y}_k \\ 1 \end{bmatrix}_i = \frac{1}{a_i e_i - b_i d_i} \cdot \begin{bmatrix} e_i & -b_i & b_i f_i - c_i e_i \\ -d_i & a_i & c_i d_i - a_i f_i \\ 0 & 0 & a_i e_i - b_i d_i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_j & b_j & c_j \\ d_j & e_j & f_j \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{y}_m \\ 1 \end{bmatrix}_j \quad (4.8)$$

#### 4.4 Robuste Ausgleichung

In der Gl. (4.8) sind die Transformationsparameter unbekannt. Da es im allgemein mehr Zuordnungen pro Bildpaar als die für die Bestimmung der Transformationsparameter mathematisch notwendigen 3 Zuordnungen ( 6 Gleichungen ) gibt, bilden die Gl. (4.8) ein überbestimmtes System, das durch eine Ausgleichung gelöst werden kann. Als Beobachtungen für die Ausgleichung sind im Prinzip die Bildkoordinaten der markanten Punkte einzuführen. Ein großer Teil der vorläufigen Zuordnungen sind aber grobe Fehlzuordnungen. Damit entsprechen die Verbesserungen der Beobachtungen nicht, wie bei zufälligen Fehlern, einer Normalverteilung. Es können aber durch eine *robuste Ausgleichung* die Transformationsparameter *iterativ* bestimmt und die Fehlzuordnungen eliminiert werden. Die robuste Ausgleichung kann bekanntlich über eine normale Ausgleichung (Minimierung der gewogenen Quadratsumme der Verbesserungen)

erfolgen, wenn man mit Hilfe einer Gewichtsfunktion bei jedem Iterationsschritt die Gewichte den Verbesserungen anpaßt [KRARUP1980, KLEIN/FÖRSTNER1981].

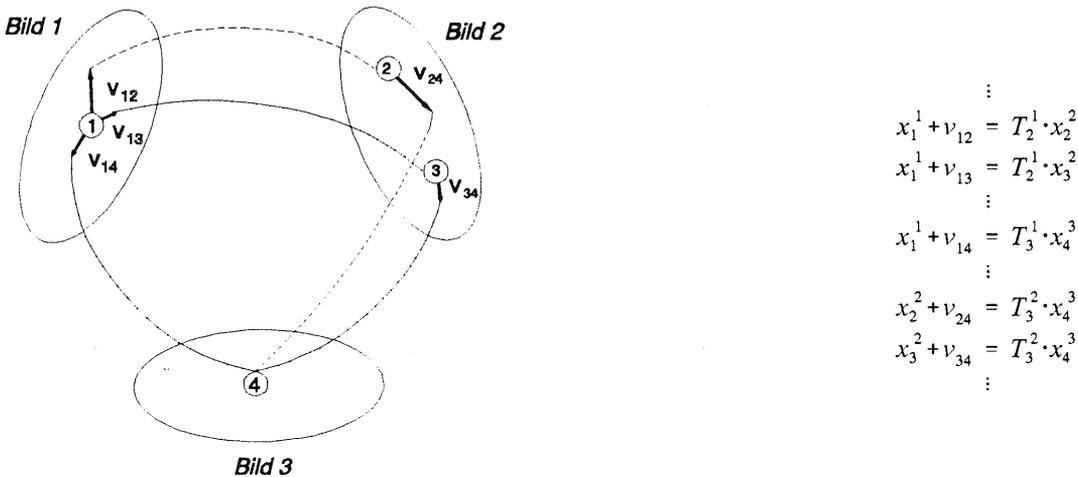


Abb. 4.3 : Behandlung der Bildkoordinaten als Beobachtungen bei der vermittelnden Ausgleichung der Affintransformationen

Nach der robusten Ausgleichung und der Elimination der groben Fehlzuordnungen werden als Bildkoordinaten der Verknüpfungspunkte nicht die ausgeglichenen Beobachtungen, sondern die ursprünglich durch den Interestoperator mit Subpixel- Genauigkeit bestimmten Bildkoordinaten der markanten Punkte weiter verwendet. Grund dafür ist das vereinfachte Modell der Affintransformation, das einen fehlertheoretisch strengen Ansatz der robusten Ausgleichung illusorisch macht. In den Gleichungen (4.3) treten die Bildkoordinaten eines Punktes in verschiedenen Gliedern (links und rechts) auf. Wenn die Bildkoordinaten streng als Beobachtungen in die Ausgleichung eingeführt würden, hätten wir in jeder Gleichung zwei Paare von Beobachtungen. Es würde sich also eigentlich um Bedingungsgleichungen mit Unbekannten handeln. Da aber die robuste Ausgleichung nur für die Identifizierung und Eliminierung der grob falschen Zuordnungen benutzt wird und die nach der Ausgleichung verbleibenden Abweichungen nur im Falle einer doppeldeutigen Zuordnung in ein Genauigkeitskriterium eingehen, ist es aus Gründen der Einfachheit ohne weiteres zulässig, wie üblich die Gleichungen (4.3) bzw. (4.8) als Fehlergleichungen für eine Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen zu verwenden. Dafür werden die Bildkoordinaten der Punkte eines Bildes als Konstante behandelt, wenn sie auf der rechten Seite auftreten (d.h. wenn sie transformiert werden, z.B. in Gl. (4.8) ist das Bild  $j$ ). Sie werden andererseits als Beobachtungen mit zugehörigen Verbesserungen behandelt, wenn sie auf der linken Seite auftreten. Wenn die Bildkoordinaten eines Punktes mehrmals auf der linken Seite der Fehlergleichungen auftreten, werden sie als verschiedene Beobachtungen behandelt, die zwar den gleichen Wert haben, nämlich die vom Interestoperator ermittelten Bildkoordinaten, die aber unterschiedliche Verbesserungen erhalten. Erst nach der robusten Ausgleichung, bei der Überprüfung der Konsistenz der endgültigen Zuordnungen (s. Kap. 5), wird berücksichtigt, daß die Verbesserungen der entsprechenden Beobachtungen dem gleichen Punkt zugeordnet sind. Die Abb. 4.3 demonstriert diese verschiedenartige Behandlung der Bildkoordinaten. Der Punkt 3 im Bild 2 ist homolog zu den Punkten 1 und 4 in den Bildern 1 und 3, während der Punkt 2 fälschlicherweise den Punkten 1 und 4 zugeordnet ist ( $v_{13} < v_{12}$  und  $v_{34} < v_{24}$ ). Die Bildkoordinaten des Punktes 1 im Bild 1 treten 3 mal als Beobachtungen auf und bekommen drei mal verschiedene Verbesserungen ( $v_{12}$ ,  $v_{13}$ ,  $v_{14}$ ). Die Bildkoordinaten der Punkte 2 und 3 im Bild 2 dagegen werden als Konstante in den Zuordnungen des Bildpaares 1,2 behandelt und als Beobachtungen in den Zuordnungen des Bildpaares 2,3 ( $v_{24}$ ,  $v_{34}$ ). Schließlich werden die Bildkoordinaten des Punktes 4 im Bild 3 nur als Konstanten behandelt, weil sie ausschließlich auf der rechten Seite der

Fehlergleichungen auftreten. Damit ist insgesamt die Anzahl der Verbesserungen für  $n$  homologe Bildpunkte gleich der Anzahl der Punktepaare (Zuordnungen).

#### 4.4.1 Anpassung der Gewichte während der robusten Ausgleichung

Mit dem im Kap. 4.3 erläuterten mathematischen Modell findet die simultane Bestimmung der affinen Transformationsparameter in Form einer robusten Ausgleichung statt. Die groben Zuordnungsfehler werden dabei schrittweise durch Einführung von Gewichtsfunktionen identifiziert und eliminiert [KRARUP 1980, WERNER 1984, FÖRSTNER 1986]. Den ersten Iterationsschritt bildet eine konventionelle kleinste Quadrate Ausgleichung mit bestimmten Gewichten für alle Beobachtungen. Ab der zweiten Iteration werden die Gewichte auf Grund einer a priori gewählten Gewichtsfunktion den Verbesserungen angepaßt. Somit wird der Einfluß der groben Beobachtungsfehler (Fehlzuordnungen) auf die Ausgleichung schrittweise verringert und zum Schluß mit dem Gewicht 0 völlig unterdrückt. Die Gewichtsfunktion  $f$  ist eine Funktion der Verbesserung  $v$  der jeweiligen Beobachtung, des gesetzten  $\sigma_0$ , des Redundanzanteils  $r$  und des ursprünglichen Gewichts  $p^0$  jeder Beobachtung. Die neuen Gewichte für die  $(n+1)$ -te Iteration werden wie folgt berechnet:

$$\begin{aligned} p_i^{n+1} &= p_i^0 \cdot f(u_i^n) && \text{für } f(u_i^n) \geq 0.1 \\ p_i^{n+1} &= 0 && \text{für } f(u_i^n) < 0.1 \end{aligned} \quad (4.9)$$

Dabei ist das Argument  $u$  der Gewichtsfunktion eine statistische Größe, die folgendermaßen definiert ist [KLEIN/FÖRSTNER 1984]

$$u_i^n = \frac{v_i^n \cdot \sqrt{p_i^0}}{k \cdot \hat{\sigma}_0 \cdot \sqrt{r_i^n}} \quad (4.10)$$

wobei  $k$  ein kritischer Wert ist, der Werte von 1 bis 3 bekommt.

Die Gewichtsfunktion ist nicht für alle Iterationsschritte gleich. Vielmehr werden eine hyperbolische ( $f_1$ ) und eine exponentielle ( $f_2$ ) Funktion benutzt (Gl.(4.11)) [FÖRSTNER 1986]:

$$\begin{aligned} f_1 : \quad f_1(u_i^n) &= \frac{1}{\sqrt{1 + (u_i^n)^2}} \\ f_2 : \quad f_2(u_i^n) &= e^{-\frac{(u_i^n)^2}{2}} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Für die ersten drei Iterationen wird die Funktion  $f_1$  verwendet, die eine Konvergenz garantiert und gute Näherungswerte liefert. Für die Iterationen 4 und 5 wird eine gewichtete Summe von beiden und ab der sechsten Iteration die Funktion  $f_2$  verwendet, die schnell zu kleinen Gewichten führt. Mit diesen empirisch abgestimmten Varianten wird erreicht, daß das Verfahren einerseits mit Sicherheit und andererseits schnell genug konvergiert und über einer bestimmten Schwelle

die aufdeckbaren groben Fehler eindeutig und richtig identifiziert. Eine ähnliche Variation der Gewichtsfunktion ist aus anderen Anwendungen robuster Ausgleichungen bekannt (z.B. Feature Based Matching [FÖRSTNER 1986]).

#### 4.4.2 Fehlergleichungssystem

Auf der Grundlage der Beziehungen (4.5) und (4.8) können wie besprochen die vereinfachten Fehlergleichungen für die simultane Bestimmung der Affintransformationen aller Bilder eines Überlappungsbereichs auf ein Referenzbild  $r$  aufgestellt werden. Die allgemeine Formulierung lautet

$$\mathbf{x}_k^i + \mathbf{v}_{km} = \phi(a_i, \dots, f_i, a_j, \dots, f_j, \mathbf{x}_m^j) \quad (4.12)$$

Die als Beobachtungen geltenden Bildkoordinaten der Punkte  $k$  im Bild  $i$  sind als Funktion der Transformationsparameter der Bilder  $i$  und  $j$  und der Bildkoordinaten der homologen Punkte  $m$  im Bild  $j$  ausgedrückt. Die Gleichung (4.12) ist bezüglich der unbekanntenen Transformationsparameter nicht linear und muß nach Taylor linearisiert werden, was neben den groben Fehlern der zweite Grund für den iterativen Prozeß ist. Als Anfangsnäherungswerte für die Linearisierung dienen der Wert 1 für die Maßstabsparameter ( $a_i, e_i, a_j, e_j$ ) und der Wert 0 für die Rotationsparameter ( $b_i, d_i, b_j, d_j$ ) und für die Verschiebungsparameter ( $c_i, f_i, c_j, f_j$ ). Man erhält entsprechend die linearisierten Fehlergleichungen :

$$\mathbf{x}_k^i + \mathbf{v}_{km} = \frac{\partial \phi}{\partial a_i^0} \cdot da_i + \dots + \frac{\partial \phi}{\partial f_i^0} \cdot df_i + \frac{\partial \phi}{\partial a_j^0} \cdot da_j + \dots + \frac{\partial \phi}{\partial f_j^0} \cdot df_j + \phi_0(a_i^0, \dots, f_i^0, a_j^0, \dots, f_j^0, \mathbf{x}_m^j) \quad (4.13)$$

In der Gl. (4.13) lassen sich die partiellen Ableitungen in zwei Gruppen einteilen, nämlich bezüglich der Transformationsparameter vom Bild  $i$  nach  $r$  und vom Bild  $j$  nach  $r$ . Bei  $i=r$  ist  $i$  das Referenzbild und  $(T_i^r)^{-1}$  gleich der Einheitsmatrix, sodaß damit die entsprechenden Ableitungen verschwinden. Die Struktur der Fehlergleichungsmatrix nach Abb. 4.4 zeigt, daß nur bestimmte Submatrizen besetzt sind. Die Struktur der Abb. 4.4 ergibt sich, wenn bei  $n$  Bildern alle Bildpaare  $ij$  in der Reihenfolge von  $i=1$  bis  $n-1$  und  $j=i+1$  bis  $n$  gebildet werden. Jede Submatrix hat die Dimension  $2s_{ij} \times 6$ , wobei  $s_{ij}$  die Anzahl der Zuordnungen zwischen Bild  $i$  und Bild  $j$  ist.

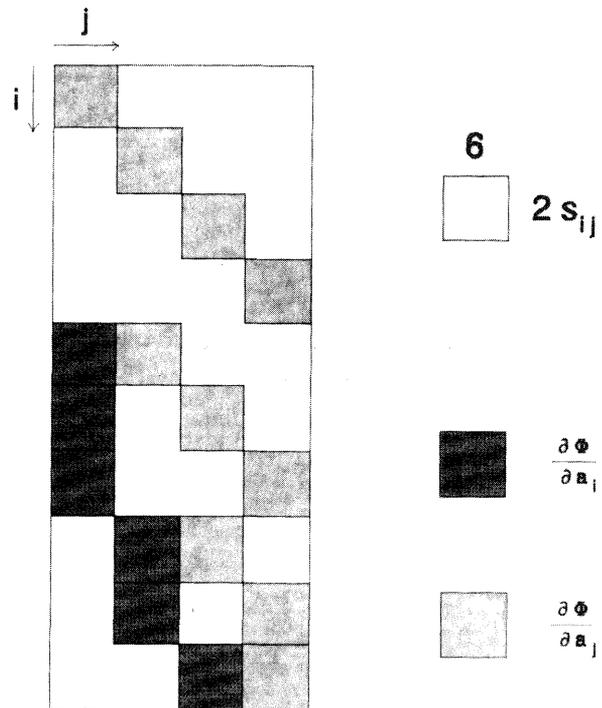


Abb. 4.4 : Struktur der Fehlergleichungsmatrix

In Gl. (4.13) sind 12 verschiedene partielle Ableitungen zu berechnen. Damit wir zu einer einheitlichen Formel für die Berechnung der partiellen Ableitungen kommen, werden die Transformationsparameter wie in der Fehlergleichungsmatrix einheitlich numeriert. Dafür werden die Hilfsparameter  $ii$  und  $jj$  benutzt, die die Stelle des ersten Elements jeder Submatrix ( $ii+1$  bzw.  $jj+1$ ) innerhalb einer Zeile der Fehlergleichungsmatrix angeben. Mit

$$ii=(i-2)*6 \quad (i > 1) \quad \text{und} \quad jj=(j-2)*6$$

bekommen wir für die Transformationsparameter die Notationen

$$\begin{aligned} a_{ii+1} &= a_i, & a_{ii+2} &= b_i, & \dots, & a_{ii+6} &= f_i \\ a_{jj-1} &= a_j, & a_{jj+2} &= b_j, & \dots, & a_{jj+6} &= f_j \end{aligned}$$

Mit der neuen Notation bekommen die Determinate und die Adjunktenmatrix der Transformation  $T_i^1$  die Form

$$\det(T_i^1) = a_{ii+1} a_{ii+5} - a_{ii+2} a_{ii+4}$$

und

$$Q_i = \begin{bmatrix} q_{1,1} & q_{1,2} & q_{1,3} \\ q_{2,1} & q_{2,2} & q_{2,3} \\ q_{3,1} & q_{3,2} & q_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{ii+5} & -a_{ii+2} & a_{ii+2} a_{ii+6} - a_{ii+3} a_{ii+4} \\ -a_{ii+4} & a_{ii+1} & a_{ii+3} a_{ii+4} - a_{ii+1} a_{ii+6} \\ 0 & 0 & a_{ii+1} a_{ii+5} - a_{ii+2} a_{ii+4} \end{bmatrix}$$

Mit zwei zusätzlichen Hilfsparametern  $ik$  und  $jk$  wird die Vektordarstellung der Variablen innerhalb einer Submatrix (1 bis 6) auf eine  $3 \times 3$  Matrix übertragen :

$$\begin{aligned} k = 1, \dots, 6 & \quad : & ik &= k - \text{int}(k/4) * 3 \\ & & jk &= \text{int}(k/4) + 1 \end{aligned}$$

Damit können die partiellen Ableitungen  $f = \frac{\partial \phi}{\partial a_i}$  und  $g = \frac{\partial \phi}{\partial a_j}$  für die ganze Fehlergleichungsmatrix nach den folgenden Gleichungen (4.14) und (4.15) entsprechend berechnet werden.

Für  $k$  von 1 bis 6 und mit der Hilfsvariablen  $ii, jj, ik, jk$  ergeben sich dabei mit folgenden Formeln die Koeffizienten jeder Zeile der Submatrix  $ij$  :

$$f_{ii+k} = \frac{\partial \phi}{\partial a_{ii+k}} = - \frac{1}{\det(T_i^1)^2} \cdot \begin{bmatrix} q_{1,jk} \\ q_{2,jk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_{ik,1} \\ q_{ik,2} \\ q_{ik,3} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} a_{jj+1} & a_{jj+2} & a_{jj+3} \\ a_{jj+4} & a_{jj+5} & a_{jj+6} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}_j \quad (4.14)$$

$$g_{jj+k} = \frac{\partial \phi}{\partial a_{jj+k}} = \frac{1}{\det(T_i^1)} \cdot \begin{bmatrix} q_{1,jk} \\ q_{2,jk} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_{ik,1} \\ e_{ik,2} \\ e_{ik,3} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(T_i^1)} \cdot \begin{bmatrix} q_{1,jk} \cdot x_{ik} \\ q_{2,jk} \cdot x_{ik} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Die Gl. (4.14) gilt nur für  $i > 1$ . In Gl. (4.15) sind  $e_{ij}$  die Elemente einer  $3 \times 3$  Einheitsmatrix und  $x_{ik}$  die Elemente des Vektors  $x_j^T = [x \ y \ 1]_j$ .

### 4.4.3 Normalgleichungssystem

In der vermittelnden Ausgleichung werden die Koeffizientenmatrix und der Vektor der Absolutglieder der Normalgleichungen gemäß Gl. (4.16) berechnet

$$\begin{aligned} N &= A^T \cdot P \cdot A \\ h &= A^T \cdot P \cdot l \end{aligned} \quad (4.16)$$

wobei  $l = \phi_0 - x_i$  und  $P$  die Gewichtsmatrix der Beobachtungen sind. Als Gewichte der Beobachtungen werden die Ähnlichkeitswerte benutzt, die den Punktepaaren gemäß Gl. (3.5) zugeordnet wurden.

Die Normalgleichungsmatrix (Abb. 4.5) hat die Dimension  $n_i \times n_i$  und ist voll besetzt. Sie besteht aus  $(n-1)^2$  Submatrizen mit der Dimension  $6 \times 6$ . Da die Fehlergleichungsmatrix  $A$  sehr schwach besetzt ist, werden die Normalgleichungskoeffizienten und die Absolutglieder nicht nach Gl. (4.16), sondern wie unten beschrieben in einfacherer Weise direkt aus den nicht-0-Elementen von  $A$  berechnet. Wegen der Symmetrie werden nur die Diagonalelemente und die Elemente oberhalb der Hauptdiagonalen berechnet. Für  $i=1$  bis  $n-1$  und  $j=i$  bis  $n-1$  sowie für  $k=1$  bis  $6$  und  $l=1$  bis  $6$  (für die Diagonalsubmatrix  $l=k$  bis  $6$ ) werden die Elemente aller Submatrizen berechnet. Für die Ableitung der Formeln werden folgende Hilfsvariablen benutzt:

$$\begin{aligned} ii &= (i-1) \cdot 6 + k \\ jj &= (j-1) \cdot 6 + l \end{aligned}$$

Wenn  $s_{i,j}$  die Anzahl der Zuordnungen in einem Bildpaar  $ij$  ist, ist  $2x_{s_{i,j}}$  (x- und y-Beobachtung) die Zeilenanzahl der entsprechenden Submatrix in der Fehlergleichungsmatrix. Wir erhalten damit :

1. Für die Elemente der auf der Diagonale liegenden Submatrizen  $N_{ii}$  ( $j=i$ ) :

$$N_{ii,jj} = \sum_{m=1}^i \sum_{t=1}^{s_{1,i+1}} (g_{t,ii}^T \cdot P_t \cdot g_{t,jj}) + \sum_{m=i+2}^n \sum_{t=1}^{s_{i+1,m}} (f_{t,ii}^T \cdot P_t \cdot f_{t,jj}) \quad (4.17)$$

2. Für die Elemente der übrigen Submatrizen  $N_{ij}$  ( $i \neq j$ ) :

$$N_{ii,jj} = \sum_{t=1}^{s_{i+1,j+1}} (f_{t,ii}^T \cdot P_t \cdot g_{t,jj}) \quad (4.18)$$

Für die Absolutglieder gilt entsprechend :

$$h_{ii} = \sum_{m=1}^i \sum_{t=1}^{s_{1,i+1}} (g_{t,ii}^T \cdot P_t \cdot l_t^0) + \sum_{m=i+2}^n \sum_{t=1}^{s_{i+1,m}} (f_{t,ii}^T \cdot P_t \cdot l_t^0) \quad (4.19)$$

Die Produkte, die in den Formeln (4.17) bis (4.19) auftreten, sind Funktionen der Transformationsparameter  $a_i$  bzw.  $a_j$ , der Bildkoordinaten  $x_i$  und  $x_j$  und der Gewichte  $p_x$ . Man kann durch geeignete Rechenoperationen diejenige Faktoren ausklammern, die für die ganze Normalgleichungsmatrix oder für eine Submatrix unverändert bleiben und nur einmal

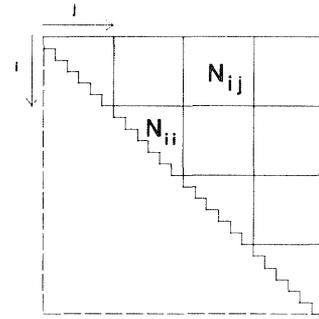


Abb. 4.5 : Struktur der Normalgleichungsmatrix

berechnet werden müssen. Das wird anschaulich, wenn man die Normalgleichungskoeffizienten der ersten Iteration betrachtet, die mit den Anfangsnäherungswerten 1 und 0 für die Maßstabs- bzw. die übrigen Transformationsparameter berechnet werden. Mit Hilfe der folgenden Notation können die Koeffizienten der Normalgleichungen für diesen Fall zusammengefaßt dargestellt werden:

$$[x y p] = \sum_{m=1}^i \sum_{t=1}^{S_{m,i+1}} (x_t^{i+1} \cdot y_t^{i+1} \cdot p_{x_t^m}) + \sum_{m=i+2}^n \sum_{t=1}^{S_{i+1,m}} (x_t^m \cdot y_t^m \cdot p_{x_t^{i+1}}) \quad (4.20)$$

Man erhält damit die in den Abb. 4.6 und 4.7 dargestellte übersichtliche Struktur der Submatrizen.

[xxp]	[xyp]	[ xp]	0	0	0
	[yyp]	[ yp]	0	0	0
		[ p]	0	0	0
			[xxp]	[xyp]	[ xp]
				[yyp]	[ yp]
					[ p]

Abb. 4.6 : Struktur der Submatrix  $N_{ii}$  ( 1. Iteration)

-[xxp]	-[xyp]	-[ xp]	0	0	0
-[xyp]	-[yyp]	-[ yp]	0	0	0
-[ xp]	-[ yp]	-[ p]	0	0	0
0	0	0	-[xxp]	-[xyp]	-[ xp]
0	0	0	-[xyp]	-[yyp]	-[ yp]
0	0	0	-[ xp]	-[ yp]	-[ p]

Abb. 4.7 : Struktur der Submatrix  $N_{ij}$  ( 1. Iteration)

Diese Produktsummen der Bildkoordinaten der markanten Punkte, die auch bei der nächsten Iterationen in den Formeln (4.17) bis (4.19) auftreten, brauchen nur einmal pro Iteration berechnet werden. Ähnliches gilt für die Transformationsparameter  $a_i$ , die für die Koeffizienten aller Submatrizen  $N_{ij}$  ( $j=1, n-1$ ) unverändert bleiben, bzw. für die  $a_j$  innerhalb einer Submatrix. Zusätzlich sind innerhalb jeder Submatrix symmetrische Strukturen zu erkennen. Man kann also die Berechnung der Normalgleichungen sehr effizient gestalten.

Die numerische Lösung der Normalgleichungen bietet keine besonderen Schwierigkeiten. Als Ergebnis erhält man die Transformationsparameter der Affintransformationen und wie beschrieben die Restfehler bzw. Verbesserungen  $v_x, v_y$  an den jeweiligen Bildpunkten.

## 5 Mehrfache Merkmalszuordnung

### 5.1 Einführung

In der beschriebenen dritten Phase des Verfahrens werden aus den vorläufigen Punktzusordnungen mit Hilfe der robusten Ausgleichung die grob falschen Zuordnungen eliminiert. Damit wird eine Datenreduktion um über 50% erreicht. Nach der robusten Ausgleichung bleiben aber immer noch doppeldeutige Zuordnungen, wenn auch innerhalb engerer Toleranzen, d.h. ein Bildpunkt kann noch 2 oder mehreren Bildpunkten des anderen Bildes zugeordnet sein. Im Falle von nur zwei überlappenden Bildern kann man zwar leicht durch einen Vergleich der entsprechenden Ähnlichkeitsmaße (s. Kap. 3. Gl. 4.5) oder der verbleibenden Verbesserungen die richtigen (besten) Zuordnungen herausfinden. Bei der mehrfachen Merkmalszuordnung dagegen nimmt die Komplexität des Problems exponentiell mit der Anzahl der überlappenden Bilder zu. Die automatische Eliminierung der doppeldeutigen Zuordnungen erfordert eine mathematische Formulierung der mehrfachen Merkmalszuordnung sowie die Entwicklung eines Algorithmus für seine Lösung. Das Problem der *paarweisen* Zuordnung von Objekten wird in der Graphentheorie behandelt und ist als 'Matching-' oder 'Heiratsproblem' bekannt. Das veranlaßt uns, die Hilfsmittel der Graphentheorie für die Lösung der mehrfachen Merkmalszuordnung zu benutzen. Daher wird nachfolgend zuerst eine kurze Erläuterung der verwendeten graphentheoretischen Begriffe gegeben (Kap. 5.2). In Kap. 5.3 wird dann die Merkmalszuordnung innerhalb von 2 bzw. n Bildern als ein graphentheoretisches Problem formuliert. Anschließend, nach der Darstellung verschiedener algorithmischer Lösungen (Kap. 5.4), wird ein Algorithmus vorgeschlagen (Kap. 5.5), der bei n überlappenden Bildern iterativ alle möglichen Zuordnungen von der Ordnung n (n homologe Bildpunkte) bis zur Ordnung 2 (Paare) findet.

### 5.2 Elemente der Graphentheorie

Die Graphentheorie stellt anschauliche und leistungsfähige Hilfsmittel für die Konstruktion von Modellen und die Lösung von Problemen bereit, die sich mit der diskreten Anordnung von Objekten befassen [BUSACKER/SAATY 1968, CHRISTOFIDIS 1986, WALTHER/NÄGLER 1987]. Ihre Methoden werden heute in vielen Zweigen der Wissenschaft mit viel Erfolg eingesetzt (u.a. Planung, Wirtschaftswissenschaften, Netzplantechnik, Nachrichtentechnik, Computertechnologie, Mustererkennung). Besonders bei kombinatorischen Verfahren zur Bestimmung entsprechender Objektanordnungen, die sich beträchtlich von den klassischen arithmetischen Rechenverfahren unterscheiden, kann man mit Hilfe der Graphen das Problem algorithmisch durch binäre Matrizen annähern.

Ein *Graph* ist ein graphisches Gebilde (Abb. 5.1), das aus *Knoten* und *Kanten* besteht. Dabei können die Kanten gerichtet (Abb. 5.1a) oder ungerichtet (Abb. 5.1b) sein und entweder zwei Knoten miteinander oder einen Knoten mit sich selber verbinden. Ein Graph  $G$  kann mathematisch durch die Knotenmenge  $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ , die Kantenmenge  $R = \{r_1, \dots, r_m\}$ , sowie eine *Inzidenzabbildung*  $\phi$ , die im gerichteten Fall jeder Kante  $r_k$  ein geordnetes Paar  $(x_i, x_j)$  von Knoten  $x_i, x_j$  (*Endknoten*), bzw. im ungerichteten Fall ein ungeordnetes Paar  $[x_i, x_j]$ , zuordnet. Wenn  $X \times X$  das *geordnete* oder *cartesische Produkt* und  $X \& X$  das *ungeordnete Produkt* ist, gilt:

$$\begin{aligned} \text{Gerichteter Graph} & : R \subseteq X \times X & \text{max. Anzahl geordn. Paare: } n^2 \\ \text{Ungerichteter Graph} & : R \subseteq X \& X & \text{max. Anzahl ungeordn. Paare: } n(n+1)/2 \end{aligned} \quad (5.1)$$

wobei

$$\begin{aligned} n = |X| & : \text{Anzahl der Knoten} \\ m = |R| & : \text{Anzahl der Kanten} \end{aligned}$$

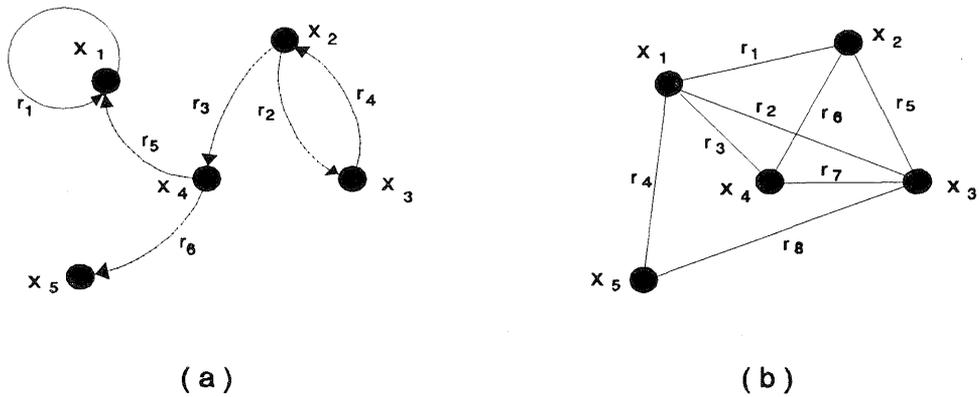


Abb. 5.1 : Gerichteter (a) und ungerichteter (b) Graph.

Im folgenden beziehen sich hier alle graphentheoretischen Begriffe auf ungerichtete Graphen und zwar auf Graphen, die keine *Schlinge* (Kanten deren Endknoten zusammenfallen, z.B. in Abb. 5.1a die Kante  $r_1$ ) und keine Mehrfachkanten (verschiedene Kanten haben die gleichen Endknoten) enthalten. Im diesem Fall ist die maximale Anzahl der ungeordneten Knoten-Paare (Kanten)  $n(n-1)/2$ .

Die Inzidenzabbildung eines Graphen  $G(X,R)$  kann explizit durch die *Inzidenzmatrix*  $\Phi$  dargestellt werden. Wenn man die Knoten und die Kanten willkürlich numeriert, entsprechen die Zeilen von  $\Phi$  den Knoten und die Spalten den Kanten. Dann wird  $\Phi$  wie folgt definiert :

$$\Phi(i,j) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } x_i \text{ Endknoten der Kante } r_j \text{ ist} \\ 0 & , \text{ andernfalls} \end{cases}$$

Für den Graphen der Abb. 5.1b und die dort angegebene Numerierung der Knoten und der Kanten erhalten wir die Inzidenzmatrix :

$$\Phi = \phi(G) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ist  $r_k \in R$  und  $x_i, x_j \in X$ , derart, daß  $\phi(r_k)=[x_i, x_j]$  bzw.  $\Phi(i,k)=1$  und  $\Phi(j,k)=1$ , dann heißt die Kante  $r_k$  *inzident* mit den Knoten  $x_i$  und  $x_j$ , und umgekehrt. Entsprechend kann man einem Graphen eine *Adjazenzmatrix*  $A$ , deren Spalten den Knoten entsprechen, wie folgt zuordnen :

$$A_{(ij)} = \begin{cases} 1 & , \text{ falls es eine Kante } r_k=[x_i, x_j] \text{ gibt} \\ 0 & , \text{ andernfalls} \end{cases}$$

Zwei Knoten, die durch eine Kante verbunden sind ( $a_{ij}=1$ ), heißen *adjazent* oder *benachbart*. Ebenso heißen zwei Kanten, die einen gemeinsamen Endknoten besitzen, adjazent. Die Adjazenzmatrix eines ungerichteten Graphen ist symmetrisch. Für den Graphen  $G$  in Abb. 5.1b ist die zugehörige Adjazenzmatrix :

$$A = A(G) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Die Anzahl der Kanten, die mit einem Knoten  $x$  inzident sind, heißt *Grad*  $\delta(x)$  von  $x$ . Wenn den Kanten eines Graphen quantitativ meßbare Größen, sog. *Kosten*, zugeordnet werden, handelt es sich um einen *bewerteten Graphen*.

Ein *Teilgraph*  $G'(X', R')$  von  $G$  ist ein Graph, für den folgende Beziehungen erfüllt sind :

- $X' \subset X$  und  $R' \subset R$
- $\phi'(r_k) = \phi(r_k)$  für alle  $r_k \in R'$
- für  $r_k \in R'$  und  $\phi(r_k) = [x_i, x_j]$ , folgt  $x_i \in X'$  und  $x_j \in X'$

Eine *Kette* ist eine kontinuierliche Folge von Kanten, die jeweils zwei Knoten miteinander verbinden. Ein Graph heißt *zusammenhängend*, wenn sich je zwei verschiedene Knoten durch mindestens eine Kette miteinander verbinden

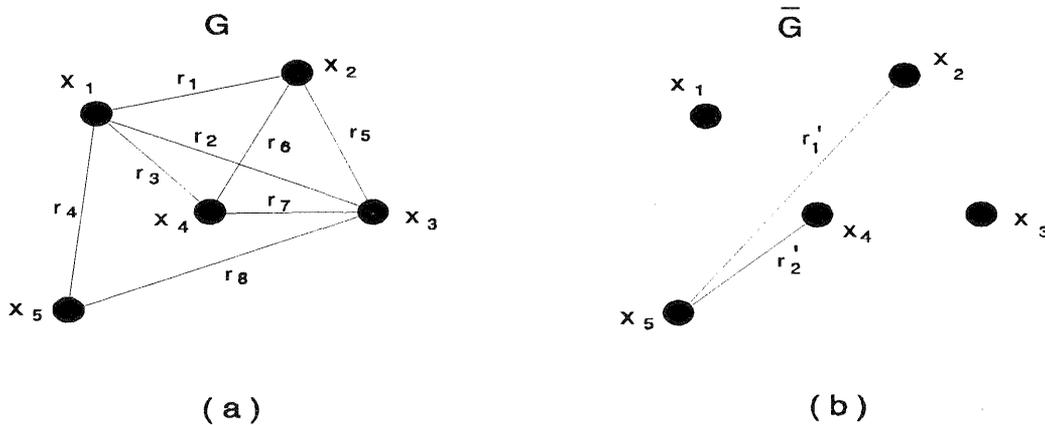


Abb. 5.2 : Komplementärer Graph (b) eines Graphen  $G$  (a)

lassen. Alle Knoten eines Graphen  $G$ , die durch eine Kette mit einem Knoten  $x$  verbunden sind, definieren mit  $x$  einen Teilgraphen, den man eine *zusammenhängende Komponente* von  $G$  nennt. Der zu  $G$  *komplementäre* Graph  $\bar{G}$  (Abb. 5.2) ist ein Graph mit den gleichen Knoten wie  $G$  und den Kanten, die in  $G$  fehlen.

Zwei Knoten sind aber in  $\bar{G}$  adjazent nur, wenn die gleichen Knoten in  $G$  nicht adjazent sind. Für den

komplementären Graphen  $\bar{G}(\bar{X}, \bar{R})$  gilt :

$$\bar{X} = X \quad \text{und} \quad \bar{R} = (X \& X) - R \quad (5.2)$$

Ein Teilgraph  $G^k$  heißt *vollständig* oder *k-Clique* ( $k$  ist die Anzahl der Knoten von  $G^k$ ), wenn je zwei voneinander verschiedene Knoten adjazent sind. d.h. jeder Knoten ist mit allen übrigen durch eine Kante verbunden. In einem vollständigen Teilgraphen ist der Grad jedes Knotens gleich  $k-1$ . Wenn in  $G$  kein anderer vollständiger Teilgraph

mit mehr Knoten existiert, heißt  $G^k$  *maximaler vollständiger Teilgraph* von  $G$ . Die Anzahl der Knoten von  $G^k$  heißt *Cliquenzahl*  $\gamma(G)$  des Graphen  $G$ :

$$\gamma(G) = |X^k| = k \quad (5.3)$$

Die Anzahl der Kanten eines vollständigen Teilgraphen ist

$$|R^k| = |X^k \& X^k| = k(k-1)/2 \quad (5.4)$$

Eine Knotenmenge  $X^0 \subseteq X$  in  $G$  heißt *unabhängig*, sofern keine zwei Knoten von  $X^0$  durch eine Kante verbunden sind. Die Knotenmenge  $X^0$  heißt *unabhängige Knotenmenge mit maximaler Knotenanzahl* oder *innerlich stabil*, sofern es keine unabhängige Menge gibt, die  $X^0$  echt umfaßt. Die unabhängige Knotenmenge mit maximaler Knotenanzahl bildet einen Graphen  $G^0(X^0, R^0)$ , in dem  $R^0 = \emptyset$  ist. Die Anzahl der Knoten von  $G^0$  heißt *innere Stabilitätszahl*  $\sigma(G)$  des Graphen  $G$ :

$$\sigma(G) = |X^0| \quad (5.5)$$

Aus diesen Definitionen folgt, daß die Knotenmenge eines maximalen vollständigen Teilgraphen in  $G$  gleich der unabhängigen Knotenmenge mit der maximalen Knotenanzahl in  $\bar{G}$  und die Cliquenzahl von  $G$  gleich der inneren Stabilitätszahl von  $\bar{G}$  ist:

$$\gamma(G) = \sigma(\bar{G}) = |X^k| = |X^0| = k \quad (5.6)$$

Ein Graph  $G(X, R)$  heißt *bipartit* oder *zweifach teilbar*, wenn sich seine Knotenmenge in zwei elementefremde Teilmengen  $X_1$  und  $X_2$  unterteilen läßt, derart, daß von jeder Kante der eine Endpunkt in  $X_1$  und der andere in  $X_2$  liegt:

$$X_1 \cup X_2 = X \quad X_1 \cap X_2 = \emptyset \quad R \subseteq X_1 \& X_2 \quad (5.7)$$

Die Cliquenzahl eines bipartiten Graphen ist 2 und der maximale vollständige Teilgraph besteht aus einer Kante mit ihren Endknoten. Entsprechend gelten für einen "*k-partiten*" oder *k-fach teilbaren* Graphen folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} a. \quad X &= \bigcup_{i=1}^k X_i \quad \text{mit} \quad X_i \cap X_j = \emptyset \quad \text{für} \quad i \neq j \\ b. \quad R &= \bigcup (X_i \& X_j) \quad \text{für} \quad i=1, \dots, k-1 \quad \text{und} \quad j=i+1, \dots, k \end{aligned} \quad (5.8)$$

Die Cliquenzahl eines k-partiten Graphen ist  $k$  und der maximale vollständige Teilgraph bildet einen *k-Simplex*.

### 5.3 Graphentheoretische Annäherung des Zuordnungsproblems

Nach der robusten Ausgleichung der Zuordnung der Verknüpfungspunkte in den Bildern sind die grob falschen Zuordnungen oberhalb eines Schwellenbetrags eliminiert (in dem deren Gewichte durch die robuste Ausgleichung gleich 0 gesetzt wurden). Die Zahl der eliminierten Zuordnungen kann über 50% der anfänglichen Näherungszuordnungen betragen. Die wegen verbleibender kleiner Zuordnungsfehler noch doppeldeutigen oder falschen Zuordnungen müssen nun nachträglich in einer weiteren Analyse identifiziert und eliminiert werden. Als Kriterium dafür kann die Abweichung einer Zuordnung von dem im Kap. 4 dargestellten geometrischen Modell der Affintransformation verwendet werden, die durch die Quadratsumme der nach der letzten Iteration verbleibenden x- und y-Residuen dargestellt wird.

Die markanten Punkte der überlappenden Bilder und die verbleibenden Zuordnungen lassen sich durch einen Graphen  $G$  topologisch beschreiben, wobei die Knotenmenge aus den markanten Punkten und die Kantenmenge aus den Zuordnungen besteht. Als Bewertung (*Kosten*)  $c_i$  einer Kante  $r_i$  wird die Quadratsumme der verbleibenden Residuen der entsprechenden Zuordnung, also im gewissen Sinne ein Genauigkeitskriterium, verwendet :

$$c_{r_i} = v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2$$

Um mit Hilfe der Graphentheorie zu einer Lösung der endgültigen konsistenten Zuordnungen zu kommen, ist eine graphentheoretische Formulierung der mehrfachen Punktzuordnungen notwendig. Das Problem wird zuerst für zwei überlappende Bilder formuliert und anschließend für  $n$  Bilder verallgemeinert.

#### 5.3.1 Zuordnung innerhalb von 2 Bildern

Im Falle von zwei überlappenden Bildern bilden zwei zugeordnete Punkte ein Paar. Da offensichtlich Punkte im linken Bild nur Punkten im rechten Bild zugeordnet sind, gibt es im Graphen  $G$  (Abb. 5.3) keine Kante, die Punkte des gleichen Bildes miteinander verbindet, d.h. der Graph  $G$  ist ein bipartiter Graph.

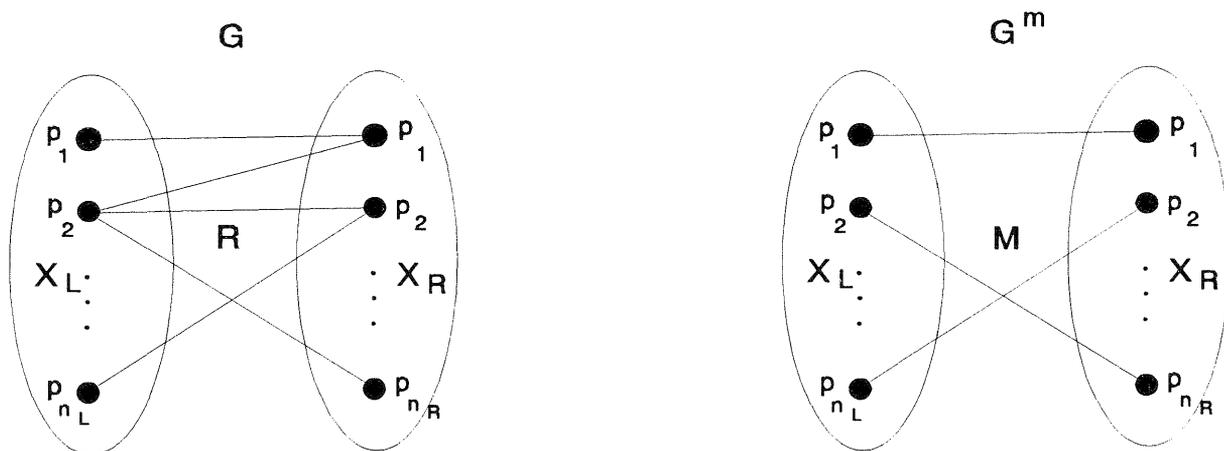


Abb. 5.3 : Zuordnung in einem bipartiten Graphen

Die Knotenmenge  $X$  lässt sich somit in zwei Teilmengen  $X_L$  und  $X_R$  unterteilen, die entsprechend aus den markanten Punkten im linken und im rechten Bild bestehen. Nach Gl. (5.7) gilt :

$$X = X_L \cup X_R \quad X_L \cap X_R = \emptyset \quad R \subseteq X_L \& X_R$$

$$\text{mit } X_L = \{p_1^L, p_2^L, \dots, p_n^L\} \quad \text{und } X_R = \{p_1^R, p_2^R, \dots, p_n^R\}$$

Das Problem liegt darin, die richtigen Paare herauszufinden, so daß ein Punkt im linken Bild nur einem oder keinem Punkt im rechten Bild zugeordnet ist und umgekehrt. Wir müssen deshalb eine Teilmenge  $M$  von  $R$  wählen mit der Eigenschaft, daß je zwei Kanten  $r_i, r_j \in M$  nicht inzident sind, d.h. daß der Grad jedes Knotens im Graphen  $G^m(X, M)$  maximal gleich 1 ist (Abb. 5.3). Eine solche Menge heißt *disjunkt*. Das Problem ist in der Graphentheorie als *Matching-* oder *Zuordnungsproblem* bekannt. Eine disjunkte Teilmenge  $M$  heißt *maximales Matching in G*, sofern es keine andere disjunkte Menge gibt, die  $M$  echt umfaßt. Damit wir die beste Lösung (mit den minimalen Kosten) erhalten, wird die Summe der Kosten der in  $M$  gewählten Kanten minimiert.

$M$  ist das maximale Matching mit den minimalen Kosten in  $G$ , wenn :

$$\begin{array}{l}
 \text{a. } M \subseteq R \\
 \text{b. } M : \text{disjunkt} \quad \left\{ \begin{array}{l} m_i, m_j \in M \wedge m_i \neq m_j \Rightarrow m_i, m_j \text{ nicht inzident} \\ \text{oder } \delta(x_i) \leq 1 \quad \forall x_i \text{ im } G^m(X, M) \end{array} \right. \\
 \text{c. } |M| \rightarrow \max \\
 \text{d. } \sum_{r_i \in M} c_{r_i} \rightarrow \min
 \end{array} \quad (5.9)$$

Im Falle der auf den Interestoperator zurückgehenden Verknüpfungspunkte ist i.a. die Anzahl der Zuordnungen erheblich größer als die für die photogrammetrischen Aufgaben minimal notwendige Anzahl. Es kann daher in der Regel eine Auswahl getroffen werden. Es ist nämlich für die Verknüpfung des Bildverbandes wichtiger, die genauesten und besten  $n$  Zuordnungen herauszufinden und weiter zu verwenden, als die nach dem Prinzip der Kostenminimierung mögliche maximale Anzahl der Zuordnungen auszuwählen. Deshalb wird auf die Optimierung nach Gl. (5.9) verzichtet und stattdessen schrittweise in  $G$  die jeweils beste Zuordnung gesucht (die Kante mit  $c_i = \min$ ) und die Zuordnungen bzw. Kanten, die mit ihr inzident sind, werden als falsch eliminiert (markiert). Graphentheoretisch lautet die modifizierte Aufgabe, in  $G$  eine 2-Clique  $G^2(X^2, R^2)$  minimaler Kosten zu finden :

$G^2$  enthält die beste Zuordnung in  $G$ , wenn :

$$\begin{array}{l}
 \text{a. } |X^2| = 2 \quad \text{mit } X^2 = \{p_k^L, p_l^R\} \\
 \text{b. } |R^2| = 1 \quad \text{mit } R^2 = \{r_i\} \quad \text{und } \phi(r_i) = [p_k^L, p_l^R] \\
 \text{c. } \delta(p_k^L) = \delta(p_l^R) = 1 \\
 \text{d. } c_{r_i} \rightarrow \min
 \end{array} \quad (5.10)$$

Der Vorgang wird wiederholt, bis alle Zuordnungen in  $G$  als richtig oder falsch markiert sind. Die aus dieser Lösung entstehende Kantenmenge  $M$  muß, rein mathematisch gesehen, nicht unbedingt mit der nach Gl. (5.9) definierten Menge identisch sein. Das Beispiel der Abb. 5.4 verdeutlicht den Unterschied zwischen beiden Verfahren. Wenn den Kanten  $r_1, r_2, r_3, r_4$  die Kosten  $c_1=1.5, c_2=2.0, c_3=1.8, c_4=2.5$  zugeordnet sind, erhalten wir mit beiden Verfahren unterschiedliche Lösungen. Während nach der Optimierungsaufgabe der Gl. (5.9) die Kanten  $r_2$  und  $r_3$  als richtige

Zuordnungen ausgewählt werden ( $c_2+c_3=3.8 \rightarrow \min$ ), wird nach (5.10) zuerst die Kante  $r_1$  ausgewählt ( $c_1=1.5 \rightarrow \min$ ), die Kanten  $r_2$  und  $r_3$  werden als falsch eliminiert ( sie sind mit  $r_1$  adjazent ), und schließlich wird die verbleibende

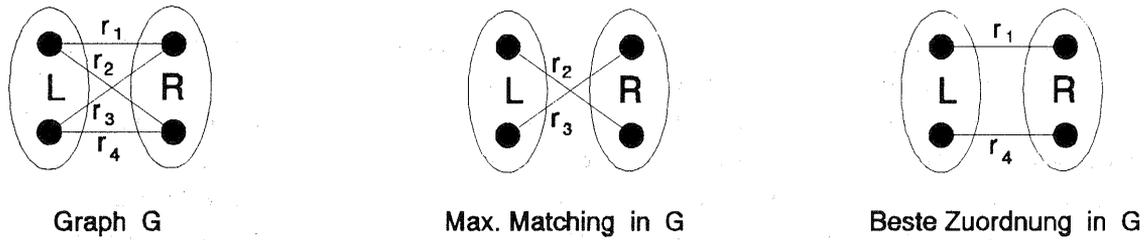


Abb. 5.4 : Matching nach Gl.(5.9) bzw. Beste Zuordnung nach Gl. (5.10)

Kante  $r_4$  auch als richtig ausgewählt. Mit der zweiten Lösung erhalten wir eine nach den Kosten sortierte Liste von Zuordnungen. Man kann nun einen Grenzwert für die Kosten einer Zuordnung festlegen und die Zuordnungen, deren Kosten diese Grenzwert überschreiten, als falsch oder ungenau ausscheiden. Die übrigen richtigen Zuordnungen erfüllen weiter die gestellten Bedingungen, weil diese für jede Zuordnung getrennt gelten. Im Gegensatz dazu gelten nach dem Verfahren der Gl. (5.9) die Bedingungen (c) und (d) für alle in  $M$  ausgewählten Zuordnungen. In diesem Fall ist durch die nachträgliche Eliminierung einer Zuordnung, deren Kosten den Grenzwert überschreiten, die Erfüllung der Bedingungen (c) und (b) für die übrigen Zuordnungen nicht gewährleistet.

### 5.3.2 Zuordnung innerhalb von n Bildern

Bei n überlappenden Bildern haben wir für jeden Objektpunkt, falls er in allen Bildern abgebildet ist, n homologe Bildpunkte. Die Aufgabe besteht dann darin, n Bildpunkte (einen aus jedem Bild) als homologe zu identifizieren und für die Bündelausgleichung mit der gleichen Punkt-Nummer (im Objektraum) zu versehen. Das Problem ist dabei, daß die gegenseitigen Zuordnungen zwischen den n Punkten nicht notwendigerweise vollständig gegeben sind. Wir müssen daher entscheiden, welche Punkte als homologe auszuwählen sind. Die Informationen, die zur Verfügung stehen, sind die zwischen den ausgewählten Punkten nach der robusten Ausgleichung vorläufig bereinigten Zuordnungen. Die Frage dabei ist, wieviele Zuordnungen zwischen n Bildpunkten existieren müssen, damit wir die sichere Aussage treffen können, daß diese n Bildpunkte homolog sind. In Abb. 5.5 sind vier mögliche Fälle für die Zuordnung der 4 homologen Punkte von 4 Bildern dargestellt. Im Falle (a) ist Bildpunkt  $P_1$  mit  $P_2$ ,  $P_2$  mit  $P_3$  und  $P_3$  mit  $P_4$  verknüpft. Im Falle (b)

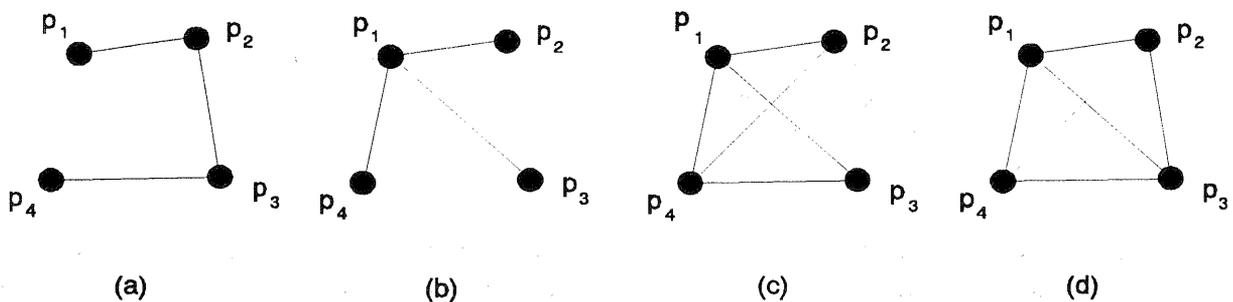


Abb. 5.5 : Mögliche Zuordnungen zwischen 4 homologen Bildpunkten

ist Bildpunkt  $P_i$  allen übrigen zugeordnet (das entspricht der manuellen Punktübertragung). Im Falle (c) fehlt nur die Zuordnung zwischen den Bildpunkten  $P_2$  und  $P_3$ . Schließlich ist im Falle (d) jeder Punkt allen übrigen zugeordnet.

Um eine höhere Genauigkeit und Zuverlässigkeit zu erreichen, wird in dieser Arbeit angestrebt (sowohl bei der vorläufigen Zuordnung als auch bei dem geometrischen Modell für die robuste Ausgleichung), nach Möglichkeit die vorläufigen Zuordnungen zwischen allen beteiligten Bildpaaren zu berücksichtigen. Das bedeutet, daß zwischen  $n$  homologen Bildpunkten alle  $n(n-1)/2$  Zuordnungen existieren sollten (Fall (d) in Abb. 5.5). Damit ist die mehrfache Merkmalszuordnung auf der Ebene der Bilder so definiert, daß jedes Merkmal in einem Bild den entsprechenden Merkmalen in allen übrigen Bildern zugeordnet sein muß.

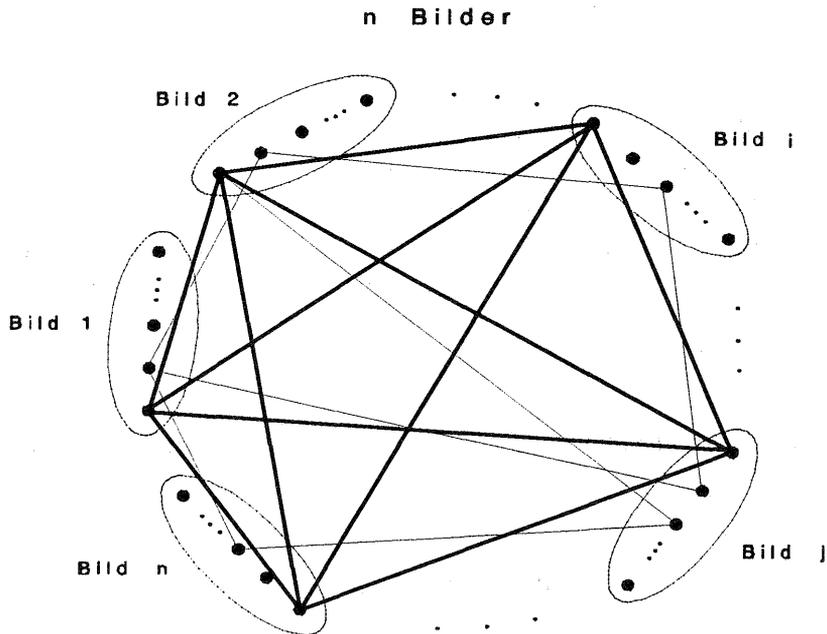


Abb. 5.6 : Zuordnungsgraph von  $n$  Bildern

Der Graph  $G(X,R)$ , der aus den markanten Bildpunkten der  $n$  Bilder mit den entsprechenden Zuordnungen besteht, ist ein  $n$ -partiter Graph. Für diesen Graphen  $G$  gelten nach Gl. (5.8) folgende Beziehungen:

$$a. \quad X = \bigcup_{i=1}^k X_i \quad \text{mit} \quad X_i \cap X_j = \emptyset \quad \forall i \neq j \quad \text{und} \quad X_i = \{p_1^i, p_2^i, \dots, p_s^i\}$$

$$b. \quad R = \bigcup R_{ij} \quad \text{mit} \quad R_{ij} = (X_i \& X_j) \quad \text{für} \quad i=1, \dots, n-1 \quad \text{und} \quad j=i+1, \dots, n$$

wobei

$X_i$  : Menge der markanten Bildpunkte im Bild  $i$

$R_{ij}$  : Menge der nach der robusten Ausgleichung verbleibenden Zuordnungen zwischen den Bildern  $i$  und  $j$

Im Graphen  $G$  bilden  $n$  homologe Bildpunkte mit den zugehörigen Zuordnungen, unter der oben gegebenen Definition für die mehrfache Merkmalszuordnung, eine maximale  $n$ -Clique (maximaler vollständiger Teilgraph mit  $n$  Knoten)  $G^n(X^n, R^n)$ . Die Cliquenzahl von  $G$  ist gleich der Anzahl der überlappenden Bilder. In Abb. 5.6 bilden die homologen Bildpunkte eines in 5 Bildern (1, 2,  $i$ ,  $j$ ,  $n$ ) abgebildeten Objektpunktes eine 5-Clique, deren Kanten stark hervorgehoben sind. Die Aufgabe ist nun, alle  $n$ -Tupel von Bildpunkten, die in  $G$  eine  $n$ -Clique bilden, zu finden und entsprechend zu numerieren. Da in  $G$  aber auch Kanten enthalten sind, die Fehlzuordnungen bedeuten, müssen wir diejenige  $n$ -Clique herausfinden, die das beste Zuordnungsergebnis gibt. Dafür

muß die Summe der Kosten aller Kanten in  $G^n$  minimiert werden. Die Knoten und Kanten von  $G^n$  müssen deshalb die Bedingungen des folgenden Optimierungsproblems erfüllen:

$G^n$  repräsentiert die beste mehrfache Zuordnung in  $G$ , wenn :

$$\begin{aligned}
 a. \quad |X^n| &= n && \text{mit} \quad |X^n \cap X_i| = 1 \\
 b. \quad |R^n| &= n(n-1)/2 && \text{mit} \quad |R^n \cap R_{ij}| = 1 \\
 c. \quad \delta(p_i) &= n-1 \quad \forall p_i \in X^n \\
 d. \quad \sum_{r \in R^n} c_r &\rightarrow \min
 \end{aligned} \tag{5.11}$$

Wenn eine n-Clique aufgefunden ist, die die Bedingungen der Gl. (5.11) erfüllt, werden ihre Knoten und Kanten sowie die Kanten, die mit ihren Knoten inzident sind, markiert und vom weiteren Suchprozeß ausgeschlossen. Das Verfahren wird wiederholt, bis alle n-Cliquen in  $G$  aufgefunden sind. Somit haben wir für die *photogrammetrischen Zuordnungsprobleme* eine Verallgemeinerung des *Matching-Problems* auf *n Bilder* erreicht. Die Verallgemeinerung ist formal gültig, denn man erhält die für 2 Bilder gültige Gl. (5.10), wenn man in Gl. (5.11)  $n$  gleich 2 setzt.

#### 5.4 Algorithmen zum Auffinden von Cliques in einem Graphen

Wie schon im Kap. 5.1 erwähnt wurde, entspricht eine Clique im Graphen  $G$  einer Menge von unabhängigen Knoten im komplementären Graphen  $\bar{G}$ . Damit ist das Problem, eine maximale n-Clique in  $G$  aufzufinden, äquivalent mit dem Auffinden einer maximalen Menge von unabhängigen Knoten in  $\bar{G}$ . In der Literatur werden dafür i.a.

Algorithmen behandelt, die an einem beliebigen Knoten anfangen und alle Cliques [KNÖDEL 1969] oder alle unabhängigen Knotenmengen [CHRISTOFIDIS 1986] in einem *unbewerteten Graphen* (oder in einem bewerteten, aber ohne Berücksichtigung der Kantenbewertung, d.h. ohne Optimalitätskriterium) auffinden. Sie unterscheiden sich im Grunde in der Art der mathematischen Beschreibung bzw. Speicherung des Graphen (Inzidenzmatrix, Adjazenzmatrix oder verkettete Liste), die sie verwenden. Solche Algorithmen sind zur Lösung unseres Problems nicht besonders geeignet. Die aufgefundenen n-Cliquen müssten miteinander bezüglich ihrer Kostensumme verglichen werden, und zusätzlich müßte jede mit allen übrigen auf gemeinsame Knoten überprüft werden. Außerdem sind wir nicht an allen, sondern nur an den besten Cliques (mit minimalen Kosten) interessiert, so daß durch die Bestimmung aller Cliques unnötige Rechenzeit aufgewendet würde.

Aus diesem Grund muß das Problem als eine Optimierungsaufgabe im Sinne der *Linearen Optimierung* oder *Programmierung* formuliert werden. Das allgemeine Problem der Linearen Programmierung besteht darin,  $q$  Variable  $x_j$  so zu bestimmen, daß eine *Zielfunktion*  $f(x_j)$  ein *Maximum* oder ein *Minimum* erreicht und dabei  $m$  *Nebenbedingungen* (*Restriktionen*) erfüllt werden:

$$\begin{aligned}
 \text{Zielfunktion :} \quad f(x) &= \sum_{j=1}^q c_j \cdot x_j \Rightarrow \text{min oder max} \\
 \text{Restriktionen :} \quad \sum_{j=1}^q a_{ij} \cdot x_j &\leq b_i \quad \text{für } i=1, \dots, m
 \end{aligned} \tag{5.12}$$

wobei

- $q$  : Anzahl der Variablen
- $m$  : Anzahl der Restriktionen
- $a_{ij}$  : Elemente der  $m \times q$  Restriktionsmatrix ( Koeffizienten der Ungleichungen )
- $b_i$  : Absolutglieder der Ungleichungen
- $c_j$  : Kosten der Variable  $x_j$

Die Algorithmen, die für die Lösung von Optimierungsproblemen bei der Linearen Programmierung angewendet werden, unterscheiden sich je nach der Art der Variablen  $x_i$  (reelle, ganze oder binäre). Bei manchen Problemen, die sich mit der Anordnung von Objekten befassen, dürfen die Variablen  $x_i$  nur die Werte 0 und 1 (binäre Variablen) bekommen:

- 1 : falls das Objekt  $i$  für die bestimmte Anordnung ausgewählt wird
- 0 : andernfalls

Solche Probleme sind meistens Probleme, die sich auf bewertete Graphen beziehen. Sie werden allgemein durch Verfahren der *binären* oder "*zero-one*" Programmierung gelöst (s. Kap. 6). Ähnlich kann unser Problem von Gl. (5.11) als ein binäres Optimierungsproblem formuliert und gelöst werden. Die einzige dem Verfasser bekannte Formulierung des Problems der maximalen Clique als binäres Optimierungsproblem findet man in [NOLTEMEIER 1976]. Bei diesem Verfahren, das im Bereich des "*industrial design*" Anwendung findet, wird aber nicht die Summe der Kosten der Kanten sondern die der Knoten minimiert. Es kann damit nur auf Graphen mit Knotenbewertung direkt angewendet werden.

Bevor wir die Darstellung der verschiedenen Verfahren fortsetzen, ist eine Erläuterung über den Graphen  $G$  der Zuordnungen und der verwendeten Variablen notwendig. Der Graph wird durch seine Inzidenz- bzw. Adjazenzmatrix formal beschrieben. Damit eine direkte Beziehung zwischen Zeilen- und Spaltennummern einerseits und Punkt- bzw. Zuordnungsnummern andererseits hergestellt werden kann, müssen die ausgewählten markanten Punkte aller Bilder und die paarweisen Zuordnungen aller Bilder einheitlich numeriert werden. Dafür werden folgende Variablen definiert :

- $n$  : Anzahl der Bilder bzw. Cliquenzahl des Graphen  $G$
- $u$  : Anzahl der Bildpaare ( $n(n-1)/2$ )
- $q_i$  : Anzahl der markanten Punkte im Bild  $i$
- $q$  : Anzahl der Knoten in  $G$  bzw. gesamte Anzahl der markanten Punkte in allen Bildern
- $m_{ij}$  : Anzahl der Zuordnungen zwischen Bild  $i$  und Bild  $j$
- $m$  : Anzahl der Kanten in  $G$  bzw. gesamte Anzahl der nach der robusten Ausgleichung verbleibenden Zuordnungen

Die Numerierung erfolgt bildweise (von Bild 1 bis  $n$ ) für die markanten Punkte und paarweise (von Bildpaar [1,2] bis [n-1,n]) für die Zuordnungen mit Berücksichtigung der Numerierung innerhalb eines Bildes (Interestoperator) bzw. innerhalb eines Bildpaares (vorläufige Zuordnungen bzw. Fehlgleichungsmatrix). Mit Hilfe von zwei zusätzlichen Hilfsvariablen  $s_k$  und  $t_{kl}$  kann man auf den ersten Punkt von Bild  $k$  bzw. die erste Zuordnung von Bildpaar  $[k,l]$  zugreifen und sich gezielt innerhalb der Inzidenzmatrix bewegen.

$$s_k = \left( \sum_{i=1}^{k-1} q_i \right) + 1 \quad \text{für } k=1, \dots, n \tag{5.13}$$

$$t_{kl} = \left( \sum_{i=1}^{kk} \sum_{j=i+1}^{ll} m_{ij} \right) + 1 \quad \text{für } k=1, \dots, n-1 \quad \text{und } l=k+1, \dots, n$$

wobei

- $kk=k-1$  und  $ll=n$  falls  $k=l+1$
- $kk=k$  und  $ll=l-1$  andernfalls

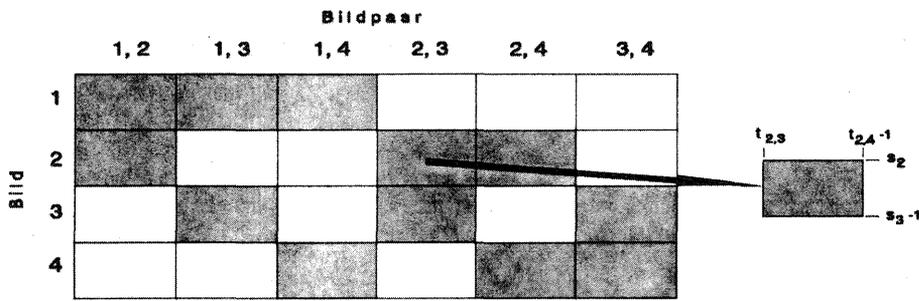


Abb. 5.7 : Struktur der Inzidenzmatrix im Falle von 4 Bildern

Durch diese Numerierung bekommt die Inzidenzmatrix eine spezielle Struktur, ähnlich der Struktur der Fehlergleichungsmatrix (Abb. 4.4), die von dem entwickelten Algorithmus ausgenutzt wird. Die Struktur der Inzidenzmatrix ist in Abb. 5.7 dargestellt.

#### 5.4.1 Maximale n-Clique mit minimalen Knotenkosten in einem n-partiten Graphen

Bei dem hier verfolgten Verfahren wird das Problem auf den komplementären Graphen  $\bar{G}$  übertragen, um dort eine maximale unabhängige Knotenmenge  $\bar{X}^0$  ( $\bar{G}^0(\bar{X}^0, \emptyset)$ ) mit der minimalen Knotenbewertung zu bestimmen (Abb. 5.8). Diese Formulierung kann nicht auf einen Graphen mit Kantenbewertung übertragen werden, weil für die Kanten des komplementären Graphen  $\bar{G}$  (sie sind genau die Kanten, die in  $G$  fehlen), keine Information bzw. Bewertung vorliegt. Die Aufgabenstellung ist ähnlich wie bei Gl. (5.11) mit dem einzigen Unterschied, daß die Kosten und damit die Optimierung sich auf die Knoten beziehen. Wenn nun jedem Knoten  $p_i$  mit den Kosten  $c_i$  eine binäre Variable  $x_i$  zugeordnet wird, lautet die zu optimierende Zielfunktion :

$$\sum_{i=1}^q c_i \cdot x_i \Rightarrow \min \tag{5.14}$$

Die Formulierung der Restriktionen, die die Variablen erfüllen müssen, erfolgt auf der Inzidenzmatrix  $H$  von  $\bar{G}$ . Damit je zwei Knoten in  $\bar{G}^0$  nicht adjazent sind, muß die Produktsumme der Variablen  $x_i$  mit den entsprechenden Elementen jeder Spalte der Inzidenzmatrix kleiner oder gleich 1 sein :

$$\sum_{i=1}^q h_{ij} \cdot x_i \leq 1 \quad \text{für } j=1, \dots, \bar{m} \tag{5.15}$$

wobei  $\bar{m}$  die Anzahl der Kanten in  $\bar{G}$  ist :

$$\bar{m} = |\bar{X}| = |X \& X| - |X| = \frac{q(q-1)}{2} - m \quad (5.16)$$

Diese Restriktionen gewährleisten, wenn zwei Knoten  $k, l$  adjazent sind ( $h_{kj}=h_{lj}=1$ ), daß die entsprechenden Variablen  $x_k$  und  $x_l$  nicht gleichzeitig gleich 1 sein können. Die Restriktionsmatrix von Gl. (5.15) ist nun die *Transponierte der Inzidenzmatrix* von  $\bar{G}$ . Die Zielfunktion Gl. (5.14) erreicht aber unter den Restriktionen der Gl. (5.15) offensichtlich ein Minimum, wenn nur ein Knoten ausgewählt wird. Dafür muß eine Restriktion hinzugefügt werden, die zur Auswahl der maximalen unabhängigen Knotenmenge führt. Da bei einem  $n$ -partiten Graphen die Cliquenzahl ( $\gamma(G)=n$ ) gleich der inneren Stabilitätszahl (Anzahl der Knoten der maximalen unabhängigen Knotenmenge) seines komplementären Graphen  $\sigma(\bar{G})$  ist, muß die Summe der Variablen  $x_i$  gleich  $n$  sein :

$$\sum_{i=1}^q x_i = n \quad (5.17)$$

Da Gl. (5.17) durch zwei Ungleichungen (eine  $<n$  und eine  $>n$ ) ersetzt wird, beträgt die gesamte Anzahl der Restriktionen  $\bar{m}+2$ . Wir fassen nun das Optimierungsproblem für das Auffinden der *maximalen  $n$ -Clique mit minimalen Knotenkosten* in einem  $n$ -partiten Graphen zusammen :

$$\begin{aligned} \text{Zielfunktion} & : \sum_{i=1}^q c_i \cdot x_i \Rightarrow \min \\ \text{Restriktionen} & : \sum_{i=1}^q h_{ij} \cdot x_i \leq 1 \quad \text{für } j=1, \dots, \bar{m} \\ & \sum_{i=1}^q x_i = n \end{aligned} \quad (5.18)$$

Das Verfahren wird nachfolgend auf einem abstrakten 3-partiten Graphen (entspricht 3 überlappenden Bildern) demonstriert (Abb. 5.8).

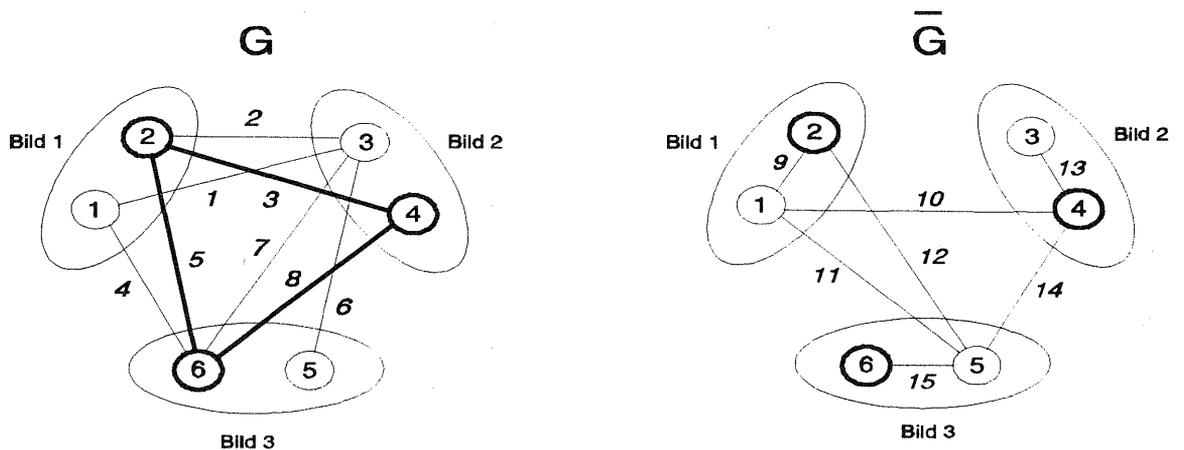


Abb. 5.8 : Maximale Clique im 3-partiten Graphen

Für den Graphen  $G$  bzw.  $\bar{G}$  gilt :

- Knotenmenge von  $G$  bzw. in  $\bar{G}$  :  $X = \bar{X} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$
- Anzahl der Knoten in  $G$  bzw. in  $\bar{G}$  :  $q = |X| = \bar{q} = |\bar{X}| = 6$
- Kantenmenge von  $G$  :  $R = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$
- Kantenmenge von  $\bar{G}$  :  $\bar{R} = \{ 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 \}$
- Anzahl der Kanten in  $G$  :  $m = |R| = 8$
- Anzahl der Kanten in  $\bar{G}$  :  $\bar{m} = |\bar{R}| = q(q-1)/2 - m = 7$

Die Graphen werden durch ihren Inzidenzmatrizen explizit beschrieben :

$$H_G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad H_{\bar{G}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Wenn  $c = \{ 3, 2, 4, 2, 1, 4 \}$  die Knotenbewertung ist, dann bekommen wir nach dem Optimierungsproblem Gl. (5.18) die analytischen Formeln für den Graphen der Abb. 5.8 :

Zielfunktion :  $3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 + x_5 + 4x_6 \Rightarrow \min ( x_i \in \{0,1\} )$

Restriktionen :

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 &\leq 1 && (\text{Kante } \bar{r}_9) \\ x_1 + x_4 &\leq 1 && (\text{ } > \bar{r}_{10}) \\ x_1 + x_5 &\leq 1 && (\text{ } > \bar{r}_{11}) \\ x_2 + x_5 &\leq 1 && (\text{ } > \bar{r}_{12}) \\ x_3 + x_4 &\leq 1 && (\text{ } > \bar{r}_{13}) \\ x_4 + x_5 &\leq 1 && (\text{ } > \bar{r}_{14}) \\ x_5 + x_6 &\leq 1 && (\text{ } > \bar{r}_{15}) \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &\leq 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 &\geq 3 \end{aligned}$$

Als optimale Lösung bekommen wir die Knoten 2, 4, 6 :

$$X^3 = \bar{X}^0 = \{ 2, 4, 6 \} \text{ mit } c_2 + c_4 + c_6 = 8 = \min$$

Die gewählten Knoten bilden in  $G$  eine 3-Clique (Dreieck) und in  $\bar{G}$  eine unabhängige Knotenmenge. Man kann nun aber die Bewertung der Kanten nicht auf die Knoten übertragen, weil die Bewertung eines Knotens (ein Wert) nicht ohne Informationsverlust die Bewertungen der mit ihm inzidenten Kanten enthalten kann. Aus diesem Grund kann das Verfahren nicht direkt für die Lösung unseres Problems angewendet werden.

### 5.4.2 Maximale n-Clique mit minimalen Kantenkosten in einem n-partiten Graphen

In einem n-partiten Graphen mit Kantenbewertung werden die Kosten der Kanten, die eine n-Clique bilden, minimiert. Dafür werden die binären Variablen  $x_j$  den Kanten zugeordnet. Somit lautet die zu optimierende Funktion :

$$\sum_{j=1}^m c_j \cdot x_j \Rightarrow \min \quad (5.19)$$

Die Restriktionen, die die Variablen  $x_j$  erfüllen müssen, sind aus Gl. (5.11) abzuleiten. Dafür stehen die Adjazenzmatrix  $A$  und die Inzidenzmatrix  $H$  zur Verfügung. In der Adjazenzmatrix werden die Knoten durch die Zeilen und die Spalten dargestellt und die Kanten durch die nicht-null Elemente ( $a_{ij}=1$ ). Da wegen Symmetrie die Kanten in  $A$  doppelt auftreten und innerhalb von  $A$  zerstreut sind, ist die Adjazenzmatrix nicht für die Formulierung der Restriktionen geeignet. In der Inzidenzmatrix dagegen werden die Knoten durch die Zeilen und die Kanten durch die Spalten dargestellt. Damit ist eine direkte Beziehung zwischen den Zeilen und den Kanten vorhanden (d.h. das Element  $j$  einer Zeile ist der Kante  $r_j$  zugeordnet), was die Formulierung der Restriktionen erleichtert.

Während die Bedingungen (a) aus Gl. (5.11) sich auf die Knoten beziehen und nicht direkt auf Kanten übertragbar sind, können aus (b) folgende Restriktionen für die Kanten abgeleitet werden :

- a. Aus jedem Bildpaar darf nur eine Zuordnung ( Kante ) ausgewählt werden :

$$\sum_{l_k}^{l_{k+1}-1} x_j \leq 1 \quad \text{für } k=1, \dots, n-1 \quad \text{und } l=k+1, \dots, n \quad (5.20)$$

wobei

$$\begin{array}{lll} kk=k+1 & , & ll=k+2 \quad \text{falls } l=n \\ kk=k & , & ll=l+1 \quad \text{andernfalls} \end{array}$$

- b. Die gesamte Anzahl der Kanten in  $G^n$  ist gleich der Anzahl der Bildpaare :

$$\sum_{j=1}^m x_j \geq n(n-1)/2 \quad (5.21)$$

In Gl. (5.21) ist die Ungleichung " $\geq$ " benutzt, weil sie von der " $\leq$ " Beziehung der Gl. (5.20) linear abhängig ist (sie entsteht aus ihrer Summe).

Die Restriktionen nach Gl. (5.20) und (5.21) gewährleisten nicht, daß nur ein Punkt ( Knoten ) aus jedem Bild ausgewählt wird. Eine Kante vom Bildpaar  $R_{ik}$  und eine Kante vom Bildpaar  $R_{il}$  können somit im Bild  $i$  verschiedene Endknoten haben. Die Bedingung (c) in Gl. (5.11), die den Grad jedes Knotens in  $G^n$  gleich  $n-1$  setzt, kann zwar als Restriktion für die Kanten formuliert werden, gilt aber nur als Ungleichung " $\leq n-1$ " für alle Knoten in  $G$ . Um die notwendigen Restriktionen in linearer Form zu formulieren wird der Begriff "Subgrad"  $\delta_k(p_j)$  eines Knotens  $p_j \in X_k$  eingeführt. Der Subgrad gibt die Anzahl der Kanten an, die mit dem Knoten  $x_i$  inzident sind und zu dem gleichen Bildpaar  $R_{kl}$  gehören. Die Summe der Subgrade eines Knotens ergibt seinen Grad :

$$\delta(p_i) = \sum_{l=1}^{k-1} \delta_{kl}(p_i) + \sum_{l=k+1}^n \delta_{kl}(p_i) \quad p_i \in X_k \quad (5.22)$$

Damit nun von jedem Bild nur ein Knoten ausgewählt wird oder, anders formuliert, jeweils  $n-1$  ausgewählte Kanten adjazent miteinander sind, muß die Summe jedes Subgrades  $\delta_{kl}(x_j)$  mit jedem Subgrad von allen übrigen Knoten im Bild  $k$  kleiner oder gleich 1 sein. Mit Hilfe der Inzidenzmatrix  $H$  kann man eine solche Restriktion formulieren :

$$\sum_{j=t_{k,l_1}}^{t_{k_1,l_1}-1} h_{i_1,j} \cdot x_j + \sum_{j=t_{k,l_2}}^{t_{k_2,l_2}-1} h_{i_2,j} \cdot x_j \leq 1 \quad (5.23)$$

wobei  $k, l_1, l_2$  von  $k, l_1, l_2$  abhängig und ähnlich wie in Gl. (5.20) definiert sind.

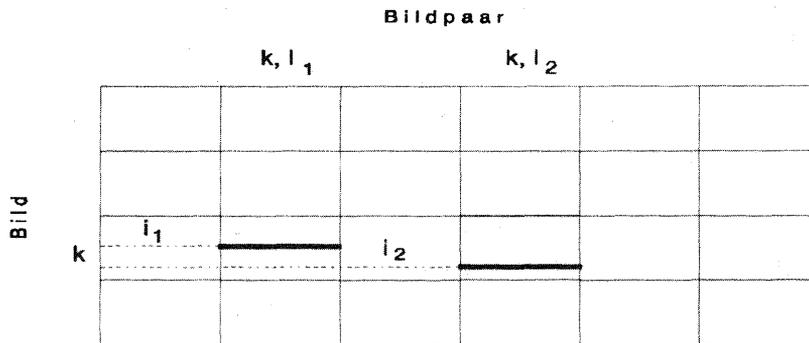


Abb. 5.9 : Darstellung der Restriktion (5.23) in der Inzidenzmatrix  $H$

In Gl. (5.23) ist die Summe des Subgrads  $\delta_{k,l_1}(p_{i_1})$  des Knotens  $p_{i_1} \in X_k$  mit dem Subgrad  $\delta_{k,l_2}(p_{i_2})$  des Knotens  $p_{i_2} \in X_k$  kleiner oder gleich 1 (Abb. 5.9). Für jedes Bild  $k$  sind  $q_k(q_k-1)(n-1)(n-2)/2$  solche Ungleichungen aufzustellen. Damit ist die gesamte Anzahl der Restriktionen

$$n_{rest} = 1 + \frac{(n-1)}{2} \left( n + (n-2) \sum_{i=1}^n q_i(q_i-1) \right) \quad (5.24)$$

Wir fassen nun das neue Optimierungsproblem für das Auffinden der *maximalen n-Clique mit minimalen Kantenkosten* in einem n-partiten Graphen zusammen :

$$\begin{aligned} \text{Zielfunktion} & : \sum_{j=1}^m c_j \cdot x_j \Rightarrow \min \\ \text{Restriktionen} & : \sum_{j=t_{k,l}}^{t_{k,l}-1} x_j \leq 1 \quad \text{für } k=1, \dots, n-1 \text{ und } l=k+1, \dots, n \\ & \sum_{j=1}^m x_j \geq n(n-1)/2 \\ & \sum_{j=t_{k,l_1}}^{t_{k_1,l_1}-1} h_{i_1,j} \cdot x_j + \sum_{j=t_{k,l_2}}^{t_{k_2,l_2}-1} h_{i_2,j} \cdot x_j \leq 1 \quad \text{für } k=1, \dots, n \text{ und } i_1, i_2 = s_k, \dots, s_k-1 \quad (i_1 \neq i_2) \end{aligned} \quad (5.25)$$



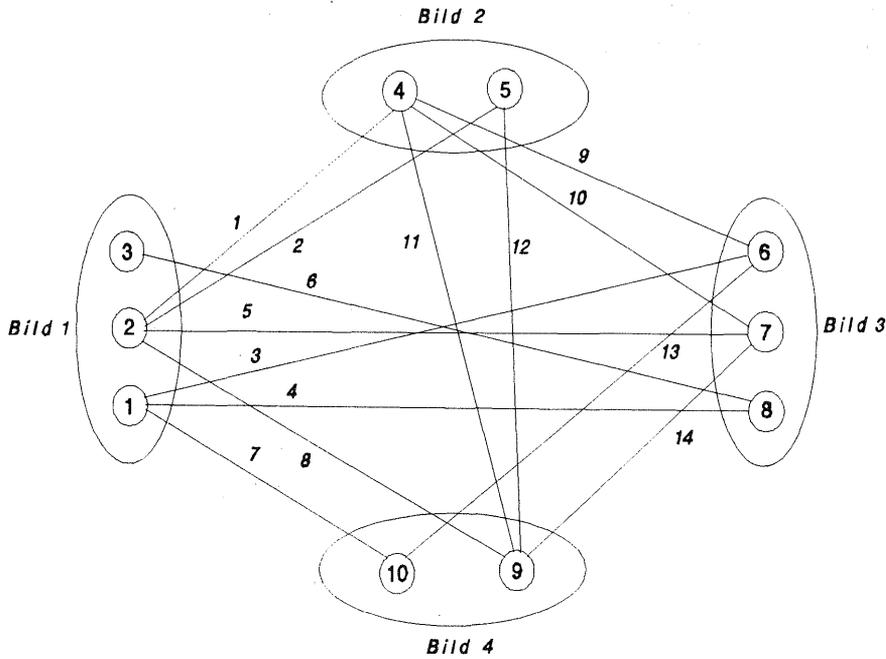


Abb. 5.10 : Beispiel mit einem 4-partiten Graphen

Die Inzidenzbeziehungen zwischen Knoten und Kanten sind aus Abb. 5.10 abzuleiten. Die Knotenmenge  $X$  und die Kantenmenge  $R$  lassen sich nach Bildern bzw. Bildpaaren in Teilmengen unterteilen :

$$\begin{array}{lll}
 X_1 = \{ 1, 2, 3 \} & R_{12} = \{ 1, 2 \} & R_{23} = \{ 9, 10 \} \\
 X_2 = \{ 4, 5 \} & R_{13} = \{ 3, 4, 5, 6 \} & R_{24} = \{ 11, 12 \} \\
 X_3 = \{ 6, 7, 8 \} & R_{14} = \{ 7, 8 \} & R_{34} = \{ 13, 14 \} \\
 X_4 = \{ 9, 10 \} & & 
 \end{array}$$

### 5.5.1 Konstruktion des Graphen $G'(X',R')$

Für den Graphen  $G'$  ist die Knotenmenge  $X'$  gegeben. Sie ist identisch mit der Kantenmenge  $R$  von  $G$ . Damit der Graph  $G'$  vollständig beschrieben werden kann, müssen auch die Adjazenzbeziehungen zwischen den Knoten definiert werden. Dafür ist für jede Kante eine Klassifizierung der übrigen Kanten notwendig. Für jedes Bildpaar  $ij$  lassen sich die übrigen Bildpaare in zwei Klassen unterteilen :

- Bildpaare, die entweder das Bild  $i$  oder das Bild  $j$  enthalten ( $R_{ik}, R_{jl}$ ).
- Bildpaare, die keines der Bilder  $i$  und  $j$  enthalten ( $R_{kl}$ ).

Entsprechend dieser Unterteilung lassen sich für jede Kante  $r \in R_{ij}$  von  $G$  bzw. für jeden Knoten von  $G'$  (z.B.  $r_1 \in R_{12}$  in Abb. 5.10) die übrigen Knoten in drei Klassen unterteilen :

- a. **Knoten, die auch zu  $R_{ij}$  gehören** : Da in jedem Bildpaar nur eine Zuordnung gewählt wird, darf kein anderer Knoten von  $R_{ij}$  mit  $r$  verbunden werden ( $r_1$  ist mit  $r_2$  in  $G'$  nicht adjazent). Damit sind die entsprechenden Elemente der Adjazenzmatrix (Dreieck-Submatrix auf der Hauptdiagonale) gleich null. Wegen dieser Bedingung ist der Graph  $G'$  ein *u-partiter* Graph.

- b. **Knoten, die zu den Bildpaaren  $R_{ik}$  ( $k=1, \dots, n$  und  $k \neq i$ ) bzw.  $R_{jl}$  ( $l=1, \dots, n$  und  $l \neq j$ ) gehören :** Damit ein Knoten dieser Klasse mit  $r$  zur gleichen Clique gehören kann, müssen die entsprechenden Kanten in  $G$  adjazent sein. In Abb. 5.10 z.B. wird  $r_1$  mit  $r_5$  von  $R_{13}$  aber nicht mit  $r_7$  von  $R_{14}$  verbunden.
- c. **Knoten, die zu den übrigen Bildpaaren  $R_{ki}$  ( $k \neq i, j$  und  $k \neq i, j$ ) gehören :** Solche Bildpaare treten bei 4 oder mehr überlappenden Bildern auf. Alle Knoten dieser Klasse werden als mögliche Partner von  $r$  angenommen und mit ihm durch eine Kante verbunden. Es wird ausschließlich durch die Adjazenzbeziehungen zwischen den Bildpaaren  $R_{ik}$ ,  $R_{jl}$  einerseits und  $R_{ij}$  bzw.  $R_{kl}$  andererseits (Knoten der Klasse **b**) bestimmt, ob ein Knoten dieser Klasse zu der gleichen Clique mit  $r$  gehört. Im Beispiel von Abb. 5.10 werden alle Knoten von  $R_{34}$  ( $r_{13}$ ,  $r_{14}$ ) mit  $r_{12} \in R_{12}$  verbunden. Somit sind alle entsprechenden Submatrizen der Adjazenzmatrix von  $G'$  mit Eins besetzt.

$$A' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

Abb. 5.11 : Adjazenzmatrix von  $G'$  des Graphen  $G$  in Abb. 5.10

Der Graph  $G'$  wird durch seine Adjazenzmatrix  $A'$  beschrieben. Durch  $A'$  läßt sich auch der komplementäre Graph  $\bar{G}'$  beschreiben, wenn die 0-Elemente (bis auf die Elemente der Hauptdiagonale) durch 1 und die 1-Elemente durch 0 ersetzt werden. Nach dieser Methode erhalten wir die Adjazenzmatrix  $A'$  von  $G'$  (Abb. 5.11) für den Graphen  $G$  der Abb. 5.10.

### 5.5.2 Formulierung des Optimierungsproblems

Man kann nun das Verfahren des Kap. 5.4.1 auf den Graphen  $G'$  anwenden und die u-Clique mit minimalen Knotenkosten finden. Bei diesem Verfahren wurden die Restriktionen des Optimierungsproblems auf der Inzidenzmatrix  $H$  formuliert. Im vorherigen Kapitel wurde dagegen die Adjazenzmatrix für die Beschreibung des Graphen  $G'$  benutzt, die folgende Vorteile gegenüber der Inzidenzmatrix bietet:

- Da die Anzahl der Zuordnungen gewöhnlich größer als die Anzahl der Punkte ist ( $n(n-1)/2$  Bildpaare gegenüber  $n$  Bildern), ist die Dimension der Inzidenzmatrix ( $qxm$ ) größer als die Dimension der entsprechenden Adjazenzmatrix ( $qxq$ ).
- Die Adjazenzmatrix kann gleichzeitig sowohl den Graphen  $G'$  als auch seinen komplementären Graphen  $\bar{G}'$  beschreiben (je nach Interpretation der 0 und 1 Elemente).

- Wegen Symmetrie kann die Adjazenzmatrix als Dreiecksmatrix gespeichert werden.
- Man kann direkt aus den Elementen der Adjazenzmatrix ermitteln, ob zwei Knoten adjazent sind und somit zur gleichen Clique gehören können. Das ist von großer Bedeutung für den erforderlichen Rechenaufwand des Baumsuchalgorithmus, der für die Lösung des Optimierungsproblems benutzt wird (Kap. 6).

Aus diesem Grund wird das Optimierungsproblem auf die Adjazenzmatrix umformuliert. Da aus jedem nicht null Element der Adjazenzmatrix, das eine Kante darstellt, eine Spalte der Inzidenzmatrix abgeleitet wird, können die Restriktionen der Gl. 5.15 auch auf der Adjazenzmatrix formuliert werden:

$$\text{Wenn } i < j \text{ und } a'_{ij} = 0 \Rightarrow x_i + x_j \leq 1 \quad (5.26)$$

Wenn man nun in Gl. 5.17 die Anzahl der Bilder  $n$  durch die Anzahl der Bildpaare  $u$  und die Anzahl der Bildpunkte  $q$  durch die Anzahl der Zuordnungen  $m$  ersetzt, bekommt man die neue Restriktion :

$$\sum_{j=1}^m x_j = u = \frac{n(n-1)}{2} \quad (5.27)$$

Wir fassen nun das neue Optimierungsproblem für das Auffinden von  $u$ -Cliquen in einem  $u$ -partiten Graphen  $G'$  zussamen :

$$\begin{aligned} \text{Zielfunktion} & : \sum_{j=1}^m c_j \cdot x_j \Rightarrow \min \\ \text{Restriktionen} & : \sum_{j=1}^m x_j = u \\ & x_i + x_j \leq 1 \quad \forall i, j \in \{1, \dots, m\} \wedge i < j \wedge a'_{i,j} = 0 \end{aligned} \quad (5.28)$$

Wegen der Konstruktionsart von  $G'$  definieren die ausgewählten  $u$ -Cliquen mit minimalen *Knotenkosten* in  $G$   $n$ -Cliquen mit den minimalen *Kantenkosten*. Wenn  $c = \{ 4, 3, 2, 4, 1, 2, 4, 1, 3, 5, 2, 3, 3, 1 \}$  der Kostenvektor ist, lautet das Optimierungsproblem für den Graphen der Abb. 5.10 :

$$\begin{aligned} \text{Zielfunktion} & : 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + x_5 + 2x_6 + 4x_7 + x_8 + 3x_9 + 5x_{10} + 2x_{11} + 3x_{12} + 3x_{13} + x_{14} \Rightarrow \min \\ & \text{mit } x_i \in \{ 0, 1 \} \text{ für } i=1, \dots, 14 \end{aligned}$$

Restriktionen :

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} & \leq 6 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10} + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} & \geq 6 \\ x_1 + x_2 & \leq 1 \\ x_1 + x_3 & \leq 1 \\ x_1 + x_4 & \leq 1 \\ x_1 + x_6 & \leq 1 \\ x_1 + x_7 & \leq 1 \\ x_1 + x_{12} & \leq 1 \\ x_2 + x_3 & \leq 1 \\ x_2 + x_4 & \leq 1 \\ x_2 + x_6 & \leq 1 \\ x_2 + x_7 & \leq 1 \end{aligned}$$

$x_2$		$+x_9$	$\leq 1$
$x_2$		$+x_{10}$	$\leq 1$
$x_2$		$+x_{11}$	$\leq 1$
$x_2$		$+x_{12}$	$\leq 1$
$x_3$	$+x_4$		$\leq 1$
$x_3$	$+x_5$		$\leq 1$
$x_3$	$+x_6$		$\leq 1$
$x_3$		$+x_8$	$\leq 1$
$x_3$		$+x_{10}$	$\leq 1$
$x_3$			$+x_{14} \leq 1$
$x_4$	$+x_5$		$\leq 1$
$x_4$	$+x_6$		$\leq 1$
$x_4$		$+x_8$	$\leq 1$
$x_4$		$+x_{10}$	$\leq 1$
$x_4$			$+x_{14} \leq 1$
$x_5$	$+x_6$		$\leq 1$
$x_5$	$+x_7$		$\leq 1$
$x_5$		$+x_9$	$\leq 1$
$x_5$			$+x_{13} \leq 1$
$x_6$	$+x_7$		$\leq 1$
$x_6$	$+x_8$		$\leq 1$
$x_6$		$+x_9$	$\leq 1$
$x_6$		$+x_{10}$	$\leq 1$
$x_6$			$+x_{13} \leq 1$
$x_6$			$+x_{14} \leq 1$
$x_7$	$+x_8$		$\leq 1$
$x_7$		$+x_{11}$	$\leq 1$
$x_7$		$+x_{12}$	$\leq 1$
$x_7$			$+x_{14} \leq 1$
$x_8$		$+x_{12}$	$\leq 1$
$x_8$		$+x_{13}$	$\leq 1$
$x_9$	$+x_{10}$		$\leq 1$
$x_9$		$+x_{12}$	$\leq 1$
$x_9$			$+x_{14} \leq 1$
$x_{10}$		$+x_{12}$	$\leq 1$
$x_{10}$		$+x_{13}$	$\leq 1$
$x_{11}$	$+x_{12}$		$\leq 1$
$x_{11}$		$+x_{13}$	$\leq 1$
$x_{12}$	$+x_{13}$		$\leq 1$
$x_{13}$	$+x_{14}$		$\leq 1$

Als optimale Lösung erhalten wir die Kanten 1, 5, 8, 10, 11 und 14 die in  $G$  eine 4-Clique bilden mit :

$$X^4 = \{2, 4, 7, 9\}$$

$$R^4 = \{1, 5, 8, 10, 11, 14\}$$

$$c_1 + c_5 + c_8 + c_{10} + c_{11} + c_{14} = 14 = \min$$

## 5.6 Iterative Anwendung zum Auffinden von n-Cliquen bis 2-Cliquen

Das Verfahren des Kap. 5.5.1 findet in einem n-partiten Graphen die maximale n-Clique mit den minimalen Kantenkosten. Durch die Anwendung des Verfahrens auf die mehrfache Punktzuordnung bei  $n$  überlappenden Bildern kann man  $n$  Bildpunkte (einen in jedem Bild) als Homologe identifizieren und mit der gleichen Gelände-Punktnummer für die Blockausgleichung versehen. Voraussetzung dafür ist, daß der Objektpunkt in allen Bildern abgebildet ist und daß alle Bildpunkte auf Grund der gesetzten Ähnlichkeitskriterien einander paarweise zugeordnet sind. In der photogrammetrischen Praxis sind aber häufig Punkte oder Teile des Objektraums nicht in allen  $n$  Bildern abgebildet (Abb. 4.1), in denen sie auf Grund der Bildüberdeckung auftreten müßten, sondern sind nur in manchen davon sichtbar. Außerdem kann es vorkommen, daß ein Bildpunkt nicht als markanter Punkt von dem Interestoperator erkannt wurde, oder daß die Zuordnung zwischen zwei markanten Bildpunkten während der robusten Ausgleichung als grob falsch eliminiert wurde. Wir brauchen deshalb ein Verfahren, das nicht nur n-Tupel von homologen Bildpunkten sondern auch Tupel niedrigerer Ordnung bis herunter zu einzelnen Paaren von homologen Bildpunkten findet. Da es bei  $n$  teilweise überlappenden Bildern  $\frac{n!}{k!(n-k)!}$  mögliche k-Tupel von überlappenden Bildausschnitten gibt, müßten wir das Verfahren, um nur alle homologen Bildpunkte zu finden, die in  $n-1$  Bildern auftreten ( [n-1]-Clique im [n-1]-partiten Graphen ),  $n$  mal wiederholen. Aus diesem Grund müssen wir das Verfahren so erweitern, daß nicht nur die maximalen n-Cliquen in einem n-partiten Graphen gefunden werden, sondern iterativ alle Cliques niedriger Ordnung bis herunter zu Punktepaaren bestimmt werden können, ohne daß neue Graphen konstruiert werden müssen.

Zu diesem Zweck reicht es nicht, in der Restriktion Gl. (5.27) die Anzahl der Kanten einer [n-1]-Clique zu setzen. Der Grund dafür sind die Annahmen, auf die die Konstruktion des Graphen  $G'$  gestützt wurde. Für das Auffinden der maximalen n-Clique müssen bei der Konstruktion von  $G'$  zwei Bedingungen erfüllt werden :

- Zwei Kanten von dem gleichen Bildpaar dürfen in  $G'$  nicht adjazent sein.
- Zwei Kanten von verschiedenen Bildpaaren sind in  $G'$  adjazent entweder, wenn die Bildpaare kein gemeinsames Bild haben, oder andernfalls nur, wenn sie in  $G$  auch adjazent sind.

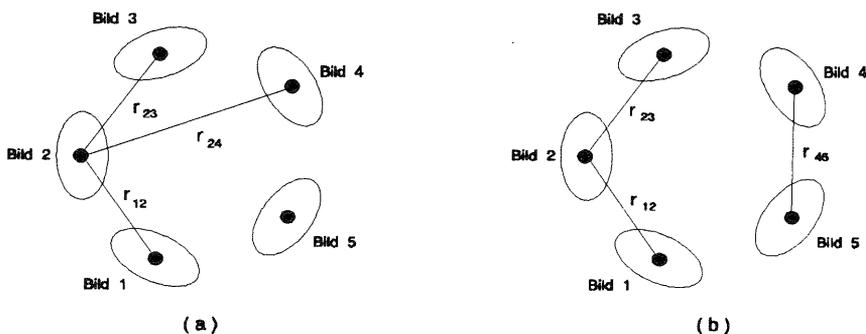


Abb. 5.12 : Beispiele von drei Kanten in einem 5-partiten Graphen

Da die Anzahl der Knoten der maximalen Clique in  $G'$  gleich der Anzahl der Bildpaare ist, gewährleistet die Restriktion Gl. (5.27) die Richtigkeit der Lösung. Wenn wir aber eine Clique niedriger Ordnung, z.B. eine k-Clique, in einem n-partiten Graphen finden wollen, entfällt die Identität zwischen der Anzahl der Kanten der k-Clique und der Anzahl der Bildpaare (Cliquenzahl von  $G'$ ). Die folgenden zwei Beispiele eines 5-partiten Graphen (Abb. 5.12) zeigen, daß strengere Bedingungen für die Konstruktion von  $G'$  gestellt werden müssen. In (Abb. 5.12a) gehören jeweils zwei Kanten bezüglich der dritte Kante zu der Klasse **b** und sind somit in  $G'$  paarweise adjazent. Sie werden von dem Algorithmus als eine 3-Clique erkannt. Im zweiten Beispiel (Abb. 5.12b) gehört die Kante  $r_{45}$  bezüglich der Kanten  $r_{12}$  und  $r_{23}$  zu der

Klasse c und ist somit mit ihnen in  $G'$  adjazent. Die Kanten  $r_{12}$  und  $r_{23}$  sind in  $G$  adjazent (Klasse b) und deswegen auch in  $G'$ . Die drei Kanten bilden nun in  $G'$  auch eine 3-Clique. Da alle Bedingungen sich auf die Kanten beziehen, kann in beiden Fällen nur nachträglich ermittelt werden, daß den drei Kanten in  $G$  nicht drei Punkte zugeordnet sind, d.h. eine 3-Clique bilden, sondern vier bzw. fünf.

Es müssen also die Bedingungen, die die Knoten der Klasse b und c bezüglich eines Knotens  $r_{ij} \in R_{ij}$  erfüllen müssen, um mit  $r_{ij}$  in  $G'$  adjazent sein, neu gestellt werden :

- b. **Knoten, die zu den Bildpaaren  $R_{ik}$  ( $k=1, \dots, n$  und  $k \neq i$ ) bzw.  $R_{jl}$  ( $l=1, \dots, n$  und  $l \neq j$ ) gehören:** Damit ein Knoten  $r_{ik} \in R_{ik}$  dieser Klasse mit  $r_{ij}$  zur gleichen Clique gehören kann, müssen die entsprechenden Kanten  $r_{ij}$ ,  $r_{ik}$  in  $G$  adjazent sein und muß im Bildpaar  $R_{jk}$  eine Kante existieren, die mit dessen beiden Kanten adjazent ist. In Abb. 5.13 ist der Knoten  $r_{ij}$  mit  $r_{ik}$  in  $G'$  adjazent, weil auch die Kante  $r_{jk}$  im Bildpaar  $R_{jk}$  mit beiden Kanten in  $G$  adjazent ist (im Beispiel von Abb. 5.10 wird  $r_7 \in R_{12}$  mit  $r_5 \in R_{13}$  verbunden, weil  $r_{10} \in R_{23}$  mit  $r_1$  und  $r_3$  adjazent ist)..

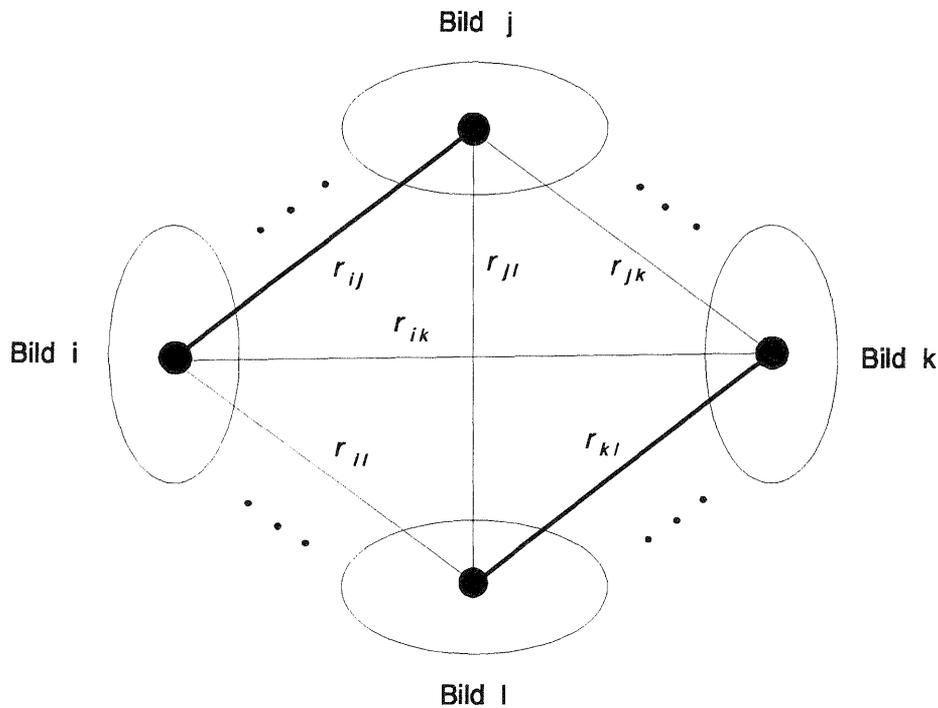


Abb. 5.13 : Kanten der Klasse (c) im  $G$

- c. **Knoten, die zu den übrigen Bildpaaren  $R_{kl}$  ( $k \neq i, j$  und  $l \neq i, j$ ) gehören :** Zwei Kanten von verschiedenen Bildpaaren  $R_{ij}$ ,  $R_{kl}$  in  $G$  (Abb. 5.13), die nicht miteinander adjazent sein können, können zu der gleichen  $n$ -Clique ( $n \geq 4$ ) nur dann gehören, wenn in allen Bildpaaren  $R_{ik}$ ,  $R_{il}$ ,  $R_{jk}$  und  $R_{jl}$  Kanten existieren, die mit den beiden Kanten adjazent sind. In Abb. 5.10 gehören  $r_1$  und  $r_{14}$  zu der gleichen 4-Clique, weil  $r_5 \in R_{13}$ ,  $r_8 \in R_{14}$ ,  $r_{10} \in R_{23}$ ,  $r_{11} \in R_{24}$  mit ihnen adjazent sind. Somit werden zwei Knoten von verschiedenen bildfremden Bildpaaren in  $G'$  verbunden, wenn sie diese Bedingung erfüllen.

Wir erhalten nun die neue Adjazenzmatrix von  $G'$ :

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 & & & & & & & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 & & & & & & & & & & & 0 & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & 0 & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & 0 \\
 & & & & & & & & & & & & & & 0
 \end{bmatrix}$$

Wegen der strengeren Bedingungen, die für die Konstruktion des Graphen  $G'$  gestellt wurden, besitzt die neue Adjazenzmatrix mehr 0-Elemente als die vorherige, was zusätzlichen Restriktionen in unserem Optimierungsproblem entspricht :

$$\begin{array}{rcl}
 x_1 & & +x_9 & \leq 1 \\
 x_1 & & & +x_{13} & \leq 1 \\
 x_2 & +x_5 & & & \leq 1 \\
 x_2 & & & +x_{13} & \leq 1 \\
 x_2 & & & & +x_{14} & \leq 1 \\
 x_3 & & +x_9 & & \leq 1 \\
 x_3 & & & +x_{11} & \leq 1 \\
 x_3 & & & & +x_{12} & \leq 1 \\
 x_4 & +x_7 & & & \leq 1 \\
 x_4 & & & +x_{11} & \leq 1 \\
 x_4 & & & & +x_{12} & \leq 1 \\
 x_5 & & & & +x_{12} & \leq 1 \\
 x_6 & & & +x_{11} & \leq 1 \\
 x_6 & & & & +x_{12} & \leq 1 \\
 x_7 & +x_9 & & & \leq 1 \\
 x_7 & & +x_{10} & & \leq 1 \\
 & +x_8 & +x_9 & & \leq 1 \\
 & & x_9 & +x_{11} & \leq 1 \\
 & & x_9 & & +x_{13} & \leq 1 \\
 & & & & x_{12} & +x_{14} & \leq 1
 \end{array}$$

Die iterative Anwendung des Verfahrens wird auf dem Graphen  $G$  der Abb. 5.10 demonstriert. Da der Graph  $G$  ein 4-partiter Graph ist, werden 3 Schritte benötigt, um alle Cliques zu finden (4-, 3- und 2-Cliques). Der ursprüngliche Graph wird noch einmal in Abb. 5.14 abgebildet. Die während des Ablaufs des Verfahrens als richtig gewählten oder als falsch eliminierten Kanten (Zuordnungen) werden in einer Tabelle markiert. Die richtigen Kanten werden durch die fortlaufende Nummer der Clique, die sie bilden, markiert (in den Abbildungen stark hervorgehoben) und die falschen durch einen Stern (\*) gekennzeichnet. Die leeren Stellen in der Tabelle bedeuten, daß die Kanten dem weiteren Prozeß zu Verfügung stehen.

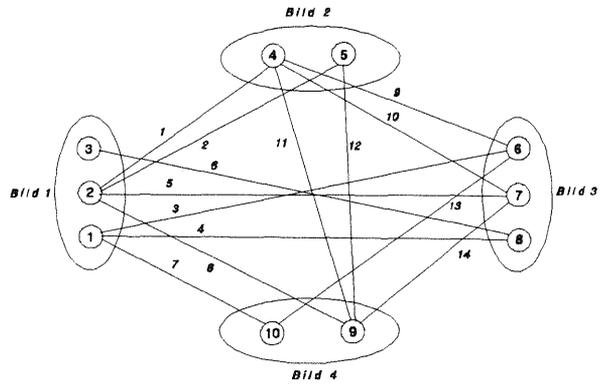


Abb. 5.14 : Graph  $G$  vor dem 1. Schritt

Kante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Status														

Schritt 1 : Suchen von 4-Cliquen

Im ersten Schritt wird in Gl. (5.27)  $u=6$  gesetzt. Als beste Lösung bekommen wir die Kanten 1, 5, 8, 10, 11, 14. Sie definieren die 4-Clique mit den Knoten 2, 4, 7, 9. Die Kanten 2, 9, 12, die mit Knoten der Clique inzident sind, werden als falsch markiert und von dem weiteren Suchen nach weiteren Cliques ausgeschlossen. Da es keine andere 4-Clique gibt, ist der 1.Schritt abgeschlossen.

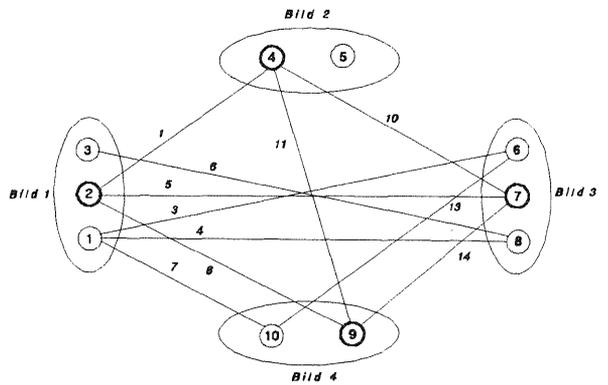


Abb. 5.15 : Graph  $G$  nach dem 1. Schritt

Kante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Status	1	*			1			1	*	1	1	*		1

Schritt 2 : Suchen von 3-Cliquen

Im zweitem Schritt wird  $u$  auf 3 reduziert. Als beste Lösung erhalten wir die Kanten 3, 7, 13, die die 3-Clique mit den Knoten 1, 6, 10 definieren. Diese Clique bekommt die Nummer 2. Die Kante 4, die mit dem Knoten 1 inzident ist, wird als falsch markiert.

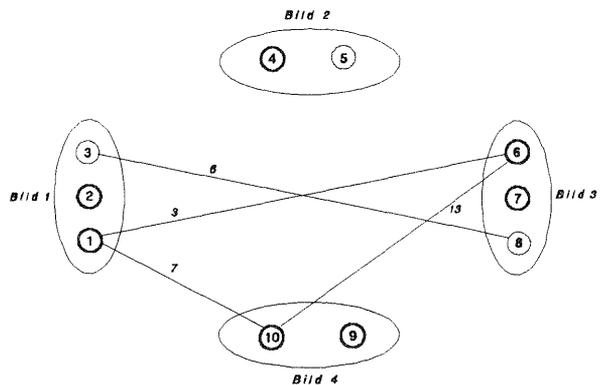


Abb. 5.16 : Graph  $G$  nach dem 2. Schritt

Kante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Status	1	*	2	*	1		2	1	*	1	1	*	2	1

Schritt 3 : Suchen von 2-Cliquen

Im letzten Schritt wird  $u$  auf 2 gesetzt. Die Kante 6, die als einzige nicht markiert ist definiert eine 2-Clique (Punktepaar) mit den Knoten 3 und 8. Nachdem alle Kanten markiert sind, ist die Aufgabe, alle möglichen Cliques in  $G$  zu finden, abgeschlossen.

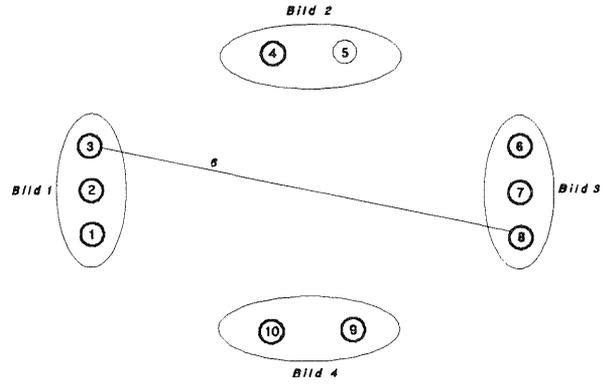


Abb. 5.17 : Graph  $G$  nach dem 3. Schritt

Kante	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Status	1	*	2	*	1	3	2	1	*	1	1	*	2	1

Von den ursprünglichen 14 Zuordnungen (Kanten) wurden 10 für die Zuordnung der homologen Punkte verwendet und die übrigen als falsch eliminiert. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt :

Tupel	Bildpunkte				Zuordnungen						$\Sigma c_i$
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$R_{12}$	$R_{13}$	$R_{14}$	$R_{23}$	$R_{24}$	$R_{34}$	
4	2	4	7	9	1	5	8	10	11	14	14
3	1	--	6	10	--	3	7	--	--	13	9
2	3	--	8	--	--	--	6	--	--	--	2

## 6 Baumsuchalgorithmus für das Zuordnungsproblem

### 6.1 Einführung

Im vorherigen Kapitel wurde das Problem der mehrfachen Merkmalszuordnung mit Hilfe der Graphentheorie als eine Optimierungsaufgabe im Sinne der binären Programmierung formuliert. Die Aufgabe kann nun mit jedem Algorithmus der binären Programmierung gelöst werden. Während für die Lösung von Optimierungsproblemen mit reellen Variablen die *Simplex Methode* dominiert, gibt es in der ganzzahligen bzw. binären Optimierung keine Methode, die allgemein als beste akzeptiert wird. Die Auswahl eines geeigneten Algorithmus ist von den spezifischen Merkmalen des Optimierungsproblems abhängig. Dabei muß man entscheiden, ob der Algorithmus nach endlich vielen Rechenschritten beendet sein soll und ob er die beste oder eine hinreichend gute Näherung der besten Lösung finden soll. Von dieser Entscheidung sowie von der Dimension des Optimierungsproblems (Anzahl der binären Variablen und Anzahl der Restriktionen) ist der benötigte Rechenaufwand abhängig. Der Algorithmus, der hier für die Lösung des Zuordnungsproblems verwendet wird, muß den gestellten Forderungen nach Genauigkeit und Schnelligkeit genügen. Im diesem Kapitel wird ein Algorithmus ausgewählt, der am besten diese Forderungen erfüllt, und an die spezifischen Merkmale des Problems angepaßt. Die Effizienz des Algorithmus wird durch rechnerische Simulation ermittelt. Auf Grund der ermittelten Rechenzeiten wird anschließend versucht, die Größe des Optimierungsproblems zu begrenzen, um die kombinatorische Explosion zu vermeiden. Das geschieht durch die Zerlegung des Graphen der Zuordnungen in seine zusammenhängenden Komponenten und die Formulierung des Optimierungsproblems auf jeder Komponente getrennt.

### 6.2 Verfahren der binären Programmierung

Die Variablen  $x_i$  in der binären Optimierung dürfen nur die Werte 0 oder 1 bekommen. Damit ist eine Lösung eine Kombination von 0 und 1 für die Variablen  $x_i$ , die die Zielfunktion optimieren, ohne eine Restriktion zu verletzen. Da nun die binären Optimierungsprobleme von kombinatorischer Natur sind, muß der entsprechende Algorithmus einerseits möglichst einfach und andererseits sehr effizient sein, damit man Probleme von großer Ordnung schnell lösen kann. Die Effizienz wird aber bei manchen Algorithmen durch Kompromisse erkauft. So liefern manche Algorithmen nicht die beste Lösung sondern nur eine gute Näherung der besten Lösung, was für viele Probleme ausreichend ist. Bei anderen Algorithmen, die iterativ die beste Lösung finden, ist die Konvergenz nicht garantiert, d.h. es ist nicht sicher, daß der Algorithmus nach endlich vielen Rechenschritten die beste Lösung findet. Alle diese Faktoren müssen bei der Auswahl des Algorithmus berücksichtigt werden, um für das spezifische Problem eine effiziente Lösung zu erreichen. Die Verfahren der binären Optimierung lassen sich grundsätzlich in zwei Gruppen unterteilen [NEUMANN 1975, MINOUX 1986]:

- Schnittebenenverfahren ( *Algorithmus von Gomory* )
- Kombinatorische Verfahren ( *Branch-and-Bound-Verfahren* )

Bei den Schnittebenenverfahren werden die binären Variablen indirekt durch die Lösung des entsprechenden allgemeinen Optimierungsproblems ( reelle Variablen ) bestimmt. Dabei wird mit der Simplex Methode die beste Lösung ermittelt, die allgemein aus reellen Werten für die Variablen besteht. Wenn alle Variablen nur die Werte 0 und 1 bekommen haben, ist die Aufgabe gelöst, andernfalls werden zusätzliche Restriktionen ( *Schnittebenen* ) in das Optimierungsproblem eingeführt, die diese beste Lösung unzulässig machen, ohne eine mögliche ganzzahlige oder binäre Lösung auszuschließen. Das Verfahren wird wiederholt, bis alle Variablen binäre Werte erhalten. Die Schnittebenenverfahren konvergieren theoretisch nach einer endlichen Anzahl von Schnittebenen. Es kann aber sein, daß der Wert der Ziel-

funktion eine Ebene erreicht und dort für eine extrem große Anzahl von Schnittebenen bleibt [GILLET 1976]. Dieser Aspekt in Verbindung mit der Tatsache, daß die entsprechenden Algorithmen Gleitkommaoperationen verwenden, bewirkt durch die zunehmenden Rundungsfehler, daß eine optimale Lösung, wenn sie erreicht wird, unzuverlässig sein kann. Wenn solche Probleme nicht auftreten, finden diese Verfahren bei Optimierungsproblemen großer Ordnung die optimale Lösung schneller als die kombinatorischen Verfahren.

Im Gegensatz zu den Schnittebenen-Verfahren führen die kombinatorischen Verfahren direkt zu der Bestimmung der binären Variablen. Dabei handelt es sich um *Suchverfahren in Bäumen*. Wenn in einem solchen Baum eine Kante für die Auswahl einer Variablen steht, dann stellen die Knoten die verschiedenen möglichen Lösungen dar und die Äste die Lösungswege. Die allgemeinen Merkmale eines Baumalgorithmus sind :

- Er ist leicht verständlich.
- Er ist leicht auf ein bestimmtes Problem anzupassen.
- Er läßt sich ohne großen Aufwand für einen Rechner programmieren.
- Die obere Schranke für die Zahl der im Algorithmus erforderlichen Rechenschritte ist von der Ordnung  $O(2^m)$ , wobei  $m$  die Anzahl der Variablen ist.

Die drei erstgenannten Merkmale sind ohne Zweifel von großem Vorteil. Das vierte Merkmal dagegen ist nachteilig, denn der Rechenaufwand steigt exponentiell mit der Anzahl der Variablen. Die einfache Methode, ein binäres Optimierungsproblem zu lösen, besteht darin, alle möglichen  $2^m$  Lösungen aufzuzählen und daraus diejenige auszuwählen, die die Restriktionen erfüllt und die Zielfunktion optimiert. Dafür können sogenannte '*uninformierte*' oder '*blinde*' Algorithmen, wie der '*depth first*' oder '*breadth first*' Algorithmus, die sequentiell alle Äste des Lösungsbaums durchlaufen, Verwendung finden. Da sich aber der Rechenaufwand bei jeder zusätzlichen Variablen verdoppelt, sind solche Verfahren nur auf Optimierungsprobleme mit wenigen Variablen anwendbar. Man versucht deshalb die Suche in dem Lösungsbaum zu beschleunigen, indem man eine optimale Lösung findet, ohne alle Äste des Baumes explizit zu untersuchen. Dafür benutzen die entsprechenden Algorithmen *heuristische* Informationen über das Problem, um den vielversprechendsten Lösungsweg zu wählen ('*informierte*' oder *heuristische* Algorithmen). Um zwischen zwei oder mehreren Lösungswegen wählen zu können, wird mit Hilfe einer heuristischen *Schätzfunktion* das "Versprechen" jedes Lösungswegs gemessen. Diese heuristische Schätzfunktion, die für jeden Knoten des Lösungsbaums berechnet wird, kann von diesem Knoten, von den vorherigen Knoten in dem selben Ast, oder von den nachfolgenden Knoten abhängig sein. Heuristische Suchverfahren ('*best first*', *A\**) finden breite Anwendung im Bereich der Künstlichen Intelligenz, wo es Optimierungsprobleme von sehr großer Ordnung zu lösen gibt. Die meisten der von diesen Algorithmen benutzten Heuristiken reduzieren zwar den Rechenaufwand enorm, geben aber gleichzeitig die Garantie auf, daß die ermittelte Lösung die beste ist.

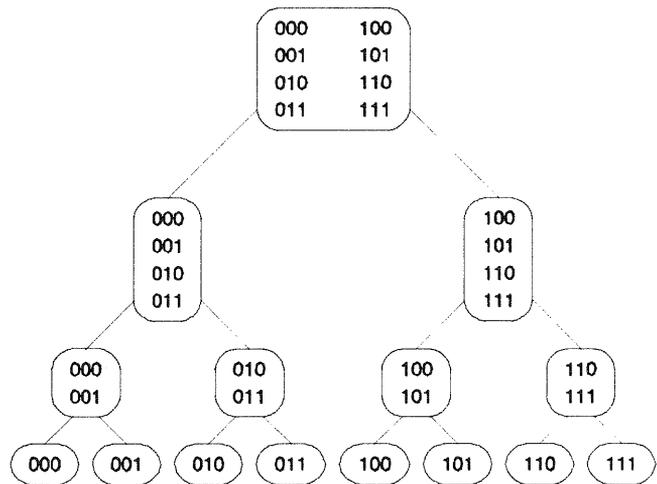


Abb. 6.1 : Lösungsbaum eines Problems mit 3 Variablen

Eine ähnliche Strategie benutzen die *Branch-and-Bound-Methoden*, die in der binären Programmierung Anwendung finden. Bei diesen Methoden versucht man auf Grund geeigneter Kriterien, von der großen Anzahl der möglichen Lösungen, die ein Lösungsbaum enthält, große Zweige abzuspalten, die als optimale Lösung nicht in Frage kommen können. Dafür wird die Menge aller möglichen Lösungen sukzessiv in immer kleinere und nicht überlappende Teilmengen unterteilt (*Branching*) und eine untere oder obere Schranke für die Kosten einer Lösung innerhalb

einer Teilmenge berechnet (*Bounding*). Das Prinzip des Branching ist durch die Baumstruktur der Abb. 6.1 für ein Problem mit drei Variablen dargestellt [THESEN 1978]. Die Wurzel des Baumes umfaßt die Menge aller möglichen Lösungen und die Knoten geben die verschiedenen Klassen von möglichen Lösungen an. Die Endknoten stellen die einzelnen Lösungen dar. Die Unterteilung entsteht durch die Auswahl einer Variablen und die Generierung einer

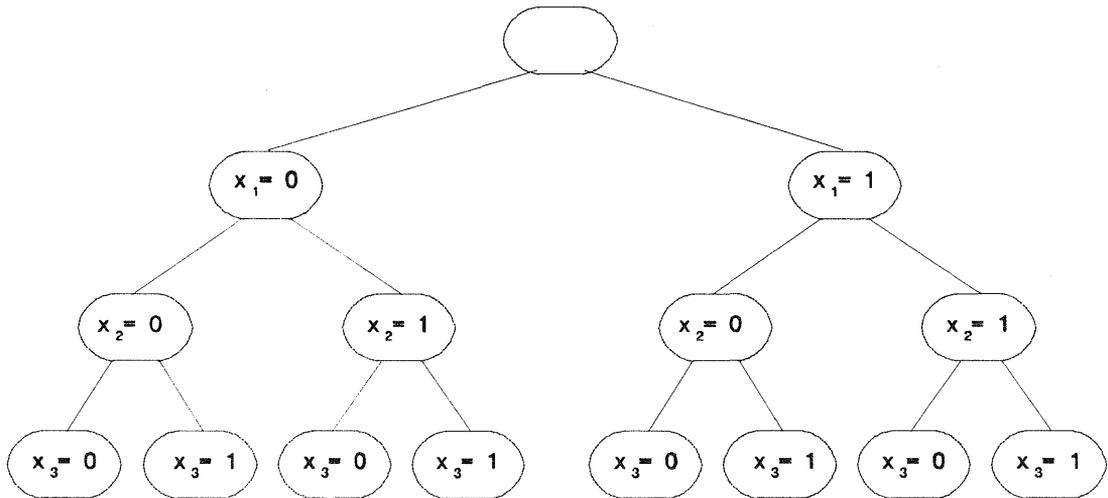


Abb. 6.2 : Festlegung der Werte der Variablen

Teilmenge von möglichen Lösungen für jeden der beiden Werte (0,1), die die Variable annehmen kann. Das hat zur Folge, daß der Lösungsbaum binär ist, d.h. von jedem Knoten gehen nur zwei Äste aus. Die Baumstruktur der Abb. 6.2 spezifiziert, wo und wie in den verschiedenen Phasen die Werte der Variablen festgelegt wurden. Offensichtlich bekommt man einen anderen Lösungsbaum, wenn sich die Reihenfolge bei der Auswahl der Variablen ändert. Die meisten Branch-and-Bound-Algorithmen arbeiten ebenenweise. Das bedeutet, daß auf jeder Teilebene, die durch die zwei möglichen Werte der gewählten Variablen definiert ist, eine Schranke für die Kosten der besten Lösung berechnet wird. Diese Schranke gilt für jeden Knoten, der aus dieser Teilebene entsteht. Die Teilmengen, deren Kosten die Kosten einer schon bekannten möglichen Lösung überschreiten, werden von der weiteren Unterteilung ausgeschlossen. Die Lösungen nun, die in diesen Teilmengen enthalten sind, hat man implizit untersucht. Danach hängt die Effizienz eines Branch und Bound Algorithmus von der Art der *Bounding*-Funktion ab, die die Schranke berechnet (sie entspricht der heuristischen Schätzfunktion bei den Suchverfahren der Künstlichen Intelligenz), sowie von den Kriterien, die die Reihenfolge bei der Auswahl der Variablen bestimmen. Dafür werden wie bei den Verfahren der Künstlichen Intelligenz Heuristiken verwendet. Dabei muß der für die Berechnung der Bounding-Funktion und für die Auswahl des optimalen Lösungsweges benötigte Aufwand deutlich niedriger liegen als für eine explizite Lösung. Die Branch-und-Bound-Verfahren sind eher eine Lösungsstrategie als konkrete Algorithmen und können leicht auf spezifische Probleme angepaßt werden. Es gibt so viele Branch-and-Bound-Algorithmen, wie es Kriterien gibt, die für das branching und bounding verwendet werden können.

### 6.3 Der additive Algorithmus von Balas

Als Basis für die Lösung des oben formulierten binären Optimierungsproblems wird hier der *additive Algorithmus* von Balas [BALAS 1965, NEUMANN 1975] verwendet. Der additive Algorithmus ist ein spezieller Branch und Bound-Algorithmus zur Lösung binärer linearer Optimierungsprobleme mit *positiven Kosten*  $c_j$ . Das letzte bedeutet praktisch, daß durch die Auswahl einer zusätzlichen Variable in einer Lösung der Wert der Zielfunktion

größer wird oder gleich bleibt. Der Ansatz ist eine *implizite Enumeration*, da man systematisch alle möglichen Lösungen aufzählt. Im Gegensatz zu den meisten Branch and Bound Verfahren arbeitet der additive Algorithmus *astweise*, d.h. der Lösungsbaum wird jeweils entlang nur eines Astes von einem gegebenen Knoten bis zu einem Endknoten untersucht. Es wird also zunächst nur die Teilmenge der möglichen Lösungen betrachtet, die Nachfolger des gegebenen Knotens sind. Der Graph aller möglichen Lösungen hat eine andere Struktur, wie in Abb. 6.3 dargestellt ist. Von jedem Knoten können  $m-k$  verschiedene Äste ausgehen, wobei  $m$  die Anzahl der binären Variablen und  $k$  die Anzahl der bis zu diesem Knoten ausgewählten Variablen ist. In diesem Graphen wird durch den additiven Algorithmus der Lösungsbaum aufgespannt. Eine Kante bedeutet nun die Auswahl einer Variablen, wenn man sich in Richtung auf die Endknoten (Blätter) bewegt, und das Verwerfen dieser Variablen, wenn man sich in Richtung auf die Wurzel bewegt (Abb. 6.4). Der Lösungsgraph hat  $m+1$  Ebenen  $(0, \dots, m)$ . Die  $k$ -te Ebene enthält die Teilmenge aller Lösungen, in der

$k$  Variable den Wert 1 haben und  $m-k$  Variable den Wert 0 haben. Damit hat die  $k$ -te Ebene  $\binom{m}{k}$  verschiedene

Lösungen. Um Redundanz zu vermeiden und den Algorithmus nach endlich vielen Schritten zu beenden, muß die Information darüber gespeichert werden, welche Teilmengen bereits untersucht worden und welche noch zu untersuchen sind. Damit wird jeder Knoten im Graphen der Abb. 6.3 nur einmal erreicht.

Eine Lösung ist zulässig, wenn die ausgewählten Variablen allen Restriktionen genügen. Eine zulässige Lösung dominiert eine andere zulässige, wenn sie einen kleineren Wert der Zielfunktion hat. Untersucht man alle Lösungen systematisch auf ihre Zulässigkeit, können einige der Lösungen, die bisher nicht geprüft worden sind, von den bis jetzt besten zulässigen Lösungen dominiert werden. In diesem Fall ist es nicht mehr notwendig, sie explizit zu überprüfen. Nach endlich vielen Schritten sind alle Äste direkt oder implizit untersucht. Das Ergebnis ist entweder die optimale Lösung oder die Feststellung, daß keine zulässige Lösung existiert. Die Effizienz des Algorithmus ist von der Lösung der folgenden Aufgaben abhängig :

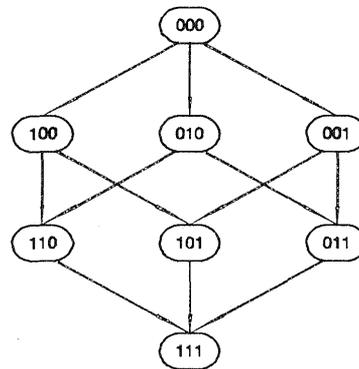


Abb. 6.3 : Lösungsgraph für 3 Variablen

- Auswahl der nächsten Variablen
- Entscheidung ob ein Knoten Endknoten ist oder nicht
- Realisierung des Rückwärtsschritts

Ein Knoten wird als Endknoten bezeichnet, wenn seine Nachfolger nicht untersucht werden müssen. Dafür wird nach der Auswahl einer neuen Variablen ( $x_j=1$ ) in einer Lösung aufgrund strenger Kriterien überprüft, ob einer der folgenden drei Fälle vorliegt:

- a. Die bis jetzt ausgewählten Variablen stellen eine zulässige Lösung dar.
- b. Unter den Zweigen, die von der zuletzt ausgewählten Variablen ( Knoten ) ausgehen, gibt es keine zulässige Lösung.
- c. Unter denselben Zweigen gibt es keine zulässigen Lösungen, die besser als die beste bisher ermittelte zulässige Lösung sind.

Liegt Fall (a) vor, so braucht die Gültigkeit von (b) und (c) nicht mehr geprüft werden. Ebenso erübrigt sich die Untersuchung von (c), wenn Fall (b) gegeben ist. Trifft einer der Fälle (a), (b) oder (c) zu, so sind alle Äste des Lösungsbaums, die von diesem Knoten ausgehen, *implizit untersucht*. In diesem Fall setzt der Algorithmus die zuletzt

ausgewählte Variable auf 0 und kehrt damit zu dem Vorgänger Knoten zurück, um von dort aus einen neuen Ast zu untersuchen. Die Auswahl einer neuen Variablen erfolgt auch aufgrund scharfer Verwerfungsregeln, um den vielversprechendsten Lösungsweg zu finden. Damit findet der Algorithmus schnell eine gute Lösung. Je schneller eine gute Lösung erreicht wird, um so niedriger ist die obere Schranke für die Kosten aller übrigen nicht untersuchten Lösungen und umso größere Äste werden damit implizit untersucht.

Ohne auf die mathematische Darstellung der benutzten Kriterien einzugehen, wird hier die Effizienz des Algorithmus an einem kleinen Beispiel demonstriert. Das folgende binäre Optimierungsproblem enthält 3 Variablen, die 2 Restriktionen erfüllen müssen :

$$\begin{aligned}
 &x_1 + 4x_2 + 3x_3 \Rightarrow \min \\
 &3x_1 - 2x_2 + x_3 \leq 2 \\
 &-2x_1 + x_2 - x_3 \leq -1 \\
 &x_1, x_2, x_3 \in \{0,1\}
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

Der Lösungsbaum ist in der Abb. 6.4 dargestellt. Als Basislösung dient der binäre Vektor  $x^0 = [000]$  und als obere Schranke für die Zielfunktion  $s^0 = \infty$ . Offensichtlich erhält die Zielfunktion durch diese Lösung den Wert 0 ( $\Phi(x^0) = 0$ ). Da keiner der oben erwähnten Fälle vorliegt, fährt der Algorithmus mit der Auswahl der vielversprechendsten Variablen  $x_3$  fort. Damit bekommen wir die Lösung  $x^1 = [001]$ . Diese Lösung genügt beiden Restriktionen und ist somit eine zulässige Lösung ( Fall (a) ). Der Wert der Zielfunktion  $\Phi(x^1)$  wird jetzt als neue obere Schranke benutzt ( $s^1 = 3$  ). Der Algorithmus untersucht die Äste nicht weiter, die von dieser Lösung ausgehen, weil durch die Auswahl einer zusätzlichen Variablen der Wert der Zielfunktion verschlechtert würde und mindestens eine Restriktion nicht erfüllt würde. In der Lösung  $x^1$  wird deshalb die Variable  $x_3$  wieder auf 0 gesetzt, um damit zu dem Vorgänger Knoten  $x^0$  zu gelangen. Als nächste wird die Variable  $x_1$  gewählt, die die neue Lösung  $x^2 = [100]$  liefert. Da es unter dem Nachfolger von  $x^2$  keine zulässige Lösung gibt, die besser als die beste bisher ermittelte zulässige Lösung  $x^1$  ist (z.B. die zulässige Lösung  $[110]$  ergibt für die Zielfunktion den Wert  $5 > s^1$  ), liegt der Fall (c) vor, und damit sind die Nachfolger von  $x^2$  implizit untersucht worden. Mit  $x_1 = 0$  kehrt der Algorithmus zu der Lösung  $x^0$  zurück. Unter den Nachfolgern von  $x^0$ , die *nicht* untersucht wurden, gibt es keine zulässige Lösung ( Fall (b) ). Damit hat der Algorithmus mit nur 2 Vorwärts- und 2 Rückwärtsschritten die optimale Lösung erreicht und bewiesen daß es keine andere bessere gibt. Bei einer expliziten Enumeration würden 7 Vorwärts- und 7 Rückwärtsschritte benötigt . Wegen der benutzten strengen Kriterien erreicht der Algorithmus zwar schnell die beste Lösung (im Beispiel im 1. Schritt ), benötigt aber die mehrfache Zeit um zu beweisen, daß keine andere bessere Lösung existiert.

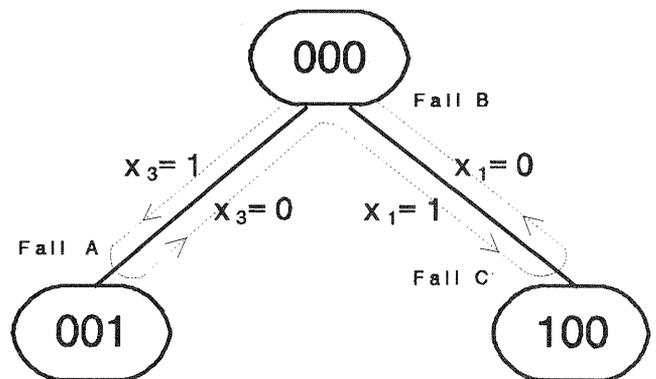


Abb. 6.4 : Lösungsbaum des Beispiels Gl. 6.1

Man muß noch zwei weitere Vorteile des Algorithmus erwähnen. Der erste ist, daß in den für das Verfahren grundlegenden mathematischen Formeln nur Additionen bzw. Subtraktionen vorkommen (additiver Algorithmus), die vom Rechner viel schneller als Multiplikationen und Divisionen berechnet werden. Der zweite Vorteil ist, daß der Speicherplatzbedarf von der Anzahl der erforderlichen Iterationsschritte unabhängig ist, im Gegensatz zu vielen anderen Branch-and-Bound-Methoden. Ein entscheidender Faktor für den benötigten Rechenaufwand ist auch die Anzahl der Restriktionen. Mit zunehmender Anzahl von Restriktionen verringert sich einerseits die Anzahl der zulässigen Lösungen und damit die Anzahl der explizit zu untersuchenden Äste im Lösungsbaum, andererseits aber muß die Zulässigkeit einer

Lösung auf mehr Restriktionen überprüft werden, was wieder zusätzlichen Rechenaufwand bedeutet. Das gleiche gilt für die Kriterien, die für die Auswahl der nächsten Variablen in einer Lösung angewendet werden. Diese Kriterien untersuchen die Restriktionen, um die vielversprechendste Variable als nächste zu wählen. Eine Schätzung für den Rechenaufwand bezüglich der Anzahl der Variablen und der Restriktionen ist nicht möglich. Es bleibt nur die Angabe der oberen Grenze für die erforderlichen Rechenschritte, die aber, wie das Beispiel gezeigt hat, von den wirklich benötigten Rechenschritten stark abweicht. In der Literatur findet man Angaben über die Rechenzeit von numerischen Versuchen, die aber wegen der Entwicklung in der Computertechnologie überholt sind.

### 6.4 Anpassung des Algorithmus an das spezifische Optimierungsproblem

Schon die ersten Versuchsberechnungen zeigten, daß eine direkte Anwendung des Algorithmus für die Lösung unseres Problems der gestellten Forderung auf Schnelligkeit nicht genügen würde. Der Algorithmus hat für das Auffinden aller Cliques in einem 4-partiten Graphen mit 12 Knoten und 24 Kanten *10 Minuten* (max.  $1.7 \cdot 10^7$  Schritte) auf einem PC-AT mit 10 MHz gebraucht. Diese Rechenzeit ist auf *8 Stunden* gestiegen für den Fall eines 5-partiten Graphen mit 15 Knoten und 40 Kanten (max.  $1.1 \cdot 10^{12}$  Schritte). Deshalb wurde der Algorithmus den spezifischen Merkmalen des in Kap. 5.4 formulierten Optimierungsproblems angepaßt. Das einzige Merkmal unseres Optimierungsproblems, das der Algorithmus unmittelbar berücksichtigt, sind die positiven Kosten der Variablen. Das ist zwar sehr wichtig, weil alle Heuristiken, die der Algorithmus benutzt, sich auf dieses spezielle Merkmal stützen, es ist aber, wie die Ergebnisse zeigen, unzulänglich. Die übrigen heuristischen Informationen über das Optimierungsproblem muß der Algorithmus durch rechenaufwendige Untersuchung der Restriktionen gewinnen. Die Informationen über die spezielle Struktur des Optimierungsproblems, daß es sich nämlich um das Auffinden der besten n-Clique in einem n-partiten Graphen handelt, sind in der großen Anzahl der Restriktionen verteilt. Es wird nun versucht, mindestens einen Teil dieser Informationen algorithmisch darzustellen und in den additiven Algorithmus zu integrieren.

	n=4 u=6 m=24	n=5 u=10 m=40
$m_0^u$	$t_1=4 \cdot 10^3$	$t_2=10^6$
$m!/(m-u)! \cdot u!$	$33 \cdot t_1$	$808 \cdot t_2$
$2^m$	$4 \cdot 10^3 \cdot t_1$	$10^6 \cdot t_2$

Abb. 6.5 : Maximal erforderliche Rechenschritte

Die oben erwähnte obere Schranke für die erforderlichen Rechenschritte  $O(2^m)$  wird durch die Anzahl der Variationen (mit Wiederholung) von  $m$  binären Variablen bestimmt und gibt die Anzahl der Zweige im Lösungsbaum an, die explizit oder implizit untersucht werden müssen. Wenn man die in Gl. (5.25) formulierten Restriktionen näher betrachtet, stellt man fest, daß nur  $u$ -Tupel der Variablen eine zulässige Lösung darstellen. Das verringert die Zahl der erforderlichen

Rechenschritte auf  $\frac{m!}{(m-u)! \cdot u!}$  (Anzahl der Kombinationen von  $m$  Variablen zur  $u$ -ten Klasse). Wenn man

zusätzlich berücksichtigt, daß von jedem Bildpaar nur eine Kante ausgewählt werden soll, dann werden die

Rechenschritte noch einmal auf  $\prod_{i=1}^u m_i$  reduziert, wobei  $m_i$  die Anzahl der Zuordnungen im Bildpaar  $i$  ist. Wenn man

nun annimmt, daß die durchschnittliche Anzahl von Zuordnungen pro Bildpaar  $m_0$  ist, kann man die maximal

erforderlichen Rechenschritte berechnen. In der Tabelle der Abb. 6.5 sind die maximal erforderlichen Rechenschritte für die oben eingeführten Beispiele (4 bzw. 5 Bilder mit jeweils 4 Zuordnungen pro Bildpaar) zusammengestellt. Der Vergleich zeigt, daß die Integration der Information über die Restriktionen in den additiven Algorithmus zu einer enormen Reduzierung des Rechenaufwandes führt. Das Gewinn wird außerdem mit zunehmender Anzahl der Variablen größer.

Die Reduzierung der erforderlichen Rechenschritte beruht auf der speziellen Struktur der Restriktionsmatrix. Mit Ausnahme der 2 Restriktionen der Gl. (5.27) sind in jeder Restriktion der Gl. (5.26) nur zwei Koeffizienten gleich 1 und die übrigen gleich 0. Jede dieser Restriktionen verhindert, daß die entsprechenden Variablen in einer Lösung auftreten, weil sie Kanten zugeordnet sind, die miteinander nicht adjazent sind. Es sind diejenigen Kanten, deren entsprechende Elemente in der Adjazenzmatrix  $A'$  gleich 0 sind. Man kann nun nach Auswahl einer Kante  $r_i$  alle Kanten  $r_j$  markieren, die nicht mit  $r_i$  zur gleichen Clique gehören können ( $a'_{ij}=0$ ), und sie von der nächsten Auswahl direkt ausschließen. Damit hat der Algorithmus nur zwischen Kanten zu wählen, die mit allen schon gewählten Kanten adjazent sind. Während des Rückwärtsschritts, in dem die zuletzt ausgewählte Variable wieder auf 0 gesetzt wird, werden alle Kanten, die wegen der Adjazenzbeziehungen mit der letzten Variablen markiert wurden, zur Auswahl freigegeben. Es bleiben somit nur die Restriktionen der Gl. (5.27). Sie bestimmen, daß eine zulässige Lösung  $u$  Kanten enthalten muß (maximale Clique im  $u$ -partiten Graphen). Es kommen nur Lösungen in Frage, die in der  $u$ -ten Ebene des Lösungsgraphen liegen ( $u$  Variable gleich 1 und  $m-u$  Variable gleich 0). Diese beiden Restriktionen können durch einen Zähler und eine Abfrage ersetzt werden. Damit wird das Suchen im Lösungsbaum bis auf die  $u$ -te Ebene beschränkt. Die Zulässigkeit einer Lösung wird direkt von der Markierungsmethode und der Bedingung für den Zähler garantiert. Da aber der additive Algorithmus die Restriktionen zusätzlich für die Heuristiken verwendet, um auf die Restriktionen ganz verzichten zu können, müssen sie auch auf der Adjazenzmatrix formuliert werden. Das Entfallen der Restriktionen bringt folgende Vorteile mit sich :

- Die Anzahl der möglichen Lösungen (Kombinationen der Variablen) verringert sich, weil in jedem Schritt nur Kanten (Variablen) in Frage kommen, die mit allen schon ausgewählten adjazent sind.
- Die Rechenzeit für die Überprüfung der Lösungen auf Zulässigkeit durch direktes Einsetzen in die Restriktionen entfällt.
- Es wird kein Speicherplatz mehr für die Restriktionsmatrix benötigt.

Nach dieser Anpassung des Algorithmus liegt die Anzahl der erforderlichen Rechenschritte weit unterhalb der zuletzt angegebenen oberen Schranke und ist bei gegebener Anzahl der Zuordnungen von den Adjazenzbeziehungen zwischen den Kanten abhängig.

Um die Effektivität des modifizierten Algorithmus zu überprüfen, wurde das Verfahren auf simulierte Daten angewendet. Variable Größen waren die Anzahl der überlappenden Bilder und die Anzahl der in allen Bildern abgebildeten Objektpunkte (Anzahl der Bildpunkte pro Bild). Im Referenzbild generierte ein Zufallsgenerator die markanten Punkte, die anschließend mit einer vorgegebenen Transformationsmatrix auf die übrigen Bilder affin transformiert wurden. Anschließend wurde jeder Punkt sowohl seinem homologen Punkt als auch im Durchschnitt zwei anderen, zufällig ausgewählten Punkten in jedem Bild zugeordnet. Die Gewichte der richtigen Zuordnungen wurden um einen bestimmten Faktor größer als die der falschen Zuordnungen gewählt, bei denen der Abstand der Punkte von den homologen Punkten im gleichen Bild berücksichtigt wurde. Die simulierten Daten standen in Form einer Liste von markanten Punkten und einer Liste von vorläufigen Zuordnungen bereit. Die untersuchte Rechenzeit umfaßt die Zeit für die robuste Ausgleichung, die Aufstellung der Graphen und den Baumsuchalgorithmus. Die Ergebnisse der Simulation, die auf einem VAX/3500 Rechner durchgeführt wurden, sind in Abb. 6.6 dargestellt. Die Angaben beziehen sich auf die mittlere Zeit für das Zuordnen der homologen Bildpunkte eines Objektpunktes. Wie man sieht, steigt die Rechenzeit mit der Verknüpfung vieler Punkte bei vielfacher Bildüberdeckung stark an. Bei 6 überlappenden Bildern und 50 Verknüpfungspunkten benötigte das Programm fast 3 min pro Verknüpfungspunkt (15 paarweise Zuordnungen). Dieses Ergebnis ist zwar nicht zufriedenstellend, aber man muß berücksichtigen, daß es sich in diesem Fall um ein

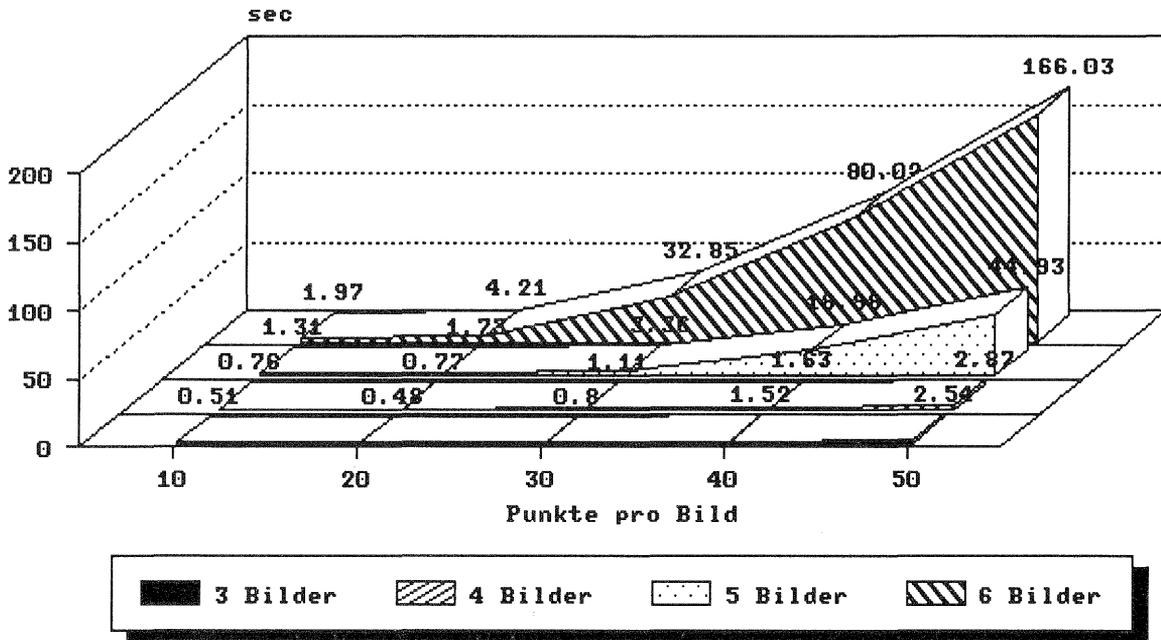


Abb. 6.6 : Rechenzeit pro Objektpunkt für die Zuordnung homologer Bildpunkte auf VAX 3500.

Optimierungsproblem mit 1500 Variablen und fast 1 Million Restriktionen handelt. Konventionelle kombinatorische Verfahren der binären Programmierung, die die Optimalität der ermittelten Lösung garantieren, werden in der Praxis nur auf Optimierungsprobleme mit maximal 100 Variablen angewendet.

### 6.5 Zerlegung des Graphen in seine zusammenhängenden Komponenten

Die Ergebnisse der Simulation zeigen, daß der Algorithmus trotz der Anpassung ab einer bestimmten Anzahl von überlappenden Bildern und Verknüpfungspunkten sehr empfindlich mit großen Rechenzeiten reagiert. Für den bezüglich Überlappung und Anzahl der Punkte uneingeschränkten Einsatz des Verfahrens für die Punktübertragung muß der Rechenaufwand noch weiter drastisch reduziert werden. Der Versuch, den Algorithmus noch weiter zu verbessern, würde sicherlich zu geringeren absoluten Rechenzeiten führen, könnte aber wenig gegen die kombinatorische Explosion tun, die von der Anzahl der Bilder bzw. Bildpaare hervorgerufen wird. Eine deutliche Reduzierung des Rechenaufwands kann man aber erreichen, wenn man entweder auf die beste Lösung verzichtet oder wenn die Größe des Optimierungsproblems unabhängig von der Überlappung und der Anzahl der Verknüpfungspunkte gehalten werden kann. Wenn das Verfahren eine gute Lösung findet, ohne zu beweisen, daß sie die optimale ist, dann sind Zuordnungsfehler nicht auszuschließen. Sie können entweder als grobe Fehler die spätere Blockausgleichung mit zusätzlichem Rechenaufwand belasten oder als kleine Fehler die Genauigkeit der Aerotriangulation beeinträchtigen. Außerdem wird der Rechenaufwand immer noch stark von der Größe des Optimierungsproblems abhängig sein. Die zweite Strategie kann realisiert werden, indem man das gesamte Problem der mehrfachen Merkmalszuordnung in kleinere Teilprobleme unterteilt (mehrere kleine Bildausschnitte an Stelle eines größeren). Eine Unterteilung der Bildausschnitte in kleinere ist vor der robusten Ausgleichung nicht besonders vorteilhaft, weil die Näherungswerte für die Überlappingsbeziehungen umso besser sein müssen, je kleiner die Bildausschnitte sind. Außerdem würde die robuste Ausgleichung durch die geringere Redundanz ungenauer. Es wird deshalb die Unterteilung in Teilaufgaben erst nach der robusten Ausgleichung vorgenommen, die keinen besonderen Engpaß in der Rechenzeit darstellt.

Eine geometrische Unterteilung der Bildausschnitte würde zu Problemen in den Randbereichen der neuen Ausschnitte führen. Es könnten z.B. zwei homologe Bildpunkte nach der Unterteilung in nicht homologen Bildausschnitten liegen.

Deshalb müssen die topologischen Beziehungen zwischen den Bildpunkten, die der Graph der Zuordnungen beschreibt, berücksichtigt werden. Nach der robusten Ausgleichung (Kap. 4) sind die grob falschen Zuordnungen eliminiert worden. Die verbleibenden Zuordnungen ordnen Bildpunkte einander zu, die annähernd das geometrische Modell der Affintransformation erfüllen. Das bedeutet, daß ein Bildpunkt nur Punkten in anderen Bildern zugeordnet ist, die alle in kleinen homologen Bildausschnitten liegen, sonst wäre die entsprechende Zuordnung wegen der Größe der Verbesserungen als grob falsch erkannt und eliminiert worden. Die Folge ist, daß der Graph  $G$  der Zuordnungen *nicht zusammenhängend* ist. Man kann nun den Graph  $G$  in seine *zusammenhängenden Komponenten* (s. Kap. 5.2) zerlegen (Abb. 6.7). Da eine Clique nur zu einer Komponente gehören kann, kann das Optimierungs-

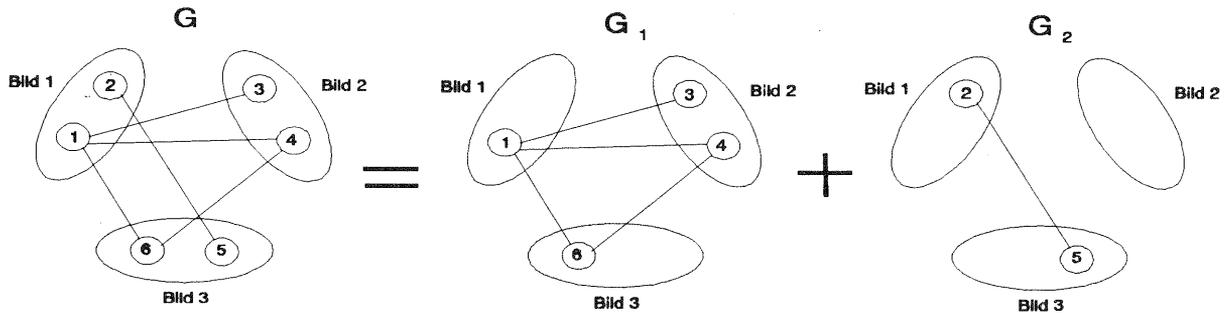


Abb. 6.7 : Zerlegung eines Graphen  $G$  in seine zusammenhängenden Komponenten

problem ohne Einschränkung getrennt auf jedem Teilgraphen formuliert werden. Damit haben wir erreicht, die Dimension des Optimierungsproblems in Grenzen zu halten, ohne die Allgemeinheit des Verfahrens einzuschränken. Die Anzahl der zusammenhängenden Komponenten, aus denen der Graph besteht, kann man durch die robuste Ausgleichung beeinflussen (Anzahl der Iterationen, Gewichtsfunktion bzw. obere Schranke für die verbleibenden Verbesserungen). Nach empirischen Untersuchungen besteht jeder Teilgraph durchschnittlich aus zwei bis drei Punkten pro Bildausschnitt und aus drei bis vier Zuordnungen pro Bildpaar. Falls es Komponenten gibt, die wesentlich mehr Knoten und Kanten besitzen, kann man in diesen Komponenten sogenannte *Brücken* suchen und sie eliminieren. Brücken sind diejenigen Kanten in einem zusammenhängenden Graphen, durch die nach ihrer Eliminierung der Graph in zwei zusammenhängende Komponenten zerlegt wird. Der Baumsuchalgorithmus kann nun sequentiell (oder parallel auf einem Parallelrechner) auf jeden Teilgraphen bzw. auf jedes Teiloptimierungsproblem angewendet werden.

Nach der Integration dieser Option in den Algorithmus wurde das Verfahren noch einmal auf die simulierten Daten angewendet. Die Ergebnisse der neuen Simulation sind in Abb. 6.8 dargestellt. Man kann danach über die mit Zerlegung des Graphen in zusammenhängende Komponenten benötigte Rechenzeit feststellen :

- Die absolute Rechenzeit ist deutlich reduziert. Die Reduzierung wird mit steigender Anzahl der Variablen größer.
- Bei gleich bleibender Anzahl der überlappenden Bilder ist die Gesamtrechenzeit proportional zu der Anzahl der Objektpunkte. Das bedeutet, daß die für die Zuordnung eines  $n$ -Tupel von homologen Bildpunkten benötigte Rechenzeit von der gesamten Anzahl der zugeordneten  $n$ -Tupel unabhängig ist.
- Die Rechenzeit pro Objektpunkt ist nur von der Anzahl der Bilder abhängig. Durch Hinzufügen eines Bildes steigt sie um dem Faktor 1.5 bis 2, obwohl dabei die Anzahl der Bildpaare um  $n$  und die Anzahl der Zuordnungen um  $n \times m_o$  ( $m_o$  : durchschnittliche Anzahl der Zuordnungen pro Bildpaar) und die Anzahl der möglichen Kombinationen im gesamten Optimierungsproblem um  $2^{n \cdot m_o}$  größer wird.

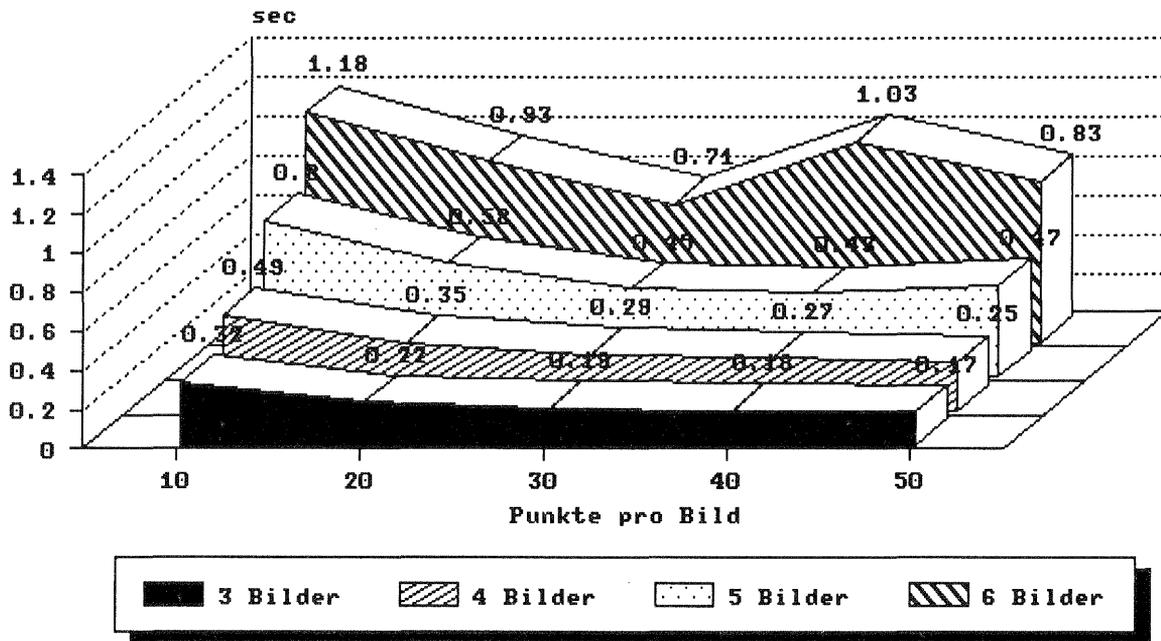


Abb. 6.8 : Rechenzeit pro Objektpunkt nach der Zerlegung des Graphen in seine zusammenhängenden Komponenten ( VAX 3500 )

Die Ergebnisse sind soweit als zufriedenstellend und das Verfahren als praktisch anwendbar zu betrachten. Es erfüllt die für die Automatisierung der Punktübertragung in der Aerotriangulation gestellten Anforderungen. Der modifizierte Algorithmus bildet somit einen wesentlich Bestandteil des hier entwickelten Verfahrens.

## 7 Empirische Untersuchungen

### 7.1 Einführung

Das vorgestellte Verfahren ist eine Methode für die mehrfache Merkmalszuordnung, die unter dem Gesichtspunkt ihrer Anwendung für die Punktübertragung und -messung in der Aerotriangulation entwickelt wurde. Nach der Entwicklung und Darstellung des Verfahrens in den vorhergehenden Kapiteln wird nun das Verfahren an Hand von echten Bilddaten demonstriert und empirisch getestet. Der analytische Ablauf des Verfahrens wird zunächst an einem Beispiel von 4 überlappenden Bildausschnitten gezeigt. Weiterhin wird untersucht, ob das Verfahren für die Automatisierung der Punktübertragung und Messung die erwünschten Ergebnisse liefert. Es war leider noch nicht möglich, echte Luftbilder mit der erforderlichen Auflösung zu digitalisieren, um das Verfahren darauf anzuwenden. Stattdessen wurde ein Geländemodell aus Holz mit einer CCD Freihandkamera so aufgenommen, daß ein Block von entsprechenden "Luftbildern" entstand.

### 7.2 Demonstration des Verfahrens an 4 überlappenden Bildausschnitten

Der ganze Ablauf der mehrfachen Merkmalszuordnung wird an einem Prinzip-Beispiel mit 4 überlappenden Bildausschnitten demonstriert. Damit die Richtigkeit der Ergebnisse kontrolliert werden kann, wurden nicht homologe Bildausschnitte von tatsächlichen Luftbildern verwendet, sondern aus einem ausgewählten Luftbildausschnitt (80x80 Pixel) wurden die drei anderen zugehörigen Bildausschnitte durch affine Transformationen mit vorgegebenen Transformationsparametern generiert. Dadurch sollten die von dem Verfahren auf Grund der richtigen mehrfachen Zuordnungen berechneten Transformationsparameter mit den für die Generierung der Bildausschnitte verwendeten Parametern übereinstimmen. Mit Bild 11 als Referenzbild wurden die übrigen Bilder 12, 21 und 22 mit bilinearem Resampling auf Grund der folgenden Transformationen generiert :

$$T_{12}^{11} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 5.00 \\ 0.00 & 1.00 & 5.00 \end{bmatrix} \quad T_{21}^{11} = \begin{bmatrix} 1.10 & 0.05 & 0.00 \\ -0.05 & 0.90 & 0.00 \end{bmatrix} \quad T_{22}^{11} = \begin{bmatrix} 0.95 & -0.08 & -4.00 \\ 0.07 & 1.05 & 3.00 \end{bmatrix}$$

Das Referenzbild 11 und die generierten Bildausschnitte 12, 21, 22 sind in Abb. 7.1 dargestellt. Im folgenden werden die einzelnen Schritte der mehrfachen Merkmalszuordnung nach dem Diagramm der Abb. 3.5 (siehe Kap. 3) vollzogen und die Zwischenergebnisse dargestellt.

#### 7.2.1 Extraktion der markanten Punkte

Durch den Interestoperator wurden in allen Bildausschnitten markante Bildpunkte ausgesucht. Für die Auswahl der markanten Punkte wurde ein Fenster von 7x7 Pixel und für die Unterdrückung der non-maxima ein 11x11 Pixel Fenster verwendet. Durch hohe Schwellwerte wurde erreicht, die Anzahl der extrahierten Punkte zu beschränken, um das Beispiel übersichtlich zu halten. Die markanten Punkte und ihre Nummern sind in die Bilder der Abb. 7.2 eingezeichnet. Die Listen neben den Bildern enthalten die subpixelgenauen Pixelkoordinaten und die Gewichte. Der Nullpunkt des Koordinatensystems liegt oben links. Die x-Achse verläuft in Zeilenrichtung, entspricht also den Spalten. Die y-Achse verläuft in Spaltenrichtung und entspricht den Zeilen. Die Numerierung der Punkte erfolgt zeilenweise von oben nach unten.

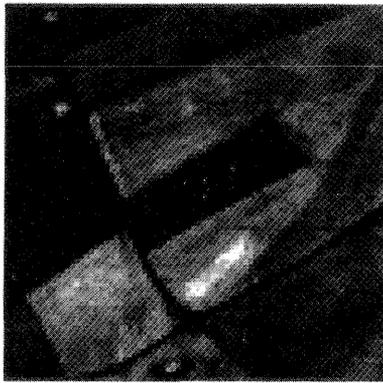


Bild 11

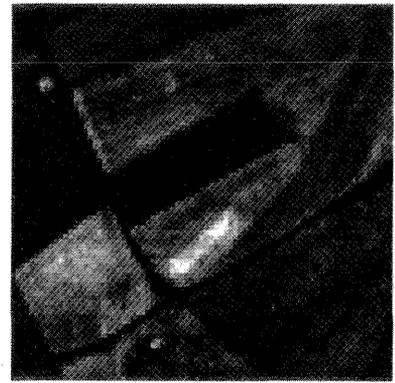
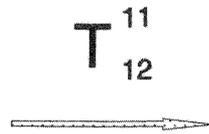


Bild 12

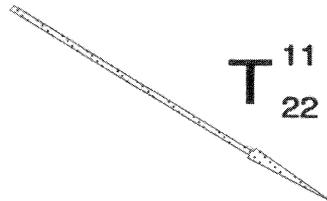
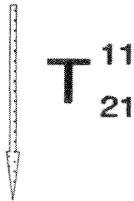


Bild 21



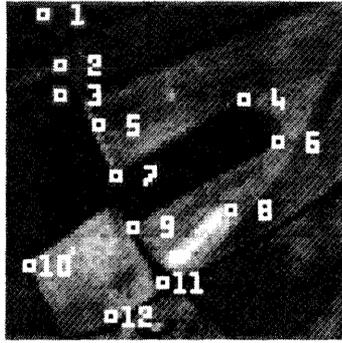
Bild 22

Abb. 7.1 : Generierung der homologen Bildausschnitte

### 7.2.2 Vorläufige Zuordnungen

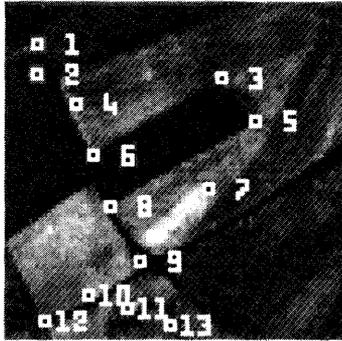
Mit den vier Bildausschnitten werden sechs Bildpaare gebildet. In jedem Bildpaar werden die Punkte des einen Bildausschnittes mit den Punkten des anderen Bildausschnittes auf Ähnlichkeit verglichen. Die Punktepaare (Zuordnungen), deren Ähnlichkeitswert den Schwellwert überschreitet ( $\rho > 0.65$ ), bilden die Liste der vorläufigen Zuordnungen (Abb. 7.3). Die Numerierung der Zuordnungen ist einheitlich für alle Bildpaare. In den Tabellen der Abb. 7.3 sind die vorläufigen Zuordnungen für jedes Bildpaar getrennt ausgewiesen. In der zweiten Spalte stehen die Gewichte der Zuordnungen, die aus Gl. (3.5) berechnet wurden (siehe Kap. 3.5) und die als Gewichte der Beobachtungen in die robuste Ausgleichung eingeführt werden. In der dritten Spalte stehen die Korrelationskoeffizienten der entsprechenden Bildausschnitte. Die beiden letzten Spalten enthalten die Nummern der jeweils zugeordneten Bildpunkte.

Bild 11



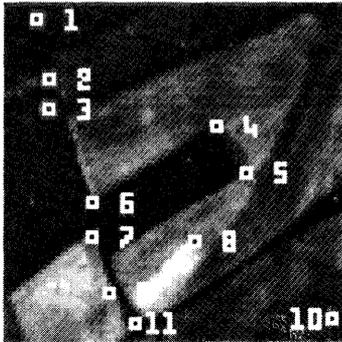
I	YR	XC	W
1	4.1	9.2	164.1
2	16.2	12.5	159.0
3	22.8	13.3	313.9
4	24.4	56.0	115.8
5	30.3	21.8	75.1
6	34.3	64.2	195.2
7	41.7	25.6	284.5
8	50.1	52.7	91.5
9	54.0	29.9	316.0
10	62.5	5.8	131.7
11	66.7	37.5	332.7
12	75.3	24.8	82.4

Bild 12



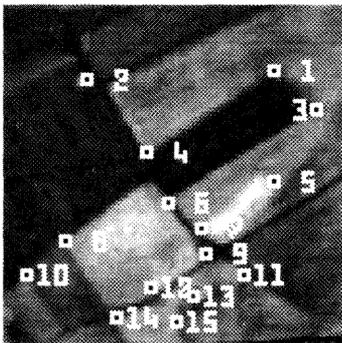
I	YR	XC	W
1	11.2	7.5	159.0
2	17.8	8.3	313.9
3	19.4	51.0	115.8
4	25.3	16.8	75.1
5	29.3	59.2	195.2
6	36.7	20.6	284.5
7	45.1	47.7	91.5
8	49.0	24.9	316.0
9	61.7	32.5	332.7
10	70.3	19.8	82.4
11	73.3	28.8	217.6
12	76.1	10.5	153.4
13	76.7	38.8	73.7

Bild 21



I	YR	XC	W
1	5.0	8.2	129.0
2	18.7	10.7	116.3
3	25.8	11.1	211.6
4	29.8	49.6	101.3
5	41.2	56.6	157.5
6	47.6	20.9	259.9
7	56.1	21.2	213.2
8	57.4	44.9	63.9
9	69.4	24.8	37.4
10	75.2	76.9	36.8
11	75.9	30.9	255.7

Bild 22



I	YR	XC	W
1	16.3	64.5	91.2
2	17.8	19.7	177.4
3	25.1	73.8	168.5
4	34.9	34.0	171.4
5	41.8	64.4	65.3
6	46.5	39.5	242.6
7	52.6	47.2	68.5
8	56.4	15.0	98.2
9	58.7	48.4	251.6
10	64.2	6.1	51.6
11	64.3	57.2	46.2
12	66.8	35.5	50.7
13	68.7	44.6	151.1
14	74.0	27.0	120.3
15	75.2	41.4	63.4

Abb. 7.2: Ausgewählte Bildpunkte mit ihren Pixelkoordinaten und Gewichten

Bildpaar : 11,12

I	W	COR	B11	B12
1	139.416	0.990	2	1
2	256.137	0.990	3	2
3	78.280	0.990	4	3
4	1.300	0.654	4	10
5	2.339	0.669	4	11
6	51.824	0.990	5	4
7	117.910	0.990	6	5
8	148.401	0.990	7	6
9	3.049	0.763	7	10
10	3.015	0.654	7	11
11	83.874	0.990	8	7
12	159.830	0.990	9	8
13	188.059	0.990	11	9
14	1.300	0.654	12	3
15	3.049	0.763	12	6
16	59.145	0.990	12	10
17	2.186	0.685	12	11

Bildpaar : 11,21

I	W	COR	B11	B21
18	156.781	0.990	1	1
19	38.696	0.969	2	2
20	46.746	0.955	3	3
21	51.216	0.985	4	4
22	105.758	0.990	6	5
23	42.193	0.965	7	6
24	6.164	0.867	8	7
25	10.101	0.931	8	8
26	83.580	0.981	11	11
27	3.009	0.758	12	6

Bildpaar : 11,22

I	W	COR	B11	B22
28	12.417	0.854	3	2
29	39.344	0.982	4	1
30	1.585	0.735	4	7
31	1.114	0.662	4	12
32	112.264	0.990	6	3
33	2.051	0.752	6	10
34	48.529	0.977	7	4
35	2.677	0.773	7	12
36	3.436	0.830	8	5
37	21.468	0.934	9	6
38	66.763	0.990	10	8
39	1.188	0.686	10	10
40	6.071	0.774	11	9
41	1.523	0.710	12	1
42	2.346	0.768	12	4
43	8.158	0.943	12	12

Bildpaar : 12,21

I	W	COR	B12	B21
44	38.696	0.969	1	2
45	46.746	0.955	2	3
46	51.216	0.985	3	4
47	105.758	0.990	5	5
48	42.193	0.965	6	6
49	6.164	0.867	7	7
50	10.101	0.931	7	8
51	83.580	0.981	9	11
52	3.009	0.758	10	6
53	3.098	0.658	11	6

Bildpaar : 12,22

I	W	COR	B12	B22
54	12.417	0.854	2	2
55	39.344	0.982	3	1
56	1.585	0.735	3	7
57	1.114	0.662	3	12
58	112.264	0.990	5	3
59	2.051	0.752	5	10
60	48.529	0.977	6	4
61	2.677	0.773	6	12
62	3.436	0.830	7	5
63	21.468	0.934	8	6
64	6.071	0.774	9	9
65	1.523	0.710	10	1
66	2.346	0.768	10	4
67	8.158	0.943	10	12
68	2.719	0.722	11	1
69	2.433	0.670	11	4
70	2.639	0.760	11	12
71	4.536	0.753	11	13
72	3.060	0.755	12	14

Bildpaar : 21,22

I	W	COR	B21	B22
73	16.059	0.898	3	2
74	13.691	0.951	4	1
75	1.909	0.774	4	7
76	40.010	0.975	5	3
77	2.113	0.777	5	10
78	10.595	0.903	6	4
79	2.802	0.779	6	12
80	1.597	0.671	7	5
81	1.744	0.736	8	5
82	0.770	0.657	9	11
83	0.970	0.698	9	15
84	2.027	0.785	10	5
85	4.315	0.739	11	9

Abb. 7.3 : Liste der vorläufigen paarweisen Zuordnungen

### 7.2.3 Robuste Ausgleichung

Für die Eliminierung der grob falschen Zuordnungen, die in der Liste der vorläufigen Zuordnungen noch enthalten sind, wird eine robuste Ausgleichung der kombinierten Affintransformationen durchgeführt, mit denen die homologen Bildausschnitte simultan auf das Referenzbild transformiert werden. Aus jeder Zuordnung werden zwei Fehlergleichungen aufgestellt (eine für die x- und eine für die y-Koordinate). Unbekannte sind die Parameter der Transformationen der generierten Bilder 12, 21, 22 auf das Referenzbild 11 (Abb. 7.1). Da es bei 4 überlappenden Bildern 3 unabhängige Transformationen gibt, haben wir insgesamt 18 Unbekannte. Die Daten der robusten Ausgleichung sind in der folgenden Tabelle aufgelistet :

Anzahl der Bilder .....	4
Anzahl der Bildpaare .....	6
Anzahl der Transformationsparameter ..	18
Anzahl der Bildpunkte .....	51
Anzahl der Zuordnungen .....	85
Anzahl der Beobachtungen .....	170
Redundanz .....	152

Nach der 7-ten Iteration waren 25 von den 85 vorläufigen Zuordnungen als grob falsch eliminiert. Die Transformationsparameter, die aus den übrigen Zuordnungen berechnet wurden, sowie das  $\sigma_0$  der Ausgleichung (in Pixeleinheit) erhielten folgende Zahlenwerte :

TR/PARAMETER						
BILDPAAR	a1	a2	a3	a4	a5	a6
11-12	1.000	-0.001	5.011	0.000	0.999	5.014
11-21	1.102	0.048	-0.075	-0.048	0.899	0.000
11-22	0.951	-0.072	-4.220	0.071	1.036	2.985
SIGMA-NULL : 1.951						

Diese Zahlenwerte entsprechen noch nicht der endgültigen Ausgleichung, so daß auf die Diskussion im Abschnitt 7.2.4 verwiesen wird.

### 7.2.4 Graph der Zuordnungen und beste Cliques (mehrfache Zuordnungen)

Nach der robusten Ausgleichung bekommen wir die Liste der von groben Fehlern bereinigten Zuordnungen (Abb. 7.4). Diese Zuordnungen und die markanten Punkte werden topologisch durch einen 4-partiten Graphen beschrieben. Der Graph besteht aus 41 Knoten (markante Punkte) und 60 Kanten (Zuordnungen). Der Graph ist nicht zusammenhängend und besteht aus 20 zusammenhängenden Komponenten. Die größte davon hat 7 Knoten und 18 Kanten. Von den 20 Komponenten bestehen 6 aus nur einem Knoten und werden damit nicht weiter betrachtet. In der Tabellen der Abb. 7.4 sind die bereinigten Zuordnungen (Kanten) dargestellt. In der zweiten und dritten Spalte stehen die Punktnummern, die im Graphen den Anfangs- und Endknoten der Kante bilden. In der vierten Spalte steht die Nummer der zusammenhängenden Komponente, zu der die Kante und die inzidenten Knoten gehören.

Nach der Lösung des Optimierungsproblems (maximale Clique mit minimalen Kantenkosten) auf jeder Komponente bekommen wir die endgültigen mehrfachen Zuordnungen. Die homologen Bildpunkte werden mit der gleichen Nummer versehen. In Abb. 7.6 sind diese Verknüpfungspunkte (zugeordnete Punkte) in die Bilder eingezeichnet. Damit man

Bildpaar : 11,12				Bildpaar : 11,21				Bildpaar : 11,22			
I	AK	EK	KOM	I	AK	EK	KOM	I	AK	EK	KOM
1	2	1	2	18	1	1	1	28	3	2	3
2	3	2	3	19	2	2	2	29	4	1	4
3	4	3	4	20	3	3	3	32	6	3	6
6	5	4	5	21	4	4	4	34	7	4	7
7	6	5	6	22	6	5	6	35	7	12	7
8	7	6	7	23	7	6	7	36	8	5	8
9	7	10	7	25	8	8	8	37	9	6	9
11	8	7	8	26	11	11	11	38	10	8	10
12	9	8	9	27	12	6	7	40	11	9	11
13	11	9	11					42	12	4	7
15	12	6	7					43	12	12	7
16	12	10	7								

Bildpaar : 12,21				Bildpaar : 12,22				Bildpaar : 21,22			
I	AK	EK	KOM	I	AK	EK	KOM	I	AK	EK	KOM
44	1	2	2	54	2	2	3	73	3	2	3
45	2	3	3	55	3	1	4	74	4	1	4
46	3	4	4	58	5	3	6	76	5	3	6
47	5	5	6	60	6	4	7	78	6	4	7
48	6	6	7	61	6	12	7	79	6	12	7
50	7	8	8	62	7	5	8	81	8	5	8
51	9	11	11	63	8	6	9	83	9	15	16
52	10	6	7	64	9	9	11	85	11	9	11
				66	10	4	7				
				67	10	12	7				
				71	11	13	12				
				72	12	14	13				

Abb. 7.4 : Von groben Fehlern bereinigte Zuordnungen

direkt aus den Bildern sieht, welchen anderen Bildern ein Verknüpfungspunkt zugeordnet (übertragen und gemessen) ist, wurden die Bildpunkte durch die Zeichen der Abb. 7.5 markiert. Diese Markierungszeichen entsprechen der rechteckigen Anordnung der Bilder in der Abb. 7.6 und der gegenseitigen Lage der Luftbilder in einem Block. Wenn nun eines der Quadrate in den Ecken schwarz ist, bedeutet das, daß der Verknüpfungspunkt dem entsprechenden Bild zugeordnet ist. Somit ist z.B. der Verknüpfungspunkt 10 im Bild 11 (oben-links) dem Bild 21 (unten-links) zugeordnet und der Verknüpfungspunkt 12 im Bild 11 (oben-links) dem Bild 22 (unten-rechts).

In der Tabelle der Abb. 7.7 sind die mehrfachen Zuordnungen aufgelistet. Die mehrfachen Zuordnungen sind nach Ordnung und nach Genauigkeit sortiert und entsprechend numeriert. Homologe Bildpunkte bekommen dieselbe Nummer im Objekt- raum und für die Bündelausgleichung (Spalte 2). Die Nummer entsteht aus der Position in der sortierten Liste und einer spezifischen Nummer für das Überlappungs- gebiet (hier 100), d.h Verknupfungspunkte mit niedriger Nummer sind genauer oder in mehr Bildern gemessen als andere mit höherer Nummer. In den Spalten 3 bis 6 stehen die Nummern der homologen Bildpunkte in den entsprechenden Bildern. Ein Strich an Stelle der Bildnummer bedeutet, daß in dem entsprechenden Bild kein homologer Punkt zugeordnet wurde. In der siebten Spalte steht die Genauigkeit der Zuordnung, die sich auf das mathematische Modell der Affintransformation bezieht und durch den mittleren quadratischen Fehler aller beteiligten paarweisen Zuordnungen dargestellt wird. In den letzten zwei Spalten ist die Ordnung der Zuordnung (Ordnung der Clique) und die Nummer der Graphenkomponente, zu der sie gehört, angegeben. Es sind insgesamt 14 mehrfache Zuordnungen ermittelt worden, nämlich sechs 4-fache, drei 3-fache und fünf 2-fache (Paare) Zuordnungen. Ihnen entsprechen in allen Bildern insgesamt 43 homologe Bildpunkte. Die Anzahl der pro Bild zugeordneten Bildpunkte steht in der letzten Zeile der Tabelle von Abb. 7.7. In der Abb. 7.8 sind die homologen Bildausschnitte der ersten mehrfachen Zuordnung in 10-facher Vergrößerung dargestellt. Die Kreuze

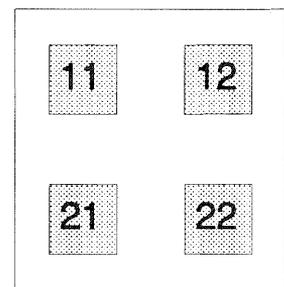


Abb. 7.5 : Punktmarkierung

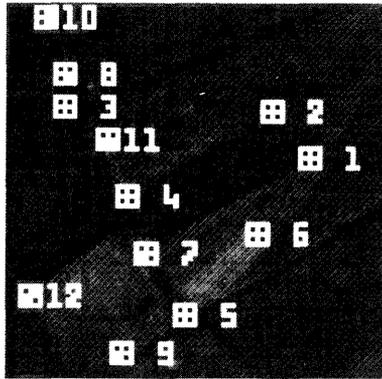


Bild 11

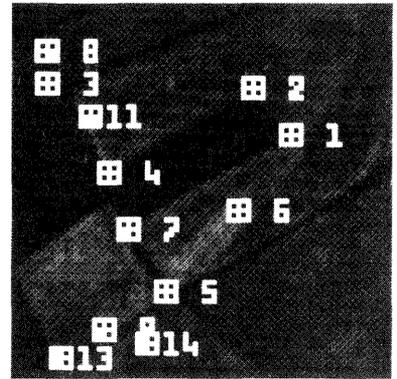


Bild 12

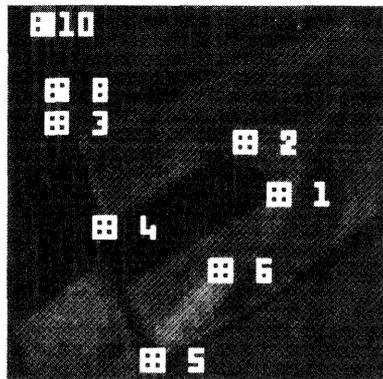


Bild 21

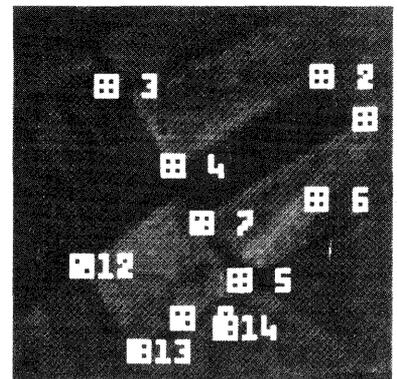


Bild 22

Abb. 7.6 : Überlappende Bildausschnitte mit der mehrfachen Zuordnungen

UEBERLAPPENDE BILDER : 11 12 21 22  
 ZUGEORDNETE OBJEKTPUNKTE : 14  
 GEMESSENE BILDPUNKTE : 43

i	NUMMER IM OBJEKTRAUM	NUMMER IM BILD				VV	N	KOM
		11	12	21	22			
1	10001	6	5	5	3	0.0	4	6
2	10002	4	3	4	1	0.1	4	4
3	10003	3	2	3	2	0.1	4	3
4	10004	7	6	6	4	0.2	4	7
5	10005	11	9	11	9	0.3	4	11
6	10006	8	7	8	5	1.2	4	8
7	10007	9	8	-	6	0.1	3	9
8	10008	2	1	2	-	0.1	3	2
9	10009	12	10	-	12	0.4	3	7
10	10010	1	-	1	-	0.0	2	1
11	10011	5	4	-	-	0.0	2	5
12	10012	10	-	-	8	0.2	2	10
13	10013	-	12	-	14	0.9	2	13
14	10014	-	11	-	13	1.0	2	12
Punkte/Bild :		12	12	8	11			

Abb. 7.7 : Liste der mehrfachen Zuordnungen

zeigen auf 1/10 Pixel genau die Lage der vom Interstoperator extrahierten markanten Punkte. Unter jedem Bildausschnitt und rechts davon stehen die x- und y-Pixelkoordinaten. Oben-links ist die Bildnummer und oben-rechts die Punktnummer im Bild angegeben. Aus der Liste der mehrfachen Zuordnungen können je nach Genauigkeitsforderungen und nach der benötigten Anzahl von Verknüpfungen die genauesten ausgewählt werden.

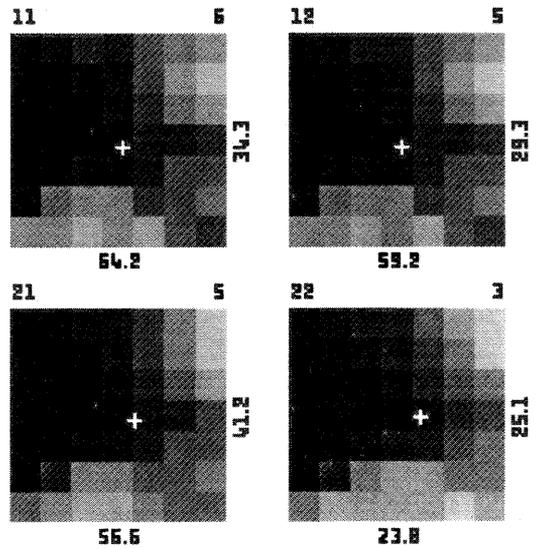


Abb. 7.8 : Homologe Bildausschnitte der Verknüpfungspunktes 1

Bildkoordinaten als Beobachtungen für die Bündelausgleichung

Wenn wir annehmen, daß die Bildausschnitte aus Luftbildern stammen und zwar hier aus dem 4-fachen Überdeckungsbereich, dann werden die Pixelkoordinaten auf das Bildkoordinatensystem transformiert, um als Beobachtungen in der Bündelausgleichung verwendet werden zu können. Für das Bündelprogramm PAT-B würde dann in diesem Beispiel die Liste der Bildkoordinaten der zugeordnete Verknüpfungspunkte wie in der Abbildung 7.9 aussehen.

Abschließende Ausgleichung der Affintransformationen mit den richtigen Zuordnungen

Mit den bereinigten, richtigen Zuordnungen werden abschließend noch einmal die Transformationsparameter der Affintransformationen in einer Ausgleichung mit den ursprünglichen Gewichten berechnet.

TR/PARAMETER - ABSCHLIESSENDE AUSGLEICHUNG

BILDPAAR	a1	a2	a3	a4	a5	a6
11-12	1.000	0.000	5.006	0.000	1.000	4.998
11-21	1.102	0.048	-0.091	-0.048	0.899	0.009
11-22	0.952	-0.076	-4.137	0.072	1.038	2.939

Diese Transformationsparameter gelten nur lokal für die homologen Bildausschnitte und nicht für die ganzen Bilder. Wenn das Verfahren auf mehrere Ausschnitte der gleichen Bilder angewendet wird, werden für jeden Bildausschnitt andere Transformationsparameter berechnet.

Aus der Ausgleichung erhält man auch die geschätzte Genauigkeit (Standard-Abweichungen) der berechneten Transformationsparameter und das  $\sigma_0$  :

GENAUIGKEIT

BILDPAAR	sa1	sa2	sa3	sa4	sa5	sa6
11-12	0.001	0.001	0.036	0.001	0.001	0.036
11-21	0.001	0.001	0.044	0.001	0.001	0.043
11-22	0.001	0.002	0.128	0.001	0.002	0.125

SIGMA-NUL : 0.593

101		
10001	23.700	6.200
10002	15.500	16.100
10003	-27.200	17.700
10004	-14.900	-1.200
10005	-3.000	-26.200
10006	12.200	-9.600
10007	-10.600	-13.500
10008	-28.000	24.300
10009	-15.700	-34.800
10010	-31.300	36.400
10011	-18.700	10.200
10012	-34.700	-22.000
-99		
102		
10004	-19.900	3.800
10001	18.700	11.200
10010	-31.300	36.400
10011	-18.700	10.200
10012	-34.700	-22.000
-99		
102		
10004	-19.900	3.800
10001	18.700	11.200
10005	-8.000	-21.200
10002	10.500	21.100
10006	7.200	-4.600
10007	-15.600	-8.500
10008	-33.000	29.300
10009	-20.700	-29.800
10003	-32.200	22.700
10011	-23.700	15.200
10013	-30.000	-35.600
10014	-11.700	-32.800
-99		
201		
10002	9.100	10.700
10004	-19.600	-7.100
10005	-9.600	-35.400
10008	-29.800	21.800
10001	16.100	-0.700
10010	-32.300	35.500
10003	-29.400	14.700
10006	4.400	-16.900
-99		
202		
10009	-5.000	-26.300
10004	-6.500	5.600
10002	24.000	24.200
10007	-1.000	-6.000
10001	33.300	15.400
10003	-20.800	22.700
10012	-25.500	-15.900
10005	7.900	-18.200
10013	-13.500	-33.500
10006	23.900	-1.300
10014	4.100	-28.200
-99		

Abb. 7.9 : Bildkoordinaten der Verknüpfungspunkte als Eingabe für die Bündelblockausgleichung

Wenn man die berechneten Transformationsparameter von den in diesem Fall bekannten wahren Parameterwerten abzieht, erhält die wahren Fehler der Unbekannten der Ausgleichung :

$$e_{a_i} = a_i - \hat{a}_i$$

WAHRE FEHLER

BILDPAAR	ea1	ea2	ea3	ea4	ea5	ea6
11-12	0.000	0.000	-0.006	0.000	0.000	0.002
11-21	-0.002	0.002	0.091	-0.002	0.001	0.009
11-22	-0.002	-0.004	0.137	-0.002	0.018	0.061

Die Ergebnisse zeigen, daß die Transformationsparameter mit hinreichender Genauigkeit bestimmt wurden und beweisen numerisch die korrekte Arbeitsweise des Verfahrens und die interne Genauigkeitsleistung. Das  $\sigma_0$  enthält in diesem Beispiel (wegen der strengen Gültigkeit der Affin-Modells) nur die Fehler des Resampling bei der Generierung der Bilder und die Ungenauigkeit der Punktidentifizierung durch den Interestoperator.

## **7.3 Anwendung des Verfahrens für die Punktübertragung in einem Bildblock**

### **7.3.1 Beschreibung des Datenmaterials**

Nun soll das Verfahren der automatischen Punktübertragung auf einen echten Bildblock angewendet werden. Dazu wurden die Aufnahmen eines Geländemodells benutzt. Das Modell war ein Architekturmodell, das einen Stadtteil darstellte. Die Bilder wurden direkt mit einer CCD Freihandkamera digital aufgezeichnet und gespeichert. Mit der Kamera wurde ein "Flug" über das Modell simuliert, sodaß die Bilder einen regelmässigen Block mit 5 Streifen zu je 5 Bildern mit 60% Längs- und 60% Querüberdeckung bilden.

Die Kamera war mit einem CCD-Matrixsensor ausgerüstet, der Bilder mit 512x512 Pixel Auflösung lieferte (8 bit Grauwertauflösung --> 1/4 MB). Als Objektiv wurde ein Weitwinkel Objektiv (Nikkor f=28mm) benutzt, das für Spiegelreflexkameras entwickelt worden ist. Die Pixel des CCD-Matrixsensors waren nicht quadratisch sondern rechteckig, was zu einem Verhältnis zwischen x- und y- Koordinaten von 0.68 führte. Somit wurde mit einem Bild eine Fläche von 30 cm x 20 cm auf dem Modell abgedeckt. Die Fläche, die von dem gesamten Bildblock überdeckt wurde, betrug etwa 70 cm x 50 cm. Da die Oberfläche des Modells aus Naturholz war und keine besondere Textur hatte, wurden kleine Linien aufgezeichnet und signalisierte Punkte aufgeklebt. Die signalisierten Punkte waren schwarze Scheiben mit ein Durchmesser von 1mm auf weißem Hintergrund.

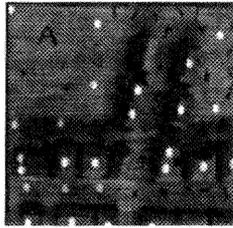
Die Objektkoordinaten der für die Bündelausgleichung erforderlichen Paßpunkte sowie der für die Genauigkeitsuntersuchung benötigten Kontrollpunkte wurden mit dem Verfahren der Nahbereichsphotogrammetrie bestimmt. Dafür wurde eine Mittelformat (6cm x 6cm) Rolleimetrikkamera verwendet. Dabei wurden die Objektkoordinaten der Paß- und Kontrollpunkte mit einer Lagegenauigkeit von 0.1 mm und einer Höhengenaugigkeit von 0.2 mm bestimmt. Da keine genauen Angaben über die Kammerkonstante und die Affinität der Pixel bekannt war, wurden sie durch eine Bündelausgleichung mit Selbstkalibrierung mit Hilfe aller Kontrollpunkte ermittelt. Dafür wurde das Bündelausgleichungsprogramm ACX benutzt.

Aus dem aufgenommenen Bildblock mit 60% Längs- und 60% Querüberdeckung wurde durch Weglassen der Streifen 2 und 4 ein zweiter Block mit 20% Querüberdeckung gebildet (3 Streifen x 5 Bilder), der ebenfalls ausgewertet wurde. In der Abb. 7.10 sind die Bilder des ganzen Blocks zusammengestellt.

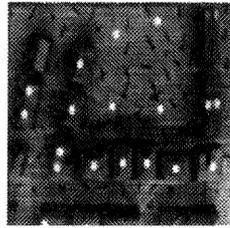
### **7.3.2 Digitale Punktübertragung und -messung**

Das Verfahren der mehrfachen Zuordnung wurde nach der Strategie, die im Kap. 3.2.4 entwickelt wurde, auf den Block angewendet. Wegen der geringen Größe der Bilder (512x512 Pixel) wurden keine Bildpyramiden für die mehrfache Zuordnung benötigt. Somit konnte die Anwendung des Verfahrens auf eine Ebene beschränkt bleiben. Für Übersichtszwecke und für die Bestimmung der Überdeckung wurden aber Bilder mit gröberer Auflösung (102x102 Pixel) durch Mittelung von jeweils 5x5 Pixel generiert. Die einzelnen Schritte des Verfahrens sowie einige Aspekte der auto-

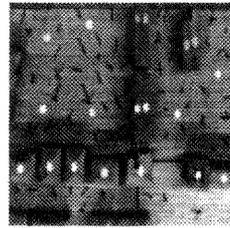
Streifen 1



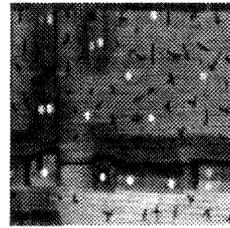
11



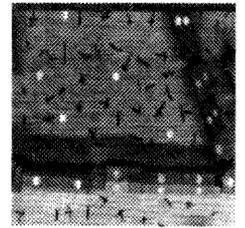
12



13

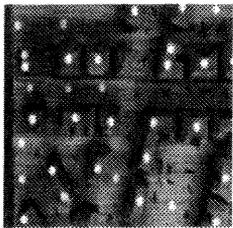


14

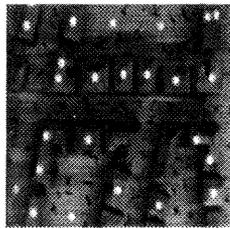


15

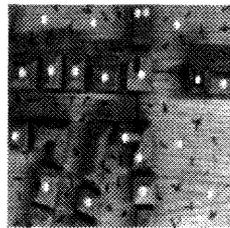
Streifen 2



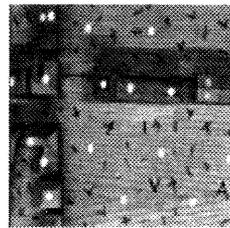
21



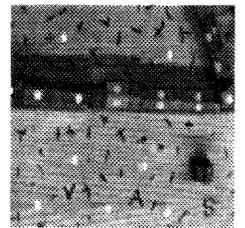
22



23

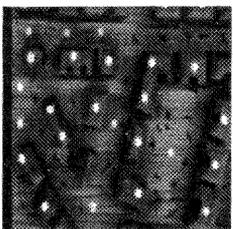


24

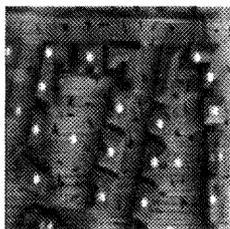


25

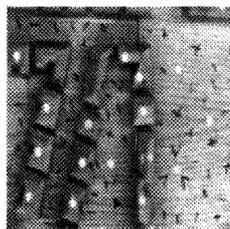
Streifen 3



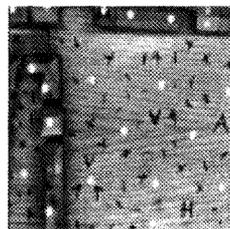
31



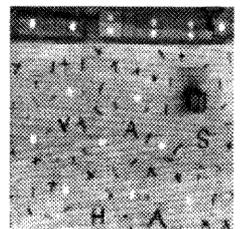
32



33

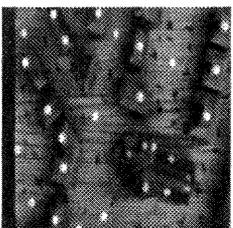


34

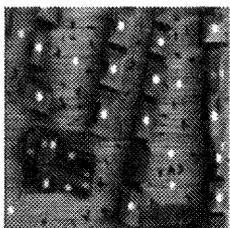


35

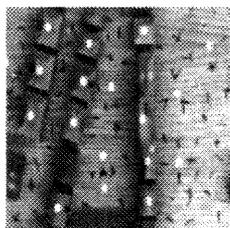
Streifen 4



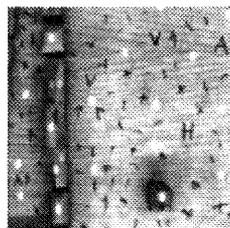
41



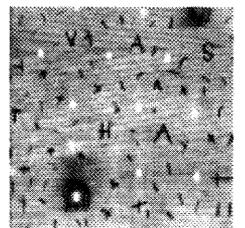
42



43



44

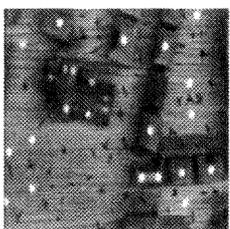


45

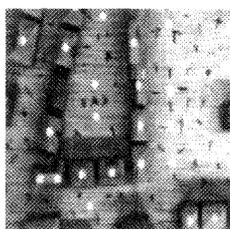
Streifen 5



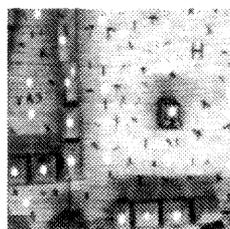
51



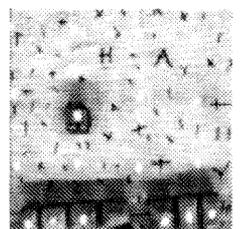
52



53



54



55

Abb. 7.10 : Block mit 60% Längs- und 60% Querüberdeckung (5 Streifen x 5 Bilder)

matischen Auswertung des ganzen Blocks werden im folgenden kurz besprochen und durch Beispiele aus dem Block erläutert.

Numerierung der Bilder und der Überlappungsgebiete

Die Überlappingsbeziehungen zwischen den Bildern (Blockstruktur) werden als bekannt vorausgesetzt und im Form einer Matrix dargestellt, wobei der Zeilenindex der Streifennummer entspricht und der Spaltenindex der Bildnummer

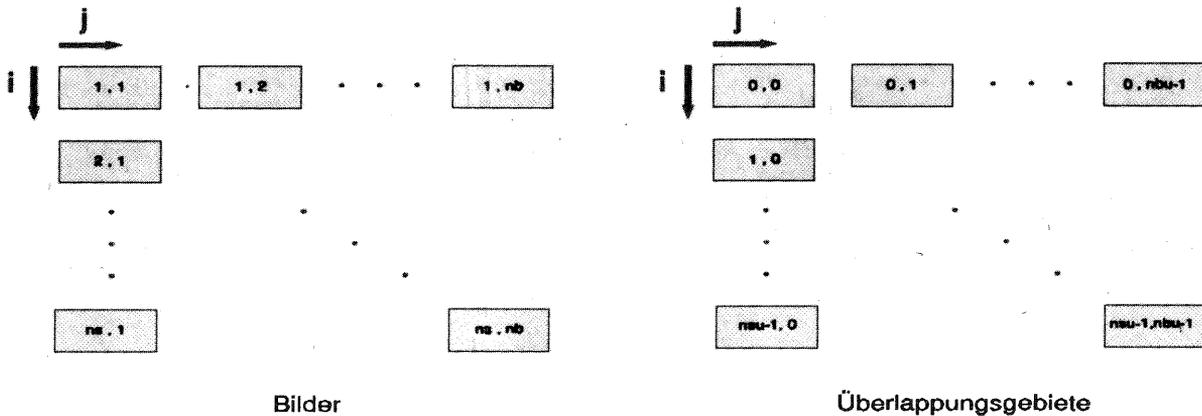


Abb. 7.11 : Numerierung der Bilder und der Überlappungsgebiete

innerhalb der Streifen (Abb. 7.11). Ein Block mit 60% Längs- und 60% Querüberdeckung, der aus  $ns$  Streifen mit  $nb$  Bildern pro Streifen besteht, lässt sich in  $nsu \times nbu$  Überlappungsgebiete unterteilen. Dabei ist  $nsu$  die Anzahl der Überlappungsgebiete quer zu den Streifen und  $nbu$  die Anzahl der Überlappungsgebiete innerhalb der Streifen. Man kann die Anzahl der Überlappungsgebiete aus den folgenden Beziehungen berechnen :

$$\begin{aligned} nsu &= ( ns - 3 ) \cdot 2 + 5 \\ nbu &= ( nb - 3 ) \cdot 2 + 5 \end{aligned} \tag{7.1}$$

Die Überlappungsgebiete sind nun, wie in der Abb. 7.11 dargestellt, von  $0,0$  bis  $nsu-1,nbu-1$  numeriert. Die Überlappung eines Überlappungsgebiets  $(i,j)$  wird wie folgt berechnet :

$$\begin{aligned} uq &= \text{mod}(i-1,2)+2 \cdot (1-\text{div}(i,nsu-1)) \\ ul &= \text{mod}(j-1,2)+2 \cdot (1-\text{div}(j,nbu-1)) \\ u_{gesamt} &= uq \cdot ul \end{aligned} \tag{7.2}$$

Der 5x5 Block wurde in 9x9 Überlappungsgebiete unterteilt. In der folgenden Tabelle (Abb. 7.12) sind die nach Gl.(7.2) berechneten Überlappungen der Gebiete zusammengestellt.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	1	2	3	2	3	2	3	2	1
1	2	4	6	4	6	4	6	4	2
2	3	6	9	6	9	6	9	6	3
3	2	4	6	4	6	4	6	4	2
4	3	6	9	6	9	6	9	6	3
5	2	4	6	4	6	4	6	4	2
6	3	6	9	6	9	6	9	6	3
7	2	4	6	4	6	4	6	4	2
8	1	2	3	2	3	2	3	2	1

Abb. 7.12 : Überlappungen im 5x5 Block

Die Bilder, die ein Gebiet  $(i,j)$  überdecken, sind alle Bilder  $(k,l)$  für  $k=ka, ka+uq-1$  und  $l=la, la+ul-1$  wobei

$$\begin{aligned} ka &= \text{div}(i+1,2) + 1 - \text{div}(i+nsu-2,nsu-1) + \text{div}(i,nsu-1) \\ la &= \text{div}(j+1,2) + 1 - \text{div}(j+nbu-2,nbu-1) + \text{div}(j,nbu-1) \end{aligned} \quad (7.3)$$

Das Überlappungsgebiet  $(1,2)$  z.B. ist von den Bildern 11, 12, 13 des ersten Streifens und den Bildern 21, 22, 23 des zweiten Streifens überdeckt.

Berechnung der Überdeckung und Unterteilung der Bilder in Bildausschnitte

Für die Unterteilung des Blocks bzw. der Bilder in Überlappungsgebiete müßten die Überdeckungen auf mindestens 4-5 Pixel genau bekannt sein, damit eine Überdeckung der homologen Bildausschnitte von 80-90% gewährleistet ist. Da die kleinste Dimension eines Überdeckungsgebiets in diesem Block etwa 1/5 der Bilddimension beträgt, sind die

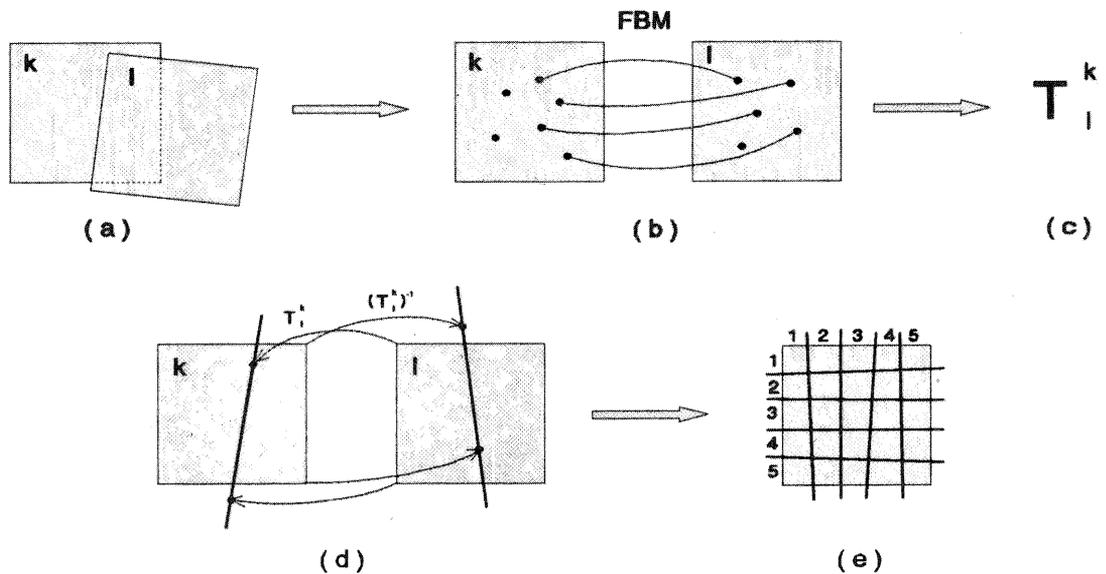


Abb. 7.13 : Unterteilung der Bilder in Ausschnitte

Bildausschnitte nur etwa 100x100 Pixel groß. Die Unterteilung der Bilder in Bildausschnitte, die den Überlappungsgebieten entsprechen, ist in Abb. 7.11 dargestellt. Für die Berechnung der Überdeckung wurde auf jedem überlappenden Bildpaar (in der größeren Auflösung) (a) das Feature Based Matching (ohne Bestimmung des optimalen Punktes innerhalb des Fensters) angewendet (b) und wurden die Transformationsparameter (c) mit Pixelgenauigkeit berechnet, was bezogen auf die ursprünglichen Bilder 5 Pixel bedeutet. Auf Grund dieser Transformationsparameter wurden die Ecken eines Bildes auf das andere transformiert, und dort wurde die Gleichung der durch die beiden Ecken definierten Gerade berechnet (d). Auf diese Weise wurden die Trennlinien für die Überdeckungsgebiete festgelegt. Für jedes Bild (im Blockinneren) wurden so 16 Linien definiert, die das Bild in 25 Bildausschnitte unterteilen (e). Die Numerierung der Ausschnitte im Bild erfolgt im Form einer Matrix. Auf Grund der Lage eines Ausschnitts im Bild, der Lage des Bildes im Block und auf Grund der Überdeckungen wurde die Nummer des Überdeckungsgebiets dem Bildausschnitt zugeordnet. Das war insbesondere notwendig, weil die Bildausschnitte klein sind und wegen der schwachen Textur des Modells zum Teil nur wenige markante Punkte extrahiert wurden, sowie auch weil manche Kontrollpunkte nahe an den Grenzen der Überdeckungsgebiete lagen. Man kann für ein Überlappungsgebiet  $(i,j)$  nicht nur die Bilder sondern auch die homologen Bildausschnitte, die dieses Überlappungsgebiet abdecken, mit Hilfe der folgenden Gleichungen angeben:

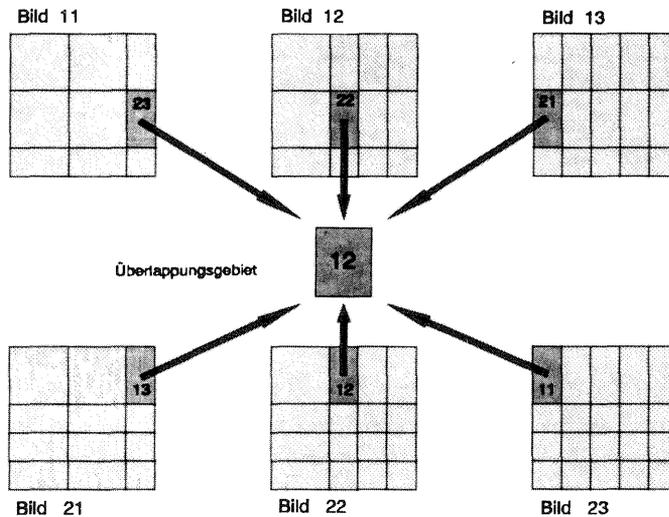


Abb. 7.14 : Homologe Bildausschnitte des Überlappungsgebiets 12

$$is = i - 2 \cdot k + 3 + \text{div}(k + ns - 2, ns) + \text{div}(k + ns - 3, ns)$$

$$ib = j - 2 \cdot l + 3 + \text{div}(l + nb - 2, nb) + \text{div}(l + nb - 3, nb)$$

wobei k,l das Bild ist, in dem der Ausschnitt liegt. In der Abb. 7.14 sind für das Überlappungsgebiet (1.2) die überlappenden Bilder und die homologen Bildausschnitte dargestellt.

### Extraktion der markanten Punkte

Nach der Festlegung der Überdeckungsgebiete wurde der Interestoperator auf den ganzen Bildblock zweimal mit verschiedener Fenstergröße angewendet. Für die möglichst genau Lokalisierung der signalisierten Paßpunkte in den Bildern wurde wegen der geringen Größe der signalisierten Punkte im Bild (etwa 3x3 Pixel) ein 5x5 Fenster gewählt.

Dieses Fenster ist aber zu klein für eine genaue Zuordnung bei den Verknüpfungspunkten. Um eine bessere Zuordnungsgenauigkeit zu erreichen wurden deshalb die markanten Punkte mit einem Fenster von 7x7 Pixel extrahiert, was doppelt so viel Information wie das 5x5 Fenster liefert. Das hatte zur Folge, daß auch alle weiteren Schritte zweimal durchgeführt werden mußten. Für jeden markanten Bildpunkt wurde seine Lage bezüglich der Trennlinien berechnet und dem jeweiligen Bildausschnitt und Überlappungsgebiet zugeordnet. Entsprechend wurden der Liste der markanten Punkte (9) zwei neue Spalten mit der Nummer des Bildausschnitts und des Überlappungsgebiets hinzugefügt. Diese Vorgehensweise ist zweckmäßig, weil die Überdeckungsgebiete sowie die Bildausschnitte im allgemeinen nicht rechteckig sind und damit nicht direkt als Matrix behandelt werden können. Insgesamt wurden etwa 300 bis 400 markante Punkte pro Bild extrahiert.

I	YR	XC	trQ-1	rcT	ijU
1	3.7	181.5	251.9	13	1 2
2	3.6	447.3	101.3	15	1 4
3	4.9	359.1	83.4	14	1 3
4	9.7	268.8	93.8	13	1 2
5	23.3	180.6	118.5	13	1 2
6	22.9	270.4	80.6	13	1 2
7	28.9	29.0	146.8	11	1 1
8	29.7	363.8	154.5	15	1 4
9	31.5	4.9	100.0	11	1 1
10	31.5	203.2	172.3	13	1 2
11	32.0	449.6	65.4	15	1 4

Bildausschnitt

Überlappungsgebiet

Abb. 7.15 : Erweiterte Liste der markanten Punkte

### Vorläufige Zuordnungen

Die vorläufigen Zuordnungen wurden zwischen den Punkten der homologen Bildausschnitte berechnet, d.h. zwischen den Punkten des gleichen Überlappungsgebiets. Für jedes Überdeckungsgebiet werden dabei die Bilder und die homologen Bildausschnitte automatisch ermittelt. Dann werden alle möglichen Bildpaarkombinationen gebildet. Aus der Liste der markanten Punkte der entsprechenden Bilder werden nur diejenigen auf Ähnlichkeit geprüft, die die gleiche Kennnummer für das Überlappungsgebiet haben. Somit erhalten wir eine Liste der markanten Punkte dieses Gebiets und eine Liste der vorläufigen Zuordnungen für jedes Gebiet, die als Eingabedaten für die mehrfache Zuordnung dienen.

### Mehrfache Zuordnung

Nach der Eliminierung der groben Fehler durch die robuste Ausgleichung der Affintransformationen wurde die Methode der mehrfachen Zuordnung auf jedes Überlappungsgebiet angewendet. Dabei wurden insgesamt 1060 Tupel von homologen Bildpunkten gefunden (im Block mit 20% Querüberdeckung waren es 615), die als Verknüpfungspunkte für die Bündelausgleichung bereitgestellt werden.

### Messung der Bildkoordinaten der Paß- und Kontrollpunkte

Die Paß- und Kontrollpunkte sind signalisiert. Sie müssen daher in einem gesonderten Verfahren erfaßt werden. Sie wurden zunächst anhand von gedruckten Papierbildern oder am Bildschirm in den Listen der markanten Punkte vom Operateur identifiziert. Obwohl der Interestoperator nicht ohne weiteres für die Identifizierung signalisierter Punkte angewendet werden kann, wurden sie fast ohne Ausnahme als markante Punkte automatisch extrahiert. Die Koordinaten wurden als Näherungswerte für eine genauere kleinste Quadrate Korrelation mit einem Musterbild verwendet. Die Ergebnisse sind in der Abb. 7.16 an einem Beispiel dargestellt. Die weißen Kreuze stellen die vom Interestoperator ermittelte Position des markanten Punktes dar. Die Kreuze mit der schwarzen Mitte markieren die durch die kleinste Quadrate Korrelation verbesserte neue Position. Unten und rechts sind an jedem Bildausschnitt die vom Interestoperator ermittelten Koordinaten des markanten Punktes bzw. die von der kleinsten Quadrate Korrelation relativ dazu berechneten Verschiebungen angegeben (jeweils in Pixel-Einheiten). Die nachträgliche Anwendung der kleinsten Quadrate Korrelation auf die insgesamt 136 Bildpunkte der Paß- und Kontrollpunkte ergab im Mittel eine Verschiebung von 0.17 Pixel und eine maximale Verschiebung von 0.4 Pixel. Als Erklärung für die nur geringe Genauigkeitsverbesserung wird auf die geringe Größe der signalisierten Punkte von 3x3 Pixel im Bild verwiesen, die auch mit der Bildkorrelation keine genauere Lokalisierung erlaubt.

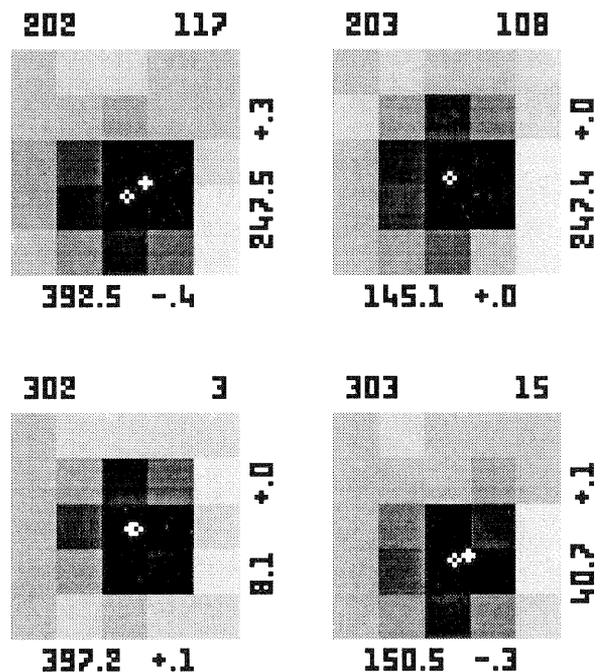


Abb. 7.16 : Punktidentifizierung mit dem Interestoperator und der LS-Korrelation

### Rechenaufwand

Eine der Forderungen, die an die automatische Punktübertragung gestellt wurde, war die Schnelligkeit des Verfahrens. Die eigentliche mehrfache Zuordnung (inklusive robuster Ausgleichung) benötigt mit dem modifizierten Verfahren, wie wir in Kap. 6.5 gesehen haben, weniger als 1 sec pro Verknüpfungspunkt (mehrfache Zuordnung) auf der Rechenanlage VAX 3500. Wesentlich mehr Zeit wird für die Extraktion der markanten Punkte mit Subpixelgenauigkeit benötigt. In der folgenden Tabelle sind die mittleren Rechenzeiten (pro Bild bzw. pro Überlappungsgebiet) zusammengestellt, die die entsprechenden Programmodule auf der Workstation VAX 3500 benötigten. Die verwendeten Programme wurden nur zum Testen des Verfahrens entwickelt, sind also nicht ausgereift. Das bedeutet, daß noch viel Spielraum zur Programmoptimierung besteht. Das gilt besonders für das Programm der Punktauswahl mit dem Interestoperator, das lediglich eine Übertragung einer PC-Version ist.

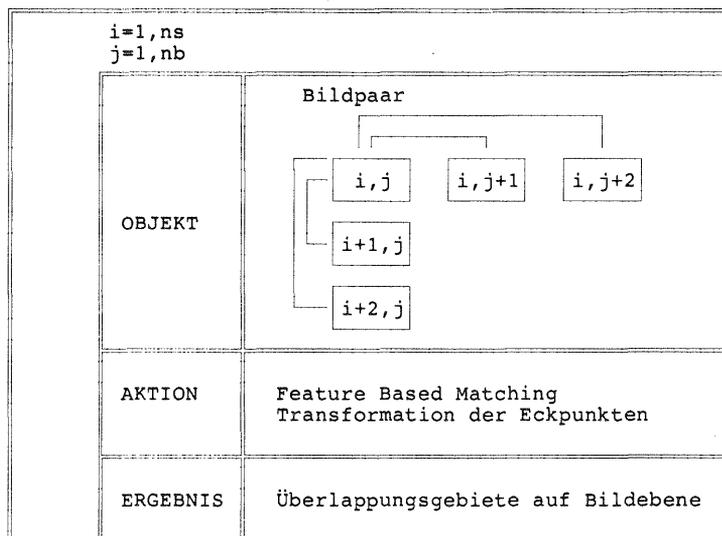
Bestimmung der Überdeckung (pro Bild)	: <1 min	x 25	= 25 min
Interestoperator mit Subpixelgenauigkeit (pro Bild)	: 8 »	x 25	= 200 »
Ähnlichkeitstest (pro Überlappungsgebiet)	: <1 »	x 85	= 85 »
Mehrfache Zuordnung (pro Überlappungsgebiet)	: <1 »	x 85	= 85 »

Der gesamte Rechenaufwand für den Block betrug etwa 6.5 Stunden. Da das Verfahren intern zweimal vollständig durchlaufen wurde (mit dem 5x5 Pixel- und 7x7 Pixel-Fenster für den Interestoperator), betrug die tatsächliche Rechenzeit insgesamt 13 Stunden. Dabei wurden 1060 Verknüpfungspunkte zugeordnet und gemessen, was in diesem Fall einer totalen Rechenzeit von 0.7 min pro Verknüpfungspunkt entspricht.

### Algorithmischer Ablauf des Verfahrens

Nach ein paar Testberechnungen, die für die Bestimmung der Schwellwerte notwendig waren, ist das Verfahren für den ganzen Block als Batchprozeß abgelaufen. Die folgenden Abbildungen stellen den algorithmischen Ablauf des Verfahrens übersichtlich zusammen.

#### Schritt 1



Schritt 2

$i=1,ns$ $j=1,nb$	
OBJEKT	Bild <div style="border: 1px solid black; display: inline-block; padding: 2px;"><math>i,j</math></div>
AKTION	Interestoperator
ERGEBNIS	Liste der markanten Punkten mit Überdeckungsgebietsnummer $u(p)$

Schritt 3

$i=1,nsu$ $j=1,nbu$	
$k=ka,ka+uq-1$ $l=la,la+ul-2$	
$l < la+ul-1$	
$m=k$ $n=la+1,la+ul-1$	
OBJEKT	Bildpaar <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>k,l</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>m,n</math></div> </div>
AKTION	Ähnlichkeitstest der Punkte mit $u(p)=i,j$
ERGEBNIS	Liste der vorläuf. Zuordnungen
$k < ka+uq-1$	
$m=k+1,ka+uq-1$ $n=la,la+ul-1$	
OBJEKT	Bildpaar <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>k,l</math></div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"><math>m,n</math></div> </div>
AKTION	Ähnlichkeitstest der Punkte mit $u(p)=i,j$
ERGEBNIS	Liste der vorläuf. Zuordnungen

Schritt 4

$i=1,nsu$ $j=1,nbu$	
OBJEKT	Liste der vorläuf. Zuordnungen des Überlappungsgebiets $i,j$
AKTION	Robuste Ausgleichung Mehrfache Zuordnung
ERGEBNIS	Tupel von homologen Punkten (Punktnumerierung)

### 7.3.3 Ergebnisse der Bündelblockausgleichung

Mit den durch die mehrfache digitale Zuordnung identifizierten und gemessenen Verknüpfungspunkten wurde für beide Blöcke (60% bzw. 20% Querüberdeckung) die Blockausgleichung durchgeführt. Dafür wurde das Bündelblockausgleichungsprogramm PAT-B verwendet. Von den bekannten signalisierten Punkten wurden 9 als Voll- und 9 als Höhenpaßpunkte in der Blockausgleichung benutzt. Die übrigen signalisierten Punkte (23 Lage- und 14 Höhenpunkte) wurden als Kontrollpunkte (Gewicht=0) für die unabhängige Genauigkeitsuntersuchung verwendet. Die Daten beider Blöcke sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt.

	BLOCK 1	BLOCK 2
Streifen	5	3
Bilder	25	15
Längsüberdeckung	60%	60%
Querüberdeckung	60%	20%
Vollpaßpunkte	9	9
Höhenpaßpunkte	9	9
Verknüpfungspunkte	1060	615
Beobachtungen	5934	2826
Unbekannte	3330	1927
Redundanz	2604	899

Eine graphische Übersicht über die Projektionzentren (+), die Vollpaßpunkte ( $\Delta$ ), die zusätzlichen Höhenpaßpunkte ( $\odot$ ) und die Verknüpfungspunkte ( $\cdot$ ) gibt Abb. 7.17 für den Block 1 ( $q=60\%$ ) und Abb. 7.18 für den Block 2 ( $q=20\%$ ). Wie man sieht, sind die Verknüpfungspunkte weitgehend zufällig über den ganzen Block verteilt. Die Anzahl der Verknüpfungspunkte wurde durch einen Schwellwert für den quadratischen Mittelwert des Zuordnungsfehlers (9-te Spalte in der Abb. 7.7) begrenzt. Da es vorab keine empirische Erfahrung über die Genauigkeit gab, mit der das mathematische Modell der Affintransformation die Bilder des betreffenden Objekts (Architekturmodell) beschreibt, und da in manchen Gebiete nur wenige markante Punkte extrahiert wurden, wurde der Schwellwert am Anfang auf 3 Pixel gesetzt. Die Ergebnisse der Ausgleichung zeigten dann, daß etwa 1% der Beobachtungen große Verbesserungen ( $>1$  Pixel) bekamen, die eigentlich als grob falsche Zuordnungen hätten eliminiert werden müssen. Diese Zuordnungsfehler wurden aber zunächst durch die robuste Ausgleichung nicht als grob falsch erkannt und nicht eliminiert. Nach der Analyse dieser Probe-Ausgleichung wurde der Schwellwert für das Verfahren auf 1 Pixel gesetzt. Darauf beziehen sich die Angaben in der vorherigen Tabelle.

Die Genauigkeit der durch das Verfahren geleisteten Übertragung und Messung der Verknüpfungspunkte wird hauptsächlich durch das  $\sigma_0$  der Bündelausgleichung ausgedrückt sowie durch die Verbesserungen der Bildkoordinaten der Kontrollpunkte, die als wahre Fehler betrachtet und durch ihren quadratischen Mittelwert  $\mu$  repräsentiert werden. Die Ergebnisse der Bündelausgleichung ohne zusätzliche Parameter sind in folgender Tabelle (Abb. 7.19) zusammengestellt.

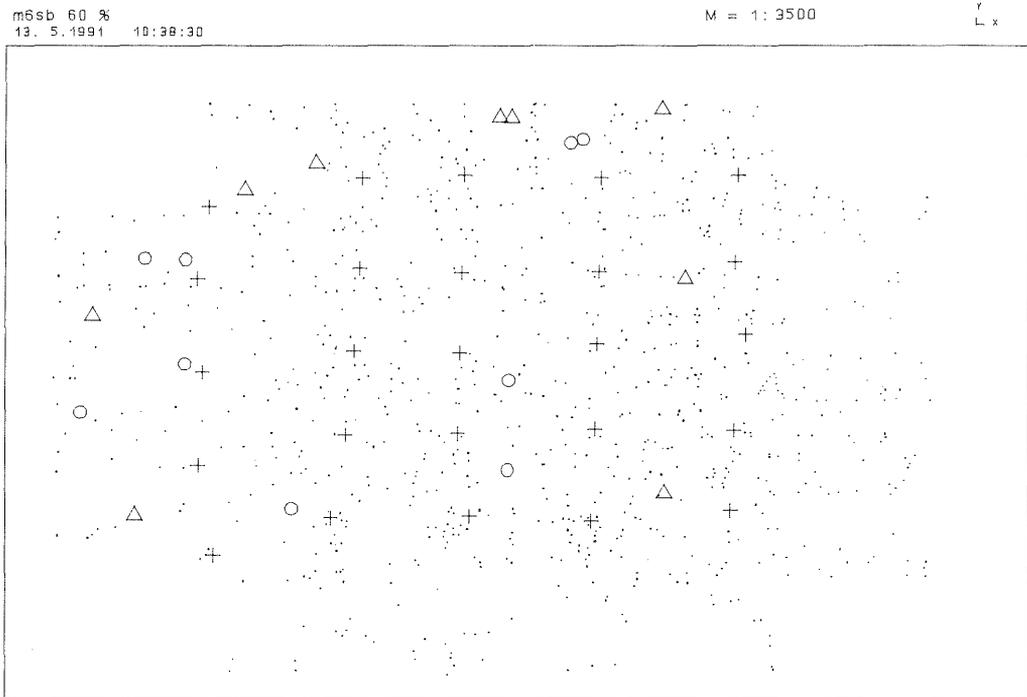


Abb. 7.17 : Projektionzentren(+), Paß-( $\Delta$ ,  $\circ$ ) und Verknüpfungspunkte(-) bei 60% Querüberdeckung

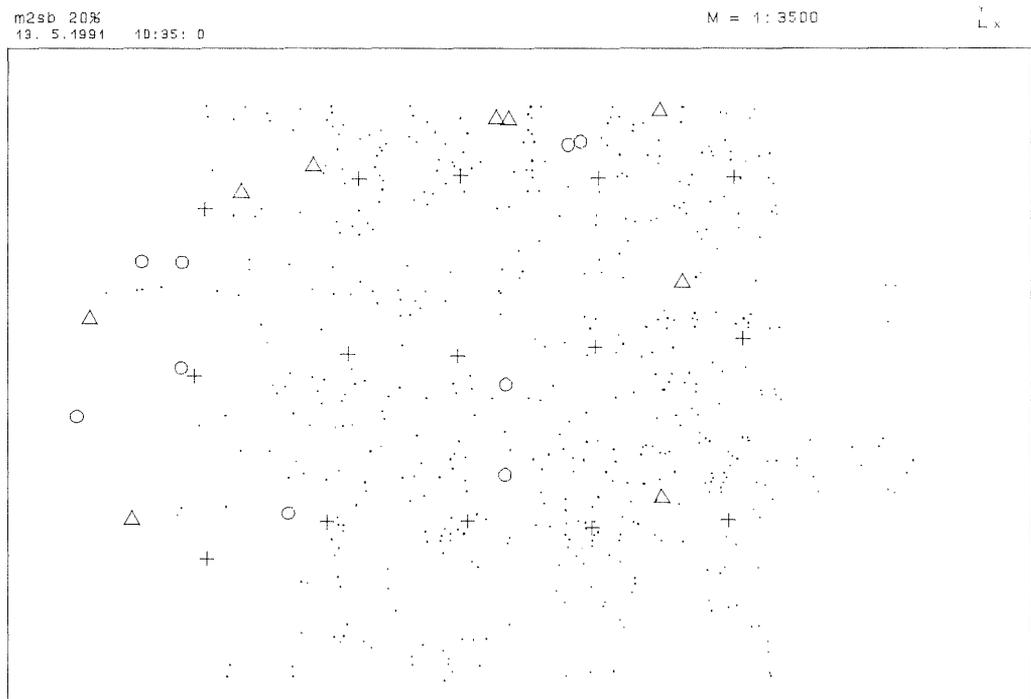


Abb. 7.18 : Projektionzentren(+), Paß-( $\Delta$ ,  $\circ$ ) und Verknüpfungspunkte (-) bei 20% Querüberdeckung

	Block 1 (q=60%)	Block 2 (q=20%)
$\sigma_0$ Pixel im Bild ( mm im Objektraum )	0.290 (0.182)	0.279 (0.175)
$\mu_X$ mm im Objektraum	0.541 = 3.0 $\sigma_0$	0.420 = 2.4 $\sigma_0$
$\mu_Y$ »	0.518 = 2.8 $\sigma_0$	0.426 = 2.4 $\sigma_0$
$\mu_Z$ »	1.985 = 10.9 $\sigma_0$	1.732 = 9.9 $\sigma_0$

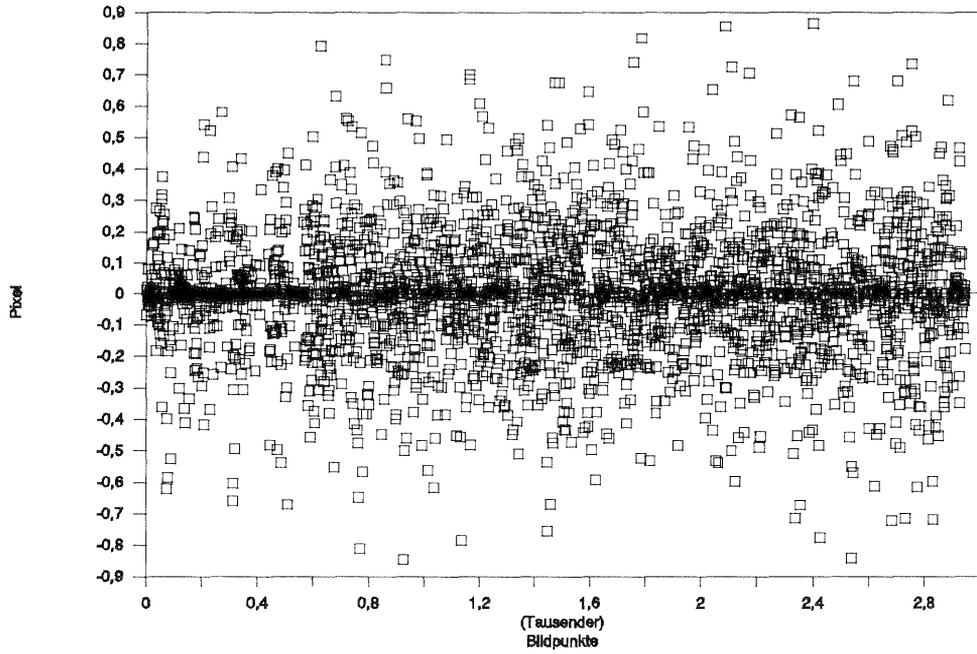
Abb. 7.19 : Genauigkeitsparameter der Bündelausgleichung ohne zusätzliche Parameter

Das Ergebnis ist nicht in Übereinstimmung mit den theoretischen und praktischen Erwartungen über die Genauigkeit der Aerotriangulation, weder absolut noch relativ. Insbesondere ist auch der Block 2 mit 20% Querüberdeckung genauer als der Block 1 mit 60% Querüberdeckung. Die Ergebnisse lassen somit stark vermuten, daß die Bildkoordinaten mit starken systematischen Fehlern behaftet sind. Das war auch zu erwarten, weil die Bilder mit einem gewöhnlichen Objektiv für Spiegelreflexkameras aufgenommen wurden und keine Kalibrierung stattgefunden hat. Zur Erfassung der systematischen Bildfehler wurde die Bündelausgleichung mit zusätzlichen Parametern [EBNER 1976] noch einmal durchgeführt. Da wir hier die Genauigkeit der durch die mehrfache Zuordnung zugeordneten und gemessenen Verknüpfungspunkte und nicht die Genauigkeit des Aufnahmesystems (Kamera+Objektiv) untersuchen wollten, war es zulässig, den so ermittelten systematischen Teil der Bildkoordinatenfehler zu korrigieren. Mit den so von systematischen Fehlern bereinigten Bildkoordinaten wurde die Bündelausgleichung noch einmal durchgeführt. Die damit erzielten Genauigkeitsergebnisse zeigt die Tabelle der Abb. 7.20 :

	Block 1 (q=60%)	Block 2 (q=20%)
$\sigma_0$ Pixel im Bild ( mm im Objektraum )	0.294 (0.185)	0.281 (0.177)
$\mu_X$ mm im Objektraum	0.114 = 0.6 $\sigma_0$	0.155 = 0.9 $\sigma_0$
$\mu_Y$ »	0.086 = 0.5 $\sigma_0$	0.089 = 0.5 $\sigma_0$
$\mu_Z$ »	0.490 = 2.6 $\sigma_0$	0.783 = 4.4 $\sigma_0$

Abb. 7.20 : Genauigkeit der Bündelausgleichung ohne zusätzliche Parameter mit von systematischen Fehlern bereinigten Beobachtungen

### Verbesserungen der x-Bildkoordinaten q=60%



### Verbesserungen der y-Bildkoordinaten q=60%

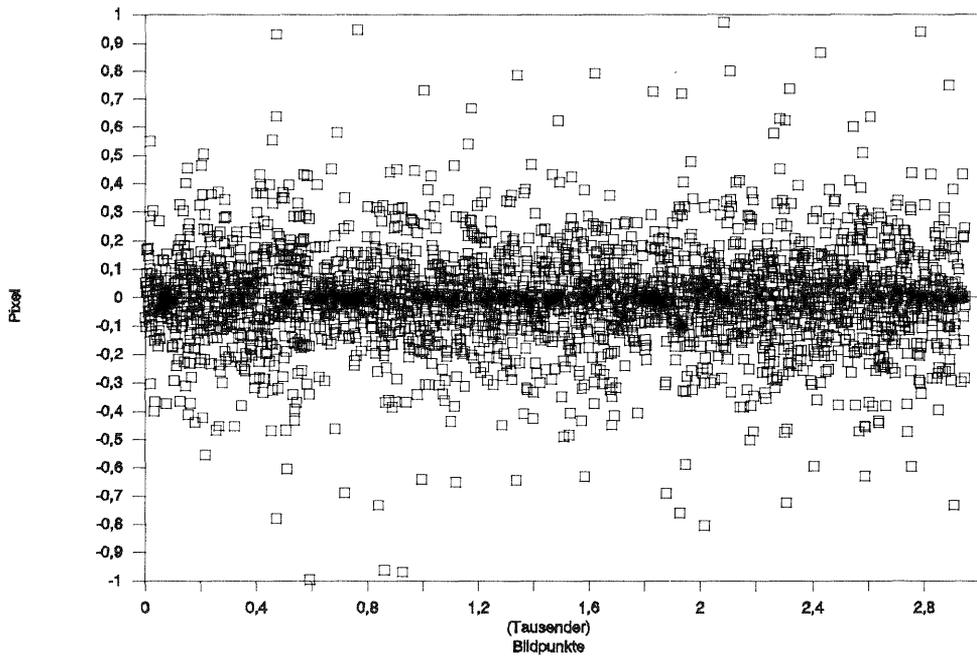
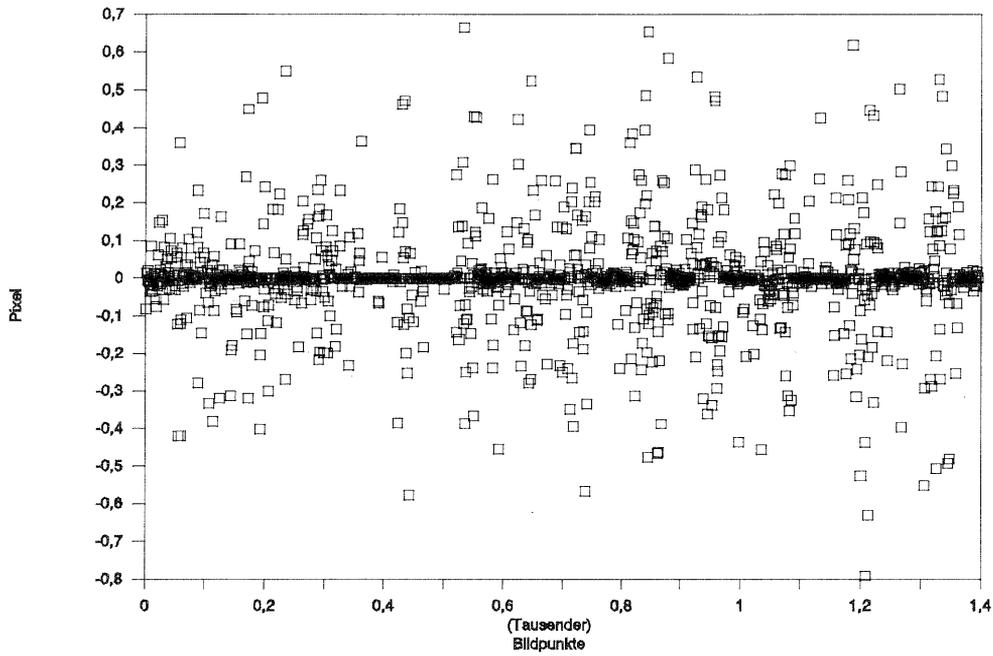


Abb. 7.21 : Verbesserungen der Bildkoordinaten bei 60% Querüberdeckung

### Verbesserungen der x-Bildkoordinaten $q=20\%$



### Verbesserungen der y-Bildkoordinaten $q=20\%$

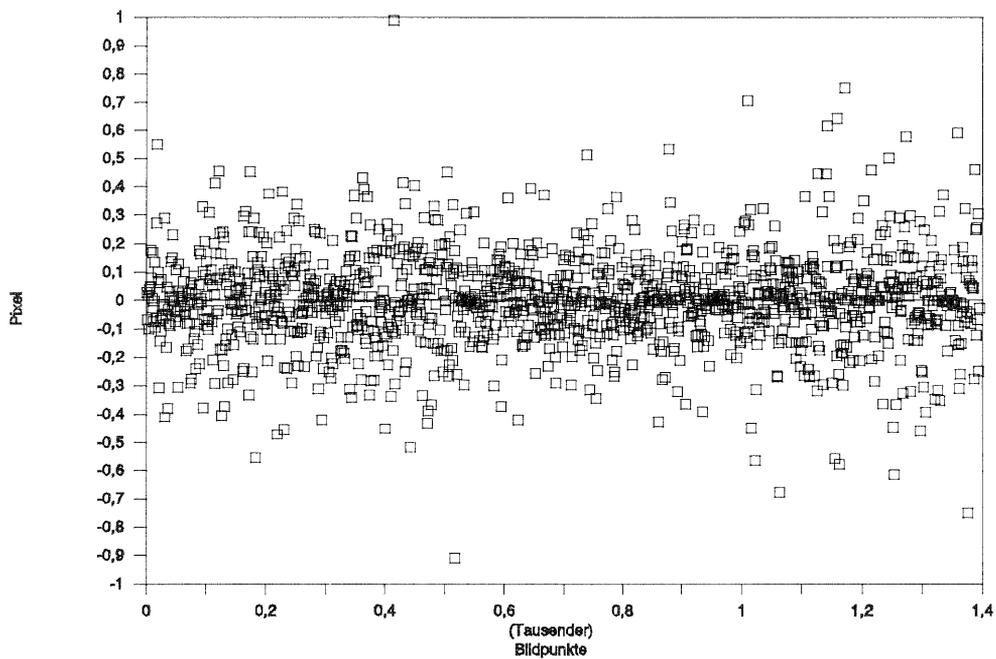


Abb. 7.22 : Verbesserungen der Bildkoordinaten bei 20% Querüberdeckung

Ein Vergleich der neuen Ergebnisse zwischen den beiden Blöcken zeigt, daß nunmehr der Block mit 60% Querüberdeckung wie zu erwarten eine bessere Genauigkeit besonders in der Höhe aufweist. Auch die durch die Kontrollpunkte ausgewiesene Lagegenauigkeit entspricht nun weitgehend den theoretischen Erwartungen. Das gilt auch für die absolute Höhengenaugkeit, die zwar sehr ungenaue Werte aufzuweisen scheint, die aber durchaus dem in diesem Fall vorhandenen Basis/Höhen Verhältnis von 0.17 entspricht.

Das  $\sigma_0$  liegt in allen Fällen unter 0.3 Pixel. Bei  $15 \mu\text{m}$  Pixelgröße entspricht dem  $\sigma_0 \approx 4.5 \mu\text{m}$ . Damit liegt die Genauigkeit der Zuordnung etwa bei  $\sigma_{\text{zuord}} \approx 3.5 \mu\text{m}$  bzw. auf Pixel umgerechnet bei  $0.23 \text{ Pixel}$ . Dieser Wert entspricht der bekannten theoretischen Genauigkeit des Interestsoperators (1/4 Pixel) und ist damit im Einklang mit der für das Verfahren der mehrfachen Zuordnung erwarteten Genauigkeit. Damit ist unmittelbar gezeigt, daß das hier entwickelte Verfahren auch ohne eine nachträgliche kleinste Quadrate Korrelation genauere Ergebnisse liefert als der Standard Fall der konventionellen Aerotriangulation mit manueller Punktübertragung und -markierung. Weiterhin ist zu erwarten, daß die Genauigkeit des Verfahrens bei Anwendung auf echte digitalisierte Luftbilder wegen der besseren Bildqualität und der genauen Kammerkalibrierung eher noch besser ausfallen wird.

Als weiteres Ergebnis kann die hohe Zuverlässigkeit des Verfahrens genannt werden. Von den 2949 automatisch identifizierten und gemessenen Bildpunkten im Block 1 (bzw. 1495 im Block 2) wurde kein einziger mehr in der Blockausgleichung als grob falsch ausgewiesen. Die Verbesserungen aller Bildkoordinaten lagen, wie die Abb. 7.21 und Abb. 7.22 zeigen, unter 1 Pixel, was mit dem eingeführten Schwellwert für den Zuordnungsfehler übereinstimmt. Man kann demnach, wenn eine große Anzahl von Zuordnungen vorhanden ist, durch niedrigere Schwellwerte nur die entsprechend genauen Zuordnungen für die Verknüpfungspunkte auswählen und damit im gegebenen Fall signifikant genauere Ergebnisse erzielen.

### 7.3.4 Anwendung auf echte Luftbilder

Zur operationellen Anwendung des Verfahrens für die Punktübertragung in echten Luftbildern müssen einige Voraussetzungen bezüglich der Speichermöglichkeiten des verwendeten Rechners erfüllt sein. Wenn jeweils das ganze Luftbild mit hoher Auflösung ( $15 \mu\text{m}$ ) digitalisiert und durch Mittelung die Bildpyramide erstellt wird, haben wir den Vorteil einer übersichtlichen Datenorganisation. Außerdem stehen dann die digitalisierten Bilder für beliebige andere digitale Anwendungen zu Verfügung. Andererseits bedeutet die Digitalisierung der Vollbilder einen hohen Aufwand und erfordert insbesondere eine große Speicherkapazität. Ein mit  $15 \mu\text{m}$  Pixelgröße digitalisiertes Luftbild liefert eine Datenmenge von 256 MB. Selbst für einen kleinen Block von nur 25 Bildern sind das 6.4 GB, die bei einem vollautomatischen Ablauf des Verfahrens gleichzeitig für direkte Zugriffe zu Verfügung stehen müssen. Gewöhnliche Arbeitsstationen verfügen über magnetische Platten mit 1-2 GB Speicherkapazität. Somit können eigentlich die Bilder eines Blocks nur auf optischen oder optomagnetischen Platten gespeichert werden, auf die durch ein "Juke-Box"-System von Laufwerken gleichzeitig zugegriffen werden kann. Sie haben allerdings bis auf weiteres den Nachteil, daß die Zugriffszeiten von optischen oder optomagnetischen Laufwerken erheblich länger sind als bei den magnetischen Platten.

Eine wichtige Alternative ist deshalb die Digitalisierung von Bildausschnitten an Stelle von ganzen Bildern. Man kann dabei mit sehr grober Auflösung das ganze Luftbild für die oberste Ebene der Bildpyramide digitalisieren, was z.B. mit  $375 \mu\text{m}$  Pixelgröße für ein ganzes Bild  $640 \times 640$  Pixel ergibt. Diese Bilder werden für Übersichtszwecke verwendet sowie für die Bestimmung der Überdeckungen und der Anfangsnäherungswerte. Für die zwei anderen Ebene ( $75 \mu\text{m}$  und  $15 \mu\text{m}$  Auflösung) der Bildpyramide werden nur noch Bildausschnitte an den 9 Standardstellen der Punktübertragung (Abb. 7.23) digitalisiert. Damit die homologen Bildausschnitte sich hinreichend überlappen, müssen die digitalisierten

Ausschnitte etwa 4cm x 4cm groß sein. Mit den heutigen Navigationsmitteln (z.B. GPS), die a priori eine genaue Bestimmung der Überdeckung erlauben, können sogar kleinere Bildausschnitte verwendet werden. Somit wird die Datenmenge insgesamt auf etwa 1/3 des oben genannten Umfangs reduziert.

Das Verfahren der Punktidentifizierung und -übertragung kann nun auf der obersten Ebene der Bildpyramide angewendet werden, genau wie es hier entwickelt und am Beispiel des Architekturmodells demonstriert wurde. Die mit der höheren Auflösung digitalisierten Bildausschnitte enthalten die stark überdeckten Bildbereiche (bis 9-fach bei 60% Querüberdeckung). Somit beschränken sich im Fall des 25-Bilder-Blocks die Überlappungsgebiete, auf die das Verfahren angewendet wird, auf 45 (Abb. 7.24). In jedem Überlappungsgebiet werden nur die 1-3 genauesten mehrfachen Zuordnungen (die ersten in der entsprechenden Liste) ausgewählt und ihre homologen Bildpunkte auf der nächsten (mittleren) Ebene der Bildpyramide in die entsprechenden Bildausschnitte übertragen. In dieser Ebene werden um die transformierten Bildpunkte herum Bildausschnitte von z.B. 256x256 Pixel neu definiert und auf sie das Verfahren erneut angewendet. Entsprechend wird das Verfahren auf der nächsten (unteren) Bildebene fortgesetzt.

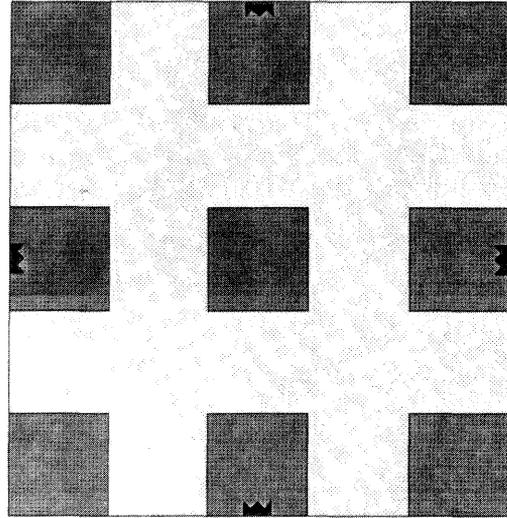


Abb. 7.23 : Standardstellen der Punktübertragung

Die mehrfachen Zuordnungen auf dieser Ebene definieren die endgültigen homologen Bildpunkte (Verknüpfungspunkte), deren Bildkoordinaten als Beobachtungen in die Bündelblockausgleichung eingebracht werden. Damit die Bildausschnitte eines Bildes sich nicht gegenseitig überlappen und so gleiche Gebiete zweimal verwendet würden, müssen die in der oberen Ebene ausgewählten mehrfachen Zuordnungen geometrisch so verteilt sein, daß zwischen den Bildpunkten eines Bildes mindestens ein Abstand von der Größe der in der unteren Ebene verwendeten Bildausschnitte (256 Pixel) verbleibt. Das bedeutet auch, daß das Suchverfahren (Kap. 6) nicht alle vorhandenen mehrfachen Zuordnungen (Cliques) finden muß, sondern daß es nach dem Auffinden von z.B. 10 mehrfachen Zuordnungen, die die Genauigkeitsforderungen erfüllen und im Bildausschnitt verteilt sind, abgebrochen werden kann. Außerdem braucht der Interoperator nur in der hochauflösenden Ebene mit subpixelgenauer Punktbestimmung zu arbeiten, während man sich in den beiden oberen Ebenen auf die Auswahl der optimalen Bildfenster beschränken kann. Somit kann der benötigte Rechenaufwand weiter reduziert werden.

Wenn bei der Anwendung des Verfahrens auf den 3 Ebenen der Bildpyramide in den ganzen Überlappungsgebieten in der obersten Ebene und in den homologen Bildausschnitten in den übrigen Ebenen jeweils  $k$  Punkte auf die nächste Ebene übertragen werden, kann man den Gesamtrechenaufwand für einen 5x5 Block von echten Luftbildern auf Grund der im Beispiel des Architekturmodells ermittelten Rechenzeiten hochrechnen. Der Interoperator wird in der oberen Ebene auf die ganzen Bilder und in den übrigen Ebenen dagegen nur auf die homologen Bildausschnitte (256x256 Pixel) angewendet, deren Anzahl für jeden in der Bildpyramide übertragenen Punkt gleich mit der Überlappung des Gebiets

ist, in dem der Punkt liegt. Wenn nun  $s_u = \sum_{i=1}^{n_u} u_i$  die Summe der Überlappungen aller Überlappungsgebiete (hier

$s_u=221$ , Abb. 7.24) ist ( $u_i$  Überlappung des Gebiets  $i$ ), dann wird der Interoperator auf  $s \cdot k^{j-1}$  Bildausschnitte

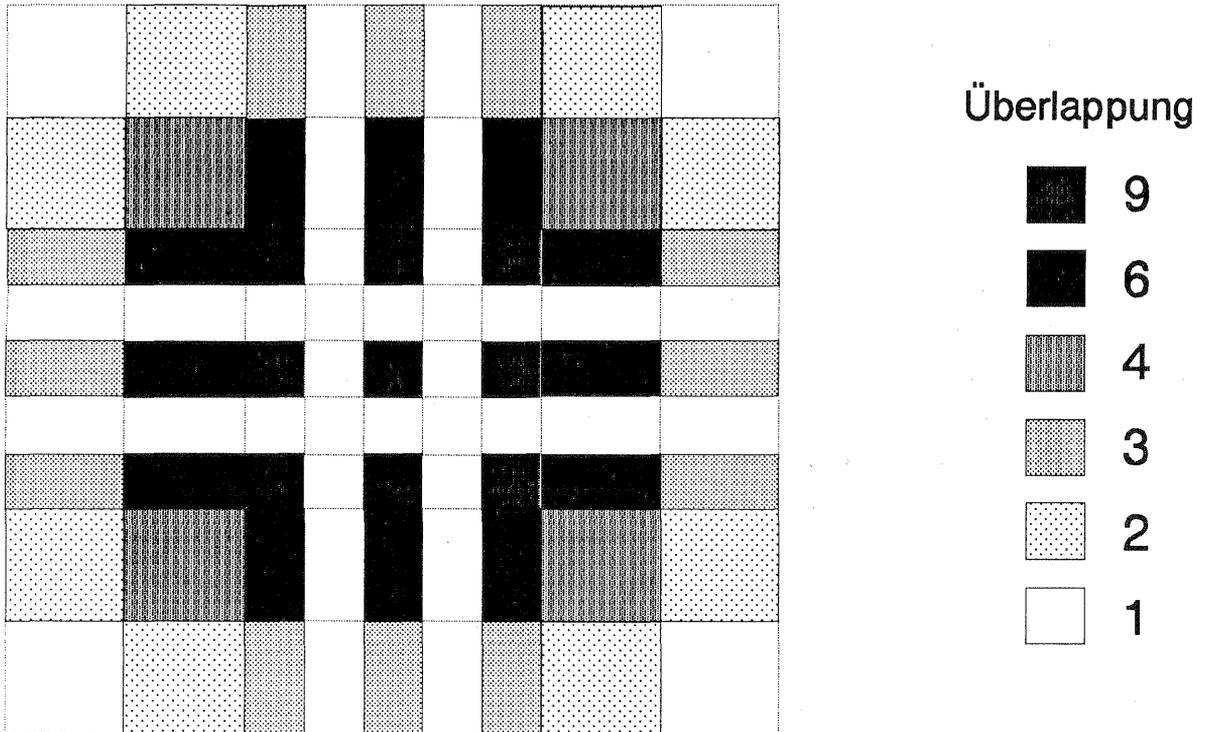


Abb. 7.24 : Überlappungsgebiete im Falle von Bildausschnittdigitalisierung

angewendet, wobei  $j$  die Nummer der Ebene in der Pyramiden-Hierarchie ist. Der Ähnlichkeitstest und die mehrfache Zuordnung wird  $n_u \cdot k^{j-1}$  mal auf jeder Ebene angewendet, wobei  $n_u$  die Anzahl der Überlappungsgebiete ist (hier  $n_u=45$ ). Man erhält somit die folgenden Rechenzeiten für einen 25-Bilder-Block nach Abb. 7.25 (VAX 3500) :

Bestimmung der Überdeckung	:	25	x 1 min
Interestoperator (Ganzpixel) 640x640 Pixel	:	25	x 4 min
» ( » ) 256x256 »	:	$s \cdot k$	x 1 min
» (Subpixel) » »	:	$s \cdot k^2$	x 2 min
Ähnlichkeitstest	:	$n_u \cdot (k^2+k+1)$	x 1 min
Mehrfache Zuordnung	:	$n_u \cdot (k^2+k+1)$	x 1 min

Mit  $k=3$  ergibt sich ein Gesamtrechenaufwand von rund 70 Stunden. Etwa 70% dieser Rechenzeit wird vom Interestoperator verbraucht. Wie schon erwähnt wurde, sind die Rechenzeiten besonders für den Interestoperator nicht repräsentativ, da sie sich auf nicht optimierte Testprogramme beziehen. Beschleunigungen um den Faktor 2-3 müßten daher leicht zu erreichen sein. Die Entwicklung und Optimierung effizienter Rechenprogramme ist nicht Gegenstand dieser Arbeit, die sich auf die Entwicklung und Prinzip-Demonstration des automatischen Verfahrens beschränkt hat. Immerhin zeigen aber die Ergebnisse, daß eine operationelle Entwicklung und wirtschaftliche Anwendung des Verfahrens unter Verwendung der heute verfügbaren Computer Technologie praktisch möglich wird.

## 8 Zusammenfassung und Überblick

Die Aerotriangulation hat sich in langjähriger Entwicklung als ein leistungsfähiges geodätisches Verfahren der Punktbestimmung hoher Genauigkeit etabliert. Dieser Fortschritt wurde bisher fast ausschließlich durch die Entwicklung der Ausgleichung erzielt. Für die anderen Phasen der Aerotriangulation, nämlich die Planung und die Vorbereitung und Messung der Bilder, wurde dagegen trotz der theoretischen Forschungen in der Praxis vergleichsweise wenig getan. Es bilden aber besonders die Vorbereitung der Bilder und die Messung der Verknüpfungspunkte, die heute immer noch manuell durchgeführt werden, nicht nur eine ganz entscheidene Voraussetzung für die Zuverlässigkeit und Genauigkeit der Endergebnisse, sondern sie sind die arbeitsintensivsten und zeitaufwendigsten Operationen in der Aerotriangulation. Es gibt somit einen dringenden Bedarf zur Automatisierung gerade dieser Operationen, um eine weitere Leistungssteigerung der Aerotriangulation zu erreichen. Gleichzeitig signalisiert gegenwärtig die Entwicklung sowohl der photogrammetrischen Methoden als auch der Geräte (Photogrammetrische digitale Arbeitsstation, Scanner) den Übergang von der analytischen zu digitalen Photogrammetrie. Dieser Prozeß wird durch die ständige Leistungssteigerung und den gleichzeitigen Preisverfall der Rechenanlagen beschleunigt werden. Die Voraussetzungen zur digitalen Automatisierung der Meßprozesse in der Aerotriangulation sind also zunehmend gegeben.

In dieser Arbeit wurde ein digitales Verfahren für die Automatisierung der Punktübertragung und der Punktmessung vorgestellt. Der Kern des Verfahrens ist eine Methode für die mehrfache Merkmalszuordnung. Die Methode ist eine algorithmisch unbeschränkte Generalisierung des Feature Based Matching (Merkmalszuordnung innerhalb von zwei Bildern) auf mehrere überlappende Bilder. Damit wird das Problem der Verknüpfungspunkte bei variabler Bildüberlappung in photogrammetrischen Blöcken einheitlich gelöst. Die Forderungen, die an die mehrfache Bildzuordnung gestellt werden, sind von dem Anwendungsziel bestimmt. Das Verfahren sollte eine günstige Alternative zu dem Standardfall der Aerotriangulation mit manueller Punktübertragung sein, d.h. automatisch und wirtschaftlich genauere und zuverlässigere Ergebnisse liefern. Die Voraussetzungen für die Anwendung des Verfahrens sind minimal. Es wird vorausgesetzt, daß die allgemeinen Überlappingsbeziehungen zwischen den Bildern aus der Blockstruktur bekannt sind und daß die Bilder genügend Textur aufweisen, sodaß die benötigten Merkmale (Punkte) extrahiert werden können. Das in der Photogrammetrie bekannte Problem der Näherungswerte wird durch die hierarchische Anwendung des Verfahrens auf Bildpyramiden gelöst. Unter dem Gesichtspunkt der praktischen Anwendung benutzt das Verfahren als Basis etablierte Methoden der digitalen Bildverarbeitung, der Graphentheorie und der binären Programmierung. Damit ergab sich nicht nur ein modularer Aufbau des Systems aus im Prinzip bekannten Verfahren, sondern es wurde auch die Genauigkeit der Ergebnisse vorhersagbar.

Mit der Anwendung des Verfahrens auf einen kleinen Bildblock von 25 Bildern konnte die praktische Funktionsfähigkeit und die Konsistenz des Systems demonstriert werden und eine erste Vorstellung über die benötigten Rechenzeiten gewonnen werden. Die Ergebnisse der anschließenden Blockausgleichung, bei der die durch das Verfahren ausgewählten und gemessenen Verknüpfungspunkte benutzt wurden, bestätigen die hohen Genauigkeitserwartungen, die an das Verfahren gestellt wurden. Aufgrund dieser Ergebnisse kann man feststellen, daß man durch die richtige Auswahl der Schwellwerte für die einzelnen Schritte des Verfahrens die Genauigkeit und die Zuverlässigkeit der Ergebnisse kontrollieren kann. Die erreichbare Genauigkeit der Bildkoordinaten von  $\sigma_0 \approx 4.5 \mu\text{m}$  entspricht für  $15 \mu\text{m}$  Pixelgröße den theoretischen Erwartungen und unterbietet die beste bei der konventionellen Aerotriangulation mit Punktübertragung erreichte Genauigkeit von  $\sigma_0 = 7 \mu\text{m}$  erheblich. Die daraus abgeleitete Genauigkeit der Punktzuordnung von  $\sigma_{\text{zuord}} \approx 3.5 \mu\text{m}$  weist kaum mehr signifikante Unterschiede auf im Vergleich zu den Ergebnissen früherer empirischer Untersuchungen ( $\sigma_{\text{zuord}} \approx 2.8 - 3.0 \mu\text{m}$ ), bei denen die Punktübertragung durch kleinste Quadrate Korrelation mit  $20 \mu\text{m}$  Pixelgröße

erfolgte (siehe Kap. 3.2.1). Die Bestätigung dieser Ergebnisse durch die Anwendung des Verfahrens auf echte Luftbilder muß hier allerdings offen bleiben. Da aber bei dem hier verwendeten Bildmaterial eine Reihe von ungünstigen Voraussetzungen (Pixelaffinität, Amateurobjektiv, Kammerkalibrierung, Basisverhältnis) herrschten, die bei echten Luftbildern entfallen, können die hier erzielten Ergebnisse mit Luftbildern sicherlich unterboten werden.

Der automatische Ablauf der Punktübertragung und -Messung in dem Verfahren in Verbindung mit der im Prinzip unbeschränkten Anzahl der überlappenden Bilder und der Verknüpfungspunkte eröffnet ein weites Feld für weitere empirische Untersuchungen. Somit ist insbesondere der Einfluß der Anzahl der Verknüpfungspunkte sowie ihrer Verteilung (Standardstellen oder flächenhaft) auf die Genauigkeit und Zuverlässigkeit der Blockausgleichung zu untersuchen. Weiterhin soll untersucht werden, ob eine nachträgliche Anwendung der kleinsten Quadrate Korrelation eine signifikante Genauigkeitsteigerung bringt und den zusätzlichen Rechenaufwand rechtfertigt. Ein anderer Punkt sind die denkbaren Erweiterungen des Verfahrens. Durch die Kombination des Verfahrens mit genauen Navigationsdaten (GPS) kann der Rechenaufwand verringert werden (Bestimmung der Überdeckung, Anfangsnäherungswerte). Ferner kann das elementare Verfahren der mehrfachen Zuordnung mit Hilfe eines anderen mathematischen Modells für die robuste Ausgleichung auch auf andere Aufnahmen angepaßt werden (Raum-, Nahbereichsaufnahmen).

Es gibt keine Zweifel, daß die Zukunft der Photogrammetrie digital sein wird. Dabei kann die Aerotriangulation keine Ausnahme sein. In einigen Jahren wird der ganze Prozeß der Aerotriangulation (im engeren Sinne) vollautomatisch oder hochinteraktiv auf digitalen Rechnern ablaufen. Das hier vorgestellte Verfahren hat die methodische Grundlage dafür gelegt.

## LITERATURVERZEICHNIS

- ACKERMANN F. (1966) : "On the Accuracy of Planimetric Block Triangulation"  
Photogrammetria, Vol. 21, 1966, S. 145
- ACKERMANN F. (1983) : "High Precision Digital Image Correlation"  
Proceedings 39. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1983, IPS Heft 9, S. 231
- ACKERMANN F. (1985) : "Digitale Bildverarbeitung in der photogrammetrischen Stereoauswertung"  
Proceedings 40. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1985, IPS Heft 11, S. 61
- ACKERMANN F., EBNER H., KLEIN H. (1970) : "Ein Programmpaket für die Aerotriangulation mit unabhängigen Modellen"  
Bildmessung und Luftbildwesen 1970, S. 218
- ACKERMANN F., EBNER H., KLEIN H. (1972) : "Combined Blockadjustment of APR Data and Independent Photogrammetric Models"  
Canadian Surveyor 1972, S. 384
- ACKERMANN F., SCHNEIDER W. (1986) : "High Precision Aerial Triangulation with Point Transfer by Digital Image Correlation"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol. 26-3, S. 18, Rovaniemi 1986
- BALAS E. (1965) : "An Additive Algorithm for Solving Linear Programs with Zero-One Variables"  
Operation Research, Vol. 13, 1965, S. 517
- BARTELME N. (1989) : "GIS Technologie"  
Springer Verlag, Berlin Heidelberg 1989
- BAUER H., MÜLLER j. (1972) : "Programm BAP"  
Festschrift Gerhard Lehmann, Hannover 1972
- BROWN D. C. (1974) : "Evolution, application and potential of the bundle method of photogrammetric triangulation"  
Proceedings IGP-Komm. III Symposium, Stuttgart 1974
- BÜHLER M., WEGMANN A. (1987) : "Anwendung des Feature-Based-Matching-Algorithmus in der Aerotriangulation"  
Selbständige geodätische Arbeit 848, Inst. für Photogrammetrie, Stuttgart 1987
- BUSACKER R., SAATY T. (1968) : "Endliche Graphen und Netzwerke"  
Oldenbourg Verlag, München-Wien 1968
- CHRISTOFIDIS N. (1986) : "Graph Theory. An Algorithmic Approach"  
Academic Press, Inc., London 1986

- EBNER H. (1973) : "Philosophie und Realisierung von Großblöcken"  
in F. Ackermann "Numerische Photogrammetrie", Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe 1973, S. 109
- EBNER H. (1976) : "Self Calibrating Block Adjustment"  
Int. Arch. of Photogrammetry, XIII ISP-Congress , Helsinki 1976
- FAUST H. W. (1989) : "Digitization of Photogrammetric Images"  
Proceedings 42. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1989, IPS Heft 13, S. 69
- FÖRSTNER W. (1978) : " Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Lageblöcken"  
DGK, Reihe C, Heft Nr. 240, München 1978
- FÖRSTNER W. (1982) : "On the Geometric Precision of Digital Correlation"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol.24-III, Helsinki, S. 197
- FÖRSTNER W. (1985) : "Prinzip und Leistungsfähigkeit der Korrelation und Zuordnung von Bildern"  
Proceedings 40. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1985, IPS Heft 11, S. 69
- FÖRSTNER W. (1986) : "A Feature based Correspondence Algorithm for Image Matching"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol 26-III, Rovaniemi, Finland
- FÖRSTNER W. (1989) : "Wissengestützte Aerotriangulation"  
Festschrift Friedrich Ackermann, IPS Heft 14, Stuttgart, S. 33
- FÖRSTNER W., GÜLCH E. (1987) : "A Fast Operator for Detection and Precise Location of Distinct Points, Corners and Centres of Circular Features"  
Proceedings Intercommission Conference on Fast Processing of Photogrammetric Data, Interlaken, Switzerland
- FRIESS P. (1987) : "The Navstar Global Positioning System for Aerial Triangulation"  
Proceedings 41. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1987, IPS Heft 12, S. 33
- GILLET B. (1976) : "Introduction to Operations Research"  
Mc Graw Hill, 1976
- GROSSKOPF R. E. (1989) : "Digital Processing of High Definition Images"  
Proceedings 42. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1989, IPS Heft 13, S. 169
- GRÜN A.W. (1985) : "Adaptive kleinste Quadrate Korrelation und geometrische Zusatzinformation"  
Vermessung, Photogrammetrie. Kulturtechnik, 9/85, S. 309
- GRÜN A.W. (1988) : Digital Photogrammetric Systems - Current Status and Prospects"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol 27, S. 343, Kyoto 1988
- GÜLCH E. (1985) : "Instrumentelle Realisierung und Kalibrierung der digitalen Bildkorrelation am Planicom C100"  
Proceedings 40 Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1985, IPS Heft 11, S. 91

- HÄNSCHEID P. (1987) : "Dedizierte Symbol-Prozessoren für komplexe Aufgaben der Wissensverarbeitung"  
Experten Systeme, MEGA Sonderheft Nr. 250, Franzis Verlag
- HELAVA U. V. (1988) : "Object-Space Least-Squares Correlation"  
Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, Vol. 54, Nr. 6, S. 711, 1988
- HELAVA U. V. (1988) : "On System Concepts for Digital Automation"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol. 27, S. 171, Kyoto 1988
- HELAVA U. V. (1989) : "Digital Comparator Correlation System"  
ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Vol. 44, NO. 1, S. 37
- HOBROUGH G. L. (1959) : "Automatic Stereo Plotting"  
Photogrammetric Engineering 1959, S. 763
- KLEIN H. (1973) : "Blocktriangulation mit Hilfsdaten"  
in F. Ackermann "Numerische Photogrammetrie", Herbert Wichmann Verlag, Karlsruhe 1973, S. 127
- KLEIN H., FÖRSTNER W. (1981) : "Strategien für die Fehlersuche in der Aerotriangulation"  
Stuttgart 1981, IPS Heft 7, S. 91
- KLEIN H., FÖRSTNER W. (1984) : "Realization of Automatic Error Detection in the Block Adjustment Program PAT-M43 Using Robust Estimators"  
XVth ISPRS-Congress, Rio de Janeiro 1984, IPS Heft 10, S. 63
- KNÖDEL (1969) : "Graphentheoretische Methoden und ihre Anwendungen"  
Springer Verlag, Berlin 1969
- KONENCNY G., LOHMANN P., SKOG. L. (1988) : "A Digital Mapping System"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol. 27, Kyoto 1988
- KORIES R.R. (1985) : "Bildzuordnungsverfahren für die Auswertung von Bildfolgen"  
Proceedings 40 Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1985, IPS Heft 11, S. 157
- KRARUP, JUHL, KUBIK (1980) : "Götterdämmerung over Least Squares Adjustment"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol. 23-33, S. 369, Hamburg 1980
- KREILING (1976) : "Automatische Herstellung von Höhenmodellen und Orthophotos aus Stereobildern durch digitale Korrelation".  
Dissertation, Karlsruhe 1976
- LOHMANN P. (1989) : "Design and Development of a Digital Photogrammetric System"  
Proceedings 42. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1989, IPS Heft 13, S. 191

LUHMANN T., ALTROGGE G. (1986) : "Interest Operator for Image Matching"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol 26-III, Rovaniemi, Finland

MINOUX M. (1986) : "Mathematical Programming"  
John Wiley Verlag, 1986

NEUMANN K. (1975) : "Operations Research Verfahren"  
Hanser Verlag, 1975

NOLTEMEIER H. (1976) : "Graphentheorie mit Algorithmen und Anwendungen"  
Walter de Gruyter Verlag, Berlin 1976

PERTL A. (1985) : "Empirical Results of Automatic Parallax Measurement"  
Proceedings 40. Photogrammetrische Woche, Stuttgart 1985, IPS Heft 11, S. 109

PERTL A., ACKERMANN F. (1982) : "Zuordnung kleiner Bildflächen durch digitale Korrelation zur Verknüpfung  
verschiedener oder verschiedenartiger Bilder im Anwendungsbereich Photogrammetrie und Fernerkundung"  
DFG Final Report

SARJAKOSKI T. (1986a) : "Potential of Expert-System Technology for Aerialtriangulation"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol. 26-3, S. 212, Rovaniemi 1986

SARJAKOSKI T. (1986b) : "Knowledge-Based Blunder Treatment in Bundle Block Adjustment"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol. 26-3, S. 119, Rovaniemi 1986

SCHENK T. (1988) : "The Effect of Digital Photogrammetry on Existing Photogrammetric Concepts, Procedures and  
Systems"  
Int. Arch. of Photogrammetry, S. 234, Kyoto 1988

SCHMID H. (1958/1959) : "Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie"  
Bildmessung und Luftbildwesen, Nr. 4 (1958), Nr. 1 (1959)

SCHWIDEFSKY K., ACKERMANN F. (1976) : "Photogrammetrie"  
B. G. Teubner Verlag, Stuttgart 1976

THESEN A. (1978) : "Computer Methods in Operations Research"  
Academic Press Verlag, 1978

WALTER H., NÄGLER G. (1987) : "Graphen-Algorithmen-Programme"  
Springer Verlag, Leipzig 1987

WERNER H. (1984) : "Automatic Gross Error Detection by Robust Estimators"  
Int. Arch. of Photogrammetry, Vol. 24-3, Rio de Janeiro 1984

Vassilios Tsingas

LEBENS LAUF

- |            |  |
|------------|--|
| 26.11.1959 | Geboren in Grammeno - Griechenland   |
| 1965-1971  | Grundschule in Grammeno  |
| 1971-1977  | Besuch des naturwissenschaftlichen Gymnasiums "Zosimaia-Lyzeum" in Ioannina  |
| 1977-1984  | Studium des Fachs Agronomie und Vermessungswesen an der technischen Universität "Aristoteles" in Thessaloniki  |
| 22.2.1984  | Diplomprüfung  |
| 1984-1987  | Teilnahme an der Vorlesungen der letzten Semester des Studiums Vermessungswesen an der Universität Stuttgart für die Anerkennung des griechischen Studiumsabschlusses. |
| seit 1988  | Wissenschaftlicher Mitarbeiter des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart   |