

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

Reihe C: Dissertationen - Heft Nr. 193

Die Genauigkeitsstruktur im photogrammetrischen Einzelmodell

Von der Universität Stuttgart (TH)
zur Erlangung der Würde eines
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)
genehmigte Dissertation

vorgelegt von
Dipl.-Ing. Eberhard Stark
geboren zu Besigheim/Neckar

München 1973

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION

8 München 22, Marstallplatz 8

Hauptberichter:	Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann
Mitberichter:	Prof. Dr.-Ing. K. Linkwitz
Tag der Einreichung:	17. Januar 1973
Tag der mündlichen Prüfung:	5. Juni 1973

Copyright 1973 by Deutsches Geodätisches Forschungsinstitut München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Druck: TOP SERVICE GMBH, München

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

I.	EINFÜHRUNG IN DIE PROBLEMSTELLUNG	
1.	Einleitung	7
2.	Fehlereinflüsse im photogrammetrischen Prozeß	7
2.1	Aufnahmeobjekt	8
2.2	Aufnahmevorgang	8
2.2.1	Physikalische Einflüsse	8
2.2.2	Technische Einflüsse	8
2.3	Photographische Entwicklung	9
2.4	Auswertegeräte	9
2.5	Messung	9
3.	Möglichkeiten zur Korrektur systematischer Fehler	10
3.1	Korrektur in Auswertegeräten	10
3.2	Rechnerische Korrektur	11
4.	Genauigkeitsuntersuchungen im photogrammetrischen Modell	12
4.1	Untersuchungsmethoden	12
4.2	Theoretische Untersuchungen	13
4.2.1	Vereinfachter stochastischer Ansatz	13
4.2.2	Erweitertes stochastisches Modell	14
4.3	Empirische Untersuchungen mit Testfeldern	14
4.4	Empirisch-theoretische Untersuchungen	15
4.5	Beurteilung der vorliegenden Untersuchungen	16
5.	Aufgabenstellung	17
II.	GRUNDLAGEN UND VORBEREITUNG DER UNTERSUCHUNG	
1.	Analytische Orientierung von Luftbildern	20
1.1	Der räumliche Rückwärtseinschnitt	20
1.2	Rechnerische Orientierung von Bildpaaren	22
2.	Rechenprogramm für die Orientierung von Einzelmodellen nach der Bündelmethode	23
2.1	Transformation der Maschinenkoordinaten in das Bildkoordinatensystem	24
2.2	Berechnung von Näherungswerten für die Unbekannten	24
2.2.1	Orientierungswinkel	25
2.2.2	Projektionszentren	25
2.2.3	Modellpunkte	25
2.3	Ausgleichsvorgang	25
3.	Rechenprogramm für die stufenweise Orientierung von Einzelmodellen	27
3.1	Relative Orientierung	27
3.2	Absolute Orientierung	27

4.	Das Testfeld Rheidt	30
5.	Die Befliegung	31
6.	Die Messung	32
III. GENAUGIGKEITSUNTERSUCHUNGEN IM RELATIV ORIENTIERTEN MODELL		
1.	Ergebnisse der Orientierung	35
1.1	Genauigkeitskriterien	35
1.2	Genauigkeitsangaben zu Bildkoordinaten und Orientierungselementen	36
1.2.1	Rahmenmarken-Transformation	36
1.2.2	Orientierungselemente	37
1.3	Mittlere Genauigkeit der Modellkoordinaten	38
1.3.1	Relative Orientierung mit sechs Punkten	38
1.3.2	Relative Orientierung mit allen Punkten	38
1.4	Filterung der Meßdaten	39
2.	Empirische Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten	42
2.1	Voraussetzungen	42
2.2	Berechnung eines Durchschnittsmodells	46
2.3	Deformationen des Durchschnittsmodells	49
2.4	Genauigkeitsunterschiede innerhalb des Modells	52
2.5	Korrelationen im Modell	57
3.	Bildungsgesetz für eine Varianz-Kovarianz-Matrix	81
3.1	Allgemeines	81
3.2	Die Kovarianzfunktion	81
3.3	Ausgleichende Flächen für die Varianzen und Kovarianzen	83
3.4	Faktorenzerlegung der Varianz-Kovarianz-Matrix	87
3.4.1	Mittelung der Varianzen	87
3.4.2	Darstellung der Korrelationskoeffizienten	87
3.5	Interpolation für beliebige Modellpunkte	90
4.	Beurteilung der Ergebnisse	91
5.	Streckengenauigkeit im relativ orientierten Modell	92
IV. GENAUGIGKEITSUNTERSUCHUNGEN IM ABSOLUT ORIENTIERTEN MODELL		
1.	Zielsetzung	97
2.	Strenge Orientierung nach der Bündelmethode	97
2.1	Mittlere Genauigkeit im Modell	97
2.2	Genauigkeitsstruktur im Modell	99
2.2.1	Varianzen und Streuungen	100
2.2.2	Korrelationen	106
3.	Zweistufenorientierung	111
3.1	Mittlere Genauigkeit im Modell	111

3.2 Genauigkeitsstruktur im Modell	112
3.2.1 Varianzen und Streuungen	113
3.2.2 Korrelationen	113
4. Vergleich zwischen strenger und stufenweiser Orientierung	123
4.1 Einpassung auf vier Paßpunkte	123
4.1.1 Mittlere Genauigkeit	123
4.1.2 Genauigkeitsstruktur	124
4.2 Einpassung auf alle Paßpunkte	126
5. Streckengenauigkeit im absolut orientierten Modell	127
6. Folgerungen	129
V. GENAUIGKEITSUNTERSUCHUNGEN MIT BENÜTZUNG DER EMPIRISCHEN VARIANZ-KOVARIANZ-MATRIX DER MODELLKOORDINATEN	
1. Theoretische Streckengenauigkeit im Modell	130
2. Theoretische Genauigkeit der vereinfachten Zweistufen- orientierung	132
3. Räumliche Ähnlichkeitstransformation mit vollbesetzter Varianz-Kovarianz-Matrix	134
3.1 Empirische Untersuchung	139
3.2 Untersuchung durch Fehlerfortpflanzung	139
3.2.1 Einpassung auf vier Paßpunkte	139
3.2.2 Einpassung auf sechs Paßpunkte	141
3.3 Beurteilung der Methode	142
4. Fehlerfortpflanzung im "trendfreien" Modell	143
4.1 Aufstellen einer Varianz-Kovarianz-Matrix aus zen- trierten Restfehlern	143
4.2 Berücksichtigung der zentrierten Varianz-Kovarianz- Matrix	144
5. Diskussion der Ergebnisse	145
VI. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	146
LITERATURVERZEICHNIS	149

I. EINFÜHRUNG IN DIE PROBLEMSTELLUNG

1. Einleitung

Seit Einführung der Stereophotogrammetrie um die Jahrhundertwende spielt das Einzelmodell eine dominierende Rolle, und zwar sowohl in historischer als auch in praktischer Hinsicht. Es bildet nach wie vor die Grundeinheit für Stereo-Auswertungen. Hinzu kommt seine Bedeutung in der Aerotriangulation bei Streifen- und Blockausgleichungen mit unabhängigen Modellen. Um die Genauigkeitsleistung der Photogrammetrie in diesen Fällen angeben zu können, ist die Kenntnis der Genauigkeitseigenschaften des Einzelmodells außerordentlich wichtig. Daher war das Modell bis heute der Anlaß umfangreicher und detaillierter Genauigkeitsuntersuchungen.

Erste derartige Untersuchungen gehen auf FINSTERWALDER [8] und GOTTHARDT [15] zurück. Diese waren jedoch rein theoretischer Art und konnten für die Praxis, die anfangs hauptsächlich mit Analogauswertegeräten arbeitete, keine gültigen Werte liefern. Insbesondere waren systematische Fehlereinflüsse der Aufnahme- und Auswertegeräte eine Hauptfehlerquelle, die nicht ohne weiteres erfaßt werden konnte.

Erst mit dem Übergang auf Komparatoren und einer anschließenden rechnerischen Verarbeitung der gewonnenen Daten konnte eine spürbare Verbesserung erreicht werden. Durch die Ausschaltung der Gerätefehler und der durch die Geräte bedingten Verfahrensfehler war ein weiterer Einblick in die übrigen Fehlerquellen möglich. Die rechnerische Modellbildung erforderte jedoch Rechenprogramme, wofür GOTTHARDT [16], SCHMID [51], SCHUT [53] und andere Lösungsvorschläge angaben. Das analytische Verfahren hat unter anderem den Vorteil, daß man im Rechenprozeß beliebige Korrekturformeln für die erfaßbaren Fehlereinflüsse berücksichtigen kann. Außerdem erlangte es besondere Bedeutung in der Aerotriangulation, denn dort wurde ebenfalls auf rechnerische Lösungen übergegangen.

Zur Korrektur von auftretenden Fehlern müssen genügend Kenntnisse über die Art der Fehler vorhanden sein. Im folgenden soll eine Zusammenstellung der heute bekannten Fehlerquellen im photogrammetrischen Prozeß angegeben und der bisherige Kenntnisstand umrissen werden.

2. Fehlereinflüsse im photogrammetrischen Prozeß

Für die photogrammetrische Aufnahme und Auswertung wird allgemein das mathematische Modell der Zentralperspektive zugrunde gelegt. Der physikalische Vorgang kann diesem nur mehr oder weniger gut entsprechen. Auftretende Abweichungen zwischen der Zentralprojektion und der Aufnahme müssen daher bei der Annahme dieses mathematischen Modells als Fehler betrachtet werden. Die Fehlereinflüsse in der Photogrammetrie haben AHREND [3], KUPFER [36] und SCHÜRER [52] ausführlich behandelt und auch zu erwartende Werte abgeschätzt. Nachstehend soll deshalb nur ein kurzer Überblick gegeben werden.

2.1 Aufnahmeobjekt

Unter Fehlern im Aufnahmeobjekt sind in diesem Zusammenhang die Fehler der terrestrischen Koordinaten der Paßpunkte sowie Fehler bei der Signalisierung zu verstehen. Im ersten Fall hängt die Größe von der Genauigkeit der geodätischen Bestimmung ab. Im zweiten Fall spielen Zentrierfehler bei der Auslegung der Signale und mangelhafte Freihaltung von Bewuchs eine Rolle. KUPFER [36] rechnet mit Fehlern von etwa 8 mm in der Natur.

2.2 Aufnahmevorgang

2.2.1 Physikalische Einflüsse

Die Krümmung der Lichtstrahlen im Raum durch atmosphärische Refraktionseinflüsse ruft im Bild Versetzungen der Bildpunkte hervor. LEYONHUFVUD [38] und SCHUT [54] geben Möglichkeiten für ihre Korrektur an, die sich auf bestimmte Standardatmosphären beziehen. Die Abweichungen der tatsächlichen Atmosphäre von diesen Bezugswerten und die Vernachlässigung der Einflüsse von Bildneigungen, Höhenunterschieden im Gelände und Erdkrümmung auf die Refraktion lassen Restfehler von ca. 2 μm erwarten (SCHÜRER [52]).

Die Turbulenz objektivnaher Luftschichten verursacht eine weitere Verzerrung des Bildes. Ihr Einfluß läßt sich aber nicht ohne weiteres angeben. Durch die Zentralprojektion wird ein rechtwinklig kartesisches Koordinatensystem wieder rechtwinklig kartesisch abgebildet. Da sich die geodätischen Koordinaten auf eine gekrümmte Fläche beziehen, muß die Erdkrümmung in irgendeiner Form berücksichtigt werden. Eine Möglichkeit besteht darin, die Lageversetzungen der Bildpunkte vor der Auswertung zu korrigieren, wobei die Einflüsse der Geländehöhendifferenzen und Kammerneigungen vernachlässigt werden. Dieses Verfahren ist bei geringen Höhenunterschieden im Gelände und niedrigen Flughöhen genügend genau. SZANGOLIES [57] gibt radiale Restfehler von etwa 5 μm an. FINSTERWALDER [11] weist aber in extremen Fällen systematische Versetzungen der Bildpunkte von bis zu 50 μm und mehr nach und empfiehlt daher bei Präzisionsauswertungen eine Korrektur der Erdkrümmung im Modell.

2.2.2 Technische Einflüsse

Der wichtigste technische Fehlereinfluß stammt von der Verzeichnung des Aufnahmeobjektives her. Obwohl die radiale Komponente der Verzeichnung im Labor vom Kammerhersteller durch Goniometermessungen bestimmt wird, sind noch Restabweichungen vorhanden, die zudem vom augenblicklichen Kalibrierungszustand während der Aufnahme abhängen. Hinzu kommt ein tangentialer Verzeichnungsanteil, dessen Messung mit vertretbarem Aufwand zur Zeit nicht möglich ist. Die zu erwartenden Restfehler des radialen Anteils liegen bei ca. 2 μm (AHREND [3]), während die tangentiale Komponente nach neueren Werksangaben der Firma ZEISS 5 μm nicht übersteigt.

Weitere systematischen Verfälschungen der Bildkoordinaten werden bei der Ebnung des Films mittels Andruckplatten oder Ansaugvorrichtungen verursacht. MEIER [45] gibt die Abweichungen der Andruckplatte von einer ausgleichenden Ebene mit 7 μm an, woraus sich nach AHREND [3] Bildkoordinatenfehler von 1.7 μm für Weitwinkel-

aufnahmen ergeben.

Zu den Unebenheiten der Andruckplatten kommen noch Dichteschwankungen der photographischen Schicht und des Schichtträgers hinzu, die MEIER [45] bei einer Filmdicke zwischen 80 μm und 140 μm in der Größenordnung von etwa 3 μm bis 4 μm angibt. Nach SCHÖRER [52] liegt der Einfluß auf die Bildkoordinaten in den Bildecken bei etwa 3 μm .

Schließlich sind noch Vibrationen der Kammer oder des Flugzeuges während der Belichtung zu nennen, die allerdings bei der praktischen Auswertung keine Rolle spielen dürften. Ihr Einfluß im Bild drückt sich üblicherweise als Verwischung und damit als Verminderung der Bildqualität aus, welche die Einstellbarkeit der Bildpunkte nur sekundär beeinflusst.

2.3 Photographische Entwicklung

Da der Film nach der Belichtung einem Kopiervorgang unterzogen wird, sind durch geometrische Verformungen des Films Lageänderungen der Bildpunkte zu erwarten. Zudem werden in der Regel Diapositive ausgewertet, sodaß durch dieses Umkopieren eine weitere Fehlerquelle hinzukommt. Spannungen, denen der Film während des Belichtungsvorgangs ausgesetzt ist, können praktisch nur im Zusammenhang mit den Einflüssen der Filmentwicklung betrachtet werden. AHREND [3] schätzt die mittleren Restfehler des Filmverzugs auf 4.6 μm und die des zusätzlichen Kopierens auf 1.7 μm .

2.4 Auswertegeräte

Bei der Ausmessung der Bilder im Komparator oder im Analoggerät muß mit Fehlern gerechnet werden, die durch die begrenzte Genauigkeit der Instrumente bedingt sind. AHREND [3] erwartet mittlere Fehler von 0.9 μm für Komparatoren und von 6.1 μm für Analoggeräte.

Die Internationale Gesellschaft für Photogrammetrie (ISP) hat zur Ausarbeitung von Standardtests für die Überprüfung und Feststellung der Genauigkeit von Auswertegeräten eine Arbeitsgruppe eingesetzt, deren neueste Ergebnisse beim XII. Internationalen Kongreß für Photogrammetrie in Ottawa vorgelegt wurden (siehe DÖHLER [6]). Damit soll es jedem Benutzer ermöglicht werden, die Genauigkeit seines Gerätes selbst zu untersuchen und eventuell entsprechend zu berücksichtigen.

2.5 Messung

Die Fehler, die bei der Ausmessung der Luftbilder auftreten, hängen im wesentlichen von der Genauigkeit des Instrumentes, von der Güte der Bilder und der Bildpunkte, vom Arbeitsverfahren und vom Beobachter selbst ab. Es ist also zu unterscheiden, ob es sich um Präzisionsgeräte zur Messung, um signalisierte, natürliche oder künstliche Bildpunkte und ob es sich um monoskopische oder stereoskopische Messungen handelt. Bei AHREND [3] findet man für Präzisionskomparatoren Werte von 1.6 μm bei monoskopischer und von 3.1 μm bei stereoskopischer Einstellung von signalisierten Punkten. Bei künstlich markierten Punkten werden 7.7 μm in y und 4.7 μm in x erwartet.

Werden alle auftretenden Fehlereinflüsse zusammengefaßt, kann man den zu erwartenden Fehler der Bildkoordinaten abschätzen. SCHÖRER [52] gibt eine Formel an, die den Koordinatenfehler in Abhängigkeit von der Lage im Bild erfaßt. Er erhält für Weitwinkelkamern 6.5 μm in Bildmitte und 9.0 μm in den Bildecken. AHREND [3], der Refraktion und Erdkrümmung nicht mit einbezieht, findet einen Gesamtfehler von 5.8 μm bei Komparatormessungen und von 8.4 μm bei Analoggeräten, jeweils auf Weitwinkelaufnahmen bezogen.

Für die Modellauswertung ist es wichtig, den Einfluß der angegebenen Bildfehler auf das Modell zu erfassen und in bestmöglicher Form zu reduzieren oder, wenn sie systematischer Art sind, vorher zu eliminieren. Der folgende Abschnitt soll sich mit Möglichkeiten zur Korrektur der systematischen Anteile der Bildfehler entweder schon im Bild oder erst im Modell befassen, wobei sowohl an rechnerische Methoden als auch an Analogverfahren in Auswertegeräten gedacht ist.

3. Möglichkeiten zur Korrektur systematischer Bildfehler

3.1 Korrektur in Auswertegeräten

Die Korrektur systematischer Fehler in Präzisions-Stereoauswertegeräten bezieht sich hauptsächlich auf die relativ gut erfaßbaren Einflüsse des regelmäßigen Filmverzugs, der Objektivverzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung. Der Filmverzug wird berücksichtigt, indem die Kammerkonstante um einen entsprechenden Betrag reduziert und somit eine Maßstabskorrektur im Modell erreicht wird. Bei den meisten Auswertegeräten mit optischer oder mechanischer Projektion wird der Einfluß der Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung zusammen optisch durch sogenannte Kompensationsplatten korrigiert (zum Beispiel WILD A 8, ZEISS C 8). Dagegen wird im Stereokartograph von SANTONI die Verzeichnungskorrektur durch eine Verzeichnungskalotte ("cam") erreicht, die eine kontinuierliche Änderung der Kammerkonstante bewirkt. Bei einigen Geräten wird die Erdkrümmung nicht im Bild sondern im Modell korrigiert. Dies geschieht zum Beispiel durch das Abtasten einer Kugeloberfläche (WILD A 10) oder einer gekrümmten Schiene (KERN PG 2).

Eine weitergehende Korrekturmöglichkeit besitzt der Stereokartograph Modell V von SANTONI [50], die sich sowohl auf "systematische Instrumentenfehler" als auch auf "zufällige Bildfehler" bezieht. Hierzu dienen insgesamt vier mechanische Korrekturflächen (für beide Fehlerarten je eine in x und y), deren Abtastung Verschiebungen der Bildträger in x und y bewirken. Die Form der Flächen muß vor jeder Auswertung entsprechend justiert werden.

Die umfassendste Korrektur systematischer Fehler erlaubt der Analytical Plotter, der von HELAVA [26] entwickelt wurde. Da hier ein Computer zur Steuerung der Bildbewegungen benützt wird, können mit Hilfe entsprechender Korrekturprogramme alle erfaßbaren und numerisch darstellbaren Fehlereinflüsse korrigiert werden. Das Verfahren entspricht demjenigen, das bei numerischen Modellauswertungen angewandt wird.

3.2 Rechnerische Korrektur

Die rechnerische Korrektur von Bildfehlern befaßt sich wie bei Analoggeräten bisher in erster Linie mit den Einflüssen von Filmdeformationen, Verzeichnung, Erdkrümmung und Refraktion. Die Fehler lassen sich numerisch wesentlich genauer als analog korrigieren. SZANGOLIES [57] hat verschiedene Möglichkeiten zusammengestellt und auch Zahlenwerte für die noch verbleibenden Restfehleranteile abgeschätzt. Er nimmt an, daß heute eine Genauigkeit der Einzelmodellauswertung von $\sigma_x = \sigma_y = 5 \mu\text{m}$ und $\sigma_z = 0.05 \text{ }^0/\text{oo}$ der Flughöhe erreichbar ist. Daraus folgert er, daß die systematischen Bildfehler erst ab einer bestimmten Größenordnung (ca. 20 μm) korrigiert zu werden brauchen. Diese Folgerung scheint problematisch zu sein, da über das Zusammenwirken verschiedener Fehlereinflüsse in der Praxis noch zu wenig bekannt ist. Man sollte heute soweit gehen und grundsätzlich alle Fehler korrigieren, die irgendwie erfaßbar sind.

Um die Filmdeformation besser ergründen zu können, haben die photogrammetrischen Gerätehersteller Réseaukammern entwickelt, bei denen dem Meßbild im Augenblick der Aufnahme ein sehr genau kalibriertes Gitter aufbelichtet wird. Bei der Auswertung können aus den Abweichungen der Gitterpunkte von ihrer Sollage Korrekturformeln für benachbarte Bildpunkte abgeleitet werden.

ZIEMANN [62] hat hierüber Untersuchungen angestellt und Polynome 3. Grades am geeignetsten zur Beschreibung der regionalen Filmdeformationen gefunden. Mit Hilfe eines Testfeldes zeigt er die Auswirkungen der Korrektur und stellt fest, daß nur eine sehr geringe Genauigkeitssteigerung erfolgt. So kommt er zu dem Ergebnis, daß sich der erhebliche Mehraufwand für das Ausmessen der Gitterpunkte nur in den seltensten Fällen lohnen dürfte. In neuerer Zeit hat jedoch KRAUS [31], [32] gezeigt, daß bei Anwendung der Interpolation nach kleinsten Quadraten durchaus Verbesserungen erreicht werden können, die Réseau-Kammern für Präzisionsauswertungen attraktiv erscheinen lassen.

Trotzdem erweist es sich, daß Réseau-Kammern nur einen Teil der Systematik im Bild erfassen können, da die Filmdeformationen durch andere Fehlereinflüsse überlagert werden. HALLERT [21], [22] versucht, in erster Linie die radiale Verzeichnung genauer zu erfassen, indem er sie als Parameter in die Ausgleichung einführt. Er benützt ein Testfeld mit signalisierten Festpunkten, die in kreisförmig um den Bildmittelpunkt liegenden Punktgruppen angeordnet sind. Diese Methode scheint sich aber nicht für weitere systematische Fehler zu eignen.

In dieser Beziehung dürfte ein Vorschlag von KUPFER [36] weiterführen, durch Testfeldkalibrierungen möglichst viele Fehlereinflüsse zu erfassen. Aus Aufnahmen seines Testfelds Rheidt berechnet er die Koordinaten-Restfehler im Bild nach räumlichen Rückwärtseinschnitten und leitet daraus Regressionspolynome ab. Diese verwendet er zur Korrektur der Bildkoordinaten und erreicht im günstigsten Fall eine Genauigkeitssteigerung von etwa 50 % nach der Ausgleichung. Das Verfahren entspricht im Prinzip der Réseau-Korrektur, unterscheidet sich aber in einigen Punkten wesentlich davon. Bei Verwendung von Réseau-Aufnahmen wird für jedes Bild durch Ausmessen der Gitterpunkte die Korrekturformel neu berechnet und angebracht. Die Testfeldkalibrierung dagegen arbeitet so, daß aus einem oder mehreren Bildern des Testfeldes die Regressionspolynome ermittelt und zur Korrek-

tur aller folgenden Aufnahmen des eigentlichen Bildfluges herangezogen werden. Im Gegensatz zum Réseau werden außer den Filmdeformationen noch weitere systematische Fehlereinflüsse korrigiert. Aus der Gestalt der Polynome können aber keine Rückschlüsse auf die Art der vorhandenen Fehler gezogen werden, da durch die absolute Orientierung ein Teil dieser Fehler kompensiert werden kann. Ob sich das angegebene Verfahren als praktikabel erweisen wird, müssen weitere Testflüge zeigen, die KUPFER bereits vorbereitet hat. Die Aussichten dürfen jedenfalls als gut bezeichnet werden.

Trotzdem bleiben die systematischen Fehlereinflüsse im Bild oder im Modell das Hauptkriterium für die erreichbare Genauigkeit der photogrammetrischen Auswertung. Der folgende Überblick zeigt, daß die praktische Aussagekraft von Genauigkeitsuntersuchungen hauptsächlich davon abhängt, wie das Zusammenwirken der einzelnen Fehlerkomponenten erfaßt werden kann.

4. Genauigkeitsuntersuchungen im photogrammetrischen Modell

4.1 Untersuchungsmethoden

Für Untersuchungen über die Genauigkeit bestimmter Meß- und Rechenverfahren gibt es grundsätzlich zwei Wege:

1. Theoretische Verfahren über Fehlerfortpflanzung oder Simulation.
2. Empirische Verfahren durch Ausmessen bekannter Größen.

Die theoretischen Methoden gehen von gewissen Fehlerannahmen der gemessenen Größen aus und studieren auf rein rechnerischem Wege deren Verhalten durch den Meß- und Rechenprozeß hindurch bis zum gesuchten Ergebnis. Bei der Fehlerfortpflanzung werden meist schematische Messungsanordnungen vorausgesetzt, wobei keine direkten Messungen vorliegen müssen. Als Ergebnis werden die theoretischen Fehlereigenschaften bestimmter gesuchter Größen erhalten. Bei der Simulation werden theoretische Meßwerte eingeführt, denen bestimmte angenommene Fehler überlagert werden. Mit diesen "Messungen" werden praktische Ausgleichungen durchgeführt, und anhand der Ergebnisse wird die Genauigkeit abgeschätzt.

Die beiden Verfahren liefern dann plausible Werte für die Genauigkeit, wenn das stochastische Modell den wirklichen Bedingungen entspricht, das heißt, wenn die auftretenden Fehlereinflüsse bekannt und auch zahlenmäßig darstellbar sind. Dies ist in der Praxis normalerweise nicht der Fall, sodaß man gezwungen ist, eine Reihe von Annahmen und Vernachlässigungen zu treffen, welche die Gültigkeit des Ergebnisses stark einschränken. Der große Vorteil aber ist, daß sich beliebige Varianten durchspielen lassen, daß das mathematische Modell beliebig geändert werden kann und daß verschiedene Anordnungen direkt miteinander vergleichbar sind.

Bei empirischen Verfahren werden rein praktische Versuche durchgeführt, indem bekannte Objekte ausgemessen und die aus den Auswertungen erhaltenen Zahlenwerte den Sollwerten gegenübergestellt werden. Hier sind zwar die Fehlereinflüsse a priori auch nicht bekannt, sie sind aber im Resultat mit enthalten. Andererseits gelten die Schlüsse, die man aus den Ergebnissen ziehen kann, genau genommen nur für die speziellen Bedingungen, die bei der Durchführung des Versuches herrschten. Sollen sie auf andere Fälle übertragen werden, so sind wieder gewisse Toleranzen zuzu-

Um wirkliche Aufschlüsse über die Genauigkeit zu erhalten, ist es sinnvoll, die beiden Untersuchungsmethoden miteinander zu verbinden. Es können damit aus praktischen Versuchen Rückschlüsse auf die Fehlereigenschaften eines gewählten Verfahrens gezogen werden, die wiederum auf theoretische Weise auf andere Gegebenheiten übertragbar sind.

Im folgenden seien die bisher vorliegenden Genauigkeitsuntersuchungen im Modell nach diesen Gesichtspunkten zusammengestellt und beurteilt.

4.2 Theoretische Untersuchungen

4.2.1 Vereinfachter stochastischer Ansatz

Erste Untersuchungen zur Genauigkeit im Modell sind von FINSTERWALDER [8] , [9] und GOTTHARDT [15] durchgeführt worden. Auf theoretischem Wege werden die Genauigkeiten der Orientierungselemente abgeleitet und aus den restlichen y -Parallaxen die entstehenden Modelldeformationen berechnet. Da die Ungenauigkeiten im Modell in erster Linie als Funktion der Orientierungsparameter betrachtet werden, wird versucht, durch Verbesserung der Orientierungsverfahren und durch Variation der zur relativen Orientierung verwendeten Bildpunkte eine Genauigkeitssteigerung zu erreichen. Man wußte, daß auch systematische Fehler einen nicht geringen Einfluß besitzen, doch war über ihre Art und Größe noch zu wenig bekannt.

LÖSCHER [42] und MEIER [43] haben aufgrund theoretischer Überlegungen mathematische Zusammenhänge zwischen Höhen- bzw. Lagefehler im Modell und Filmverzug, Unebenheit und optischen Fehlern hergestellt und Formeln dafür angegeben. Die Ableitungen dienen hauptsächlich dazu, den günstigsten Öffnungswinkel für photogrammetrische Meßkammern zu finden.

HEIMES [25] wendet die Methode der Simulation an, indem er schematisch angenommenen Bildkoordinaten zufällige Fehler überlagert und das Ergebnis verschiedener Modellbildungen mit den Sollwerten vergleicht. Ihm geht es darum, eine Aussage über die Genauigkeitsunterschiede zwischen der klassischen zweistufigen Modelleinpassung und einer strengen Lösung zu machen, die direkt von den Bildkoordinaten auf Geländekoordinaten übergeht. Die Fehlerfortpflanzung ist für NW-, WW- und ÖWW-Aufnahmen in der Lage etwa die gleiche, während in der Höhe die ÖWW-Kammer eindeutig die besten Ergebnisse liefert. Dies zeigt, daß die Annahme von rein zufälligen Fehlern nur theoretische Bedeutung hat, da MEIER [44] bei empirischen Untersuchungen gefunden hat, daß man für WW- und ÖWW-Kammern in der Höhe etwa gleiche Ergebnisse erhält. HEIMES bestätigt weiterhin die schon von LÖSCHER [41] gewonnene Erkenntnis, daß ein zusätzlicher Paßpunkt in Modellmitte keinen Einfluß auf die Genauigkeit hat. Zum Schluß stellt er noch fest, daß das Vorhandensein von systematischen Fehlern die Unterschiede von strenger und stufenweiser Ausgleichung nahezu verschwinden läßt.

Die Annahme von gleichgewichtigen Bildkoordinaten, die den bisher angegebenen Untersuchungen zugrunde gelegt wurde, trifft in der Praxis nicht zu, sodaß die Ergebnisse nur bedingte Gültigkeit haben. Daher hat man sich auch mit solchen Fällen befaßt, in welchen den Bildkoordinaten verschiedene Gewichte zugeordnet werden.

4.2.2 Erweitertes stochastisches Modell

GOTTHARDT [18] war wohl der erste, der diesen Problembereich untersuchte. Er leitet die Genauigkeit im absolut orientierten Modell bei verschiedenen Gewichten der Bildkoordinaten ab. Ein Vergleich mehrerer Einpaß- und Ausgleichungsverfahren soll deren Unterschiede aufzeigen. Als Ergebnis werden mittlere Fehler der Orientierungselemente und der Modellkoordinaten erhalten. Beim Vergleich der Ausgleichungsverfahren erweist sich die als streng bezeichnete Lösung erwartungsgemäß am genauesten, während die klassische Stufenorientierung am schlechtesten abschneidet. Verschiedene Gewichtsannahmen verändern die Genauigkeitsverhältnisse der Modellkoordinaten nur quantitativ nicht aber qualitativ.

EBNER [7] untersucht den Einfluß der Genauigkeit im Modell auf die Ergebnisse einer Lage-Blockausgleichung. Er führt für neun symmetrisch gelegene Bildpunkte verschiedene mittlere Koordinatenfehler ein, die in Bildmitte $8 \mu\text{m}$ und in den Ecken $12 \mu\text{m}$ betragen. Daraus errechnet er über Fehlerfortpflanzung eine Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten, wobei sich Korrelationskoeffizienten ergeben, die im Mittel zwischen 0.2 und 0.3 schwanken und höchstens den Betrag von 0.4 annehmen. EBNER kommt zu dem Schluß, daß der vereinfachte Anblock-Ansatz hinreichend leistungsfähig ist, daß sich also die Annahme von gleichgewichtigen Bild- oder Modellkoordinaten bei der Blockausgleichung nur unbedeutend auf die Genauigkeit auswirkt.

Im Gegensatz zu EBNER [7], dessen Gewichtssetzung auf Annahmen beruht, leitet KRAUS [29] aus der Zunahme des mittleren Streckenfehlers eine Gewichtskoeffizientenmatrix der Modellkoordinaten ab. Allerdings trifft er noch viele Vernachlässigungen, sodaß er nur eine vereinfachte Kofaktorenmatrix erhält. Die Korrelationskoeffizienten betragen 0.02, 0.04 und 0.2, wobei x und y jeweils gleich genau und nicht miteinander korreliert sind. Unter diesem Gesichtspunkt muß auch das Ergebnis gesehen werden, daß die Genauigkeitsunterschiede im Einzelmodell ca. 20 % und in kleinen Blöcken noch etwa 6 % ausmachen. Dadurch wird die Aussage von GOTTHARDT [17] bekräftigt, daß auch bei hohen Anforderungen an die Genauigkeit eine nicht sehr starke Korrelation vernachlässigt werden darf.

Neben den fehlertheoretischen Genauigkeitsuntersuchungen im Modell hat man schon früh mit kontrollierten Versuchsmessungen begonnen, bei denen koordinatenmäßig genau bekannte Punktfelder befliegen und die Ergebnisse mit den Sollwerten verglichen werden.

4.3 Empirische Untersuchungen mit Testfeldern

Im Jahre 1954 führte die Internationale Gesellschaft für Photogrammetrie den Versuch "Oberriet" durch, an dem sich auch die Kommission C der OEEPE beteiligte. HARRY [24] legte den Bericht über die Ergebnisse vor. Die absolute Genauigkeit ist heute nicht mehr gültig, da sie inzwischen durch bessere Instrumente und Auswertemethoden um einiges verbessert werden konnte. Erwähnenswert ist jedoch, daß die aus den Ergebnissen der relativen Orientierung theoretisch abgeleiteten mittleren Punktfehler nach Einpassung in das Geländesystem in der Praxis um 50 % bis 150 % übertroffen wurden. Dies zeigt deutlich das Vorhandensein systematischer Fehler, die man nicht eliminieren konnte.

VLCEK [60] kommt 1968 bei empirischen Untersuchungen mit einem Testfeld aus 120 signalisierten Punkten zu ähnlichen Ergebnissen. Die praktisch erhaltenen mittleren Fehler sind in der Lage um das 1.6fache und in der Höhe um das 1.2fache größer als die theoretisch erwarteten Werte. VLCEK schließt daraus, daß der mittlere Fehler der Bildkoordinaten, der aus den y-Parallaxen zu $2.7 \mu\text{m}$ errechnet wurde, zu klein ausfiel und gibt als realistischeren Wert $\sigma_{x,y} = 3.3 \mu\text{m}$ an.

HALLERT [22] stellt aus umfangreichem Datenmaterial fest, daß sich die mittleren Gewichtseinheitsfehler mit zunehmendem Abstand vom Bildhauptpunkt signifikant vergrößern. Die daraus errechneten Gewichte der Bildkoordinaten nehmen bei Aufnahmen auf Film etwa quadratisch von 1.0 in Bildmitte auf 0.03 in den Bildecken ab. Bei Verwendung von Glasplatten zeigt sich eine etwa lineare Gewichtsabnahme von 1.0 auf 0.1. In [23] bezeichnet HALLERT Gewichtsunterschiede von 1 : 20 als durchaus normal.

Ein neuer Versuch "Reichenbach" der OEEPE sollte die Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung in bergigem Gelände untersuchen. Aus der Fülle des Materials, das FÖRSTNER [14] zusammenstellte, seien hier nur einige der wichtigsten Ergebnisse angeführt. Der Genauigkeitsabfall im absolut orientierten Modell beträgt von der Mitte bis zum Rand in der Lage etwa 25 % und in der Höhe etwa 35 %. Dieses Verhalten wird von der Aufnahmekammer nicht beeinflußt. Der mittlere absolute Fehler lautet für Analoggeräte $12 \mu\text{m}$ (bezogen auf den Bildmaßstab) in der Lage und $24 \mu\text{m}$ ($\hat{=} 0.15 \text{ }^{\circ}/\text{oo}$ der Flughöhe) in der Höhe und für Stereokomparatoren $8 \mu\text{m}$ beziehungsweise $20 \mu\text{m}$. Drei unabhängige Messungen eines jeden Modells erlauben die Berechnung eines rein photogrammetrischen Fehlers und eines systematischen Anteils. Für Analoggeräte ergaben sich etwa $6 \mu\text{m}$ (x,y) und $12 \mu\text{m}$ (z) für den photogrammetrischen und etwa $11 \mu\text{m}$ beziehungsweise $22 \mu\text{m}$ für den systematischen Fehler, jeweils auf den Bildmaßstab bezogen.

Es erscheint nun zweckmäßig, die jeweiligen Vorteile der theoretischen und der empirischen Methoden der Genauigkeitsuntersuchung miteinander zu verbinden, um dadurch einen weitergehenden Einblick in das Genauigkeitsverhalten photogrammetrischer Modelle zu bekommen. Dies gilt besonders für die Erfassung von systematischen Fehlern, die auf diese Weise vor der Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes eliminiert werden können.

4.4 Empirisch-theoretische Untersuchungen

HALLERT [21] schlägt vor, die systematischen Fehler unter wirklichen Aufnahmebedingungen zu ermitteln, wobei er primär an die Verzeichnung denkt. Er trennt vor der Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes die erfaßbaren systematischen Verzeichnungs- und Instrumentenfehler von den zufälligen Fehlern ab. Mit der vorgeschlagenen Methode gelingt es allerdings nur, einen geringen Teil der systematischen Fehler zu eliminieren.

SCHÖRER [52] untersucht anhand von Aufnahmen verschiedener Testfelder die Genauigkeitsunterschiede im Meßbild und ihren Einfluß auf das Stereomodell. Er schätzt für NW-, WW- und ÖWW-Kammern die Bildfehlerkomponenten ab und gibt sie als Funktion des Bildradius an. Als Zahlenwert erhält er aus Réseau-Beobachtungen für Filmdeformation, Unebenheiten und Kopierfehler etwa $7 \mu\text{m}$. Die Gesamtfehler

der Bildkoordinaten, die er aus den Restfehlern nach räumlichen Rückwärtseinschnitten gewinnt, sind zum Teil kleiner als diese $7 \mu\text{m}$, sodaß auf starke Korrelationen der Bildfehler geschlossen werden muß. Da er diese nicht erfassen kann, spaltet er einen zufälligen Anteil vom Gesamtfehler ab, der sich bei Weitwinkelkammern zu $4.7 \mu\text{m}$ für den Bildmittelpunkt ergibt. Mit den zufälligen Fehlern werden über das Fehlerfortpflanzungsgesetz mittlere Modellfehler errechnet, die sich zu $\sigma_x = 4.5 \mu\text{m}$, $\sigma_y = 7.2 \mu\text{m}$ und $\sigma_z = 13.4 \mu\text{m}$ (im Bildmaßstab) ergeben. Leider gelingt es nicht, auch die Einflüsse der systematischen Fehler auf das Modell zu erfassen. Die Genauigkeitsunterschiede zwischen Modellmitte und -rand betragen in x ca. $1 : 2$, in y $1 : 4$ und in z $1 : 1.5$. Verschiedene Aufnahmekammern beeinflussen diese Verhältnisse kaum, und auch nach der absoluten Orientierung treten keine wesentlichen Änderungen auf.

Einen weiteren interessanten Versuch hat MEIER [44] unternommen, indem er die in [43] angegebene Theorie weiterentwickelt und die angenommenen Zahlenwerte der Bildfehler durch Aufnahmen eines Testfeldes überprüft. Mit den erhaltenen Daten wird das theoretisch abgeleitete mathematische Modell so verbessert, daß es bestmöglich mit der Praxis in Einklang steht. Aus dem Gesamtfehlereinfluß lassen sich schließlich durch Zerlegung in die Einzelfaktoren die Anteile der einzelnen Fehler auf das Ergebnis angeben.

LIGTERINK [39] macht genauere Aussagen über die Genauigkeitsstruktur des Modells. Er stellt aus Mehrfachmessungen von Punkten eines einzigen Modells verschiedene Varianz-Kovarianz-Matrizen für die Modellkoordinaten auf, wobei er unterscheidet, ob nur die Einstellung der Punkte oder auch die relative Orientierung und zusätzlich die innere Orientierung wiederholt wird. Anschließend leitet er auf fehlertheoretischem Wege aus den ursprünglichen Bildkoordinaten Varianz-Kovarianz-Matrizen der Modellkoordinaten für dieselben Fälle ab. Die Übereinstimmung zwischen den empirischen und den theoretischen Ergebnissen bezeichnet er als sehr gut. Mit dem Verfahren können allerdings nur die unregelmäßigen Fehler der instrumentellen Orientierung und der Punkteinstellung erfaßt werden.

4.5 Beurteilung der vorliegenden Untersuchungen

Die bisher angeführten Untersuchungen haben gezeigt, daß über die wirklich im Modell auftretenden Genauigkeitseigenschaften trotz umfangreichen Materials noch recht wenig bekannt ist. Zwar dürften die Einzelkomponenten der Fehlereinflüsse ziemlich gut erfaßt sein, doch gelang es nie wirklich, ihr Zusammenwirken in den Griff zu bekommen. Sehr viele Untersuchungen beschränken sich auf das Vorhandensein von zufälligen Fehlern, sodaß die Ergebnisse für die Praxis wenig aussagekräftig sind. Werden dagegen auch systematische Fehler angenommen, so können meist nur einzelne Gruppen studiert beziehungsweise müssen verschiedene Gruppen getrennt betrachtet werden. Dieser Nachteil ist bei den empirischen Untersuchungen nicht gegeben. Hier war es aber bisher nicht möglich, einen Einblick in die Genauigkeitsstruktur zu geben. Die Genauigkeit wurde nur pauschal als Mittelwert über das ganze Modell dargestellt.

Aus den genannten Gründen ist es auch nicht wirklich gelungen, die zu erwartende Genauigkeit für bestimmte Fälle vorherzusagen, da die angenommenen Voraussetzungen in der Praxis nicht zutrafen (siehe z.B. HARRY [24], VLCEK [60]). Trotzdem

scheint bis heute noch kein echtes Bedürfnis bestanden zu haben, die Genauigkeitsstruktur genauer kennenzulernen. Dies dürfte darauf zurückzuführen sein, daß die praktische Bedeutung der Einzelmodelleinpassung zugunsten der Streifen- oder Blocktriangulation in den Hintergrund gedrängt wurde, zumindest was die numerischen Auswertungen betrifft.

In der Aerotriangulation ging man davon aus, daß bei größeren Modellverbänden die Genauigkeitsstruktur der elementaren Einheiten (Modelle) gegenüber dem Gesamtsystem von untergeordneter Bedeutung ist (ACKERMANN [1]). Daher müsse es zulässig sein, für die Modellkoordinaten ein vereinfachtes stochastisches Modell einzuführen. Ein weiterer Gesichtspunkt, die Gewichte und Korrelationen der Modellkoordinaten zu vernachlässigen, lag darin, daß der Rechenaufwand erheblich reduziert werden kann. Dies gilt besonders für die Ausgleichung großer Systeme, bei denen mehrere tausend Fehlergleichungen auftreten und die Normalgleichungen mit dem vereinfachten Gewichtsansatz direkt aufgestellt oder wegen der beschränkten Kapazität der Rechenanlage überhaupt erst gebildet werden können.

Hinzu kommt, daß bei den ursprünglichen Genauigkeitsleistungen der Aerotriangulation die zu erwartende Verbesserung durch Einführen eines erweiterten stochastischen Modells nicht sonderlich ins Gewicht gefallen wäre. Es ist zum Beispiel nicht entscheidend, ob die Genauigkeit von 30 μm auf 25 μm verbessert werden kann. Nun ist aber heute ein Punkt erreicht, an dem außerordentlich gute Genauigkeiten erreichbar sind, die signifikant unter 10 μm im Bildmaßstab liegen. Damit erschließen sich Anwendungsmöglichkeiten, die höchste Präzision erfordern, wie zum Beispiel die Punktverdichtung von geodätischen Netzen niederer Ordnung. In diesen Fällen ist jede mögliche Genauigkeitssteigerung - selbst im Bereich von Mikrometern - bedeutungsvoll. Das heißt, daß auch die Genauigkeitsstruktur des Einzelmodells wieder in den Vordergrund rückt. Mit der vorliegenden Arbeit soll versucht werden, einen Beitrag zu diesem Problemkreis zu leisten.

5. Aufgabenstellung

Bisher war es möglich, entweder die Genauigkeitsstruktur durch Fehlerfortpflanzung unter großen Vernachlässigungen zu untersuchen oder bei empirischen Untersuchungen zwar alle Fehlereinflüsse zu erfassen aber als Ergebnis nur pauschale Genauigkeitswerte zu erhalten. In der vorliegenden Untersuchung sollen daher aus empirischen Ergebnissen durch statistische Verfahren Rückschlüsse auf die Genauigkeitsstruktur, d.h. die inneren Verhältnisse des Modells gezogen werden. Mit diesem analytischen Verfahren wird versucht, das Genauigkeitsverhalten des Einzelmodells grundsätzlich in den Griff zu bekommen.

Dazu gehören unter anderem Aussagen über die absolut erreichbare Genauigkeit sowie über Möglichkeiten, mit denen in besonderen Fällen eine Genauigkeitssteigerung erreicht werden kann. Weiterhin müssen Vorhersagen für bestimmte Bedingungen ermöglicht werden, die nicht nur theoretische sondern auch praktische Bedeutung haben. Schließlich ist die Untersuchung des Einflusses von strengeren Rechenverfahren für die absolute Orientierung oder die Aerotriangulation von Interesse.

Mit der Kenntnis der Grundeigenschaften des Modells lassen sich nicht nur Genauigkeitsangaben zu den Modellkoordinaten selbst machen, sondern es ist möglich, beliebige Funktionen der Modellkoordinaten zu untersuchen, wie zum Beispiel Strecken, Richtungen und Koordinatenunterschiede, oder die Genauigkeit durch die absolute Orientierung hindurch zu verfolgen.

Die angeschnittenen Fragen lassen sich dann lösen, wenn es gelingt, für die Modellkoordinaten eine komplette Varianz-Kovarianz-Matrix aufzustellen, welche die stochastischen Eigenschaften des Modells hinreichend gut beschreibt. Eine Möglichkeit hierzu bietet ein empirisch-statistisches Verfahren, mit dem aus den Differenzen zwischen den Koordinaten nach einer Ausgleichung und ihren Sollwerten Varianzen und Kovarianzen berechnet werden können.

In der Praxis ist es nicht möglich, durch eine solche empirische Untersuchung die Genauigkeit im photogrammetrischen Modell ganz allgemein anzugeben. Denn hier spielen zu viele Faktoren mit, die alle im einzelnen berücksichtigt oder getrennt untersucht werden müßten. Dies gilt zum Beispiel für Modelle, die aus Aufnahmen verschiedener Kammertypen, verschiedener Flughöhen und Bildmaßstäbe oder derselben Kammer unter verschiedenen Bedingungen gebildet werden.

Soweit dem Verfasser bekannt ist, handelt es sich bei der vorliegenden Arbeit um die erste derartige Untersuchung. Sie kann gewissermaßen als Pilot-Studie aufgefaßt werden und beschränkt sich daher auf einen Teilaspekt, aus dem aber unter den gegebenen Bedingungen möglichst umfassende Ergebnisse gewonnen werden sollen. Wenn sich die Methode bewährt, kann später an die Ausdehnung auf die übrigen Fälle gedacht werden. Es werden also nur Aufnahmen benützt, die mit einer Kammer unter gleichen Umständen von demselben Gebiet erflogen wurden. Die Wahl fiel auf eine Weitwinkelkammer mit 153 mm Brennweite, da dieser Typ heute am gebräuchlichsten ist.

Für die Berechnung der Koordinatendifferenzen muß das zu befliegende Gebiet gut identifizierbare Punkte enthalten, deren Koordinaten sehr genau bekannt sind. Außerdem sollen diese Punkte praktisch das Modell repräsentieren, sodaß sie zum einen regelmäßig angeordnet und zum anderen möglichst zahlreich vorhanden sein sollten. Statistisch signifikante Aussagen sind nur möglich, wenn die ausgewählte Stichprobe groß genug ist. Es werden daher etwa 50 Modelle der Befliegung eines Testfeldes herangezogen. Auf nähere Einzelheiten wird im nächsten Kapitel einzugehen sein.

Mit dem empirischen Datenmaterial wird zuerst die Genauigkeit im relativ orientierten Modell untersucht. Für ausgewählte Punkte im Modell wird eine empirische Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten aufgestellt, aus der alle interessierenden Genauigkeitszusammenhänge abgeleitet werden können. Dasselbe Verfahren wird auf das absolut orientierte Modell angewendet, wobei hier besonders der Vergleich zwischen dem gebräuchlichen stufenweisen Orientierungsverfahren und einer strengen Lösung nach der Bündelmethode im Vordergrund steht. Den Abschluß bilden Genauigkeitsuntersuchungen, welche die Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten benützen und mit Hilfe von fehlertheoretischen und zusätzlichen empirischen Methoden einige bisherige Ergebnisse überprüft und Voraussagen für weitere Fälle

macht. Als Beispiel ist hier unter anderem die Streckengenauigkeit im relativ und absolut orientierten Modell behandelt.

Die Untersuchung legt Aufnahmen eines Testfeldes zugrunde und benötigt außerdem Rechenprogramme, mit deren Hilfe die verschiedenen Orientierungsfälle praktisch berechnet werden können. Hierzu sollen im folgenden Kapitel noch einige theoretische Grundlagen und Angaben über die verwendeten Programme, das benützte Testfeld und die eigentlichen Vorbereitungen für die Untersuchung gegeben werden.

An dieser Stelle möchte der Verfasser Herrn Professor Dr.-Ing. ACKERMANN danken für die Anregung zu dieser Arbeit und die jederzeit bereitwillig gewährte Unterstützung. Sein fachlicher Rat und seine wertvollen Hinweise in zahlreichen Diskussionen trugen entscheidend zum Gelingen der Arbeit bei.

II. GRUNDLAGEN UND VORBEREITUNG DER UNTERSUCHUNG

1. Analytische Orientierung von Luftbildern

Die mathematischen Grundlagen der Auswertung von Luftbildern können mit Hilfe der Formeln der Zentralprojektion beschrieben werden. Diese sind heute allgemein bekannt und auch in Lehrbüchern ausführlich behandelt (siehe zum Beispiel FINSTERWALDER-HOFMANN [10], JORDAN/EGGERT/KNEISSL [28]). Zur Beschreibung der für die vorliegende Untersuchung benötigten Rechenprogramme erscheint es jedoch zweckmäßig, die wichtigsten Formeln hier wiederzugeben und kurz zu erläutern.

1.1 Der räumliche Rückwärtseinschnitt

Zur formelmäßigen Darstellung der Zentralprojektion müssen sowohl im Bild als auch im Gelände eindeutige Koordinatensysteme definiert sein. Abbildung 2.1 zeigt die geometrischen Beziehungen zwischen Bild- und Geländesystem.

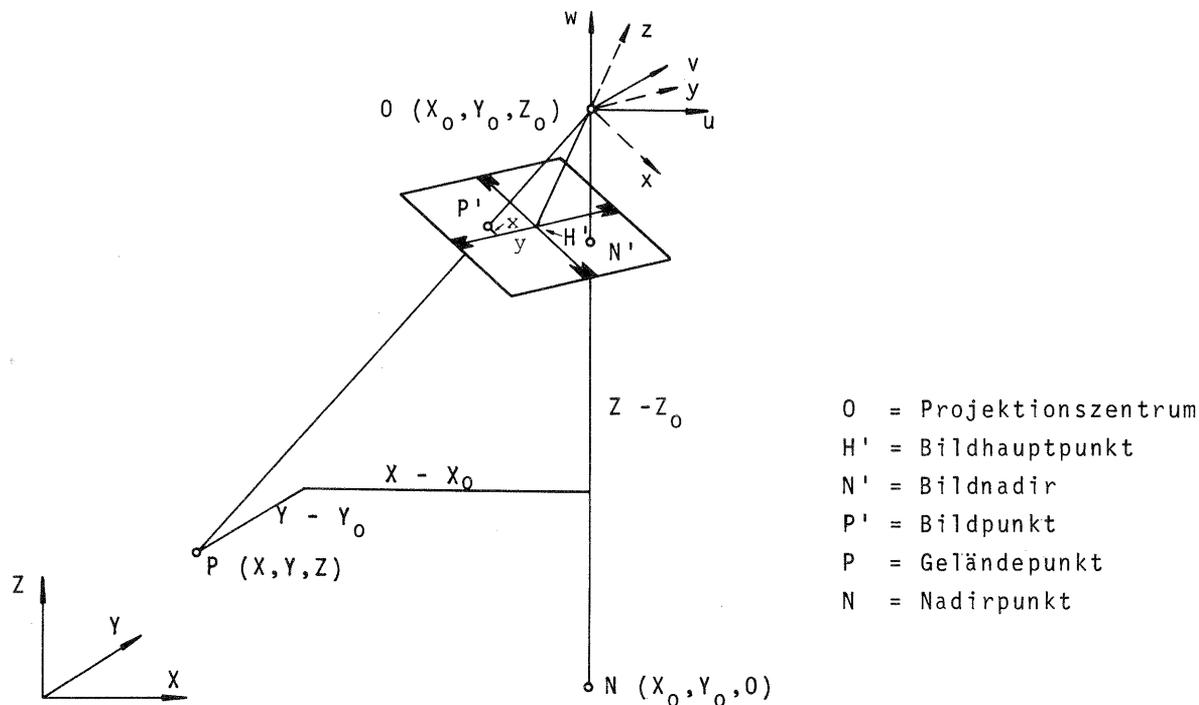


Abbildung 2.1 Beziehungen zwischen Bild- und Raumkoordinatensystem

Der Ursprung des kartesischen Bildkoordinatensystems liegt im Projektionszentrum O und die x -Achse weist ungefähr in Flugrichtung. Das Raumkoordinatensystem kann beliebig gelagert sein.

Mit der Grundgleichung der Zentralprojektion läßt sich das Aufnahmestrahlenbündel in folgender Form mathematisch darstellen:

$$\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \lambda \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{x} \quad (2.1)$$

wobei

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= (X, Y, Z)^t &&= \text{Vektor der Raumkoordinaten eines} \\ &&&\text{Geländepunktes (im Geländesystem)} \\ \mathbf{X}_0 &= (X_0, Y_0, Z_0)^t &&= \text{Vektor der Raumkoordinaten des} \\ &&&\text{Projektionszentrums (im Geländesystem)} \\ \lambda &= \text{Maßstabsfaktor für den Strahl } \overline{OP}/\overline{OP'} \\ \mathbf{R} &= \text{Räumliche Drehmatrix} \\ \mathbf{x} &= (x, y, -c)^t &&= \text{Vektor der Bildkoordinaten des dem} \\ &&&\text{Geländepunkt zugeordneten Bildpunktes} \\ c &= \text{Kammerkonstante} \end{aligned}$$

Wenn Gleichung (2.1) erfüllt ist, bedeutet dies, daß der Raumpunkt P und sein zugehöriger Bildpunkt P' auf einer Geraden durch das Projektionszentrum O liegen.

Sofern die Kammerkonstante, der Bildhauptpunkt, die Koordinaten des Aufnahmeorts, der Maßstabsfaktor und die Elemente der Drehmatrix bekannt sind, kann mit Gleichung (2.1) jeder gemessene Bildpunkt in das Geländekoordinatensystem umgerechnet werden. Umgekehrt können aus den Raumkoordinaten bekannter Geländepunkte die unbekannt orientierungsparameter ermittelt werden. Dazu muß Gleichung (2.1) nach den Bildkoordinaten aufgelöst werden, und es ergeben sich nach Elimination von λ die beiden Gleichungen (2.3).

Die orthogonale Drehmatrix \mathbf{R} habe die folgende Form

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Dabei seien a_i, b_i, c_i Funktionen von drei unabhängigen Größen, nämlich den Drehwinkeln ϕ, ω, κ um die y-, x-, z-Achse des Bildkoordinatensystems. Wegen möglicher Formen der Drehmatrix wird auf FINSTERWALDER-HOFMANN [10] oder TIENSTRA [58] verwiesen.

Die Umkehrung der Gleichung (2.1) liefert dann

$$x = -c \cdot \frac{a_1(X-X_0) + a_2(Y-Y_0) + a_3(Z-Z_0)}{c_1(X-X_0) + c_2(Y-Y_0) + c_3(Z-Z_0)} \quad (2.3a)$$

$$y = -c \cdot \frac{b_1(X-X_0) + b_2(Y-Y_0) + b_3(Z-Z_0)}{c_1(X-X_0) + c_2(Y-Y_0) + c_3(Z-Z_0)} \quad (2.3b)$$

Die Gleichungen (2.3) werden auch als Abbildungsgleichungen der Zentralprojektion bezeichnet.

Da jeder Paßpunkt eine Gleichung der Form (2.3a) und (2.3b) liefert, genügen drei Paßpunkte, die nicht auf einer Geraden liegen, zur eindeutigen Bestimmung der Transformationsparameter. Das Verfahren dieser Einzelbildorientierung wird in Anlehnung an das entsprechende ebene Problem als räumlicher Rückwärtseinschnitt bezeichnet. Weit größere Bedeutung hat jedoch das Verfahren der Doppelpunkteinschaltung im Raum gewonnen, bei dem zur Einpassung in das Geländesystem ein Stereobildpaar benützt wird.

1.2 Rechnerische Orientierung von Bildpaaren

Bei diesem Verfahren kann für jedes Bild getrennt ein Gleichungssystem (2.1) aufgestellt werden, sodaß sich zwei Gleichungen für die Geländekoordinaten eines Punktes P ergeben.

$$X = X_0' + \lambda R'x' \quad (2.4a)$$

$$X = X_0'' + \lambda R''x'' \quad (2.4b)$$

Zu der Bedingung, daß Raumpunkt P und Bildpunkt P' auf einer Geraden durch O liegen müssen, kommt eine weitere hinzu. Diese besagt, daß sich die Bildstrahlen eines Geländepunktes im ersten und im zweiten Bild (homologe Bildpunkte) im Raum wieder schneiden müssen. Jeder Bildpunkt, der im gemeinsam überdeckten Gebiet der beiden Aufnahmen liegt, liefert also ein weiteres Bestimmungsstück für die nunmehr $2 \cdot 6 = 12$ unabhängigen Orientierungsgrößen. Damit kann die Anzahl der notwendigen Paßpunkte grundsätzlich herabgesetzt werden. Für eine eindeutige Lösung werden aber zwölf unabhängige Bedingungsgleichungen gefordert, in denen alle Unbekannten vorkommen. Die genauere Analyse zeigt, daß mindestens zwei Paßpunkte mit allen drei Koordinaten X, Y, Z und ein Paßpunkt mit der Höhe Z gegeben sein müssen. Man erhält dann sieben Bestimmungsstücke aus den Koordinaten und drei aus der Schnittbedingung für die drei Paßpunkte. Die beiden restlichen liefert die Schnittbedingung für zwei weitere beliebige homologe Bildpunkte.

Stehen insgesamt mehr als die notwendige Anzahl von Paß- und Bildpunkten zur Verfügung, was praktisch immer der Fall sein wird, so muß die Orientierung nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen werden. Eine Lösung dieses Problems hat SCHMID [51] angegeben, die im folgenden kurz skizziert werden soll.

Die Gleichungen (2.3) können in allgemeiner Form als Funktion der Orientierungselemente und der Raumkoordinaten des dem Bildpunkt zugeordneten Geländepunktes ausgedrückt werden. Die Elemente der Drehmatrix **R** werden als Funktionen von Längsneigung ϕ , Querneigung ω und Kantung κ angegeben.

$$x = f_1(\phi, \omega, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z) \quad (2.5a)$$

$$y = f_2(\phi, \omega, \kappa, X_0, Y_0, Z_0, X, Y, Z) \quad (2.5b)$$

Faßt man die Bildkoordinaten x und y als Beobachtungen mit zugehörigen Verbesserungen v und die Orientierungselemente und Raumkoordinaten als freie Unbekannte auf, lassen sich mit Hilfe einer Taylorentwicklung die linearisierten Verbesserungsgleichungen anschreiben.

$$v_x = \frac{\partial f_1}{\partial \phi} \Delta \phi + \frac{\partial f_1}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_1}{\partial \kappa} \Delta \kappa + \frac{\partial f_1}{\partial X_0} \Delta X_0 + \frac{\partial f_1}{\partial Y_0} \Delta Y_0 + \frac{\partial f_1}{\partial Z_0} \Delta Z_0 + \frac{\partial f_1}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial f_1}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial f_1}{\partial Z} \Delta Z + x^0 - x \quad (2.6a)$$

$$v_y = \frac{\partial f_2}{\partial \phi} \Delta \phi + \frac{\partial f_2}{\partial \omega} \Delta \omega + \frac{\partial f_2}{\partial \kappa} \Delta \kappa + \frac{\partial f_2}{\partial X_0} \Delta X_0 + \frac{\partial f_2}{\partial Y_0} \Delta Y_0 + \frac{\partial f_2}{\partial Z_0} \Delta Z_0 + \frac{\partial f_2}{\partial X} \Delta X + \frac{\partial f_2}{\partial Y} \Delta Y + \frac{\partial f_2}{\partial Z} \Delta Z + y^0 - y \quad (2.6b)$$

Für jede "Stereo"-Messung zweier homologer Bildpunkte kann man vier Fehlergleichungen aufstellen. Die Anzahl der Unbekannten hängt davon ab, ob es sich um Paßpunkte oder zu bestimmende Geländepunkte handelt.

Nach Einführung einer a priori Gewichtsmatrix \mathbf{P} für die Beobachtungen können in bekannter Weise (Standardproblem II, Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen) Normalgleichungen gebildet und nach den Unbekannten aufgelöst werden. Wegen der durch die Linearisierung bedingten Vernachlässigungen muß der Rechenvorgang mit jeweiliger Verbesserung der Näherungswerte gegebenenfalls mehrmals wiederholt werden.

2. Rechenprogramm für die Orientierung von Einzelmodellen nach der Bündelmethode

Ausgehend von den in Abschnitt II.1.2 angegebenen Formeln wurde vom Verfasser ein Rechenprogramm in Algol 60 für die Rechenanlage Telefunken TR 4 des Rechenzentrums der Universität Stuttgart erstellt, das den für die Untersuchung geltenden Bedingungen möglichst gut entspricht.

Als räumliche Drehmatrix \mathbf{R} wird eine Form benützt, wie sie FINSTERWALDER-HOFMANN [10], S. 32, angibt, mit ϕ als Primär-, ω als Sekundär- und κ als Tertiärdrehung. Die Elemente von \mathbf{R} in Gleichung (2.2) lauten

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos \phi \cos \kappa + \sin \phi \sin \omega \sin \kappa \\ a_2 &= \cos \omega \sin \kappa \\ a_3 &= -\sin \phi \cos \kappa + \cos \phi \sin \omega \sin \kappa \\ b_1 &= -\cos \phi \sin \kappa + \sin \phi \sin \omega \cos \kappa \\ b_2 &= \cos \omega \cos \kappa \\ b_3 &= \sin \phi \sin \kappa + \cos \phi \sin \omega \cos \kappa \\ c_1 &= \sin \phi \cos \omega \\ c_2 &= -\sin \omega \\ c_3 &= \cos \phi \cos \omega \end{aligned} \quad (2.7)$$

Das Rechenprogramm gliedert sich in drei Hauptabschnitte, die verschiedene Operationen ausführen. Die beiden ersten Teile berechnen aus den Maschinenkoordinaten entsprechende Bildkoordinaten und Näherungswerte für die Unbekannten, während der dritte Teil die eigentliche Ausgleichung enthält.

2.1 Transformation der Maschinenkoordinaten in das Bildkoordinatensystem

Die in einem komparatoreigenen Koordinatensystem gemessenen x - und y -Werte der Bildpunkte werden in das System der Rahmenmarken transformiert und wegen Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung korrigiert. Für die Rahmenmarkentransformation wird ein affiner Ansatz getroffen, um die Haupteinflüsse des regelmäßigen Filmschrumpfs zu erfassen. Die Korrektur des Refraktionseinflusses erfolgt nach der Formel von SCHUT [54], die eine Vereinfachung der von LEYONHUFVUD [38] abgeleiteten darstellt.

Als radiale Verbesserung der Bildkoordinaten wegen Refraktion ergibt sich

$$dr_R = -r \cdot \left(1 + \frac{r^2}{c^2}\right) \cdot k \quad (2.8)$$

In (2.8) bedeuten

- r = Abstand des Punktes vom Bildhauptpunkt
- c = Kammerkonstante
- k = Refraktionseinfluß in Abhängigkeit der Geländehöhe und der Flughöhe (siehe Tabelle in SCHUT [54])

Die Einflüsse von Erdkrümmung und Bildneigungen auf die Refraktionskorrektur sind nicht berücksichtigt, da sie in praktischen Aufnahmefällen vernachlässigbar sind (SCHUT [54]).

Die Korrektur der Bildkoordinaten wegen Erdkrümmung erfolgt nach Formel (2.9).

$$dr_E = \frac{h}{2R} \cdot \frac{r^3}{c^2} \quad (2.9)$$

mit

- h = relative Flughöhe
- R = Erdradius

Da die Verzeichnungsmessung im Labor für gleichabständige Punkte auf den vier Halbdagonalen des Bildformats erfolgte, werden im Gegensatz zum üblichen Verfahren auch asymmetrische Anteile der radialen Verzeichnung berücksichtigt. Zur Berechnung der radialen Komponente dr_V wird zuerst entlang der beiden Halbdagonalen, die den Sektor einschließen, in dem der Bildpunkt liegt, linear interpoliert. Anschließend wird entlang des Kreisbogens zwischen den zwei interpolierten Punkten der Halbdagonalen ebenfalls linear interpoliert. Näheres kann KRAUS, STARK [34] entnommen werden.

2.2 Berechnung von Näherungswerten für die Unbekannten

Da die ursprünglichen Fehlergleichungen nichtlinear sind, müssen sie für die Ausgleichung linearisiert werden. Dazu sind Näherungswerte für alle auftretenden Unbekannten notwendig.

2.2.1 Orientierungswinkel

Längs- und Querneigung werden gleich Null angesetzt, also $\bar{\phi} = \bar{\omega} = 0$. Einen Näherungswert für die Kantung $\bar{\kappa}$ gewinnt man aus der Differenz der Richtungswinkel einer Strecke im Bild und im Gelände. Als Anfangspunkt dieser Strecke dient zweckmäßigerweise der Bildhauptpunkt beziehungsweise der genäherte Nadirpunkt.

2.2.2 Projektionszentren

Die Lagekoordinaten \bar{X}_0 und \bar{Y}_0 der genäherten Projektionszentren werden nach einem Vorschlag von FINSTERWALDER-HOFMANN [10] durch einen ebenen Rückwärtseinschnitt nach drei bekannten Punkten im Geländesystem bestimmt. Als Winkel dienen die Radialwinkel im Bildhauptpunkt, die näherungsweise den Winkel im Nadirpunkt entsprechen. Die absolute Flughöhe liefert eine Näherungskordinate für \bar{Z}_0 .

2.2.3 Modellpunkte

Für die Näherungskordinaten der Modellpunkte wird ein Vorschlag von SCHMID [51] übernommen, der diese als Schnitt der Einzelstrahlen aus den beiden Meßbildern berechnet. Mit $\mathbf{u} = (u, v, w)^t = \mathbf{R} \cdot \mathbf{x}$ geht Gleichung (2.1) über in

$$\mathbf{X} - \mathbf{X}_0 = \lambda \cdot \mathbf{u} \quad (2.10)$$

Nach Elimination von λ und ausführlicher Schreibweise führt (2.10) zu zwei Gleichungen:

$$X - \frac{u}{w} Z + \frac{u}{w} Z_0 - X_0 = 0 \quad (2.11a)$$

$$Y - \frac{v}{w} Z + \frac{v}{w} Z_0 - Y_0 = 0 \quad (2.11b)$$

Für identische Punkte in zwei Bildern erhält man vier Gleichungen mit drei Unbekannten. Durch Einführung von fiktiven Verbesserungen lassen sich Normalgleichungen bilden und nach den unbekanntenen Koordinaten auflösen, wodurch man ausgezeichnete Näherungswerte gewinnt.

2.3 Ausgleichungsvorgang

Der dritte Teil des Programms enthält den eigentlichen Ausgleichungsprozeß, nämlich die Bestimmung der endgültigen Geländekoordinaten. Aus Gründen der Speicherplatzersparnis wird aus den Fehlergleichungen (2.6) nicht die komplette Normalgleichungsmatrix gebildet, sondern es wird ein reduziertes Gleichungssystem aufgestellt. In (2.6) treten als Unbekannte sowohl die Orientierungsparameter als auch die Koordinaten der Neupunkte auf. Damit läßt sich eine Gruppe dieser Unbekannten aus den Normalgleichungen eliminieren, sodaß nur noch ein teilreduziertes Gleichungssystem gelöst werden muß. Im vorliegenden Fall ist es günstiger, die Koordinaten zu eliminieren, da deren Anzahl die der Orientierungselemente im allgemeinen weit übertrifft.

Die linearisierten Fehlergleichungen (2.6) lauten in Matrixschreibweise für n Bildpunkte mit m unbekanntem Koordinaten

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{t} + \mathbf{B} \cdot \Delta \mathbf{X} - \mathbf{F} \quad (2.12)$$

mit

$$\mathbf{v} = (v_{x_i}, v_{y_i})^t = \text{Verbesserungen der Bildkoordinaten, } i = 1 \dots n$$

$$\mathbf{t} = (\phi', \omega', \kappa', X'_0, Y'_0, Z'_0, \phi'', \omega'', \kappa'', X''_0, Y''_0, Z''_0)^t$$

= Orientierungsparameter der beiden Bilder ' und ''

$\Delta \mathbf{t}$ = deren Inkremente

$$\mathbf{X} = (X_j, Y_j, Z_j)^t = \text{Unbekannte Geländekoordinaten der Modellpunkte, } j = 1 \dots m$$

$\Delta \mathbf{X}$ = deren Inkremente

\mathbf{A} = Koeffizientenmatrix für $\Delta \mathbf{t}$

\mathbf{B} = Koeffizientenmatrix für $\Delta \mathbf{X}$

$\mathbf{F} = f(\mathbf{t}^0, \mathbf{X}^0) - \mathbf{x} = \text{Absolutgliedvektor}$

$\mathbf{x} = (x'_i, y'_i, x''_i, y''_i)^t = \text{Koordinaten der Bildpunkte } i \text{ in beiden Bildern}$

Aus Gleichung (2.12) erhält man unter der Annahme von gleichgewichtigen und unkorrelierten Bildkoordinaten als Lösung der Normalgleichungen

$$\Delta \mathbf{t} = (\mathbf{A}^t \mathbf{A} - \mathbf{A}^t \mathbf{B} (\mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{A})^{-1} \cdot (\mathbf{A}^t \mathbf{F} - \mathbf{A}^t \mathbf{B} (\mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{F}) \quad (2.13)$$

$$\Delta \mathbf{X} = (\mathbf{B}^t \mathbf{B})^{-1} \cdot (\mathbf{B}^t \mathbf{F} - \mathbf{B}^t \mathbf{A} \Delta \mathbf{t}) \quad (2.14)$$

Der Ausgleichungsprozeß ist mehrmals zu wiederholen, da bei der Linearisierung durch Einführen von Näherungswerten Vernachlässigungen entstehen. Mit den Ergebnissen eines jeden Durchgangs verbessert man die Näherungswerte und führt die Linearisierung neu durch. Als Abbruchkriterium dient die Änderung der Orientierungswinkel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Iterationen. Ist diese Änderung kleiner als 1^{cc} , wird abgebrochen und das Ergebnis als endgültig betrachtet, was im allgemeinen mit vier Iterationen erreicht ist.

Schließlich werden noch die Verbesserungen der Bildkoordinaten, der mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_0 sowie die mittleren Fehler der Orientierungsgrößen berechnet und ausgedruckt.

Das Rechenprogramm wurde soweit ausgetestet, daß es alle praktisch vorkommenden Fälle verarbeiten kann. Mit der gewählten Methode der Linearisierung konvergiert das Verfahren selbst bei Längs- und Querneigungen von etwa 25^{g} noch zufriedenstellend. In diesem Falle sind aber mindestens sechs Iterationsschritte notwendig.

Die Rechenzeit und der Kernspeicherbedarf hängen sehr stark von der Anzahl der gegebenen und zu bestimmenden Geländepunkte ab. In dieser Beziehung wurde keine Optimierung angestrebt. Es sollte lediglich sichergestellt werden, daß Modelle mit etwa 100 Neupunkten noch berechnet werden können. Da außerdem bei der Rechanlage TR4 keine detaillierte Zeitangaben möglich sind, wird auf die Angabe näherer Einzelheiten verzichtet.

3. Rechenprogramm für die stufenweise Orientierung von Einzelmodellen

3.1 Relative Orientierung

Im Gegensatz zur strengen Lösung wird bei dem üblichen stufenweisen Verfahren der Orientierungsvorgang in die relative und absolute Orientierung aufgespalten. Dies entspricht dem Vorgehen in Stereoauswertegeräten und benötigt einen erheblich geringeren Rechenaufwand als die Lösung in einem Guß. Das Ergebnis muß aus dem Grunde als nicht streng bezeichnet werden, weil zwischen der ersten und der zweiten Stufe die auftretenden Korrelationen der Modellkoordinaten vernachlässigt werden.

Für die vorliegende Arbeit wurde das Programm zur stufenweisen Orientierung aus dem in II.2 beschriebenen Programm für die strenge Bündelmethode abgeleitet. Man kann letzteres direkt verwenden, wenn man nur die Mindestanzahl von Paßpunkten vorgibt, sodaß in der Ausgleichung nur die Schnittbedingungen wirken. Theoretisch können die Paßpunkte in einem beliebigen System liegen, doch bieten sich hier die Bildkoordinaten als Paßpunktkoordinaten an. Es müssen dann für zwei Punkte eines Bildes die x -, y - und $-c$ -Koordinaten und für einen weiteren Punkt desselben Bildes die $-c$ -Koordinate festgehalten werden.

Bei der angegebenen Lösung besteht jedoch die Gefahr, daß größere Höhenunterschiede im Gelände das entstehende Modell gegenüber dem Raumsystem sehr stark neigen, was unerwünschte Komplikationen für die spätere absolute Orientierung hervorrufen könnte. Um dies zu vermeiden, werden nicht die Bildkoordinaten sondern ihre entsprechenden Näherungs-Modellkoordinaten als "Paßpunkt"-Koordinaten eingeführt. Diese kann man zusammen mit den Näherungskoordinaten der übrigen Punkte nach Gleichung (2.11) berechnen. Die Drehmatrix wird gleich der Einheitsmatrix gesetzt, und die Näherungswerte der Projektionszentren werden vorgegeben zu $X_{01} = Y_{01} = Z_{01} = Y_{02} = Z_{02} = 0$ und $X_{02} = 90$ mm. Modell- und Bildkoordinatensystem besitzen dann etwa denselben Maßstab.

In dem Rechenprogramm nach der Bündelmethode mußte also nur der zweite Teil der Berechnung von Näherungskoordinaten abgeändert werden, um es direkt für die relative Orientierung verwenden zu können. Teil 1 und Teil 3 werden unverändert übernommen, sodaß die in Abschnitt II.2.1 (S. 24) und II.2.3 (S. 25) gegebene Beschreibung entsprechend auch hier gilt.

3.2 Absolute Orientierung

Die absolute Orientierung wird über eine räumliche Ähnlichkeitstransformation des Modellsystems in das Geländesystem erreicht. Für diesen Prozeß stand ein Rechenprogramm von H. KLEIN [2] zur Verfügung, das im Zusammenhang mit einem Streifenausgleichungsprogramm erstellt wurde. Die Anwendung dieses Programms beschränkt sich auf gleich genaue und unkorrelierte Modellkoordinaten. Da die vorliegende Untersuchung jedoch auch den Fall beinhalten soll, daß eine allgemeine Gewichtskoeffizientenmatrix für die Modellkoordinaten gegeben ist, mußte für diesen Zweck ein neues Rechenprogramm geschrieben werden.

Die Transformationsformeln eines Punktes i werden wie folgt angesetzt:

$$\mathbf{X}_i = m \mathbf{R} \mathbf{U}_i + \mathbf{X}_0 \quad (2.15)$$

Hierbei bedeuten

$$\mathbf{X}_i = (X_i, Y_i, Z_i)^t = \text{Geländekoordinaten des Punkte } i$$

$$\mathbf{U}_i = (U_i, V_i, W_i)^t = \text{Modellkoordinaten des Punktes } i$$

$$\mathbf{X}_0 = (X_0, Y_0, Z_0)^t = \text{Translationsvektor}$$

$$m = \text{Maßstabsfaktor}$$

$$\mathbf{R} = \text{Orthogonale Drehmatrix}$$

Beim Übergang von (2.15) auf Fehlergleichungen für den Ausgleichsvorgang werden die Verbesserungen üblicherweise direkt an den Geländekoordinaten angebracht. Dieses Vorgehen ist beim Einführen eines allgemeinen stochastischen Modells nicht mehr zulässig, da sich dieses auf die beobachteten Modellkoordinaten bezieht. Die Verbesserungen müssen daher den Modellkoordinaten zugeordnet werden. Damit handelt es sich um eine Ausgleichung nach Standardproblem IV (Bedingte Beobachtungen mit Unbekannten).

Die Bedingungsgleichungen lauten pro Punkt i

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{X}_i - m \mathbf{R} (\mathbf{U}_i + \mathbf{v}_i) - \mathbf{X}_0 = \mathbf{0} \quad (2.16)$$

mit

$$\mathbf{v}_i = (v_U, v_V, v_W)^t = \text{Verbesserungen der Modellkoordinaten des Punktes } i$$

$$\mathbf{f}_i = \text{Symbol für Funktion}$$

Für die Drehmatrix \mathbf{R} wird die bereits bekannte Form (2.2) und (2.7) benützt, deren Elemente sich aus trigonometrischen Funktionen der drei Drehwinkel ϕ , ω und κ zusammensetzen.

Die notwendige Anzahl von Bedingungsgleichungen (2.16), die das Ausgleichssystem eindeutig bestimmen, ergibt sich aus der Anzahl der vorhandenen Paßpunkte. Es genügt, wenn die Gleichungen (2.16) nur für Paßpunkte angesetzt werden. Jeder weitere Modellpunkt, der nicht Paßpunkt ist, würde drei zusätzliche Gleichungen liefern, die aber auch drei zusätzliche Unbekannte enthalten und damit nichts zur Ausgleichung beitragen. Wegen der Voraussetzung, daß die Gewichtskoeffizientenmatrix der Beobachtungen eine beliebige Form annehmen kann, daß also alle Beobachtungen korreliert sein können, ist darauf zu achten, daß in (2.16) sämtliche Beobachtungen mit ihren Verbesserungen auftreten. Die Koordinaten der unbekanntenen Geländepunkte lassen sich nach der Ausgleichung mit den Transformationsformeln (2.15) berechnen, wenn dort anstelle von \mathbf{U}_i die verbesserten Modellkoordinaten $\bar{\mathbf{U}}_i = \mathbf{U}_i + \mathbf{v}_i$ eingesetzt werden.

Die Linearisierung von (2.16) ergibt folgende linearisierten Bedingungsgleichungen für einen Paßpunkt i :

$$\mathbf{A}_i \mathbf{v}_i + \mathbf{B}_i \Delta \mathbf{t} = \mathbf{F}_i \quad (2.17)$$

mit

$$\mathbf{A}_i = \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{U}_i} = \text{Koeffizientenmatrix des nach den beobachteten Modellkoordinaten linearisierten Systems}$$

$$\mathbf{B}_i = \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{t}} = \text{Koeffizientenmatrix des nach den Transformationsparametern } \mathbf{t} \text{ linearisierten Systems}$$

$$\Delta \mathbf{t} = \mathbf{t} - \mathbf{t}^0 = \text{Verbesserungsvektor für die Näherungswerte der Unbekannten } \mathbf{t}$$

$$\mathbf{t} = (\phi, \omega, \kappa, m, X_0, Y_0, Z_0)^t = \text{Transformationsparameter}$$

$$\mathbf{F}_i = -\mathbf{f}_i(\mathbf{U}_i^0, \mathbf{t}^0, \mathbf{X}_i) - \mathbf{A}_i \cdot (\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_i^0) = \text{Widerspruch der linearisierten Gleichungen}$$

$$\mathbf{f}_i(\mathbf{U}_i^0, \mathbf{t}^0, \mathbf{X}_i) = \text{Funktionswert an der Näherungsstelle}$$

$$\mathbf{U}_i - \mathbf{U}_i^0 = \text{Beobachtete Modellkoordinaten minus verbesserte Modellkoordinaten des jeweils vorhergehenden Iterationsschritts}$$

Aus den Gleichungen (2.17) für alle Paßpunkte erhält man das Gesamtsystem (2.18)

$$\mathbf{A} \mathbf{v} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{t} = \mathbf{F} \quad (2.18)$$

hierin bedeuten

$$\mathbf{A} = \{\mathbf{A}_i\} = \text{Gesamtmatrix bestehend aus den Submatrizen } \mathbf{A}_i$$

$$\mathbf{B} = \{\mathbf{B}_i\} = \text{Gesamtmatrix bestehend aus den Submatrizen } \mathbf{B}_i$$

$$\mathbf{F} = \{\mathbf{F}_i\} = \text{Gesamtvektor bestehend aus den Subvektoren } \mathbf{F}_i$$

$$\mathbf{v} = \text{Vektor der Verbesserungen für sämtliche Modellkoordinaten (auch der Nichtpaßpunkte)}$$

Aus (2.17) und (2.18) folgt, daß sämtliche Elemente der Matrix \mathbf{A} verschwinden, die zu den Verbesserungen der Modellkoordinaten von Nichtpaßpunkten gehören.

Die Normalgleichungen zu (2.18) lauten

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{A}^t \mathbf{k} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{t} &= \mathbf{F} \\ \mathbf{B}^t \mathbf{k} &= \mathbf{0} \end{aligned} \quad (2.19)$$

mit

$$\mathbf{G} = \text{Gewichtskoeffizientenmatrix aller Modellkoordinaten}$$

$$\mathbf{k} = \text{Korrelaten}$$

Die Auflösung von (2.19) liefert schließlich

$$\Delta \mathbf{t} = (\mathbf{B}^t (\mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^t (\mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{F} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{k} = (\mathbf{A} \mathbf{G} \mathbf{A}^t)^{-1} \cdot (\mathbf{F} - \mathbf{B} \Delta \mathbf{t}) \quad (2.21)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{G} \mathbf{A}^t \mathbf{k} \quad (2.22)$$

Bedingt durch die Vernachlässigungen bei der Linearisierung muß der Ausgleichsvorgang iteriert werden. Nach jedem Iterationsschritt werden die Transformationsparameter nach (2.23) sowie die Beobachtungen nach (2.24) verbessert.

$$\mathbf{t} = \mathbf{t}^0 + \Delta \mathbf{t} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{U}^0 = \mathbf{U} + \mathbf{v} \quad (2.24)$$

Die ursprünglichen Beobachtungen bleiben aber trotzdem erhalten. Die verbesserten Werte dienen zur erneuten Linearisierung und zur Berechnung des nächsten Iterationsschrittes. Wegen näherer Einzelheiten zur benutzten Methode der Linearisierung und zur Iterationsfolge sei auf STARK, MIKHAIL [56] verwiesen. Die Rechnung wird abgebrochen, wenn die Änderung sowohl der Verbesserungen \mathbf{v} als auch der Transformationsparameter $\Delta \mathbf{t}$ kleiner als eine vorzugebende Schranke ist. Bei einem Schrankenwert von 10^{-10} werden im allgemeinen vier bis fünf Iterationen benötigt. Wie bereits erwähnt, können anschließend die Koordinaten der unbekannten Geländepunkte mit Hilfe der verbesserten Modellkoordinaten nach (2.15) berechnet werden.

Die beiden angeführten Rechenprogramme für die räumliche Ähnlichkeitstransformation werden nach Bedarf verwendet, wobei das erstgenannte als Bestandteil in die stufenweise Orientierung eingebaut wurde, während das zweite als unabhängiges Programm existiert. Letzteres ist abweichend von den übrigen Programmen in Fortran IV für die CDC-6600-Rechenanlage des Rechenzentrums der Universität Stuttgart geschrieben worden.

4. Das Testfeld Rheidt

Zur Durchführung der Untersuchung wurden Luftaufnahmen eines Testfeldes benötigt, das ein dichtes Raster von gut identifizierbaren Punkten mit bekannten Koordinaten besitzt. Die Genauigkeit sollte so groß sein, daß die terrestrischen Fehler gegenüber den photogrammetrischen vernachlässigt werden können. Da Prof. KUPFER [36] ein derartiges Testfeld für Genauigkeitsuntersuchungen im photogrammetrischen Einzelbild bereits angelegt hatte, das er gerne zur Verfügung stellte, wurde auf die Einrichtung eines eigenen verzichtet. Das 2 km x 2 km große Gebiet, das in der Nähe der Ortschaft Rheidt nordöstlich von Bonn gelegen ist, umfaßte ursprünglich 25 Punktgruppen in regelmäßigen Abständen von etwa 500 m. Jede Punktgruppe besteht aus einem Hauptpunkt, der durch einen TP-Pfeiler vermarktet und unterirdisch gesichert ist, und zwei Beipunkten aus Plastikrohren im Abstand von je ca. 3 m. Alle drei Punkte liegen auf einer Geraden. Das Gelände ist eben und gut einzusehen; der größte Höhenunterschied beträgt etwa 2 m.

Für die vorliegende Untersuchung erschien es zweckmäßig, das Punktnetz zu verdichten, womit Prof. KUPFER einverstanden war. Im Frühjahr 1969 wurde diese Verdichtung vorgenommen, indem etwa in die Mitte jedes Quadrates eine zusätzliche Punktgruppe gelegt wurde, die ebenfalls aus drei auf einer Geraden liegenden Punkten besteht. Während Prof. KUPFER die Punktauswahl und die Vermarkung mit Plastikrohren besorgte, führte der Verfasser die Netzbeobachtungen für die Lage- und Höhenbestimmung durch. Die rechnerische Ausgleichung des Netzes erfolgte in Bonn unter Beibehaltung der Koordinaten der Altpunkte.

Das jetzt 41 Punktgruppen umfassende Testfeld weist eine Koordinatengenauigkeit der Einzelpunkte auf, die besser als 8 mm ist. Auch die mittleren Fehler der Höhe liegen durchweg unter 10 mm (KUPFER [36]). Abbildung 2.2 zeigt eine Skizze des Testfeldes, wobei die ausgefüllten Kreise die Altpunktgruppen bezeichnen.

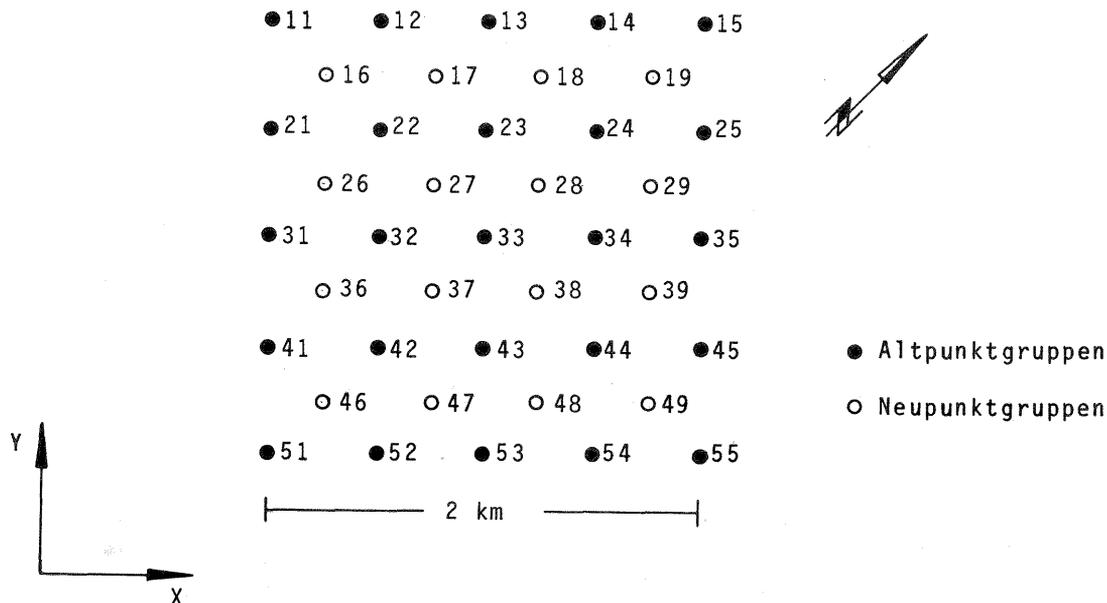


Abbildung 2.2 Skizze des Testfeldes Rheidt

5. Die Befliegung

Das Testfeld wurde im Juni 1969 mit einer ZEISS-Weitwinkelkammer RMK A 15/23 von der Firma HAUSSERMANN, Waiblingen, befliegen. Der Bildmaßstab 1 : 10 500 wurde so gewählt, daß das Gebiet gerade von zwei Modellen bedeckt ist, das mittlere Bild also alle Punkte enthält. Die Aufnahmedaten sind in Tabelle 2.1 zusammengestellt. Die Befliegung erfolgte in zwei senkrecht zueinander liegenden Richtungen, jeweils mit Hin- und Rückflug (Abbildung 2.3). Durch diese Anordnung werden durch die geodätischen Koordinaten verursachte Korrelationen bestmöglich vermieden. Der Flug wurde insgesamt sechsmal wiederholt, sodaß 48 Modelle zur Auswertung vorlagen. Die Punkte waren mit quadratischen weißen Plasticscheiben von 30 cm x 30 cm Größe zentrisch auf den Punktmarken signalisiert. Prof. KUPFER übernahm freundlicherweise die Signalisierung und Überwachung der Signale.

Datum	12.6.1969
Flughöhe	1650 m
Flugzeug	Aero-Commander
Kammer	RMK 15/23 Nr. 111680
Brennweite	153.2 mm
Filter	B (gelb) Nr. 114065
Film	Kodak-Plus-X
Belichtung	1/380 sec
Überdeckung	60 %
Bildmaßstab	1:10 500

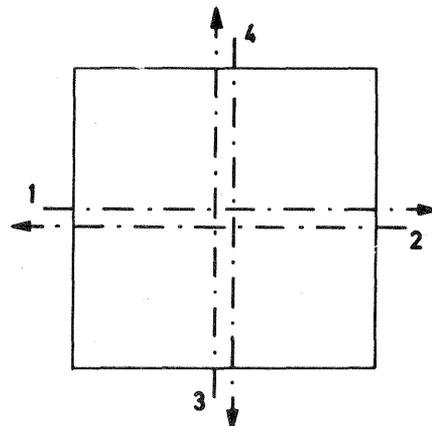


Tabelle 2.1 Flugdaten der Testfeldbefliegung

Abb. 2.3 Befliegungs-Schema

Bei der Überprüfung der Bilder stellte sich heraus, daß eine Aufnahme eine so große Bewegungsunschärfe aufwies, daß sie nicht mehr ausgemessen werden konnte. Die Signale waren zu Strichen verwischt, die etwa dreimal so lang wie breit waren. Um einen Eindruck von der Größe dieser Verwischung zu vermitteln, sind in Abbildung 2.4 zwei vergrößerte Beispiele von Signalen gezeigt. Zum Vergleich sind dieselben Signale einer normalen Aufnahme den verwischten gegenübergestellt. Die Bildqualität kann mit dieser einen Ausnahme als zufriedenstellend bezeichnet werden.

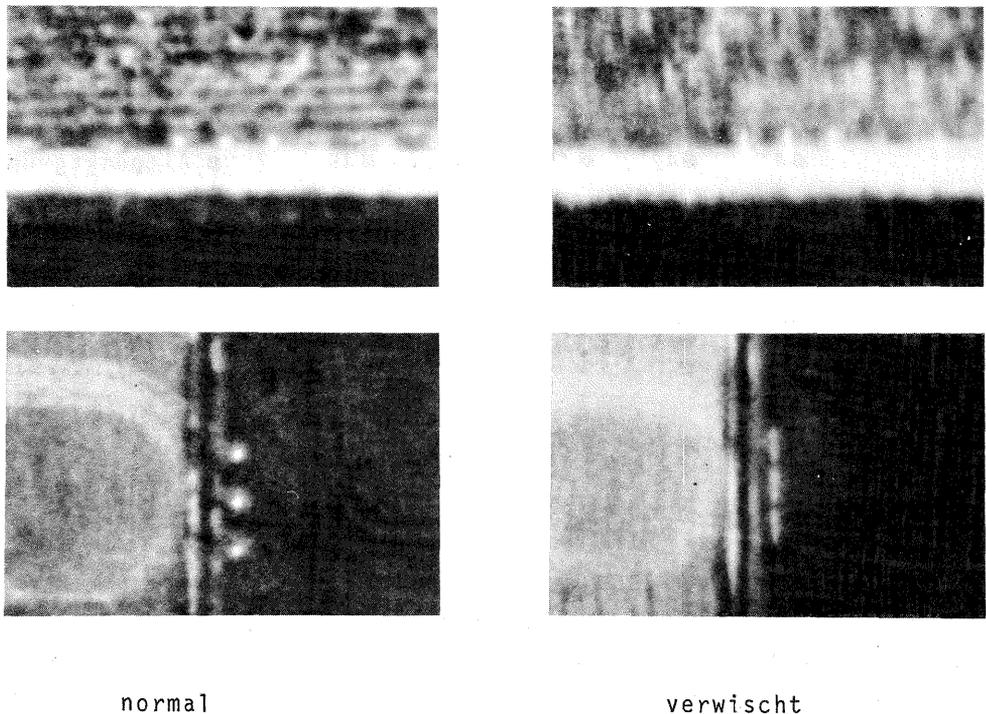


Abbildung 2.4 Beispiele für verwischte und normale Signale
Vergrößerung der Bildausschnitte etwa 30fach

6. Die Messung

Alle 47 Modelle wurden vom Verfasser am ZEISS-Präzisionskomparator PSK des Instituts für Angewandte Geodäsie in Frankfurt ausgemessen, wofür an dieser Stelle Herrn Direktor KNORR und Herrn Prof. FÜRSTNER nochmals gedankt sei. Um möglichst gute Maßbeständigkeit zu erhalten, wurden auf Glas kopierte Diapositive verwendet. Die Messung erfolgte mit streng unabhängigen Bildpaaren, das heißt, daß das je zwei Modellen gemeinsame Bild nach dem Ausmessen des ersten Modells in den anderen Bildträger neu eingelegt wurde. Durch diese Maßnahme sollte die Korrelation zwischen beiden Modellen möglichst klein gehalten werden.

Es wurden zwei unabhängige Durchgänge gemessen, um eine Sicherung gegen grobe Fehler zu besitzen und die Einstellgenauigkeit bestimmen zu können. Für die Betrachtung wurde eine 12fache Vergrößerung gewählt. Der Zeitaufwand für die Messung betrug bei durchschnittlich 65 Punkten etwa 200 Minuten pro Modell. Daraus ergibt sich eine Brutto-Meßzeit (Doppelmessungen) von rund 3 Minuten pro Punkt.

Die Berechnung der Meßgenauigkeit ergab folgende mittleren Fehler für eine einmalige Einstellung

	σ_x	σ_y	$\sigma_{x,y}$
Signalisierte Punkte (6186 Messungen)	1.41	1.49	1.45 μm
Rahmenmarken (376 Messungen)	1.72	1.83	1.78 μm

Diese Werte stimmen mit den von KUPFER [36] gefundenen überein (1.6 μm bzw. 1.9 μm). Die Frage, ob die Genauigkeitsunterschiede in x und y signifikant sind, kann durch einen statistischen Test beantwortet werden. Es wird der F-Test angewandt, der auf einer χ^2 -Verteilung beruht, und bei dem das Verhältnis zweier empirisch ermittelter Varianzen geprüft wird.

Die Testgröße $F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$ wird berechnet und mit einem tabellierten Wert F_α verglichen. Voraussetzung für den Test ist die Annahme einer Nullhypothese H_0 , die besagt, daß die beiden Varianzen gleich sind ($\sigma_1^2 = \sigma_2^2$). Daneben existiert die Alternativhypothese H_A , die beim zweiseitigen Test die beiden Varianzen als ungleich betrachtet ($\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$). Die Alternativhypothese beim einseitigen Test lautet $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$. Ist die Testgröße F größer als der vertafelte Wert F_α , so wird die Nullhypothese verworfen und die Alternativhypothese angenommen. Als Eingangswerte in die Tabellen dienen die Anzahl der Freiheitsgrade (n_1-1) und (n_2-1) sowie das Signifikanzniveau α . Wird zum Beispiel $\alpha = 10\%$ gesetzt, so bedeutet dies bei einer Annahme der Hypothese H_0 eine Irrtumswahrscheinlichkeit von 10%, das heißt, daß die Entscheidung durchschnittlich für 10% aller Fälle falsch ist.

Im vorliegenden Fall wird auf dem 1%- und auf dem 10%-Niveau bei zweiseitiger Fragestellung getestet. Dies entspricht einem einseitigen 0.5%- bzw. 5%-Test. Da für 6000 Freiheitsgrade die Testgröße F_α nicht mehr vertafelt ist, wird ein Näherungswert nach SACHS [49], S. 155, berechnet. Die Formel hierzu lautet

$$\lg F = 0.4343 \cdot z \cdot \sqrt{\frac{2(v_z + v_n)}{v_z \cdot v_n}} \quad (2.25)$$

mit

- z = Standardnormalwert für das gewählte Signifikanzniveau α bei zweiseitiger Fragestellung (siehe Tabelle in SACHS [49], S. 216)
- v_z = Freiheitsgrad des Zählers = $n_1 - 1$
- v_n = Freiheitsgrad des Nenners = $n_2 - 1$

Es soll vermerkt werden, daß beim zweiseitigen Test grundsätzlich der größere Wert von α_i^2 im Zähler steht.

Das Ergebnis lautet

	$F = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2}$	$F_\alpha (1 \%)$	$F_\alpha (10 \%)$
Signalisierte Punkte	1.12	1.07	1.04
Rahmenmarken	1.14	1.31	1.19

Der Unterschied der Einstellgenauigkeit in x- und y-Richtung ist also bei signalisierten Punkten signifikant, bei Rahmenmarken dagegen nicht. Ähnliche Ergebnisse erhält SCHÖRER [52], jedoch sind seine Varianzen in x größer als in y, was er auf Bewegungsunschärfen zurückführt.

Bemerkenswert gut erscheint die Einstellgenauigkeit der Rahmenmarken, da deren Abbildungsqualität in der Regel sehr schlecht ist. Die Kreisform der ZEISS-Marken bleibt in den wenigsten Fällen erhalten und auch die Beleuchtung ist wenig zufriedenstellend. Die Einstellung wurde aus diesem Grunde besonders sorgfältig ausgeführt, wobei sich die Ring-Meßmarke des PSK gut bewährte. Bei sauberem Arbeiten lassen sich also die Rahmenmarken nur unwesentlich schlechter anmessen als signalisierte Punkte. Insgesamt kann festgestellt werden, daß das vorhandene Material und die Messung für die beabsichtigten Untersuchungen von der Genauigkeit her gesehen brauchbar sind.

III. GENAUIGKEITSUNTERSUCHUNGEN IM RELATIV ORIENTIERTEN MODELL

1. Ergebnisse der Orientierung

1.1 Genauigkeitskriterien

Die Fehleranalyse im relativ orientierten Modell mit Hilfe der ausgeglichenen Koordinaten setzt wahre Werte für den Vergleich voraus, die direkt im Modellsystem bekannt sein sollten. Da es nicht möglich ist, auf das Modell bezogene Soll-Koordinaten zu ermitteln, muß der Vergleich im Geländesystem durchgeführt werden. Dazu ist wiederum eine absolute Orientierung nötig, bei welcher die Genauigkeit wesentlich von der Anzahl und der Verteilung der Paßpunkte abhängt. Die Genauigkeitsstruktur im Modell soll jedoch durch die absolute Orientierung möglichst wenig beeinflußt werden. Deshalb wird nicht auf ausgewählte Punkte eingepaßt, sondern es werden alle gemessenen Bildpunkte als Paßpunkte benützt. Als Rechenverfahren dient eine räumliche Ähnlichkeitstransformation mit sieben zu bestimmenden Parametern. Dadurch wird erreicht, daß sich die Form des photogrammetrisch gebildeten Modells nicht ändert, die gesuchte Genauigkeitsstruktur also erhalten bleibt. Die Restfehler der Koordinaten der Paßpunkte im Gelände dürfen dann als Restfehler der Modellkoordinaten betrachtet werden.

Es ist jedoch auch im Geländesystem nicht wirklich möglich, wahre Werte für die Koordinaten zu bestimmen. Ist die Genauigkeit der terrestrischen Paßpunkte gegenüber der photogrammetrisch erreichbaren Genauigkeit sehr groß, ist es erlaubt, ihre Koordinaten als "quasiwahre" Werte zu betrachten (HÖPCKE |27|). Diese Forderung dürfte im Testfeld Rheidt als erfüllt gelten (KUPFER |36|).

Aus den quasiwahren Fehlern v_i von n Größen i (z.B. Koordinaten der Punkte i) erhält man den quadratischen Mittelwert σ_i , der auch als mittlerer Fehler aufgefaßt werden kann, aus

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_j v_{ij} v_{ij}} \quad (3.1)$$

mit

$$j = 1 \dots n$$

In den folgenden Abschnitten wird der mittlere Fehler einer Größe i grundsätzlich mit dem in der Statistik üblichen Symbol σ_i bezeichnet und auch Streuung oder Standardabweichung genannt. Das Quadrat des mittleren Fehlers σ_i^2 ist die Varianz oder Dispersion und wird auch mit $\text{Var}(i)$ bezeichnet. Weiter wird noch die Kovarianz $\text{Cov}(i,k)$ benötigt, die ein Maß für die statistische Abhängigkeit verschiedener Koordinaten angibt. Die übrigen verwendeten Begriffe sind an den entsprechenden Stellen erläutert, an denen sie auftreten.

Ehe die Genauigkeitsstruktur im photogrammetrischen Modell im Detail untersucht wird, sollen einige mittlere Genauigkeitswerte zu den Bild- und Modellkoordinaten und zu den Orientierungselementen angegeben werden.

1.2 Genauigkeitsangaben zu Bildkoordinaten und Orientierungselementen

1.2.1 Rahmenmarken-Transformation

Bei dem für die Orientierung verwendeten Rechenprogramm werden die gemessenen Komparator-Koordinaten durch Affintransformation in das System der Rahmenmarken eingepaßt. Es war nicht beabsichtigt, verschiedene Transformationsarten für die Berechnung der reduzierten Bildkoordinaten zu untersuchen, da hierüber schon verschiedene Untersuchungen vorliegen. KUPFER [36] und SCHÜRER [52] haben zum Beispiel entsprechende Ergebnisse vorgelegt.

Die Affintransformation wird benützt, um einen etwa vorhandenen affinen Filmverzug zu erfassen, der im allgemeinen die wichtigste Fehlerkomponente des Filmes darstellt. Weitere Voraussetzungen sollen nicht getroffen werden. Die Ergebnisse zur Transformation der Maschinenkoordinaten in das durch die Rahmenmarken definierte Bildkoordinatensystem sind in Tabelle 3.1 zusammengefaßt.

Aus den 71 ausgewerteten Aufnahmen ergibt sich ein deutlicher Filmschrumpf in Flugrichtung (x-Richtung) und eine Filmdehnung quer dazu (y-Richtung). Die Maßstabsfaktoren ($1+m_x$) sind nur in zwei Fällen kleiner als 1, und der Faktor ($1+m_y$) ist nur in sechs Fällen größer als 1. Insgesamt erhält man eine Affinität zwischen x- und y-Richtung von 0.18 ‰, ein Betrag, der als normal erscheint.

Eine weitere Genauigkeitsangabe liefert die Prüfung, ob die beiden Rahmenmarkenverbindungslinien senkrecht aufeinander stehen. Auftretende Abweichungen von der Rechtwinkligkeit werden als "Querabweichungen" der transformierten Koordinaten an den Rahmenmarken betrachtet und mit q bezeichnet.

Eine Aussage über die Zuverlässigkeit der Bestimmung dieser Werte läßt sich aus dem mittleren Meßbild ableiten, das jeweils zwei Modellen gemeinsam ist. Für dieses Bild liegen sowohl für den Maßstab als auch für den Querfehler je zwei Messungen vor, welche die Berechnung von mittleren Fehlern aus Doppelmessungen gestatten. Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tabelle 3.1 enthalten. Zusätzlich zu diesen Streuungen sind noch die entsprechenden Maximal- und Minimalwerte angegeben.

	Maßstabsfaktoren		Querabweichung
	m_x	m_y	q
Mittelwert	0.000102	-0.000081	3.4 μm
Max. Wert	0.000341	-0.000189	7.2 μm
Min. Wert	-0.000003	0.000119	0.0 μm
Streuung	0.000012	0.000013	1.1 μm

Tabelle 3.1 Ergebnisse der Transformation der Komparatormessungen in das jeweilige Rahmenmarken-Bildsystem

1.2.2 Orientierungselemente

Im Ausgleichungsansatz zur Berechnung der relativen Orientierung werden sowohl die sechs Drehungen ϕ' , ω' , κ' , ϕ'' , ω'' , κ'' als auch die sechs Koordinaten X'_0 , Y'_0 , Z'_0 , X''_0 , Y''_0 , Z''_0 der Projektionszentren als freie Unbekannte betrachtet. Damit lassen sich für diese Werte mittlere Fehler nach der Ausgleichung angeben, indem die entsprechenden Gewichtskoeffizienten der invertierten Normalgleichungsmatrix mit der jeweiligen Streuung der Gewichtseinheit σ_0 multipliziert werden. Die über alle Einzelbilder gemittelten Ergebnisse sind in Tabelle 3.2 zusammengestellt.

Bei allen Untersuchungen werden grundsätzlich zwei Orientierungsvarianten unterschieden:

1. Die relative Orientierung wird mit den 6 nach O.v.Gruber ausgezeichneten Punkten durchgeführt (s. Abb. 3.1).
2. Die relative Orientierung wird mit allen verfügbaren Punkten durchgeführt. Das ergibt 23 symmetrisch verteilte Punktgruppen mit je 3 Punkten (s. Abb. 3.1).

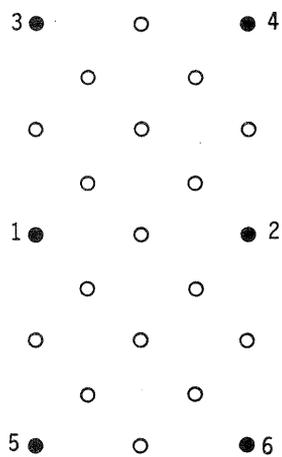


Abbildung 3.1 Punktverteilung zur relativen Orientierung

	Variante 1	Variante 2
σ_ϕ	82 ^{CC}	58 ^{CC}
σ_ω	55 ^{CC}	32 ^{CC}
σ_κ	20 ^{CC}	13 ^{CC}
σ_{X_0}	20 μm	14 μm
σ_{Y_0}	19 μm	10 μm
σ_{Z_0}	8 μm	5 μm

Tabelle 3.2 Genauigkeitsangaben zu den Parametern der relativen Orientierung

Die Genauigkeit der Orientierungsparameter ist deutlich größer, wenn mehr Punkte zur relativen Orientierung herangezogen werden. Es muß allerdings betont werden, daß das Ausgleichungsproblem mit nur sechs Gruberpunkten nur eine Überbestimmung besitzt, da die zu bestimmenden Modellkoordinaten auch als Unbekannte mitgeführt werden. Außerdem enthält das Orientierungsverfahren mit allen Punkten auch die sechs ideal gelegenen Gruberpunkte, die zudem noch dreifach signalisiert wurden. Die Genauigkeitssteigerung dürfte also zu einem beträchtlichen Teil darauf zurückzuführen sein, daß durch die Häufung von Orientierungspunkten an den sechs ausgezeichneten Stellen im Modell die unregelmäßigen Fehleranteile vermindert werden (vgl. z.B. TOGLIATTI [59]). Eine grundsätzliche Verbesserung der Genauigkeit des Modells durch Vermehrung der Orientierungspunkte kann trotz der genaueren Orientierungselemente aus dem Ergebnis nicht abgeleitet werden.

1.3 Mittlere Genauigkeit der Modellkoordinaten

1.3.1 Relative Orientierung mit sechs Punkten

Für die Beurteilung der Genauigkeit eines photogrammetrischen Modells sind die Modellkoordinaten von größerem Interesse als die Orientierungselemente, da diese das eigentliche Ergebnis der Orientierung bilden und als Grundlage für weitere Berechnungsschritte dienen.

Als mittlere Genauigkeit im Modell wird der quadratische Mittelwert der Restfehler, das heißt der wahren Differenzen zwischen den transformierten Koordinaten und ihren Sollwerten verstanden, wobei die Mittelbildung sowohl über alle Punkte als auch über alle Modelle erfolgt. Da sich Modell- und Bildmaßstab etwa wie 1 : 1 verhalten, können bei Annahme von genäherten Senkrechtaufnahmen die im Geländesystem gegebenen Werte sofort auf den Modell- bzw. Bildmaßstab bezogen werden. Die Berechnung der Streuungen im einzelnen Modell erfolgt nach Formel (3.1).

Als Mittel aus allen Modellen werden folgende Streuungen für die x,y,z-Koordinaten der Modellpunkte erhalten

σ_x	σ_y	σ_z	
5.0	5.9	7.4	cm in der Natur
4.7	5.5	6.9	μm im Bild-(Modell-)maßstab

Diese Werte bilden eine genügend sichere Aussage, da insgesamt 47 Modelle benützt wurden, die je etwa 70 Punkte enthalten. Es soll noch erwähnt werden, daß die x-Achse grundsätzlich in Flugrichtung weist, also modellbezogen ist.

Einen Genauigkeitswert für die beobachteten Bildkoordinaten liefert der mittlere Gewichtseinheitsfehler σ_0 , der aus den Verbesserungen der Bildkoordinaten nach der relativen Orientierung erhalten wird. Als Mittel aus allen Modellen ergibt sich

$$\sigma_0 = 2.6 \mu\text{m}$$

Aufgrund des gewählten stochastischen Modells, daß alle Bildkoordinaten gleichgewichtig und unkorreliert sind und das Gewicht $p = 1$ besitzen, bezeichnet σ_0 die Genauigkeit einer einmal gemessenen Bildkoordinate x_B, y_B (siehe auch S. 39).

1.3.2 Relative Orientierung mit allen Bildpunkten

Werden für die relative Orientierung alle vorhandenen Bildpunkte herangezogen, so ist die Genauigkeitssteigerung der Modellkoordinaten im Vergleich mit der Verwendung von nur sechs Orientierungspunkten vernachlässigbar klein. Die zu III.

1.3.1 entsprechenden Werte lauten

σ_x	σ_y	σ_z	
4.8	5.6	7.2	cm in der Natur
4.6	5.3	6.9	μm im Bild-(Modell-)maßstab

Um auch einen Überblick über die Genauigkeit der einzelnen Modelle zu geben, sind die Streuungen der einzelnen Modelle in Tabelle 3.3, S. 43, zusammengestellt.

Ein F-Test auf Gleichheit der Mittelwerte der Varianzen aus den beiden Orientierungsvarianten liefert folgendes Ergebnis für $n_1 - 1 = n_2 - 1 = 46$ Freiheitsgrade

	x	y	z
$F = \frac{\sigma_6^2}{\sigma_a^2}$	1.07	1.09	1.05
$F_\alpha (1\%)$		-2.19-	
$F_\alpha (10\%)$		-1.63-	

Die Unterschiede der mittleren Fehler sind also in allen drei Koordinatenrichtungen sowohl auf dem 1%- als auch auf dem 10%-Niveau nicht signifikant, sodaß beide Orientierungsfälle als gleich genau behandelt werden können.

Die Streuung der Gewichtseinheit ergibt sich als quadratisches Mittel aus allen Modellen zu

$$\sigma_0 = 2.2 \text{ } \mu\text{m.}$$

Die Einzelwerte von σ_0 für jedes Modell sind in Tabelle 3.3, S. 43, enthalten. Der Mittelwert gestattet eine signifikante Aussage über die Genauigkeit der Bildkoordinaten, da die Redundanz der Ausgleichung im einzelnen Modell etwa $r = 60$ beträgt, abhängig von der Zahl der gemessenen Punkte. Da bei der Ausgleichung der relativen Orientierung die Verbesserungen der x-Koordinaten der Bildpunkte praktisch verschwinden, enthält σ_0 nur die Einflüsse der y-Verbesserungen. Zum Vergleich mit den gebräuchlichen Orientierungsverfahren, die zur Genauigkeitsbetrachtung die mittleren y-Parallaxen nach der Ausgleichung ermitteln, würde $\sigma_0 = 2.2 \text{ } \mu\text{m}$ etwa einer mittleren y-Parallaxe $p_y = 2 \cdot \sigma_0 = 4.4 \text{ } \mu\text{m}$ entsprechen.

1.4 Filterung der Meßdaten

Da die Ergebnisse in 1.3 aus rein empirischen Daten gewonnen wurden, enthalten sie alle Fehlereinflüsse des Aufnahme- und Meßprozesses. Mit den Begriffen der Statistik läßt sich ein meßbarer Vorgang in drei Komponenten aufspalten, nämlich in einen "deterministischen", einen "stochastischen" und einen "unregelmäßigen" Anteil. Der deterministische Anteil wird auch mit "Deterministik" oder "Trend" und der unregelmäßige Anteil mit "Störung", "Noise" oder "Meßfehler" bezeichnet (LAUER | 37|). Für den stochastischen Anteil verwendet KRAUS | 33| auch den Begriff der "korrelierten" Komponente. Im üblichen Sprachgebrauch in der Geodäsie und Photogrammetrie werden die unscharfen Begriffe des strikt systematischen Fehlers für Trend, des lokalsystematischen Fehlers für den stochastischen Anteil sowie des zufälligen Fehlers für die Störung verwendet, wobei Trend und stochastischer Anteil selten begrifflich klar auseinandergelassen werden.

Für die folgende Ableitung wird angenommen, daß kein Trend vorhanden ist, was in III.2.2 für den vorliegenden Fall gezeigt wird. Der Meßwert oder das "Signal" l besteht damit noch aus zwei unabhängigen Teilen, nämlich dem stochastischen und dem unregelmäßigen Anteil, wofür üblicherweise die Bezeichnungen s und r benützt

werden. Es gilt also

$$l = s + r \quad (3.2)$$

Eine klare Definition der s- und r-Komponenten geben KRAUS, MIKHAIL [32], auf die im einzelnen verwiesen sei.

Es ist nun anhand des gegebenen Datenmaterials möglich, den unregelmäßigen Anteil r aus dem Ergebnis herauszufiltern. Hierzu kann die Kovarianzfunktion dienen, die zum Beispiel bei der Interpolation nach kleinsten Quadraten verwendet wird (KRAUS [30], [33] oder MORITZ [46]). Zur Bildung dieser Kovarianzfunktion wird ein mehr oder weniger dichtes Raster von Stützpunkten benötigt, deren Koordinaten bekannt sein müssen. Aus den Differenzen (Restfehlern) zwischen photogrammetrisch bestimmten und gegebenen Koordinaten lassen sich für alle Punktkombinationen die Kovarianzen berechnen. Für die empirische Funktion werden die Strecken zwischen den Punkten in Abstandsklassen eingeteilt, und die Kovarianz wird berechnet als Mittelwert der Kreuzprodukte der Restfehler aller zu einem Intervall gehörenden Punkte. Es ist

$$\text{Cov}(P_i, P_k) = \frac{1}{n_{ik}} \sum_{i < k} v_i v_k \quad (3.3)$$

Dabei bedeuten

$$\begin{aligned} \text{Cov}(P_i, P_k) &= \text{Kovarianz zwischen den Punkten } P_i \text{ und } P_k \\ v_i \cdot v_k &= \text{Restfehler an den Punkten } P_i, P_k \\ n_{ik} &= \text{Anzahl der Punktepaare } ik \end{aligned}$$

Die so bestimmten empirischen Kovarianzen können als Funktion des Abstandes zwischen zwei Punkten graphisch dargestellt und durch eine ausgleichende Kurve angenähert werden. Es ergibt sich dann z.B. folgendes Bild:

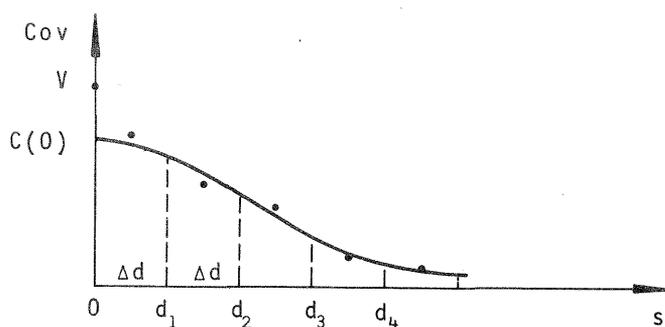


Abbildung 3.2 Kovarianzfunktion

Als ausgleichende Kurve kann die Gaußsche Glockenkurve dienen, wie es von KRAUS [30] vorgeschlagen wird. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß die Kovarianzen tatsächlich eine Funktion der Entfernung sind, die mit wachsendem Abstand gegen Null streben. Diese Frage soll an dieser Stelle nicht näher untersucht werden, da es zunächst nur auf eine ganz spezielle Aussage der Kovarianzfunktion ankommt. Später wird aber auf diesen Punkt nochmals gesondert eingegangen (III.3.2, S.81).

Von Interesse ist der Scheitelwert $C(0)$ der Kovarianzfunktion, der einer Kovarianz von unendlich dicht benachbarten Punktepaaren entspricht. Enthält das Datenmaterial nur stochastische Anteile (s-Komponenten), ist $C(0)$ gleich der Varianz V , während beim Vorhandensein von r- und s-Anteilen $C(0)$ nur die Varianz der s-Komponente angibt. In diesem Fall läßt sich die Varianz σ_r^2 des unregelmäßigen Anteils über Formel (3.2) berechnen aus

$$\sigma_r^2 = V - C(0) \quad (3.4)$$

da die Komponenten s und r unabhängig voneinander vorausgesetzt sind.

Beim Testfeld Rheidt liegen die kürzesten Entfernungen zwischen zwei Punkten bei 3 m und 6 m im Gelände. Das bedeutet, daß die Kovarianzen dieser Punkte direkt für die Ableitung des unregelmäßigen Anteils benützt werden können, da sie für praktische Fälle hinreichend dicht beieinander liegen. Es braucht also nicht die gesamte Kovarianzfunktion ermittelt zu werden.

Die Kovarianzen werden für alle kurzen Intervalle aus den etwa 70 Punktepaaren für jedes einzelne Modell berechnet, wobei die Koordinaten x, y und z getrennt behandelt werden. Mit Formel (3.4) lassen sich die Varianzen beziehungsweise Standardabweichungen des unregelmäßigen und des stochastischen Anteils modellweise ermitteln. Im konventionellen Sinn würde dies einer Aufspaltung in einen zufälligen und einen systematischen Fehleranteil entsprechen.

Die für jedes einzelne Modell der Orientierungsvariante 2 (Benützung aller Punkte zur relativen Orientierung) berechneten Komponenten sind in Tabelle 3.3, S. 43, eingetragen. Die Mittelwerte aus allen 47 Modellen lauten

	Orientierungsvariante 1			Orientierungsvariante 2		
	x	y	z	x	y	z
σ_s (μm)	4.1	4.8	5.4	3.9	4.6	5.2
σ_r (μm)	2.4	2.9	4.5	2.5	2.8	4.4

Zum Vergleich seien die mittleren Koordinatenfehler, die mit σ_k bezeichnet werden, an dieser Stelle wiederholt

σ_k (μm)	4.7	5.5	6.9	4.6	5.3	6.9
------------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Die Streuungen σ_r des unregelmäßigen Anteils dürften die Grenze der photogrammetrisch erreichbaren Genauigkeit im Einzelmodell darstellen, da sie den eigentlichen unregelmäßigen Meßfehler angeben. Die relativ großen Beträge der Streuungen σ_s des stochastischen Anteils zeigen, daß noch große systematische Bildfehler vorhanden sein müssen, die sich auf die Modellkoordinaten auswirken.

Ein Verfahren zur Korrektur bestimmter Bildfehler ist zum Beispiel die Benützung von Réseaukammern. Doch läßt sich zeigen, daß mit diesen nur ein Teil der vorhandenen Fehler erfaßt werden kann. So versucht SCHÜRER [52] durch Ausmessen von Réseaupunkten in verschiedenen Aufnahmen die "systematischen" Modellfehler von den "zufälligen" zu trennen. Er rechnet aus den Réseaupunkten unabhängige Modelle, die er auf fünf Paßpunkte einpaßt. Aus den Korrelationskoeffizienten der Modell-

punkte von aufeinanderfolgenden Modellen erhält er dann den systematischen Fehleranteil. Für Weitwinkelkamern ergeben sich die folgenden Werte:

$$\sigma_{s_x} = 2.9 \mu\text{m} \quad \sigma_{s_y} = 4.0 \mu\text{m} \quad \sigma_{s_z} = 7.4 \mu\text{m}$$

Diese Ergebnisse liegen zwar etwa in derselben Größenordnung wie jene aus Tabelle 3.3, doch ist ihr Verhältnis zu den unregelmäßigen Fehlern wesentlich anders. Während dieses Verhältnis für die Modelle Rheidt

$$\sigma_s : \sigma_r = 1.5 : 1 \quad \text{für die Lage}$$

$$\sigma_s : \sigma_r = 1.2 : 1 \quad \text{für die Höhe}$$

beträgt, erhält SCHÖRER für die Réseamodelle

$$\sigma_s : \sigma_r = 0.6 : 1 \quad \text{für Lage und Höhe}$$

Der Unterschied liegt wohl daran, daß die Réseapunkte nur die korrelierten Anteile der Filmdeformationen enthalten, während die Ergebnisse Rheid auch die sonstigen Anteile der Aufnahme berücksichtigen. Daraus kann der Schluß gezogen werden, daß bei der Anwendung von Réseaukorrekturen nur etwa 35 % bis 50 % der tatsächlich vorhandenen "systematischen" Fehler korrigiert werden. Dies erklärt unter anderem die unbefriedigenden Ergebnisse, die mit Réseaufnahmen bisher erzielt wurden.

Alle bis jetzt genannten Genauigkeitsangaben beziehen sich auf das photogrammetrische Modell als Ganzes, das heißt es sind Mittelwerte, die für das gesamte Modell im Durchschnitt gelten. Sie geben daher nur einen groben Anhaltspunkt über die wirklichen Genauigkeitsverhältnisse innerhalb des Modells. Diese Struktur der Genauigkeit soll in den folgenden Abschnitten untersucht werden.

2. Empirische Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten

2.1 Voraussetzungen

Zur Beschreibung der stochastischen Eigenschaften von diskreten Punkten eines dreidimensionalen Punktfeldes ist eine Varianz-Kovarianz-Matrix gut geeignet. Sie enthält auf der Hauptdiagonalen die Varianzen, welche die "Genauigkeit" der einzelnen Koordinaten der Punkte angeben. Die übrigen Elemente der Matrix sind die Kovarianzen, die Aufschluß darüber geben, wie die verschiedenen Koordinaten der Punkte miteinander korreliert sind.

Wenn es möglich ist, auf empirischem Wege eine Varianz-Kovarianz-Matrix aufzustellen, können damit praktisch alle auftretenden Genauigkeitszusammenhänge photogrammetrischer Modellkoordinaten aufgezeigt werden. Vor der Diskussion der Ergebnisse sollen jedoch noch einige Voraussetzungen untersucht werden, die für das Aufstellen einer derartigen Matrix erfüllt sein müssen.

Modellnummer	σ_0	σ_x	σ_{x_s}	σ_{x_r}	σ_y	σ_{y_s}	σ_{y_r}	σ_z	σ_{z_s}	σ_{z_r}
790793	2.3	4.3	3.4	2.6	6.3	3.9	4.9	6.6	4.3	5.0
793796	2.3	4.3	3.4	2.7	5.1	4.2	2.8	7.4	4.1	6.2
786782	2.7	3.2	2.5	2.0	5.0	3.0	4.0	7.7	5.5	5.4
782777	2.0	3.9	3.2	2.3	3.8	1.9	3.3	6.2	2.7	5.6
826828	2.2	5.7	5.2	2.4	7.3	6.5	3.3	7.1	4.8	5.2
828831	2.1	4.6	4.0	2.3	4.5	3.8	2.4	5.8	4.1	4.1
846842	2.2	4.0	3.4	2.0	5.6	5.0	2.5	7.6	6.4	4.1
842840	2.6	6.1	5.6	2.4	8.0	7.7	2.1	9.7	8.6	4.5
848850	2.6	3.7	2.8	2.4	4.8	3.9	2.8	7.7	5.8	5.1
850855	1.9	4.3	3.5	2.5	4.6	3.7	2.7	5.8	4.1	4.1
876874	2.0	5.5	5.0	2.4	5.7	4.8	3.0	6.9	4.7	5.1
874873	2.1	6.0	5.6	2.1	7.5	7.2	2.2	6.6	5.6	3.5
878879	2.7	5.7	5.3	2.0	7.9	7.1	3.5	6.9	5.2	4.5
879881	2.3	4.2	3.3	2.6	5.4	4.9	2.3	6.3	5.0	3.8
886885	2.3	3.3	2.4	2.2	4.2	3.2	2.7	7.8	6.3	4.6
885884	2.4	4.8	4.5	1.7	6.2	5.8	2.3	6.7	5.8	3.3
887889	2.1	5.4	5.0	2.1	7.5	6.8	3.2	6.6	5.7	3.4
889891	2.3	4.6	3.9	2.4	6.0	5.3	2.9	6.6	4.3	5.0
897895	2.2	3.6	2.7	2.4	4.9	3.3	3.6	5.9	2.4	5.4
895894	1.9	5.5	5.0	2.2	6.8	6.3	2.5	8.8	8.0	3.8
898899	2.0	4.0	3.4	2.1	5.4	4.4	3.2	8.2	6.3	5.2
899901	2.6	3.6	2.9	2.2	4.6	3.6	2.9	7.8	6.4	4.4
906905	2.3	5.2	4.1	3.2	5.7	4.7	3.3	8.4	6.9	4.8
905904	2.3	6.6	6.0	2.6	7.7	7.4	2.2	7.3	6.2	3.9
907908	2.3	4.9	4.5	2.0	6.1	5.3	3.0	7.0	5.4	4.5
908909	1.9	5.7	5.3	2.2	6.8	6.2	2.7	6.4	5.2	3.8
912911	1.5	5.3	4.0	3.4	4.4	4.1	1.6	6.1	4.0	4.6
911910	1.9	3.7	2.7	2.5	4.0	3.2	2.4	6.2	4.4	4.4
916917	2.2	4.0	3.1	2.5	4.6	3.6	2.9	7.6	6.5	4.0
921920	2.6	6.6	5.8	3.2	5.2	4.7	2.3	7.8	6.5	4.3
920919	2.1	4.0	2.6	3.1	4.8	3.7	3.1	7.7	5.1	5.8
922923	2.0	3.4	2.6	2.2	4.0	2.7	2.9	7.0	5.6	4.2
923925	2.2	4.1	2.8	3.0	3.9	3.2	2.3	7.0	4.8	5.0
928927	2.9	6.8	6.0	3.2	6.6	6.1	2.6	6.8	4.8	4.8
927926	2.5	3.5	2.6	2.3	3.7	2.8	2.5	7.4	6.5	3.6
929930	2.4	4.4	3.9	2.0	5.9	4.1	4.2	7.8	6.4	4.5
930932	1.8	4.1	3.6	2.0	4.6	3.6	2.9	7.0	5.7	4.1
936935	2.2	4.8	3.8	3.0	3.8	3.2	2.0	6.4	4.8	4.2
935934	2.1	3.6	2.8	2.3	4.7	3.7	2.9	7.2	5.6	4.5
937938	1.8	5.2	4.6	2.4	7.7	6.7	3.9	7.4	5.3	5.2
938939	2.2	4.0	2.8	2.8	5.2	3.7	3.7	8.4	6.0	5.9
942941	1.9	5.4	4.6	2.8	5.2	4.4	2.8	7.5	6.1	4.4
941940	2.2	4.8	2.5	4.1	4.2	3.6	2.2	6.1	4.0	4.6
943944	2.3	5.6	5.1	2.4	6.7	5.7	3.4	6.3	4.2	4.7
944945	2.0	4.3	2.8	3.3	3.3	2.5	2.2	6.4	4.9	4.1
948947	2.2	7.5	6.7	3.4	6.6	6.2	2.3	9.6	7.2	6.4
947946	2.0	4.1	2.8	3.0	3.8	3.1	2.2	6.4	4.7	4.4
Mittel	2.2	4.8	4.1	2.6	5.6	4.8	2.9	7.2	5.5	4.6
σ_0 = mittlerer Gewichtseinheitsfehler (in μm)										
σ = Gesamtfehler		σ_s = korrelierter Anteil			σ_r = unregelmäßiger Anteil					

Tabelle 3.3 Koordinatengenauigkeit der Einzelmodelle
Angaben (außer σ_0) in cm in der Natur
Orientierungsvariante 2

Um für den gesamten Bereich eines photogrammetrischen Modells die Genauigkeitseigenschaften darstellen zu können, wäre es erforderlich, durch irgendein Verfahren eine Varianz-Kovarianz-Matrix für beliebige Modellpunkte aufzustellen. Dies läßt sich in der Praxis aber nicht ohne weiteres erreichen. Ist dagegen umfangreiches empirisches Datenmaterial, das heißt eine große Anzahl von Koordinatenmessungen verschiedener Punkte vorhanden, können aus den Restfehlern dieser Punkte empirische Varianzen und Kovarianzen berechnet werden, die sich zu einer kompletten Matrix zusammensetzen lassen. Diese gilt zwar streng nur für die betreffenden Punkte, kann aber das ganze Modell repräsentieren (siehe S. 47).

Wenn für die Modellpunkte je n_i unabhängig bestimmte Koordinaten x_i, y_i und z_i vorliegen, erfolgt die Berechnung nach folgenden Formeln:

$$\text{Var}(x_i) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{x_{ij}} v_{x_{ij}} \quad (3.5a)$$

$$\text{Var}(y_i) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{y_{ij}} v_{y_{ij}} \quad (3.5b)$$

$$\text{Var}(z_i) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{z_{ij}} v_{z_{ij}} \quad (3.5c)$$

$$\text{Cov}(x_i, x_k) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{x_{ij}} v_{x_{kj}} \quad \text{für } i \neq k \quad (3.6a)$$

$$\text{Cov}(y_i, y_k) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{y_{ij}} v_{y_{kj}} \quad \text{für } i \neq k \quad (3.6b)$$

$$\text{Cov}(z_i, z_k) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{z_{ij}} v_{z_{kj}} \quad \text{für } i \neq k \quad (3.6c)$$

$$\text{Cov}(x_i, y_k) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{x_{ij}} v_{y_{kj}} \quad (3.7a)$$

$$\text{Cov}(x_i, z_k) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{x_{ij}} v_{z_{kj}} \quad (3.7b)$$

$$\text{Cov}(y_i, z_k) = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{y_{ij}} v_{z_{kj}} \quad (3.7c)$$

mit

$$\begin{aligned} v_i, v_k &= \text{Restfehler an den Punkten } P_i \text{ bzw. } P_k \\ n_i &= \text{Anzahl der Restfehler pro Punkt} \\ j &= 1 \dots n_i \end{aligned}$$

Für die Gültigkeit der Formeln (3.5) bis (3.7) müssen einige Bedingungen erfüllt sein, die sich aus der statistischen Definition der Varianz und Kovarianz ergeben. In der Statistik sind diese Begriffe als zentrale Momente zweiter Ordnung einer Zufallsvariablen X definiert, die sich auf den Mittelwert oder Erwartungswert $E(X)$ beziehen. Wenn empirische wahre Fehler v_i zur Berechnung der Varianz und Kovarianz dienen, so wird vorausgesetzt, daß die v_i die Differenzen zwischen Meßwert und wahren Wert bilden. Dies bedeutet, daß für eine genügend große Anzahl von Messungen die Summe der wahren Fehler verschwinden muß. Ist dies nicht

der Fall, so enthält das Datenmaterial noch deterministische Anteile, die streng genommen vor der Berechnung der Varianzen und Kovarianzen eliminiert werden müssen. Dieses Vorgehen ist besonders wichtig bei der Prädiktion oder Interpolation nach kleinsten Quadraten, da andernfalls unbrauchbare Ergebnisse entstehen können (GRAFAREND [20]).

Die Bedingung $\sum_j v_{ij} = 0$ ließe sich erzwingen, indem die Restfehler v_{ij} zentriert, das heißt um den Betrag $\frac{1}{n_i} \sum_j v_{ij}$ vermindert würden. Dadurch tritt aber eine Verfälschung ein, da sich die Ergebnisse nicht mehr auf das ursprüngliche Datenmaterial sondern auf fiktive Daten beziehen würden. Ein wirkliches Abspalten der Systematik ist nur vor der Ausgleichung, also an den Ausgangsdaten direkt möglich. Daher müßte aus dem Ergebnis irgendeine Funktion abgeleitet werden, welche die vorhandene Deterministik sicher genug erfaßt. Mit dieser Funktion können dann die Messungen verbessert werden. Es ist jedoch sehr schwierig, eine geeignete Funktion zur Beschreibung der Deterministik zu finden, da nach der Ausgleichung zwar deren Einfluß, nicht aber sie selbst bekannt ist. LAUER [37] benützt zum Beispiel einen aufwendigen Iterationsprozeß.

In dieser Arbeit geht es darum, empirische Genauigkeitsuntersuchungen durchzuführen, die sich speziell auf das vorhandene Datenmaterial beziehen sollen. Daher müssen die Ergebnisse alle Fehlereinflüsse enthalten, die auch in den Messungen stecken. Durch das oben angegebene Zentrieren der Restfehler würde ein Teil der Systematik korrigiert werden, die in der Varianz-Kovarianz-Matrix zum Ausdruck kommen soll. Für die Berechnung der Varianzen und Kovarianzen sind also die Formeln (3.5) bis (3.7) direkt zu verwenden. Damit handelt es sich um nicht-zentrale Momente 2. Ordnung. In Kapitel V wird der angeschnittene Fragenkomplex nochmals aufgegriffen werden.

Sind in einem photogrammetrischen Modell mehrere Punkte repräsentativ gegeben und sind mehrere Modelle vorhanden, welche diese Punkte enthalten, kann mit den Formeln (3.5) bis (3.7) eine Varianz-Kovarianz-Matrix für deren Modellkoordinaten aufgestellt werden.

In der Praxis läßt es sich nicht erreichen, daß im Gelände identische Punkte in verschiedenen unabhängigen Modellen genau dieselbe Lage besitzen, sondern die Modellörter werden jeweils mehr oder weniger voneinander abweichen. Da aber angenommen wird, daß benachbarte Punkte in hinreichendem Maß dieselben stochastischen Eigenschaften besitzen, sind an den "Ort" der Punkte im einzelnen Modell nur geringe Genauigkeitsanforderungen gestellt.

Die Befliegung des Testfeldes Rheidt wurde so angelegt, daß die Flugachsen in vier senkrecht zueinander stehenden Richtungen liegen, wobei jeweils zwei Modelle das ganze Testfeld bedecken (siehe II.5, S. 31, 32). Das bedeutet, daß eine bestimmte Stelle im Modell von acht im Gelände verschiedenen Punkten eingenommen werden kann. Da die Punkte im Testfeld ein regelmäßiges Raster bilden (siehe Abbildung 2.2, S. 31), ist es möglich, daß die Punkte verschiedener Modelle im jeweiligen Modellkoordinatensystem sehr dicht beieinander liegen. Um die Varianz-Kovarianz-Matrix trotzdem für diskrete Modellpunkte bzw. -koordinaten angeben zu können, wird aus allen 47 Modellen ein Durchschnittsmodell gebildet, auf das die Ergebnisse bezogen werden.

2.2 Berechnung eines Durchschnittsmodells

Das Durchschnittsmodell wird dadurch gebildet, daß die Modellkoordinaten der Punkte, die in den 47 Modellen etwa dieselben Koordinaten besitzen, über alle Modelle gemittelt werden. Die Mittelung erfolgt also nicht über identische Punkte im Geländekoordinatensystem. Zusätzlich werden die dreifach signalisierten Punkte einer Punktgruppe durch Mittelbildung zu einem Modellpunkt zusammengefaßt.

Die vier unterschiedlichen Fluganordnungen und die je zwei Modelle pro Flugstreifen ergeben dann folgende relative Punktlage im Modell, gekennzeichnet durch die Numerierung der Punkte des Testfeldes (siehe Abbildung 2.2, S. 31).

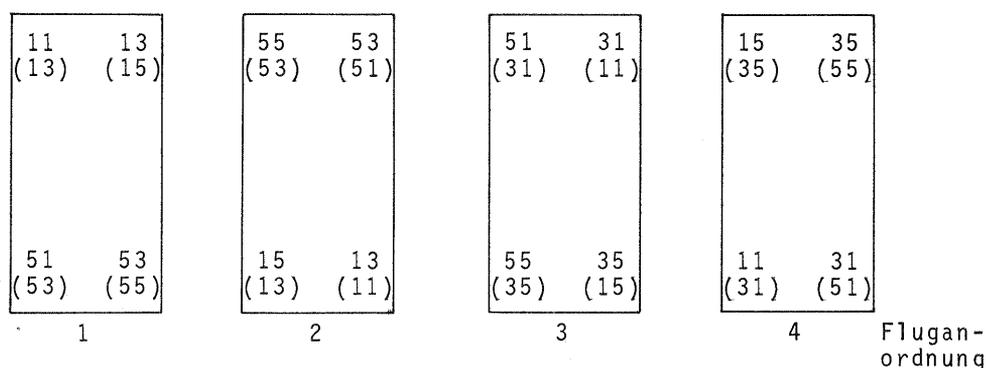


Abbildung 3.3 Relative Punktlage im Modell bezogen auf das Durchschnittsmodell
(Die Fluganordnung bezieht sich auf Abb. 2.3, S. 31)

Im Rechenprogramm für die relative Orientierung (siehe II.3) sind alle zwölf Orientierungselemente freie Unbekannte, sodaß die Modellkoordinatensysteme nicht einheitlich sind. Sie werden daher vor der Mittelbildung in ein einheitliches Bezugssystem umgerechnet, das wie folgt definiert ist:

1. Der Koordinatenursprung liegt im linken Projektionszentrum O_1
2. Die positive x-Achse weist in Flugrichtung und geht durch das rechte Projektionszentrum O_2
3. Es ist keine gemeinsame Querneigung vorhanden
4. Alle Modelle besitzen denselben Maßstab

Die Umrechnung, die wegen der Drehungen um mitgedrehte Achsen nur näherungsweise erfolgen kann, wird schrittweise vorgenommen. Zuerst wird die gemeinsame Querneigung $\Omega = \omega_{\text{links}}$ korrigiert, danach die verbleibende Translation $\Delta X_0, \Delta Y_0, \Delta Z_0$ durchgeführt und die sich ergebenden Drehungen ϕ, κ berücksichtigt. Der einheitliche Maßstab wird zuletzt angebracht, indem die Basis auf den Wert $b_x = 90 \text{ mm}$ reduziert wird. Das Durchschnittsmodell besteht danach aus 23 Punkten, welche die in Abbildung 3.4 dargestellte Lage und Numerierung sowie die in Tabelle 3.4 angegebenen Koordinaten erhalten.

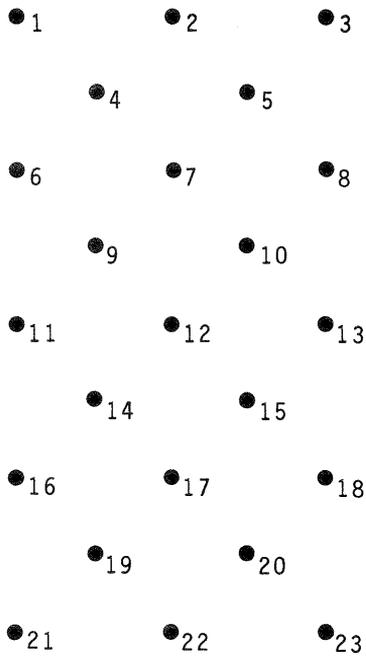


Abbildung 3.4 Punktnumerierung im Durchschnittsmodell

Punkt	x	y	z
1	-.73	89.25	-148.52
2	44.96	90.57	-148.16
3	88.88	89.59	-148.71
4	22.25	66.20	-148.48
5	67.02	68.83	-148.54
6	-.51	45.36	-149.57
7	46.22	46.04	-148.88
8	90.20	45.96	-150.57
9	25.45	23.24	-148.96
10	68.09	24.30	-149.60
11	1.10	-1.54	-149.67
12	45.60	-.29	-149.69
13	90.04	.92	-150.41
14	20.70	-25.13	-150.16
15	66.11	-23.83	-150.46
16	.99	-46.26	-150.28
17	45.10	-46.72	-150.42
18	91.73	-45.68	-150.93
19	24.15	-69.47	-150.77
20	69.04	-66.80	-150.64
21	2.00	-89.98	-151.51
22	46.46	-91.23	-151.33
23	91.77	-89.47	-151.30

Tabelle 3.4 Koordinaten der Punkte des Durchschnittsmodells (Werte in mm)

Wie gut die einzelnen Modelle aufeinanderpassen, zeigt die mittlere quadratische Restabweichung ihrer Koordinaten vom Durchschnittsmodell. Es ergaben sich

$$\sigma_x = 5.4 \text{ mm}, \quad \sigma_y = 8.3 \text{ mm}, \quad \sigma_z = 12.4 \text{ mm}$$

In Abbildung 3.5 sind die Koordinaten der Punkte aller Einzelmodelle aufgetragen, wobei die Mittelpunkte der Punktgruppen, also die Punkte des Durchschnittsmodells, besonders hervorgehoben sind. Die Kartierung wurde mit dem Zuse Graphomaten des Rechenzentrums der Universität Stuttgart angefertigt.

An dieser Stelle ist noch zu erwähnen, daß die größte Schwankung der Flughöhe bei den einzelnen Aufnahmen etwa 90 m beträgt. Bei einer mittleren Flughöhe von ca. 1600 m ergibt sich damit ein maximaler Maßstabsunterschied der Bilder beziehungsweise der Modelle von etwa 7 %. Dies bedeutet für die Eckpunkte des Modells Koordinatendifferenzen, die im ungünstigsten Fall etwa

$$dx = 3 \text{ mm}, \quad dy = 6 \text{ mm}, \quad dz = 10 \text{ mm}$$

betragen. Die Bildung eines Gesamtmittels ohne Maßstabskorrektur kann damit für den benötigten Zweck als zulässig betrachtet werden.

Auf das gebildete Durchschnittsmodell werden nun alle folgenden Genauigkeitsberechnungen bezogen. Das heißt, die an einem bestimmten Modellpunkt tatsächlich auftretenden Fehler werden so behandelt, als ob sie an dem entsprechenden Punkt des Durchschnittsmodells aufgetreten wären.

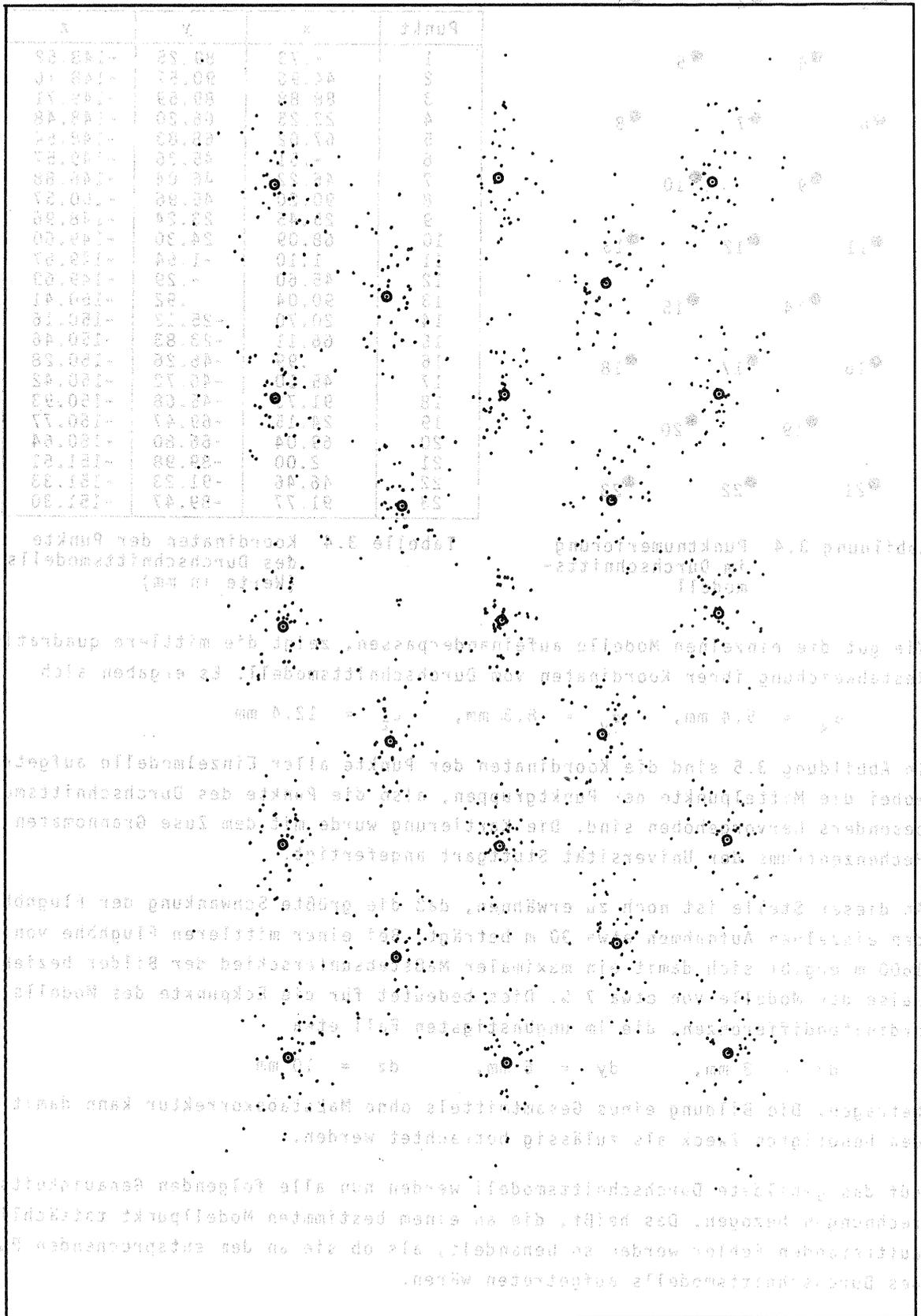


Abbildung 3.4 Punktnummerierung der Durchschnittsmodellpunkte
 Tabelle 3.5 Koordinaten der Punkte des Durchschnittsmodells (Werte in mm)

Die gut die einzelnen Modelle aufeinanderpassen, weil die mittlere quadratische Abweichung ihrer Koordinaten vom Durchschnittsmodell. Es ergeben sich $\sigma = 2.4 \text{ mm}$, $\sigma_x = 8.3 \text{ mm}$, $\sigma_y = 12.4 \text{ mm}$.

In Abbildung 3.5 sind die Koordinaten der Punkte aller Einzelmodelle angegeben, wobei die Mittelpunkte der Punktklumpen, also die Punkte des Durchschnittsmodells, besonders hervorgehoben sind. Die Verteilung wurde mit dem Zuse Geonormster des Hochrechners der Universität Stuttgart angeteilt.

In dieser Stelle ist noch zu erwähnen, dass die größte Schwankung der Punkte bei den einzelnen Aufnahmen etwa 20 m beträgt. Bei einer mittleren Flughöhe von ca. 1000 m ergibt sich damit ein maximaler Maßstabverhältnis der Bilder bei einer Auflösung von ca. 7.5. Dies bedeutet für die Eckpunkte des Modells Ko-ordinatendifferenzen, die im ungünstigsten Fall etwa $dx = 3 \text{ mm}$, $dy = 4 \text{ mm}$, $dz = 10 \text{ mm}$ betragen. Die Bildung eines Gesamtmittels ohne Maßstabskorrektur kann damit für den herangezogenen Zweck als zulässig betrachtet werden.

Es sind die Punkte des Durchschnittsmodells werden nun alle folgenden Berechnungen Rechnung in bezug auf die an einem bestimmten Modellpunkt festgelegt. Die entsprechenden Punkte werden so benannt, wie ob sie an den entsprechenden Punkte des Durchschnittsmodells angeordnet wären.

Abbildung 3.5 Modellpunkte und Durchschnittsmodell Rheit

2.2 Deformationen des Durchschnittsmodells

Bei der Berechnung der Varianzen und Kovarianzen nach den Formeln (3.5) bis (3.7) werden die Restfehler der Punkte eines Punkthaufens benützt, die sich nach der Einpassung der Modelle auf alle Punkte ergeben. Da diese Restfehler als wahre bzw. quasiwahre Fehler betrachtet werden können (siehe S. 35), müßte für das Durchschnittsmodell die Bedingung erfüllt sein:

$$\sum_i \sum_j v_{ij} = 0 \quad (3.8a)$$

Das ist auch der Fall. Dagegen ist zunächst noch nicht klar, ob auch für die einzelnen Punkte des Durchschnittsmodells gilt:

$$\sum_j v_{ij} = 0 \quad (3.8b)$$

mit i = Nummer des Punktes im Durchschnittsmodell

j = 1...n

n = Anzahl der Messungen pro Punkt

Ist dies nicht der Fall, so enthalten die einzelnen Punkte des Durchschnittsmodells noch je einen deterministischen Fehleranteil, den man auch als konstanten systematischen Fehler bezeichnen könnte. Bei den 47 verwendeten Modellen des Testfeldes Rheidt stellte sich ein solcher Trend heraus, der pro Punkt i berechnet wird aus

$$t_i = \frac{1}{n_i} \sum_j v_{ij} \quad (3.9)$$

mit n_i = Anzahl der Modelle

Die Gesamtheit der t_i kann als "Modelldeformation des Durchschnittsmodells" bezeichnet werden. Ein Mittelwert über das gesamte Modell läßt sich als quadratisches Mittel der t_i bilden. Tabelle 3.5 enthält die Ergebnisse einschließlich der auftretenden Maximal- und Minimalwerte. Da sich die beiden Varianten der relativen Orientierung praktisch nicht unterscheiden, werden sie nicht gesondert aufgeführt.

	t_x	t_y	t_z	
Quadr. Mittel	0.01	0.01	0.08	m
Max. Wert	0.03	0.03	0.20	m
Min. Wert	0.00	0.00	0.01	m
$\sum_i t_i$	0.00	-0.01	0.01	m

Tabelle 3.5 Deformation (Trend) im Durchschnittsmodell

Wie sich die Deterministik an den einzelnen Punkten verhält, ist den Abbildungen 3.6 und 3.7 zu entnehmen, in denen der Lage- und der Höhen-Trend für die beiden Orientierungsfälle graphisch dargestellt ist. Man erkennt, daß die Lagedeformation vernachlässigbar klein ist, während in der Höhe noch spürbare Verbiegungen auftreten. Die nicht korrigierten systematischen Bildfehler wirken sich also in erster Linie auf die Höhe im Modell aus.

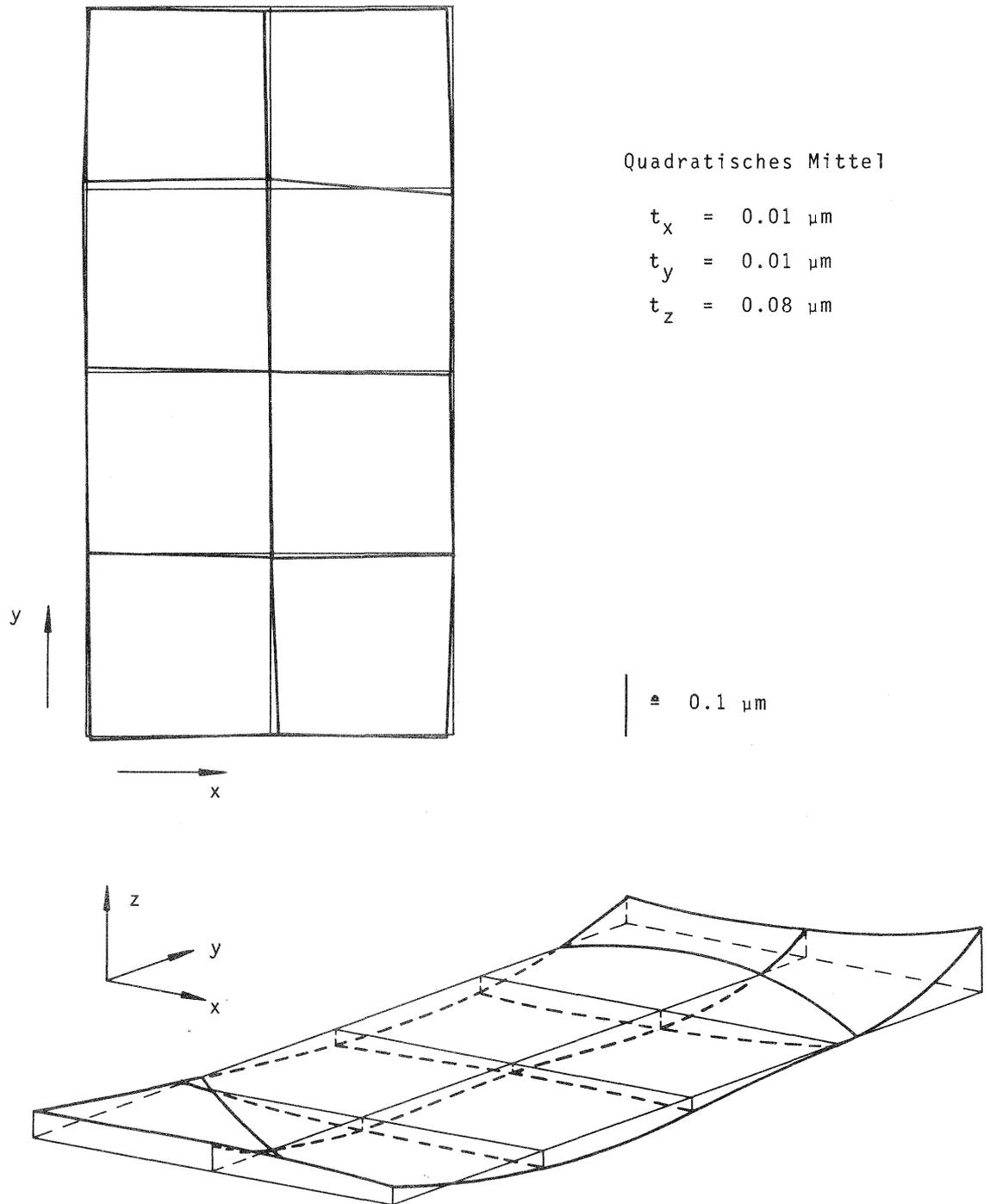


Abbildung 3.6 Deformationen im Durchschnitmodell
Relative Orientierung mit 6 Punkten

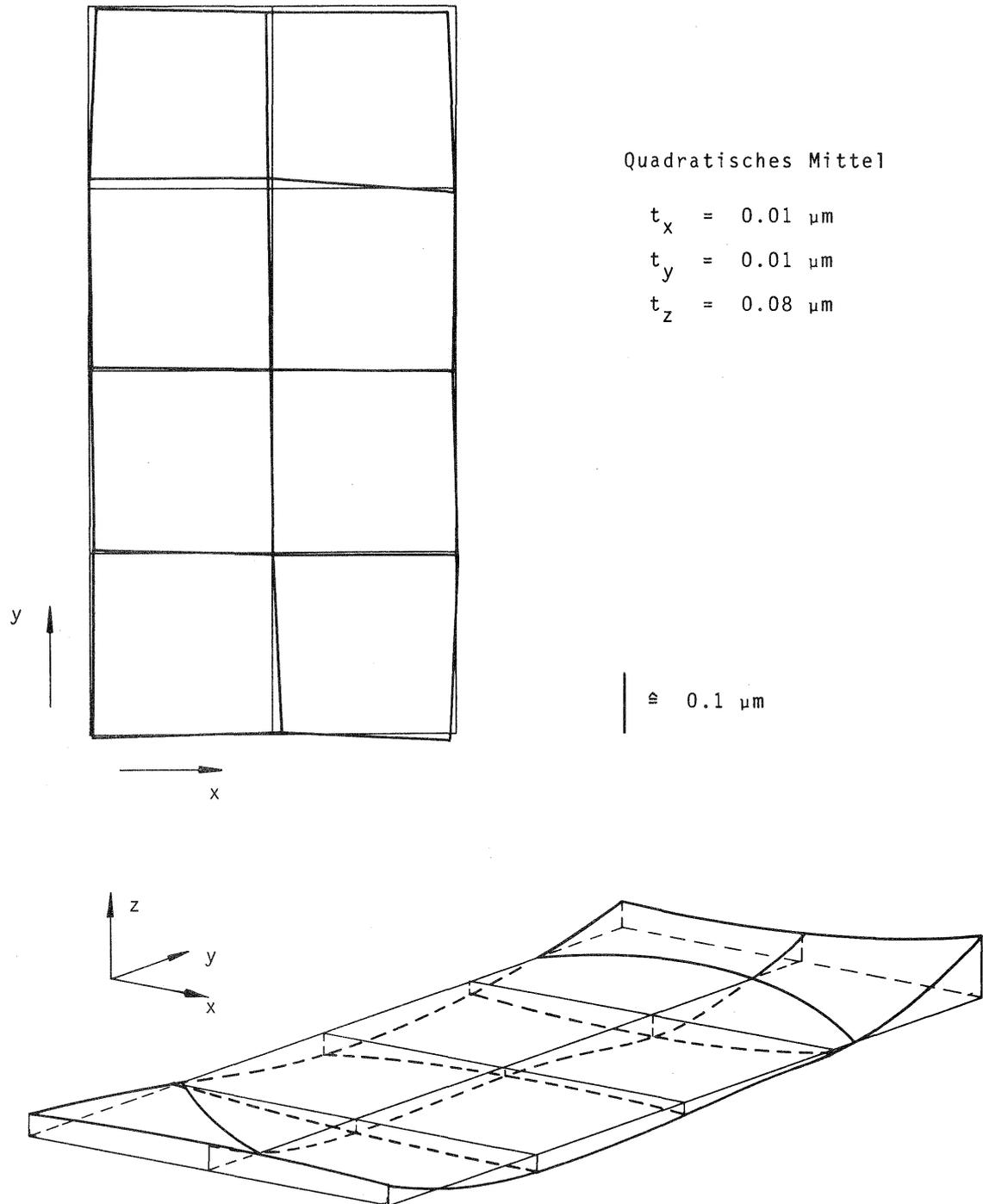


Abbildung 3.7 Deformationen im Durchschnittsmodell
Relative Orientierung mit allen Punkten

An dieser Stelle muß nochmals auf III.1.4 (Filterung der Meßdaten, siehe S. 39) Bezug genommen werden, wo ein trendfreies Modell vorausgesetzt wurde. Diese Trendfreiheit läßt sich jetzt genauer definieren. Wird nämlich das Modell als Ganzes betrachtet, so verhalten sich die Deformationen der einzelnen Punkte wie stochastische Größen, das heißt, sie treten ebenso häufig mit positivem wie mit negativem Vorzeichen auf. Ihr Erwartungswert ist also gleich Null. In Tabelle 3.5 sind die Werte für die Summe der t_i in der letzten Zeile eingetragen. Damit gehören die Deformationen unter diesem Aspekt zu dem stochastischen Anteil s , sodaß kein Trend zu berücksichtigen ist.

Die empirische Varianz-Kovarianz-Matrix wird nun für das Durchschnittsmodell aufgestellt, womit sich ihre Elemente auf die Modellkoordinaten der 23 diskreten Punkte beziehen, die ein photogrammetrisches Modell repräsentieren sollen. Da jeder Punkt drei Koordinaten x, y, z aufweist, besteht die Matrix aus 69×69 Elementen. Sie ist in dieser Form für die Interpretation insbesondere der auftretenden Korrelationen nicht sehr geeignet, sodaß im folgenden verschiedene Darstellungsvarianten gewählt werden, um die einzelnen Detailprobleme besser erfassen zu können.

2.4 Genauigkeitsunterschiede innerhalb des Modells

Von primärem Interesse bei der Beurteilung der Genauigkeitsstruktur im Modell ist die Frage, wie groß die Streuungen der einzelnen Modellpunkte im Vergleich zur mittleren Genauigkeit des Modells sind. Es gilt also festzustellen, ob zwischen verschiedenen Modellbereichen größere Genauigkeitsunterschiede auftreten und wie groß diese eventuell sind.

Zu diesem Zweck werden die Standardabweichungen der Koordinaten der Modellpunkte, die sich aus den Elementen der Hauptdiagonalen der Varianz-Kovarianz-Matrix ermitteln lassen, getrennt für x, y und z herausgegriffen und in den Abbildungen 3.8 und 3.9 dargestellt. Die Dimensionen sind in μm im Bildmaßstab angegeben, der etwa dem Modellmaßstab entspricht. Die Streuungen sind an die Stelle im Modell geschrieben, welche die Lage des Punktes bezeichnet. Abbildung 3.8 gilt für die Orientierungsvariante 1 und Abbildung 3.9 für die Variante 2.

Zunächst kann festgestellt werden, daß diejenigen Punkte, die symmetrisch zu den beiden Achsen des Modells liegen, jeweils etwa dieselben Streuungen aufweisen. Eine solche Symmetrie ist einleuchtend, da die beiden Bildhälften, aus denen das Modell gebildet wird, als gleichberechtigt gelten. Für die folgenden Betrachtungen werden daher die genannten Symmetrieeigenschaften vorausgesetzt.

Eine weitere anschauliche Darstellungsmöglichkeit bieten die Gewichtskoeffizienten der Koordinaten. Es gilt

$$g_{ii} = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_0^2} \quad (3.10a)$$

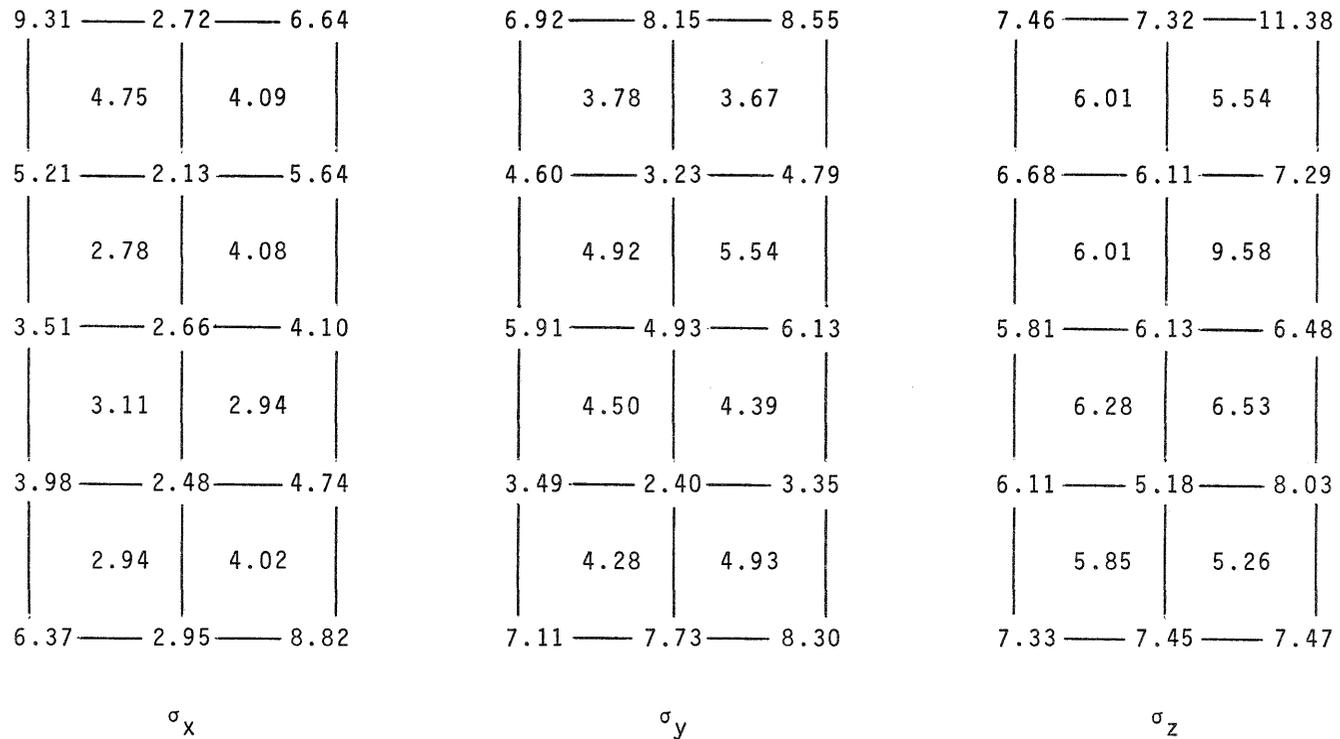


Abbildung 3.8 Mittlere Koordinatenfehler im relativ orientierten Modell
 Relative Orientierung mit 6 Punkten
 Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab

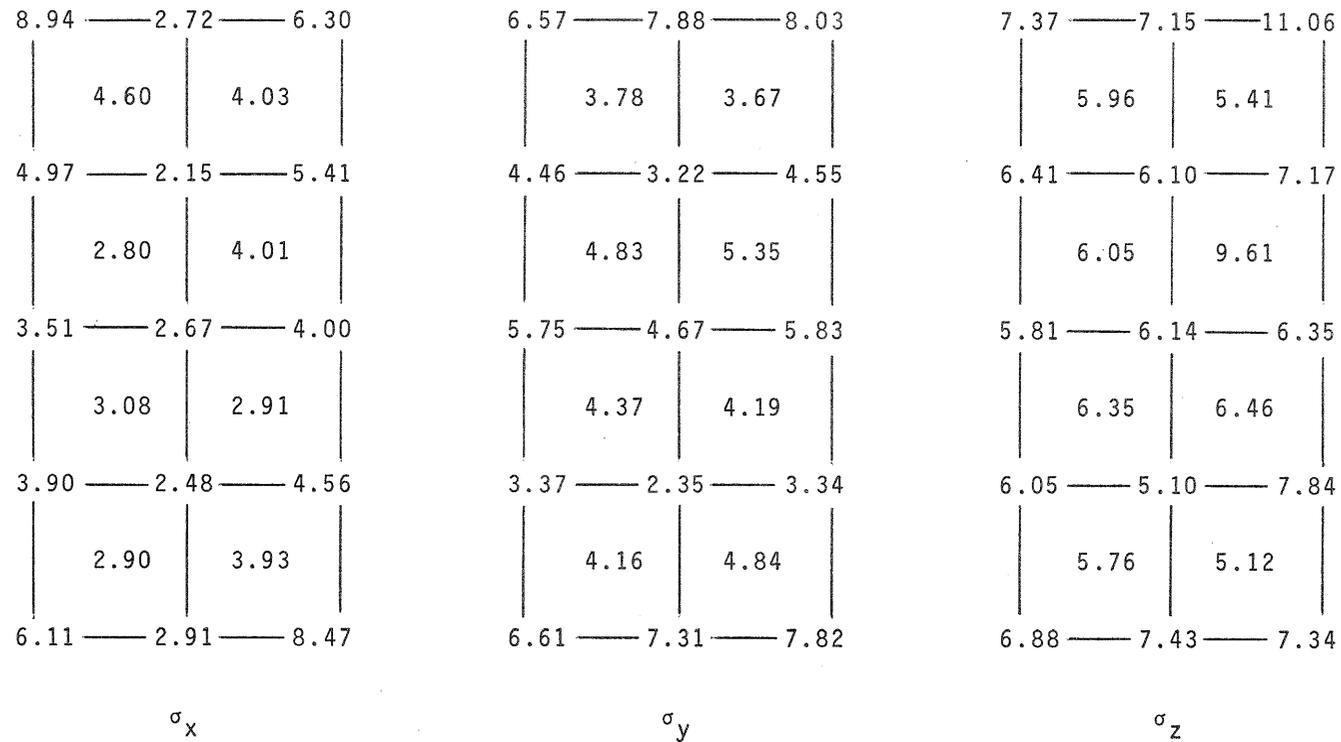
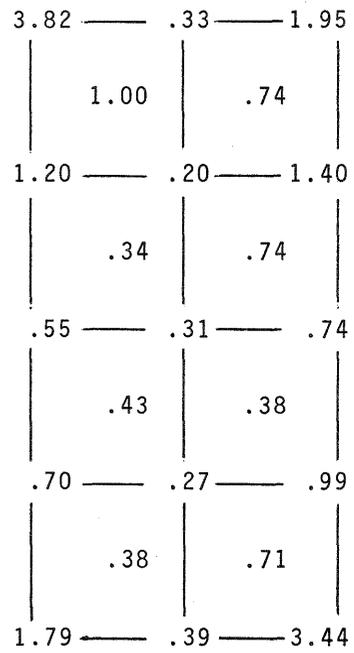
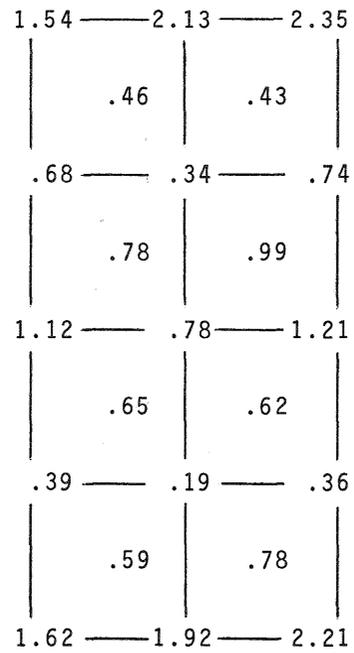


Abbildung 3.9 Mittlere Koordinatenfehler im relativ orientierten Modell
 Relative Orientierung mit allen Punkten
 Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab



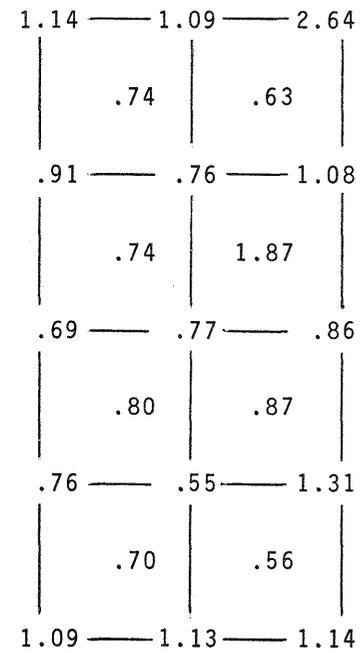
g^{xx}

$\sigma_0 = 4.8 \mu\text{m}$



g^{yy}

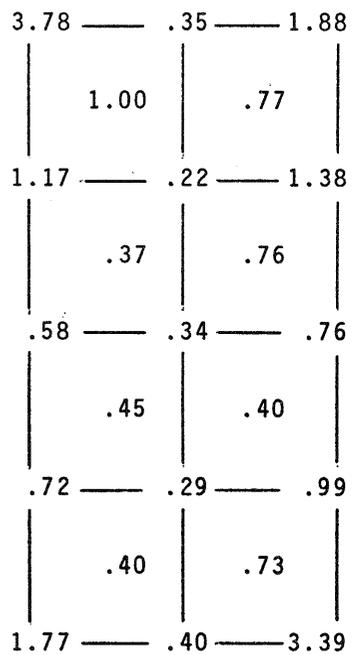
$\sigma_0 = 5.6 \mu\text{m}$



g^{zz}

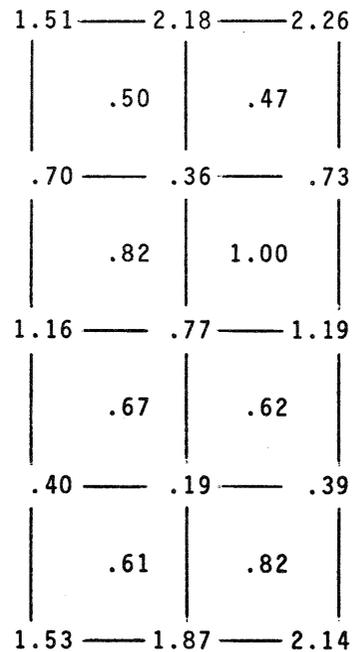
$\sigma_0 = 7.0 \mu\text{m}$

Abbildung 3.10 Gewichtskoeffizienten der Koordinaten im relativ orientierten Modell
Relative Orientierung mit 6 Punkten



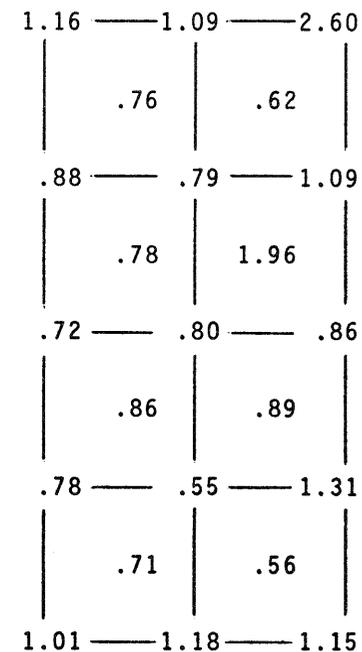
g^{xx}

$\sigma_0 = 4.6 \mu\text{m}$



g^{yy}

$\sigma_0 = 5.3 \mu\text{m}$



g^{zz}

$\sigma_0 = 6.9 \mu\text{m}$

Abbildung 3.11 Gewichtskoeffizienten der Koordinaten im relativ orientierten Modell
Relative Orientierung mit allen Punkten

σ_0 bedeutet den mittleren Fehler der Gewichtseinheit, der in diesem Fall willkürlich gewählt werden kann. Die Abbildungen 3.10 und 3.11 zeigen die Gewichtskoeffizienten der Modellkoordinaten in der den Abbildungen 3.8 und 3.9 entsprechenden Form. Als Gewichtseinheit wurde der quadratische Mittelwert der Streuungen im Modell eingeführt, der für x, y und z jeweils verschieden ist. Dadurch ist es möglich, auch die Genauigkeitsunterschiede der einzelnen Koordinatenrichtungen zu vergleichen.

Was die beiden Orientierungsvarianten betrifft, so ist wieder festzustellen, daß sich keine signifikanten Unterschiede in Abhängigkeit der zur relativen Orientierung verwendeten Anzahl von Punkten ergibt.

Die Genauigkeit der einzelnen Punkte innerhalb des Modells unterscheidet sich sehr stark, je nachdem, an welcher Stelle der Punkt liegt. Die Unterschiede der Streuungen betragen zwischen Modellmitte und -ecken für die x-Koordinate bis zu 1 : 3.5, für die y-Koordinate bis zu 1 : 1.7 und für den z-Wert etwa 1 : 1.2. Zwischen Modellmitte und linkem bzw. rechtem Rand findet man noch Unterschiede von etwa 1 : 2 für σ_x , von etwa 1 : 1.2 für σ_y und 1 : 1.1 für σ_z .

Die Streuungen der x-Koordinaten bleiben auf der Symmetrie-Längsachse des Modells nahezu konstant (ca. 2.5 μm) und weisen hier ihre kleinsten Werte auf. Die mittleren Fehler der y-Koordinaten vermindern sich zwischen Modellmitte und -ecken zuerst um etwa 20 %, ehe sie auf das Eineinhalbfache ansteigen. Im Gegensatz dazu zeigt die Höhe mit Ausnahme des oberen und unteren Randes eine nahezu konstante Genauigkeit.

Insgesamt liegt der genaueste Punkt aller drei Koordinatenrichtungen in der Mitte der oberen oder unteren Modellhälfte. Dieser Punkt ist in seinem räumlichen Fehlervektor etwa um das 1.2fache genauer als der Modellmittelpunkt. Wenn für den räumlichen Punktfehler gilt

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2} \quad (3.11)$$

so erhält man

$$\sigma_{p_{12}} \approx 1.2 \cdot \sigma_{p_7} \approx 1.2 \cdot \sigma_{p_{17}}$$

Die bisherigen Aussagen geben zwar Aufschluß über die Verteilung der mittleren Koordinatenfehler im Modell, genügen aber für die komplette Erfassung der Genauigkeitsstruktur noch nicht. Hierzu gehören neben den Standardabweichungen eines bestimmten Punktes auch die Korrelationen zwischen den Koordinaten verschiedener Punkte und zwischen den drei jeweiligen Koordinaten eines jeden Punktes.

2.5 Korrelationen im Modell

Mit den Elementen der Varianz-Kovarianz-Matrix, die außerhalb der Hauptdiagonalen liegen, können die zwischen den Koordinaten auftretenden Korrelationen beurteilt werden. Wenn diese Elemente verschwinden, so bedeutet dies, daß keine Korrelationen vorhanden sind. Ist dagegen ein Element ungleich Null, so sind die entsprechenden Koordinaten miteinander korreliert.

Bei mehrdimensionalen Problemen unterscheidet man zwei Arten von Korrelationen: die Autokorrelation und die Kreuzkorrelation. Im Falle von dreidimensionalen Koordinaten x, y, z gibt die Autokorrelation die Abhängigkeit der x - (oder y - oder z -) Koordinate eines Punktes von der x - (oder y - oder z -) Koordinate eines anderen Punktes an. Die Kreuzkorrelation dagegen zeigt, wie eine Koordinatenrichtung eines Punktes (z.B. x) mit einer anderen Koordinatenrichtung (z.B. y oder z) desselben oder eines anderen Punktes korreliert ist.

Es treten also drei Autokorrelationen auf, und zwar für x, y und z , sowie drei Kreuzkorrelationen zwischen x und y, x und z , bzw. y und z . Allerdings sind die Kovarianzen aus der Varianz-Kovarianz-Matrix selbst kein anschauliches Maß für die Größe der auftretenden Korrelationen. Zu deren Verdeutlichung ist es zweckmäßig, auf die Korrelationskoeffizienten r_{ik} überzugehen, die nach (3.12) berechnet werden.

$$r_{ik} = \frac{\text{Cov}(i,k)}{\sigma_i \cdot \sigma_k} \quad (3.12a)$$

oder

$$r_{ik} = \frac{g^{ik}}{\sqrt{g^{ii}} \cdot \sqrt{g^{kk}}} \quad (3.12b)$$

wobei g^{ik} analog zu (3.10a) aus

$$g^{ik} = \frac{\text{Cov}(i,k)}{\sigma_0^2} \quad (3.10b)$$

ermittelt werden kann.

Der Korrelationskoeffizient r kann nach seiner Definition nur Werte zwischen $+1$ und -1 annehmen (siehe z.B. BRANDT [4], S. 22)

$$-1 \leq r_{ik} \leq +1 \quad (3.13)$$

Für den Fall $r_{xy} = 1$ bedeutet dies, daß x und y zu 100 % positiv miteinander korreliert sind, oder daß zwischen x und y eine positive lineare Abhängigkeit besteht. Entsprechend gilt für $r_{xy} = -1$, daß x und y zu 100 % negativ miteinander korreliert sind, bzw. daß zwischen x und y eine negative lineare Abhängigkeit besteht.

Zur besseren Darstellung der Korrelationen für das Modell Rheidt wird die komplette Varianz-Kovarianz-Matrix in sechs verschiedene Submatrizen mit je 23×23 Elementen zerlegt. Es werden also die Auto- und die Kreuzkorrelationen getrennt

G^{xx}	G^{xy}	G^{xz}
	G^{yy}	G^{yz}
		G^{zz}

zusammengefaßt. Wie die Aufteilung vorgenommen wurde, ist aus Abbildung 3.12 ersichtlich. Für die Submatrizen werden dabei die Bezeichnungen G^{ik} gewählt. Ihre einzelnen Elemente sind schließlich in den Tabellen 3.6 und 3.7 angegeben, die sich auf die Orientierungsvariante 2 beziehen, bei der alle Punkte zur relativen Orientierung verwendet wurden.

Abbildung 3.12 Aufteilung der Varianz-Kovarianz-Matrix in Submatrizen

KOVARIANZ-MATRIX X MAL X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	88.23	7.36	-47.34	25.09	-27.27	35.52	-6.15	-41.58	-7.68	-23.67	1.74	-14.73
2	7.36	8.21	-2.28	4.35	-2.02	2.84	.36	-4.14	-1.20	-2.52	-1.43	-1.84
3	-47.34	-2.28	43.88	-13.12	18.68	-20.16	4.75	23.68	4.45	9.92	-3.99	7.77
4	25.09	4.35	-13.12	23.35	-7.17	13.63	-3.05	-17.33	-2.17	-7.81	-2.01	-3.37
5	-27.27	-2.02	18.68	-7.17	17.94	-12.85	1.77	12.24	1.99	8.98	-1.15	5.05
6	35.52	2.84	-20.16	13.63	-12.85	27.32	-3.14	-20.58	-5.92	-14.06	1.62	-6.55
7	-6.15	.36	4.75	-3.05	1.77	-3.14	5.11	3.44	.99	2.02	-.64	1.72
8	-41.58	-4.14	23.68	-17.33	12.24	-20.58	3.44	32.28	.95	12.40	-.20	7.15
9	-7.68	-1.20	4.45	-2.17	1.99	-5.92	.99	.95	8.69	1.78	.60	.18
10	-23.67	-2.52	9.92	-7.81	8.98	-14.06	2.02	12.40	1.78	17.81	-2.18	5.62
11	1.74	-1.43	-3.99	-2.01	-1.15	1.62	-.64	-.20	.60	-2.18	13.61	1.39
12	-14.73	-1.84	7.77	-3.37	5.05	-6.55	1.72	7.15	.18	5.62	1.39	7.87
13	-19.01	-4.26	12.26	-7.40	3.97	-6.74	2.81	11.04	.91	3.82	2.57	6.28
14	-13.39	-.52	3.18	-5.47	4.51	-5.91	.25	5.47	1.63	3.53	-1.43	.89
15	-14.46	-.78	7.19	-4.35	4.44	-7.13	1.44	7.02	1.69	5.80	-.62	2.08
16	-16.01	-2.49	8.99	-7.21	2.83	-7.09	1.28	12.50	3.30	4.26	1.80	1.19
17	-6.99	-1.11	3.53	-5.51	1.12	-6.08	1.47	4.92	1.17	2.22	.87	1.93
18	30.15	2.18	-16.76	11.67	-8.62	13.89	-4.07	-18.11	-3.04	-8.58	2.87	-2.69
19	-10.98	-1.22	5.20	-1.08	5.37	-4.53	-.45	4.69	1.23	4.06	-2.96	-.51
20	23.65	1.98	-15.34	8.61	-7.59	12.90	-3.23	-15.61	-4.46	-7.74	-.50	-3.44
21	-43.15	-6.11	27.05	-16.53	15.24	-20.43	4.20	23.88	3.63	12.21	-.27	7.31
22	9.23	.95	-8.02	.02	-3.16	2.09	-1.32	-3.87	-2.40	1.22	-.96	-1.63
23	70.65	8.01	-40.20	22.10	-26.75	32.97	-6.13	-37.85	-6.87	-25.18	.52	-13.60

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-19.01	-13.39	-14.46	-16.01	-6.99	30.15	-10.98	23.65	-43.15	9.23	70.65
2	-4.26	-.52	-.78	-2.49	-1.11	2.18	-1.22	1.98	-6.11	.95	8.01
3	12.26	3.18	7.19	8.99	3.53	-16.76	5.20	-15.34	27.05	-8.02	-40.20
4	-7.40	-5.47	-4.35	-7.21	-5.51	11.67	-1.08	8.61	-16.53	.02	22.10
5	3.97	4.51	4.44	2.83	1.12	-8.62	5.37	-7.59	15.24	-3.16	-26.75
6	-6.74	-5.91	-7.13	-7.09	-6.08	13.89	-4.53	12.90	-20.43	2.09	32.97
7	2.81	.25	1.44	1.28	1.47	-4.07	-.45	-3.23	4.20	-1.32	-6.13
8	11.04	5.47	7.02	12.50	4.92	-18.11	4.69	-15.61	23.88	-3.87	-37.85
9	.91	1.63	1.69	3.30	1.17	-3.04	1.23	-4.46	3.63	-2.40	-6.87
10	3.82	3.53	5.80	4.26	2.22	-8.58	4.06	-7.74	12.21	1.22	-25.18
11	2.57	-1.43	-.62	1.80	.87	2.87	-2.96	-.50	-.27	-.96	.52
12	6.28	.89	2.08	1.19	1.93	-2.69	-.51	-3.44	7.31	-1.63	-13.60
13	17.81	-.75	2.08	2.18	2.78	-4.33	-1.83	-6.67	9.64	-4.53	-15.41
14	-.75	10.47	2.06	2.68	.99	-6.00	2.47	-3.43	5.18	-1.03	-10.89
15	2.08	2.06	9.36	2.95	2.91	-6.43	2.24	-4.45	4.80	-1.50	-10.34
16	2.18	2.68	2.95	16.83	.96	-10.81	3.91	-8.49	11.21	-1.92	-16.35
17	2.78	.99	2.91	.96	6.79	-2.77	-.40	-2.51	3.99	-.60	-5.36
18	-4.33	-6.00	-6.43	-10.81	-2.77	23.00	-7.06	13.27	-19.00	2.35	26.19
19	-1.83	2.47	2.24	3.91	-.40	-7.06	9.28	-3.70	9.05	-.17	-10.95
20	-6.67	-3.43	-4.45	-8.49	-2.51	13.27	-3.70	17.05	-15.23	4.44	23.92
21	9.64	5.18	4.80	11.21	3.99	-19.00	9.05	-15.23	41.25	-3.14	-41.45
22	-4.53	-1.03	-1.50	-1.92	-.60	2.35	-.17	4.44	-3.14	9.38	6.72
23	-15.41	-10.89	-10.34	-16.35	-5.36	26.19	-10.95	23.92	-41.45	6.72	79.13

TABELLE 3.6 A RELATIV ORIENTIERTES MODELL [ORIENTIERUNGSVARIANTE 2]

KOVARIANZ-MATRIX Y MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	47.64	37.47	25.83	2.62	-2.78	-11.62	-11.37	-23.09	-19.16	-28.62	-23.29	-23.75
2	37.47	68.53	43.62	-1.76	-1.06	-22.31	-15.67	-23.44	-29.11	34.34	-34.10	29.31
3	25.83	43.62	71.24	-10.82	4.22	-26.42	-14.48	-17.59	-32.91	29.87	-31.86	22.43
4	2.62	-1.76	-10.82	15.77	-1.82	3.98	-2.29	3.07	2.07	-6.60	3.10	.21
5	-2.78	-1.06	4.22	-1.82	14.85	-6.64	-4.47	1.95	-5.55	-0.01	-1.12	-.23
6	-11.62	-22.31	-26.42	3.98	-6.64	21.95	9.43	7.02	13.80	11.74	17.54	10.86
7	-11.37	-15.67	-14.48	-2.29	-4.47	9.43	11.46	6.45	10.11	9.89	12.18	9.24
8	-23.09	-23.44	-17.59	-3.07	1.95	7.02	6.45	22.91	10.61	18.88	16.21	15.58
9	-19.16	-29.11	-32.91	2.07	-5.55	13.80	10.11	10.61	25.81	19.35	20.12	15.05
10	-28.62	-34.34	-29.87	-6.60	-0.01	11.74	9.89	18.88	19.35	31.56	19.57	19.72
11	23.29	-34.10	-31.86	3.10	-1.12	17.54	12.18	16.21	20.12	19.57	36.56	21.46
12	23.75	-29.31	-22.43	.21	-.23	10.86	9.24	15.58	15.05	19.72	21.46	24.09
13	-28.13	-33.83	-27.64	-.72	-3.35	10.96	9.94	22.13	16.28	25.70	22.77	22.45
14	-17.09	-23.64	-23.28	-1.28	-3.17	9.90	7.83	8.73	15.92	14.47	18.07	15.12
15	-12.67	-17.87	-17.95	-1.31	-4.50	7.93	4.92	7.03	10.15	14.50	10.83	9.91
16	-6.03	-8.99	-6.12	.55	-1.82	3.01	2.74	3.02	5.35	4.68	8.80	7.45
17	-3.00	-3.38	-3.24	-1.12	-.06	.11	.26	3.10	2.18	2.61	2.56	2.53
18	2.86	2.29	-.13	-1.91	-4.29	-2.16	-2.34	-.54	-1.13	-.11	-1.91	-.89
19	7.96	11.25	17.29	-5.63	.41	-6.34	-3.64	-5.70	-8.40	-10.31	-5.52	-5.99
20	17.14	26.02	22.54	.42	.53	-13.00	-8.57	-12.20	-15.16	-15.05	-20.72	-14.40
21	20.16	25.20	34.32	-1.21	1.43	-14.43	-9.66	-13.32	-17.33	-21.09	-19.48	-13.63
22	30.05	36.14	29.57	.62	4.44	-12.82	-9.00	-18.58	-21.02	-28.01	-26.25	-22.71
23	27.82	40.63	25.03	1.43	-1.38	-11.65	-9.15	-14.06	-18.76	-22.84	-25.78	-24.93

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-28.13	-17.09	-12.67	-6.03	-3.00	2.86	7.96	17.14	20.16	30.05	27.82
2	-33.83	-23.64	-17.87	-8.99	-3.38	2.29	11.25	26.02	25.20	36.14	40.63
3	-27.64	-23.28	-17.95	-6.12	-3.24	.13	17.29	22.54	34.32	29.57	25.03
4	-.72	-1.28	-1.31	.55	-1.12	-1.91	-5.63	.42	-1.21	.62	1.43
5	-.35	-3.17	-4.50	-1.82	-.06	-4.29	.41	.53	1.43	4.44	-1.38
6	10.96	9.90	7.93	3.01	.11	-2.16	-6.34	-13.00	-14.43	-12.82	-11.65
7	9.94	7.83	4.92	2.74	.26	-2.34	-3.64	-8.57	-9.66	-9.00	-9.15
8	22.13	8.73	7.03	3.02	3.10	-.54	-5.70	-12.20	-13.32	-18.58	-14.06
9	16.28	15.92	10.15	5.35	2.18	-1.13	-8.40	-15.16	-17.33	-21.02	-18.76
10	25.70	14.47	14.50	4.68	2.61	-.11	-10.31	-15.05	-21.09	-28.01	-22.84
11	22.77	18.07	10.83	8.80	2.56	-1.91	-5.52	-20.72	-19.48	-26.25	-25.78
12	22.45	15.12	9.91	7.45	2.53	-.89	-5.99	-14.40	-13.63	-22.71	-24.93
13	37.53	14.14	12.31	6.22	3.32	2.02	-10.39	-14.39	-24.65	-26.16	-21.37
14	14.14	21.13	12.02	6.43	1.79	.32	-2.57	-14.31	-11.59	-23.73	-22.23
15	12.31	12.02	19.39	3.05	.14	1.07	-4.38	-9.22	-11.01	-19.58	-16.02
16	6.22	6.43	3.05	12.56	-.52	-.31	1.99	-7.99	3.46	-11.02	-12.82
17	3.32	1.79	.14	-.52	6.11	.44	-.90	-1.01	-1.89	-3.27	-2.27
18	2.02	.32	1.07	-.31	.44	12.37	-.19	2.17	-6.02	-3.88	6.07
19	-10.39	-2.57	-4.38	1.99	-.90	-.19	19.11	2.10	12.64	6.45	-.71
20	-14.39	-14.31	-9.22	-7.99	-1.01	2.17	2.10	25.85	8.11	20.88	23.86
21	-24.65	-11.59	-11.01	3.46	-1.89	-6.02	12.64	8.11	48.23	17.32	5.50
22	-26.16	-23.73	-19.58	-11.02	-3.27	-3.88	6.45	20.88	17.32	59.00	26.38
23	-21.37	-22.23	-16.02	-12.82	-2.27	6.07	-.71	23.86	5.50	26.38	67.49

TABELLE 3.6 B RELATIV ORIENTIERTES MODELL [ORIENTIERUNGSVARIANTE 2]

KOVARIANZ-MATRIX Z MAL Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	59.96	19.32	36.88	-16.89	-4.23	-3.44	-12.33	-11.96	-16.68	-35.34	-15.22	-13.04
2	19.32	56.37	48.23	-10.66	-6.38	-12.16	-17.89	-5.19	-18.56	-37.02	-18.59	-7.82
3	36.88	48.23	134.87	-27.14	-.81	-28.20	-23.99	-24.39	-34.06	-79.70	-19.07	-18.80
4	-16.89	-10.66	-27.14	39.21	1.37	-2.45	3.90	4.21	10.16	13.73	2.98	4.79
5	-4.23	-6.38	-.81	1.37	32.30	-7.18	-2.05	-1.44	-5.15	5.28	3.38	.43
6	-3.44	-12.16	-28.20	-2.45	-7.18	45.36	2.71	5.87	2.94	13.78	-.21	1.57
7	-12.33	-17.89	-23.99	3.90	-2.05	2.71	41.06	-9.64	11.67	22.60	8.84	7.52
8	-11.96	-5.19	-24.39	4.21	-1.44	5.87	-9.64	56.69	5.02	6.88	8.91	-5.68
9	-16.68	-18.56	-34.06	10.16	-5.15	2.94	11.67	5.02	40.37	28.17	7.51	6.80
10	-35.34	-37.02	-79.70	13.73	5.28	13.78	22.60	6.88	28.17	101.84	17.20	7.22
11	-15.22	-18.59	-19.07	2.98	3.38	-.21	8.84	8.91	7.51	17.20	37.31	-1.97
12	-13.04	-7.82	-18.80	4.79	.43	1.57	7.52	-5.68	6.80	7.22	-1.97	41.66
13	-3.79	-16.49	-28.82	-3.81	-.58	13.00	6.07	.19	9.66	12.90	7.47	3.81
14	-6.95	-1.51	2.50	5.05	7.62	-5.30	-2.02	-6.86	-1.48	.50	-9.28	2.40
15	-11.65	-11.84	-30.85	11.76	-1.74	.87	13.47	-10.64	13.79	26.61	3.24	5.07
16	-5.81	-7.43	5.28	-7.48	5.39	-.64	2.31	.96	-4.80	-4.70	9.05	-1.33
17	-7.30	-3.92	-14.75	5.81	.67	-.29	-.95	4.70	4.52	16.80	4.41	-.29
18	-4.25	-8.76	-35.78	.85	-4.84	20.34	9.91	6.33	-.65	11.78	8.42	-1.19
19	8.85	13.08	14.80	.82	-3.93	-9.07	-5.18	-.19	-4.21	-17.21	-12.04	5.13
20	7.23	2.73	6.79	.63	-2.30	-.89	-.13	-4.78	.45	-3.71	-6.80	-3.88
21	8.72	31.65	45.29	-10.43	-1.55	-11.32	-15.76	-.85	-18.94	-29.97	-11.18	-8.71
22	25.00	24.76	49.36	-5.51	-.23	-9.90	-14.33	1.70	-19.18	-33.34	-16.70	-10.59
23	21.02	10.86	36.00	-4.39	-2.62	-1.22	-1.13	-18.78	-4.90	-26.85	-7.86	-5.14

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-3.79	-6.95	-11.65	-5.81	-7.30	-4.25	8.85	7.23	8.72	25.00	21.02
2	-16.49	-1.51	-11.84	-7.43	-3.92	-8.76	13.08	2.73	31.65	24.76	10.86
3	-28.82	2.50	-30.85	5.28	-14.75	-35.78	14.80	6.79	45.29	49.36	36.00
4	-3.81	5.05	11.76	-7.48	5.81	.85	.82	.63	-10.43	-5.51	-4.39
5	-.58	7.62	-1.74	5.39	.67	-4.84	-3.93	-2.30	-1.55	-.23	-2.62
6	13.00	-5.30	.87	-.64	-.29	20.34	-9.07	-.89	-11.32	-9.90	-1.22
7	6.07	-2.02	13.47	2.31	-.95	9.91	-5.18	-.13	-15.76	-14.33	-1.13
8	.19	-6.86	-10.64	.96	4.70	6.33	-.19	-4.78	-.85	1.70	-18.78
9	9.66	-1.48	13.79	-4.80	4.52	-.65	-4.21	.45	-18.94	-19.18	-4.90
10	12.90	.50	26.61	-4.70	16.80	11.78	-17.21	-3.71	-29.97	-33.34	-26.85
11	7.47	-9.28	3.24	9.05	4.41	8.42	-12.04	-6.80	-11.18	-16.70	-7.86
12	3.81	2.40	5.07	-1.33	-.29	-1.19	5.13	-3.88	-8.71	-10.59	-5.14
13	44.48	2.11	.92	7.94	.47	16.89	-1.04	-6.99	-9.64	-21.12	-12.54
14	2.11	44.59	4.01	-2.69	1.84	-13.47	.91	.81	-3.39	-1.80	4.25
15	.92	4.01	46.08	-.65	5.15	4.65	-4.95	4.60	-20.05	-19.58	-7.66
16	7.94	-2.69	-.65	40.36	-6.01	11.75	-5.86	-4.31	-1.50	-10.21	-1.23
17	.47	1.84	5.15	-6.01	28.70	-3.09	-2.42	.83	-2.71	-8.54	-9.37
18	16.89	-13.47	4.65	11.75	-3.09	67.88	-5.47	-9.67	-7.32	-22.91	-20.64
19	-1.04	.91	-4.95	-5.86	-2.42	-5.47	36.68	.26	4.68	6.44	4.41
20	-6.99	.81	4.60	-4.31	.83	-9.67	.26	28.97	-5.95	5.20	3.43
21	-9.64	-3.39	-20.05	-1.50	-2.71	-7.32	4.68	-5.95	52.22	18.40	7.19
22	-21.12	-1.80	-19.58	-10.21	-8.54	-22.91	6.44	5.20	18.40	61.01	11.78
23	-12.54	4.25	-7.66	-1.23	-9.37	-20.64	4.41	3.43	7.19	11.78	59.42

TABELLE 3.6 C RELATIV ORIENTIERTES MODELL (ORIENTIERUNGSVARIANTE 21)

KOVARIANZ-MATRIX X MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	=52,28	-61,11	-50,82	6,45	-,75	23,79	20,03	30,47	31,93	41,97	40,57	38,24
2	=5,94	-7,27	-7,14	-,65	1,30	1,84	1,85	5,52	5,88	6,16	1,69	2,73
3	28,40	40,97	41,74	-3,55	-,44	-20,84	-13,60	-16,33	-25,45	-25,30	-32,26	-23,04
4	=15,62	-21,09	-15,81	-5,47	,26	6,55	6,23	14,88	8,51	13,84	13,82	15,15
5	16,46	22,18	19,28	-2,08	4,63	-8,72	-6,83	-8,95	-13,59	=15,11	-16,74	-14,27
6	=22,46	-25,57	-20,04	1,24	1,86	6,14	6,69	16,35	13,38	18,97	20,43	19,11
7	5,19	5,77	4,70	,21	-,92	-3,97	-2,15	-2,66	=2,71	-2,59	-5,01	-3,37
8	22,74	31,08	27,86	-2,88	1,60	-12,54	-9,11	-15,01	-15,39	=19,86	-21,85	-20,90
9	4,90	6,34	5,14	-,47	-,63	-2,93	-1,77	-2,59	=2,47	-3,42	-4,92	-3,70
10	13,54	15,93	9,35	-3,12	-,93	-3,53	-2,16	-10,85	=5,69	=11,40	-9,68	-13,25
11	-2,43	-,18	2,67	1,79	2,72	-,40	-,24	-,63	=,80	-,44	4,61	,95
12	7,83	11,14	9,68	-1,88	-,84	-4,64	-2,87	-6,31	=5,83	-7,52	-7,51	=5,02
13	10,89	18,76	16,53	-,06	-2,44	-9,68	-5,78	-7,67	-11,28	-10,46	-9,70	-7,90
14	7,68	8,35	4,14	-1,20	1,44	-,84	-1,89	-4,79	=3,77	-4,03	-5,54	-6,67
15	9,48	11,14	2,26	1,42	,02	-2,13	-4,05	-7,49	=2,89	-7,55	-5,85	-7,55
16	8,84	11,94	11,34	-1,08	1,27	-3,04	-2,19	-6,03	=4,50	-7,24	-7,87	-8,25
17	5,83	6,34	3,52	2,22	-1,06	-,72	-2,46	=5,97	=1,30	-4,72	-4,27	-3,19
18	=20,78	-23,10	-16,54	1,04	-,05	9,04	6,53	12,23	8,85	14,60	15,44	16,39
19	8,89	7,00	4,50	-1,09	1,33	-1,15	-1,36	-4,59	=2,86	-6,57	-5,09	-5,68
20	=12,97	-19,28	-21,58	3,64	-1,28	10,87	5,78	8,71	9,87	11,63	15,35	12,70
21	32,55	33,06	32,52	2,16	-,17	-13,15	-8,81	-20,68	-20,42	=26,69	-24,31	=20,76
22	-2,43	-9,51	-10,50	2,66	-1,94	6,86	4,37	-,89	6,71	3,71	7,58	2,78
23	=41,69	-57,65	-49,50	4,30	,17	20,18	13,94	26,83	29,07	37,86	36,99	35,20

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	43,22	26,94	19,04	10,30	3,78	-4,44	-16,66	-26,73	-34,20	=47,73	-40,40
2	5,66	1,67	1,86	-,67	1,01	-,34	-4,40	-1,45	=8,48	-6,28	2,43
3	=23,19	-20,67	-13,97	-8,29	-1,60	3,85	7,39	22,50	21,04	26,82	33,08
4	19,03	10,42	5,52	2,15	2,37	4,76	-2,76	-10,07	-18,10	=16,24	-11,62
5	=14,84	-13,71	-10,09	-7,02	-1,19	-,15	3,83	12,68	7,59	21,25	17,98
6	19,65	12,47	6,96	4,56	2,28	-,89	-4,56	=14,61	-12,39	=23,25	-20,39
7	-2,85	-3,14	-,11	-2,04	-,21	1,42	-,20	4,09	2,30	3,62	6,76
8	=24,68	-13,85	-8,16	-4,82	-2,27	2,17	7,42	16,67	18,86	22,08	25,71
9	-1,54	-1,82	-,36	-,61	-1,12	-,61	1,14	3,04	1,11	3,23	-,42
10	=14,18	-7,38	-4,92	-4,84	-1,10	-,12	3,60	6,94	5,44	17,57	14,75
11	1,20	-,39	-2,39	1,64	,47	-3,03	-1,24	-1,77	4,05	-1,03	-4,74
12	-7,02	-4,81	-3,80	-1,72	-,08	1,98	3,30	6,15	5,80	9,28	8,51
13	-7,89	-7,61	-5,92	-1,01	-1,02	1,37	4,59	10,12	12,92	11,69	11,34
14	=6,99	-2,29	-1,39	-1,26	-1,00	-,04	2,22	3,37	2,50	7,61	1,38
15	-8,27	-4,11	-3,84	-2,79	-,11	1,22	1,12	5,34	1,53	7,71	8,46
16	=10,14	-3,89	-1,60	-,63	-1,87	-1,00	4,44	3,90	9,39	5,66	3,82
17	-5,04	-2,03	-2,20	-,29	,02	-,06	-,77	3,04	4,93	5,36	4,90
18	18,98	8,33	4,75	3,21	2,45	-4,34	-5,93	-9,52	-11,10	=12,91	-14,66
19	-7,81	-1,97	-2,15	-1,99	-1,05	-,20	3,85	1,42	1,36	6,71	3,20
20	14,30	8,36	5,56	4,55	1,65	-,57	-5,14	-13,11	-11,04	=15,34	-11,43
21	=29,00	-15,49	-9,86	-6,20	-4,34	-,38	8,50	16,19	24,59	27,67	18,09
22	2,13	3,90	3,83	1,99	-,54	-2,41	-1,40	-5,98	-3,54	-6,88	-3,89
23	37,23	26,85	16,86	12,85	5,49	-2,77	-12,46	-27,10	-22,06	=46,94	-45,40

KOVARIANZ-MATRIX X MAL Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	11.33	5.79	-.96	-.09	-1.42	4.86	-9.11	-2.20	-2.30	-4.24	-16.56	-.97
2	-2.54	-2.83	-10.17	1.94	-1.09	4.68	2.82	1.69	3.50	9.42	-2.73	-.26
3	-9.32	-5.08	-6.78	6.98	1.14	3.35	9.02	2.07	-1.02	5.74	9.97	3.41
4	2.80	-.45	-14.07	3.81	-1.11	4.52	.75	-6.57	1.27	8.14	-4.90	2.84
5	-4.60	-.99	6.63	3.22	2.13	-7.04	1.92	.46	-.64	1.23	7.05	-1.72
6	1.42	.71	-10.63	5.62	-2.12	-.26	-4.86	3.31	5.21	-.42	-5.48	.15
7	-4.00	-3.23	-3.25	-.50	2.94	2.22	.80	1.40	1.46	3.93	1.95	.44
8	-5.65	-5.51	10.63	-3.09	-.12	-4.34	6.53	1.26	.56	-1.70	8.91	-.09
9	.09	.90	-1.32	-1.10	-1.12	.36	.93	-4.79	-.59	-.68	-.85	4.75
10	2.02	5.56	21.70	-5.20	1.11	-6.53	-.74	-1.17	-6.87	-8.37	-.30	-3.18
11	-1.23	1.89	1.82	1.05	-.13	-2.22	-.08	.37	-.99	-3.00	.98	-1.49
12	-1.74	1.11	6.05	-.24	-.25	.10	.59	-.53	-2.41	-1.91	2.33	-.79
13	-6.71	-2.36	2.49	2.25	-.19	1.46	2.87	-1.30	1.91	2.10	6.24	2.97
14	-1.77	.08	-.55	.62	-1.17	-4.11	-.06	1.87	.18	-2.83	2.86	-.23
15	-1.35	-3.21	-2.17	-3.21	-.53	2.13	3.06	3.14	.13	6.46	3.67	-2.70
16	1.26	-1.02	7.88	-2.29	1.63	-1.61	.83	.36	-2.63	-8.81	.01	4.79
17	2.38	-2.11	3.64	-4.55	.13	3.73	2.39	.79	-1.44	.84	2.51	-3.92
18	4.71	5.97	2.16	-.81	-2.55	-.72	-2.20	-6.00	-3.51	-2.84	-3.98	-.82
19	.22	-1.84	.94	.68	1.27	-4.76	1.49	1.34	2.64	.06	1.65	.45
20	5.93	4.16	-3.46	-1.50	-1.21	.35	-5.24	-1.07	.41	-.89	-4.98	.87
21	-5.48	-3.80	16.06	-.18	5.55	-7.64	.84	.15	-1.91	-7.28	7.47	.80
22	5.10	6.43	7.16	-5.12	1.07	-1.90	-5.72	4.53	-3.17	-7.29	-5.80	-2.39
23	6.79	-1.96	-28.04	1.67	-2.22	13.19	-4.94	1.72	7.64	9.23	-10.13	.69

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	5.88	17.59	.74	-3.87	-7.72	4.42	3.87	-10.50	=2.05	8.41	-.99
2	1.43	2.69	3.69	-4.12	2.73	.32	-1.75	.38	=4.10	.53	-2.89
3	-2.04	-12.64	-.98	2.90	5.61	3.69	-8.40	4.47	.40	-6.85	-1.97
4	-.54	4.70	12.61	-7.41	.83	8.16	1.10	-3.05	=5.59	-3.55	-3.27
5	-4.86	-2.45	-.13	-1.25	4.30	-6.41	-1.74	4.41	1.74	1.42	.54
6	3.30	10.00	7.20	-.67	-2.60	3.10	2.20	-3.03	-8.33	-1.04	.13
7	2.27	-.35	-2.24	1.59	.63	-2.91	-4.16	-.23	.47	-1.63	-1.68
8	1.55	-8.01	-3.98	5.73	.09	.57	-1.69	.16	5.74	-4.93	-1.84
9	-2.18	-1.73	-1.74	-.07	-.44	-1.45	-.16	2.64	-.14	-3.65	4.65
10	-4.45	-5.60	-9.25	1.77	2.20	-6.25	.79	1.40	11.36	7.49	4.13
11	-1.11	-1.16	.04	-1.21	-3.71	-.49	2.25	2.74	.20	-1.87	.39
12	-3.94	-3.44	-.06	-1.00	1.81	-2.19	-1.13	2.39	2.14	.01	-.95
13	-2.23	-3.71	-.41	-.20	2.00	-3.24	-6.92	1.85	2.58	-5.16	1.90
14	-.78	-.57	.33	3.50	-.10	-2.27	3.11	1.43	-.43	2.25	.89
15	.35	-3.51	-1.95	2.95	1.14	2.62	-1.97	-.05	.13	-1.85	.52
16	.12	.25	-3.79	2.10	-2.92	-2.66	3.47	2.35	.32	-1.50	1.48
17	1.15	-2.86	-6.00	1.97	-.58	.83	-1.95	.89	2.63	.04	1.51
18	-5.93	2.01	3.73	-4.86	-1.68	2.05	1.04	-1.06	-2.55	4.74	2.02
19	.16	-1.65	.63	.53	-.29	.17	2.35	-.54	-.48	-.71	-.87
20	.73	4.18	2.22	-4.40	-1.09	1.95	3.18	-1.11	-4.72	2.64	-.17
21	-3.64	-9.39	-3.60	7.01	-2.19	-3.14	-4.67	4.81	3.77	-1.09	1.44
22	1.44	1.14	-5.57	-.38	-.73	-3.42	3.24	-2.82	5.01	6.22	-.68
23	13.99	11.46	7.58	-5.14	-1.39	12.16	2.59	-6.32	-15.62	-3.64	-5.62

TABELLE 3.7 B RELATIV ORIENTIERTES MODELL (ORIENTIERUNGSVARIANTE 21)

KOVARIANZ-MATRIX Y MAL Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-6.19	-2.11	3.25	-4.32	4.94	-1.73	1.66	3.92	1.10	1.23	7.40	-1.29
2	-10.83	-9.18	2.87	3.97	-.87	-3.43	10.37	-.28	.88	5.54	13.19	.19
3	-16.36	-5.51	2.03	8.98	.61	-.04	6.26	6.57	-1.49	-.66	13.20	7.82
4	1.59	-1.55	3.10	-5.87	2.63	-.08	-2.36	1.45	-.05	.48	.67	-4.26
5	-3.98	-2.25	.46	5.34	.95	-5.27	.55	3.03	4.18	-2.91	3.49	.31
6	7.39	6.25	10.31	-7.97	1.93	-2.63	-4.97	-2.47	-1.01	-6.45	-7.18	-.86
7	6.02	9.52	11.24	-4.60	-1.30	-1.72	-4.85	-.65	-3.18	-11.58	-8.99	-.81
8	-2.02	-1.63	-12.89	9.01	.20	-1.38	-.12	-3.98	5.63	6.26	-6.33	3.80
9	13.31	5.11	3.64	-6.96	-3.13	1.92	-5.24	2.45	1.19	-6.98	-12.37	-4.53
10	3.75	-.63	-10.58	3.60	.60	2.28	-4.91	-1.18	.93	-1.28	-9.33	1.80
11	6.95	7.15	-1.35	-5.87	-.24	.56	-10.64	3.08	1.00	-2.72	-10.51	-1.59
12	5.19	1.51	-7.00	1.16	.27	5.48	-5.43	-1.50	.33	-1.63	-6.67	.02
13	6.08	5.21	-11.35	3.53	-4.53	4.47	-3.84	-4.56	2.06	2.25	-9.13	1.68
14	10.48	4.65	-2.57	-3.61	-3.68	7.37	-4.98	-2.66	.10	-5.35	-7.42	1.70
15	3.45	-2.40	-7.64	-2.92	2.34	2.86	-5.54	-1.19	-.28	-4.68	-4.51	6.22
16	7.44	1.97	-4.89	-2.50	-2.38	4.26	-4.37	2.33	-1.03	-5.14	-4.71	.90
17	-.57	-1.64	-5.00	2.68	.02	1.55	1.80	2.31	.55	4.72	1.15	.07
18	-.93	-3.58	-10.15	1.70	-2.82	6.98	-.34	-1.62	1.69	8.76	.84	-1.65
19	-2.27	-2.38	-3.93	3.02	-.71	-1.40	5.18	2.80	2.72	1.90	2.89	5.59
20	-9.53	-3.44	4.69	2.99	.85	.94	5.95	1.95	-.72	5.18	9.33	-2.56
21	-5.22	-3.60	1.43	4.34	2.13	-1.53	2.96	7.12	5.04	-6.87	9.34	1.70
22	-3.75	3.27	22.28	-2.61	4.20	-13.08	3.18	-.19	-4.42	-5.09	11.90	-8.53
23	-14.53	-1.64	7.30	-.56	.17	1.18	11.20	-1.13	.90	15.83	5.58	-5.22

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-4.29	-8.80	-.76	1.70	3.88	-6.61	-5.40	4.90	4.23	-3.04	.12
2	-2.71	-9.48	-1.80	7.06	3.56	2.45	-7.15	3.97	2.67	-7.08	-1.64
3	-6.12	-17.86	-3.19	4.39	1.63	-4.67	-2.72	3.34	4.75	-7.48	-2.98
4	2.53	3.76	-4.30	2.50	-4.34	-2.20	-4.96	.35	-.92	4.35	1.04
5	-1.12	2.75	-.99	-.49	-1.81	-2.75	1.60	2.12	-4.52	1.22	.45
6	-1.82	5.74	-2.83	-1.04	-4.85	-5.04	6.84	-3.44	1.96	6.59	4.72
7	-2.18	6.23	-3.69	-2.08	-2.26	-1.56	3.61	-2.24	6.18	6.46	2.37
8	.55	11.21	8.20	-9.83	2.04	-3.19	2.12	-.04	-7.96	-.14	-1.97
9	2.65	9.68	-4.53	-1.98	-3.23	.31	5.10	-1.35	1.72	7.65	1.81
10	2.96	11.03	3.67	-4.83	-1.19	.38	1.18	-2.62	-1.66	-.75	-1.01
11	5.47	9.88	.63	-2.05	-5.22	1.28	5.81	-3.93	-2.09	1.98	.94
12	2.12	7.11	3.09	-4.75	-3.74	6.81	2.90	-4.05	-4.99	-.61	-.79
13	-.27	6.86	5.81	-11.15	-1.12	1.34	-.10	-1.44	-4.17	-.93	-.13
14	6.21	2.81	.35	.94	-4.83	11.67	6.09	-5.32	-1.84	-1.47	3.13
15	6.06	2.81	1.30	-.06	-.89	4.31	3.05	-3.81	-2.11	-3.66	-1.40
16	3.74	-.48	-2.51	-4.69	-1.03	4.03	2.90	.08	-.28	.35	.73
17	.96	-.37	3.49	.60	.59	2.13	-.78	-2.43	-2.57	-1.03	-1.90
18	3.73	-1.47	4.34	-2.79	2.40	4.38	-4.22	-1.06	.21	-5.09	-2.51
19	.87	-3.14	2.48	3.63	1.36	.09	4.16	1.01	-3.77	-5.58	-3.18
20	-5.11	-5.31	.77	1.31	3.22	-4.23	-7.26	1.60	4.31	.97	-2.05
21	.13	-15.07	-4.64	6.20	2.35	.19	-1.61	6.20	-1.96	-1.51	-.89
22	-14.42	-5.17	-4.46	4.54	2.43	-13.75	-3.86	10.63	7.06	6.80	5.51
23	-2.36	-1.55	-3.34	-.62	8.89	-6.55	-13.00	-.45	9.76	.23	-3.93

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN X MAL X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	.273	-.761	.553	-.685	.723	-.290	-.779	-.277	-.597	.050	-.559
2	.273	1.000	-.120	.314	-.166	.190	.056	-.254	-.142	-.208	-.135	-.229
3	-.761	-.120	1.000	-.410	.666	-.582	.317	.629	.228	.355	-.163	.418
4	.553	.314	-.410	1.000	-.350	.540	-.279	-.631	-.152	-.383	-.113	-.249
5	-.685	-.166	.666	-.350	1.000	-.580	.185	.509	.159	.502	-.074	.425
6	.723	.190	-.582	.540	-.580	1.000	-.266	-.693	-.384	-.637	.084	-.447
7	-.290	.056	.317	-.279	.185	-.266	1.000	.268	.149	.212	-.077	.271
8	-.779	-.254	.629	-.631	.509	-.693	.268	1.000	.057	.517	-.010	.449
9	-.277	-.142	.228	-.152	.159	-.384	.149	.057	1.000	.143	.055	.022
10	-.597	-.208	.355	-.383	.502	-.637	.212	.517	.143	1.000	-.140	.475
11	.050	-.135	-.163	-.113	-.074	.084	-.077	-.010	.055	-.140	1.000	.134
12	-.559	-.229	.418	-.249	.425	-.447	.271	.449	.022	.475	.134	1.000
13	-.481	-.354	.440	-.364	.223	-.307	.296	.462	.073	.215	.166	.532
14	-.441	-.056	.148	-.350	.329	-.349	.034	.298	.171	.259	-.120	.098
15	-.503	-.089	.355	-.294	.343	-.446	.208	.404	.187	.449	-.055	.242
16	-.415	-.212	.331	-.364	.163	-.331	.138	.536	.273	.246	.119	.103
17	-.286	-.149	.205	-.438	.101	-.446	.250	.332	.152	.202	.091	.264
18	.669	.159	-.528	.504	-.424	.554	-.375	-.665	-.215	-.424	.162	-.200
19	-.384	-.140	.258	-.073	.416	-.285	-.065	.271	.137	.316	-.263	-.060
20	.610	.167	-.561	.432	-.434	.598	-.346	-.665	-.366	-.444	-.033	-.297
21	-.715	-.332	.636	-.533	.560	-.609	.289	.654	.192	.450	-.011	.406
22	.321	.108	-.395	.001	-.244	.131	-.191	-.222	-.266	.094	-.085	-.190
23	.846	.314	-.682	.514	-.710	.709	-.305	-.749	-.262	-.671	.016	-.545

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-.481	-.441	-.503	-.415	-.286	.669	-.384	.610	-.715	.321	.846
2	-.354	-.056	-.089	-.212	-.149	.159	-.140	.167	-.332	.108	.314
3	.440	.148	.355	.331	.205	-.528	.258	-.561	.636	-.395	-.682
4	-.364	-.350	-.294	-.364	-.438	.504	-.073	.432	-.533	.001	.514
5	.223	.329	.343	.163	.101	-.424	.416	-.434	.560	-.244	-.710
6	-.307	-.349	-.446	-.331	-.446	.554	-.285	.598	-.609	.131	.709
7	.296	.034	.208	.138	.250	-.375	-.065	-.346	.289	-.191	-.305
8	.462	.298	.404	.536	.332	-.665	.271	-.665	.654	-.222	-.749
9	.073	.171	.187	.273	.152	-.215	.137	-.366	.192	-.266	-.262
10	.215	.259	.449	.246	.202	-.424	.316	-.444	.450	.094	-.671
11	.166	-.120	-.055	.119	.091	.162	-.263	-.033	-.011	-.085	.016
12	.532	.098	.242	.103	.264	-.200	-.060	-.297	.406	-.190	-.545
13	1.000	-.055	.162	.126	.254	-.215	-.143	-.384	.357	-.352	-.412
14	-.055	1.000	.208	.202	.117	-.387	.251	-.257	.249	-.104	-.378
15	.162	.208	1.000	.235	.365	-.438	.240	-.352	.244	-.160	-.380
16	.126	.202	.235	1.000	.090	-.549	.313	-.501	.425	-.153	-.448
17	.254	.117	.365	.090	1.000	-.222	-.050	-.233	.238	-.075	-.231
18	-.215	-.387	-.438	-.549	-.222	1.000	-.483	.670	-.617	.160	.614
19	-.143	.251	.240	.313	-.050	-.483	1.000	-.294	.463	-.018	-.404
20	-.384	-.257	-.352	-.501	-.233	.670	-.294	1.000	-.574	.351	.651
21	.357	.249	.244	.425	.238	-.617	.463	-.574	1.000	-.160	-.726
22	-.352	-.104	-.160	-.153	-.075	.160	-.018	.351	-.160	1.000	.247
23	-.412	-.378	-.380	-.448	-.231	.614	-.404	.651	-.726	.247	1.000

TABELLE 3.8 A RELATIV ORIENTIERTES MODELL (ORIENTIERUNGSVARIANTE 2)

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN Y MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
1	1.000	.656	.443	.096	-.105	-.359	-.487	-.699	-.546	-.738	-.558	-.701	
2	.656	1.000	.624	-.054	-.033	-.575	-.559	-.592	-.692	-.738	-.681	-.721	
3	.443	.624	1.000	-.323	.130	-.668	-.507	-.435	-.767	-.630	-.624	-.541	
4	.096	-.054	-.323	1.000	-.119	.214	-.022	-.162	.103	-.027	.129	.011	
5	-.105	-.033	.130	-.119	1.000	-.035	-.036	.106	-.028	-.000	-.005	-.012	
6	-.359	-.575	-.668	.214	-.035	1.000	.595	.313	.580	.446	.619	.472	
7	-.487	-.559	-.507	-.022	-.036	.595	1.000	.398	.588	.520	.595	.556	
8	-.699	-.592	-.435	-.162	.106	.313	.398	1.000	.436	.702	.560	.663	
9	-.546	-.692	-.767	.103	-.028	.580	.588	.436	1.000	.678	.655	.604	
10	-.738	-.738	-.630	-.027	-.000	.446	.520	.702	.678	1.000	.576	.715	
11	-.558	-.681	-.624	.129	-.005	.619	.595	.560	.655	.576	1.000	.723	
12	-.701	-.721	-.541	.011	-.012	.472	.556	.663	.604	.715	.723	1.000	
13	-.665	-.667	-.535	-.030	-.015	.382	.479	.755	.523	.747	.615	.747	
14	-.539	-.621	-.600	-.070	-.179	.460	.503	.397	.682	.560	.650	.670	
15	-.417	-.490	-.483	-.075	-.265	.384	.330	.334	.454	.586	.407	.459	
16	-.247	-.306	-.205	.039	-.133	.181	.228	.178	.297	.235	.411	.428	
17	-.176	-.165	-.155	-.114	-.006	.009	.031	.262	.174	.188	.171	.209	
18	.118	.079	-.004	-.137	-.317	-.131	-.197	-.032	-.063	-.006	-.090	-.052	
19	.264	.311	.469	-.324	.024	-.310	-.246	-.272	-.378	-.420	-.209	-.279	
20	.488	.618	.525	.021	.024	-.546	-.498	-.501	-.587	-.527	-.674	-.577	
21	.421	.438	.585	-.044	.053	-.443	-.411	-.401	-.491	-.541	-.464	-.400	
22	.567	.568	.456	.020	.150	-.356	-.346	-.505	-.539	-.649	-.565	-.602	
23	.491	.597	.361	.044	-.044	-.303	-.329	-.358	-.449	-.495	-.519	-.618	
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23		
1	-.665	-.539	-.417	-.247	-.176	.118	.264	.488	.421	.567	.491		
2	-.667	-.621	-.490	-.306	-.165	.079	.311	.618	.438	.568	.597		
3	-.535	-.600	-.483	-.205	-.155	-.004	.469	.525	.585	.456	.361		
4	-.030	-.070	-.075	.039	-.114	-.137	-.324	.021	-.044	.020	.044		
5	-.015	-.179	-.265	-.133	-.006	-.317	.024	.027	.053	.150	-.044		
6	.382	.460	.384	.181	.009	-.131	-.310	-.546	-.443	-.356	-.303		
7	.479	.503	.330	.228	.031	-.197	-.246	-.498	-.411	-.346	-.329		
8	.755	.397	.334	.178	.262	-.032	-.272	-.501	-.401	-.505	-.358		
9	.523	.682	.454	.297	.174	-.063	-.378	-.587	-.491	-.539	-.449		
10	.747	.560	.586	.235	.188	-.006	-.420	-.527	-.541	-.649	-.495		
11	.615	.650	.407	.411	.171	-.090	-.209	-.674	-.464	-.565	-.519		
12	.747	.670	.459	.428	.209	-.052	-.279	-.577	-.400	-.602	-.618		
13	1.000	.502	.456	.286	.219	.094	-.388	-.462	-.579	-.556	-.425		
14	.502	1.000	.594	.395	.158	.020	-.128	-.612	-.363	-.672	-.589		
15	.456	.594	1.000	.195	.013	.069	-.228	-.412	-.360	-.579	-.443		
16	.286	.395	.195	1.000	-.059	-.025	.128	-.443	.141	-.405	-.440		
17	.219	.158	.013	-.059	1.000	.051	-.083	-.080	-.110	-.172	-.112		
18	.094	.020	.069	-.025	.051	1.000	-.012	.121	-.246	-.144	.210		
19	-.388	-.128	-.228	.128	-.083	-.012	1.000	.094	.416	.192	-.020		
20	-.462	-.612	-.412	-.443	-.080	.121	.094	1.000	.230	.535	.571		
21	-.579	-.363	-.360	.141	-.110	-.246	.416	.230	1.000	.325	.096		
22	-.556	-.672	-.579	-.405	-.172	-.144	.192	.535	.325	1.000	.418		
23	-.425	-.589	-.443	-.440	-.112	.210	-.020	.571	.096	.418	1.000		

TABELLE 3.8 B RELATIV ORIENTIERTES MODELL (ORIENTIERUNGSVARIANTE 2)

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN Z MAL Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	.332	.410	-.348	-.096	-.066	-.248	-.205	-.339	-.452	-.322	-.261
2	.332	1.000	.553	-.227	-.150	-.240	-.372	-.092	-.389	-.489	-.405	-.161
3	.410	.553	1.000	-.373	-.012	-.361	-.322	-.279	-.462	-.680	-.269	-.251
4	-.348	-.227	-.373	1.000	.038	-.058	.097	.089	.255	.217	.078	.119
5	-.096	-.150	-.012	.038	1.000	-.188	-.056	-.034	-.143	.092	.097	.012
6	-.066	-.240	-.361	-.058	-.188	1.000	.063	.116	.069	.203	-.005	.036
7	-.248	-.372	-.322	.097	-.056	.063	1.000	-.200	.287	.349	.226	-.182
8	-.205	-.092	-.279	.089	-.034	.116	-.200	1.000	.105	.091	.194	-.117
9	-.339	-.389	-.462	.255	-.143	.069	.287	.105	1.000	.439	.194	.166
10	-.452	-.489	-.680	.217	.092	.203	.349	.091	.439	1.000	.279	.111
11	-.322	-.405	-.269	.078	.097	-.005	.226	.194	.194	.279	1.000	-.050
12	-.261	-.161	-.251	-.119	.012	.036	.182	-.117	.166	.111	-.050	1.000
13	-.073	-.329	-.372	-.091	-.015	.289	.142	.004	.228	.192	.183	.089
14	-.134	-.030	.032	.121	.201	-.118	-.047	-.136	-.035	.007	-.228	.056
15	-.222	-.232	-.391	.277	-.045	.019	.310	-.208	.320	.388	.078	.116
16	-.118	-.156	.072	-.188	.149	-.015	.057	.020	-.119	-.073	.233	-.032
17	-.176	-.097	-.237	.173	.022	-.008	-.028	.117	.133	.311	.135	-.008
18	-.067	-.142	-.374	.016	-.103	.367	.188	.102	-.012	.142	.142	-.022
19	.189	.288	.210	.022	-.114	-.222	-.133	-.004	-.109	-.282	-.325	.131
20	.173	.068	.109	.019	-.075	-.025	-.004	-.118	.013	-.068	-.207	-.112
21	.156	.583	.540	-.230	-.038	-.233	-.340	-.016	-.413	-.411	-.253	-.187
22	.413	.422	.544	-.113	-.005	-.188	-.286	.029	-.386	-.423	-.350	-.210
23	.352	.188	.402	-.091	-.060	-.023	-.023	-.324	-.100	-.345	-.167	-.103
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
1	-.073	-.134	-.222	-.118	-.176	-.067	.189	.173	.156	.413	.352	
2	-.329	-.030	-.232	-.156	-.097	-.142	.288	.068	.583	.422	.188	
3	-.372	.032	-.391	.072	-.237	-.374	.210	.109	.540	.544	.402	
4	-.091	.121	.277	-.188	.173	.016	.022	.019	-.230	-.113	-.091	
5	-.015	.201	-.045	.149	.022	-.103	-.114	-.075	-.038	-.005	-.060	
6	.289	-.118	.019	-.015	-.008	.367	-.222	-.025	-.233	-.188	-.023	
7	.142	-.047	.310	.057	-.028	.188	-.133	-.004	-.340	-.286	-.023	
8	.004	-.136	-.208	.020	.117	.102	-.004	-.118	-.016	.029	-.324	
9	.228	-.035	.320	-.119	.133	-.012	-.109	.013	-.413	-.386	-.100	
10	.192	.007	.388	-.073	.311	.142	-.282	-.068	-.411	-.423	-.345	
11	.183	-.228	.078	.233	.135	.167	-.325	-.207	-.253	-.350	-.167	
12	.089	.056	.116	-.032	-.008	-.022	.131	-.112	-.187	-.210	-.103	
13	1.000	.047	.020	.187	.013	.307	-.026	-.195	-.200	-.405	-.244	
14	.047	1.000	.088	-.063	.051	-.245	.023	.023	-.070	-.035	.083	
15	.020	.088	1.000	-.015	.142	.083	-.120	.126	-.409	-.369	-.146	
16	.187	-.063	-.015	1.000	-.177	.224	-.152	-.126	-.033	-.206	-.025	
17	.013	.051	.142	-.177	1.000	-.070	-.075	.029	-.070	-.204	-.227	
18	.307	-.245	.083	.224	-.070	1.000	-.110	-.218	-.123	-.356	-.325	
19	-.026	.023	-.120	-.152	-.075	-.110	1.000	.008	.107	.136	.094	
20	-.195	.023	.126	-.126	.029	-.218	.008	1.000	-.153	.124	.083	
21	-.200	-.070	-.409	-.033	-.070	-.123	.107	-.153	1.000	.326	.129	
22	-.405	-.035	-.369	-.206	-.204	-.356	.136	.124	.326	1.000	.196	
23	-.244	.083	-.146	-.025	-.227	-.325	.094	.083	.129	.196	1.000	

TABELLE 3.8 C RELATIV ORIENTIERTES MODELL (ORIENTIERUNGSVARIANTE 2)

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN X MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-.806	-.786	-.641	.173	-.021	.541	.630	.678	.669	.795	.714	.829
2	-.300	-.306	-.295	-.057	.118	.137	.191	.402	.404	.383	.098	.194
3	.621	.747	.747	-.135	-.017	-.672	-.606	-.515	-.756	-.680	-.805	-.709
4	-.468	-.527	-.388	-.285	.014	.289	.381	.643	.347	.510	.473	.639
5	.563	.633	.539	-.124	.284	-.439	-.476	-.441	-.632	-.635	-.654	-.686
6	-.623	-.591	-.454	.060	.092	.251	.378	.654	.504	.646	.646	.745
7	.333	.308	.246	.023	-.106	-.375	-.281	-.246	-.236	-.204	-.367	-.304
8	.580	.661	.581	-.128	.073	-.471	-.474	-.552	-.533	-.622	-.636	-.749
9	.241	.260	.207	-.040	-.055	-.212	-.177	-.184	-.165	-.207	-.276	-.256
10	.465	.456	.262	-.186	-.057	-.179	-.151	-.537	-.265	-.481	-.379	-.640
11	-.095	-.006	.086	.122	.191	-.023	-.019	.036	-.043	-.021	.207	.052
12	.404	.480	.409	-.169	-.078	-.353	-.302	-.470	-.409	-.477	-.443	-.365
13	.375	.539	.466	-.004	-.151	-.491	-.406	-.381	-.528	-.443	-.382	-.383
14	.344	.312	.152	-.093	.115	-.055	-.173	-.309	-.229	-.222	-.283	-.420
15	.449	.440	.088	.117	.002	-.149	-.391	-.511	-.186	-.439	-.316	-.503
16	.312	.352	.327	-.066	.080	-.158	-.158	-.307	-.216	-.314	-.317	-.410
17	.324	.294	.160	.215	-.106	-.059	-.279	-.479	-.098	-.322	-.271	-.249
18	-.628	-.582	-.409	.055	-.003	.402	.402	.533	.363	.542	.532	.696
19	.423	.278	.179	-.090	.113	-.081	-.132	-.315	-.185	-.384	-.276	-.380
20	-.455	-.564	-.619	.222	-.080	.562	.413	.441	.471	.501	.615	.627
21	.734	.622	.600	.085	-.007	-.437	-.405	-.673	-.626	-.740	-.626	-.659
22	-.115	-.375	-.406	.219	-.164	.478	.421	.061	.431	.216	.409	.185
23	-.679	-.783	-.659	.122	.005	.484	.463	.630	.643	.758	.688	.806

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	.751	.624	.460	.309	.163	-.134	-.406	-.560	-.524	-.662	-.524
2	.322	.127	.147	-.066	.143	.034	-.351	-.100	-.426	-.285	.103
3	-.571	-.679	-.479	-.353	-.098	.165	.255	.668	.457	.527	.608
4	.643	.469	.259	.126	.198	.280	-.131	-.410	-.539	-.438	-.293
5	-.572	-.704	-.541	-.468	-.114	-.010	.207	.589	.258	.653	.517
6	.614	.519	.302	.246	.176	-.048	-.200	-.550	-.341	-.579	-.475
7	-.206	-.302	-.011	-.255	-.038	.179	.020	.356	.147	.208	.364
8	-.709	-.530	-.326	-.239	-.162	.109	.299	.577	.478	.506	.551
9	-.085	-.134	-.028	-.058	-.154	.059	.088	.203	.054	.143	-.017
10	-.548	-.380	-.265	-.324	-.105	-.008	.195	.323	.186	.542	.425
11	.053	-.023	-.147	.125	.052	-.234	-.077	-.094	.158	-.036	-.156
12	-.408	-.373	-.308	-.173	-.012	.201	.269	.431	.298	.431	.369
13	-.306	-.394	-.320	-.068	-.098	.093	.250	.473	.442	.362	.328
14	-.353	-.154	-.098	-.110	-.125	-.004	.157	.205	.111	.306	.052
15	-.441	-.292	-.285	-.257	-.015	.113	.084	.343	.072	.328	.337
16	-.403	-.206	-.089	.043	-.184	-.069	.248	.187	.330	.180	.113
17	-.316	-.169	-.192	-.031	.003	-.007	-.068	.229	.272	.268	.229
18	.646	.378	.225	.189	.207	-.257	-.283	-.390	-.333	-.350	-.372
19	.418	-.141	-.160	-.184	-.139	-.019	.289	.092	.064	.287	.128
20	.565	.440	.306	.311	.162	-.039	-.285	-.624	-.385	-.484	-.337
21	-.737	-.525	-.349	-.272	-.273	-.017	.303	.496	.551	.561	.343
22	.114	.277	.284	.183	-.071	-.224	-.105	-.384	-.166	-.292	-.155
23	.683	.657	.430	.408	.250	-.089	-.320	-.599	-.357	-.687	-.621

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN X MAL Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.156	.082	-.009	-.002	-.027	.077	-.151	-.031	-.039	-.045	-.289	-.016
2	-.114	-.132	-.306	.108	-.067	.243	.154	.078	.192	.326	-.156	-.014
3	-.182	-.102	-.088	.168	.030	.075	.213	.042	-.024	.086	.246	.080
4	.075	-.012	-.251	.126	-.040	.139	.024	-.181	.041	.167	-.166	.091
5	-.140	-.031	.135	.121	.088	-.247	.071	.014	-.024	.029	.272	-.063
6	.035	.018	-.175	-.172	-.071	-.007	-.145	.084	.157	-.008	-.172	.004
7	-.229	-.190	-.124	-.035	.229	.146	.055	.082	.102	.172	.141	.030
8	-.128	-.129	.161	-.087	-.004	-.113	.179	.029	.016	-.030	.257	-.002
9	.004	.041	-.039	-.060	-.067	.018	.049	-.216	-.032	-.023	-.047	.250
10	.062	.175	.443	-.197	.046	-.230	-.027	-.037	-.256	-.197	-.012	-.117
11	-.043	.068	.042	.045	-.006	-.089	-.003	.013	-.042	-.081	.043	-.063
12	-.080	.053	.186	-.014	-.016	.005	.033	-.025	-.135	-.067	.136	-.044
13	-.206	-.075	.051	.085	-.008	.052	.107	-.041	.071	.049	.243	.109
14	-.071	.003	-.015	.031	-.064	-.189	-.003	.077	.009	-.087	.145	-.011
15	-.057	-.140	-.061	-.168	-.030	.103	.156	.136	.007	.209	.196	-.137
16	.040	-.033	.165	-.089	.070	-.058	.032	.012	-.101	-.213	.000	.181
17	.118	-.108	.120	-.279	.009	.213	.143	.040	-.087	.032	.158	-.233
18	.127	.166	.039	-.027	-.094	-.022	-.072	-.166	-.115	-.059	-.136	-.026
19	.009	-.080	.027	.036	.073	-.232	.076	.058	.136	.002	.089	.023
20	.185	.134	-.072	-.058	-.052	.013	-.198	-.034	.016	-.021	-.197	.033
21	-.110	-.079	.215	-.004	.152	-.177	.020	.003	-.047	-.112	.190	.019
22	.215	.280	.201	-.267	.061	-.092	-.291	.196	-.163	-.236	-.310	-.121
23	.099	-.029	-.271	.030	-.044	.220	-.087	.026	.135	.103	-.186	.012

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	.094	.280	.012	-.065	-.153	.057	.068	-.208	-.030	.115	-.014
2	.075	.141	.190	-.226	.178	.014	-.101	.025	-.198	.024	-.131
3	-.046	-.286	-.022	.069	.158	.068	-.209	.125	.008	-.132	-.039
4	-.017	.146	.384	-.241	.032	.205	.038	-.117	-.160	-.094	-.088
5	-.172	-.087	-.005	-.046	.190	-.184	-.068	.193	.057	.043	.017
6	.095	.287	.203	-.020	-.093	.072	.069	-.108	-.221	-.025	.003
7	.151	-.023	-.146	.111	.052	-.156	-.304	-.019	.029	-.092	-.096
8	.041	-.211	-.103	.159	.003	.012	-.049	.005	.140	-.111	-.042
9	-.111	-.088	-.087	-.004	-.028	-.060	-.009	.166	-.007	-.159	.205
10	-.158	-.199	-.323	.066	.097	-.180	.031	.062	.373	.227	.127
11	-.045	-.047	.002	-.052	-.188	-.016	.101	.138	.008	-.065	.014
12	-.211	-.184	-.003	-.056	.120	-.095	-.067	.158	.106	.000	-.044
13	-.080	-.132	-.014	-.007	.089	-.094	-.272	.082	.085	-.157	.059
14	-.036	-.026	.015	.170	-.006	-.085	.159	.082	-.018	.089	.036
15	.017	-.172	-.094	.152	.070	.104	-.106	-.003	.006	-.077	.022
16	.004	.009	-.136	.081	-.133	-.079	.140	.106	.011	-.047	.047
17	.066	-.164	-.339	.119	-.042	.039	-.124	.063	.140	.002	.075
18	-.185	.063	.115	-.160	-.065	.052	.036	-.041	.074	.127	.055
19	.008	-.081	.030	.027	-.018	.007	.127	-.033	-.022	-.030	-.037
20	.027	.152	.079	-.168	-.049	.057	.127	-.050	-.158	.082	-.005
21	-.085	-.219	-.083	.172	-.064	-.059	-.120	.139	.081	-.022	.029
22	.070	.056	-.268	-.020	-.044	-.136	.175	-.171	.226	.260	-.029
23	.236	.193	.126	-.091	-.029	.166	.048	-.132	.243	-.052	-.082

TABELLE 3.2 B RELATIV ORIENTIERTES MODELL FORIENTIERUNGSVARIANTE 21

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN Y MAL Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-.116	-.041	.041	-.100	.126	-.037	.038	.075	.025	.018	.176	-.029
2	-.169	-.148	.030	.077	-.018	-.062	.195	-.004	.017	.066	.261	.004
3	-.250	-.087	.021	.170	.013	-.001	.116	.103	-.028	-.008	.256	.144
4	.052	-.052	.067	-.236	.117	-.003	-.093	.048	-.002	.012	.028	-.166
5	-.133	-.078	.010	.221	.043	-.203	.022	.104	.171	-.075	.148	.012
6	.204	.178	.189	-.272	.072	-.083	-.166	-.070	-.034	-.136	-.251	-.028
7	.230	.375	.286	-.217	-.068	-.075	-.224	-.026	-.148	-.339	-.435	-.037
8	-.055	-.045	-.232	.301	.007	-.043	-.004	-.110	.185	.130	-.217	.123
9	.338	.134	.062	-.219	-.108	.056	-.161	.064	.037	-.136	-.399	-.138
10	.086	-.015	-.162	.102	.019	.060	-.136	-.028	.026	-.023	-.272	.050
11	.148	.157	-.019	-.155	-.007	.014	-.275	.068	.026	-.045	-.285	-.041
12	.137	.041	-.123	.038	.010	.166	-.173	-.041	.011	-.033	-.222	.001
13	.128	.113	-.160	.092	-.130	.108	-.098	-.099	.053	.036	-.244	.042
14	.294	.135	-.048	-.125	-.141	.238	-.169	-.077	.003	-.115	-.264	.057
15	.101	-.073	-.149	-.106	.094	.096	-.196	-.036	-.010	-.105	-.168	.219
16	.271	.074	-.119	-.113	-.118	.178	-.192	.087	-.046	-.144	-.218	.039
17	-.030	-.088	-.174	.173	.001	.093	.114	.124	.035	.189	.076	.004
18	-.034	-.136	-.248	.077	-.141	.295	-.015	-.061	.076	.247	.039	-.073
19	-.067	-.073	-.077	.110	-.029	-.048	.185	.085	.098	.043	.108	.198
20	-.242	-.090	.079	.094	.029	.027	.183	.051	-.022	.101	.300	-.078
21	-.097	-.069	.018	.100	.054	-.033	.067	.136	.114	-.098	.220	.038
22	-.063	.057	.250	-.054	.096	-.253	.065	-.003	-.091	-.066	.254	-.172
23	-.228	-.027	.077	-.011	.004	.021	.213	-.018	.017	.191	.111	-.098

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-.093	-.191	-.016	.039	.105	-.116	-.129	.132	.085	-.056	.002
2	-.049	-.171	-.032	.134	.080	.036	-.143	.089	.045	-.109	-.026
3	-.109	-.317	-.056	.082	.036	-.067	-.053	.074	.078	-.113	-.046
4	.096	.142	-.160	.099	-.204	-.067	-.206	.016	-.032	.140	.034
5	-.044	.107	-.038	-.020	-.088	-.087	.069	.102	-.162	.041	.015
6	-.058	.183	-.089	-.035	-.193	-.131	.241	-.136	.058	.180	.131
7	-.097	.276	-.161	-.097	-.125	-.056	.176	-.123	.253	.244	.091
8	.017	.351	.252	-.323	.080	-.081	.073	-.002	-.230	-.004	-.053
9	.078	.285	-.131	-.061	-.119	.007	.166	-.049	.047	.193	.046
10	.079	.294	.096	-.135	-.040	.008	.035	-.087	-.041	-.017	-.023
11	.136	.245	.015	-.053	-.161	.026	.159	-.121	-.048	.042	.020
12	.065	.217	.093	-.152	-.142	.168	.098	-.153	-.141	-.016	-.021
13	-.007	.168	.140	-.286	-.034	.027	-.003	-.044	-.094	-.019	-.003
14	.203	.092	.011	.032	-.196	.308	.219	-.215	-.055	-.041	.088
15	.206	.096	.043	-.002	-.038	.119	.114	-.161	-.066	-.106	-.041
16	.158	-.020	-.104	-.208	-.054	.138	.135	.004	-.011	.013	.027
17	.058	-.022	.208	.038	.045	.105	-.052	-.183	-.144	-.053	-.100
18	.159	-.063	.182	-.125	.127	.151	-.198	-.056	.008	-.185	-.093
19	.030	-.108	.084	.131	.058	.002	.157	.043	-.119	-.163	-.094
20	-.151	-.156	.022	.041	.118	-.101	-.236	.058	.117	.024	-.052
21	.003	-.325	-.098	.141	.063	-.003	-.038	.166	-.039	-.028	-.017
22	-.281	-.101	-.086	.093	.059	-.217	-.083	.257	.127	.113	.093
23	-.043	-.028	-.060	-.012	.202	-.097	-.261	-.010	.164	.004	-.062

TABELLE 3.0 C RELATIV ORIENTIERTES MODELL (ORIENTIERUNGSVARIANTE 21)

Tabelle 3.6 A weist die Autokovarianzen für die x-Koordinaten aus, und zwar gibt die Zeilen- und Spaltennumerierung die entsprechende Punktnummer im Durchschnittsmodell an (siehe Abbildung 3.4, S. 47). Auf der Hauptdiagonalen dieser Matrix stehen die Varianzen σ_x^2 , aus denen die Streuungen der Abbildung 3.8 berechnet wurden. Dabei ist zu beachten, daß die Dimensionen der Elemente der Kovarianz-Matrix cm^2 betragen, während die mittleren Koordinatenfehler in Abbildung 3.8, S. 53 in μm bezogen auf den Bildmaßstab angegeben sind.

In Tabelle 3.7 A zum Beispiel sind die Kreuzkovarianzen der x-Koordinaten mit den y-Koordinaten dargestellt, wobei die Spalten-Zeilen-Numerierung wieder der Punktnummer im Durchschnittsmodell entspricht. Nach demselben Schema wurden die übrigen Submatrizen konstruiert.

Schließlich erfolgt noch eine Umrechnung der Elemente der Submatrizen in die zugehörigen Korrelationskoeffizienten (Formel 3.12a). Die Ergebnisse sind in derselben Weise wie die Kovarianzen tabelliert, wobei Tabelle 3.8 die Auto- und Tabelle 3.9 die Kreuz-Korrelationskoeffizienten enthält. Die oben gegebenen Erläuterungen gelten für diese Submatrizen in analoger Form.

Da es sich um empirisch ermittelte Korrelationskoeffizienten handelt, ist es notwendig, die Signifikanz und die Konfidenzintervalle für diese Werte anzugeben. Der Signifikanztest zeigt, wann eine berechnete Korrelation als wirklich vorhanden betrachtet werden kann. Ist sie signifikant, kann durch den Vertrauensbereich angegeben werden, innerhalb welcher Grenzen der tatsächliche Korrelationskoeffizient der Grundgesamtheit liegen kann.

Für die Signifikanz wird der Student-Test angewandt, der auf einer Student- oder t-Verteilung beruht. Nach GOTTHARDT [19] gilt folgende Beziehung für signifikante Korrelationen

$$\frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{t_{n-2}}{\sqrt{n-2}} \quad (3.14)$$

wobei t_{n-2} der Wert der Student-Funktion für $n-2$ Freiheitsgrade und ein Signifikanzniveau α ist.

Wie üblich wird auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 10\%$ und $\alpha = 1\%$ bei zweiseitiger Fragestellung getestet. Für die Anzahl der Freiheitsgrade werden die Beobachtungen aller Punkte gemittelt, wodurch $n = 137$ wird. Die Testgröße t_{135} wird aus LINDER [40], S. 11 entnommen und ergibt sich zu

$$t_{135}(10\%) = 1.66 \quad \text{und} \quad t_{135}(1\%) = 2.61$$

Damit gilt nach (3.14) für signifikante Korrelationskoeffizienten

$$\begin{array}{ll} \alpha = 10\% & |r| = \pm 0.14 \\ \alpha = 1\% & |r| = \pm 0.22 \end{array}$$

Wenn man mit diesem Kriterium die Tabellen 3.8 und 3.9 genauer betrachtet, stellt man fest, daß für photogrammetrische Modellkoordinaten fast keine signifikanten Kreuzkorrelationen zwischen x- und z-Richtung sowie zwischen y- und z-Richtung auftreten. Im photogrammetrischen Modell kann man also Lage und Höhe als unabhängig betrachten.

$$\text{Cov}(x_i, z_k) \approx 0 \quad (3.15a)$$

$$\text{Cov}(y_i, z_k) \approx 0 \quad (3.15b)$$

Alle anderen Korrelationen sind signifikant. Für sie kann somit ein Konfidenzintervall angegeben werden. Die Berechnung erfolgt allerdings nicht direkt, da die Korrelationskoeffizienten nicht normal verteilt sind, sondern es wird eine Hilfsgröße benötigt. Nach SACHS [49], S. 416, dient ein Hilfwert

$$z_0 = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r} \quad (3.16)$$

als Schätzung für den Mittelwert \hat{z} einer asymptotisch normalverteilten Zufallsvariablen Z mit der Varianz

$$\sigma_{z_0}^2 = \frac{1}{n-3} \quad (3.17)$$

wobei n die Anzahl der Beobachtungen angibt.

Man erhält dann ein Konfidenzintervall für \hat{z} nach

$$z_0 - a \leq \hat{z} \leq z_0 + a \quad (3.18)$$

mit

$$a = z \cdot \sqrt{\sigma_{z_0}^2} = \frac{z}{\sqrt{n-3}} \quad (3.19)$$

In (3.19) ist z der Standardnormalwert, der bereits in II.6, S. 32 benützt wurde und in SACHS [49], S. 216, vertafelt ist.

Der gesuchte Vertrauensbereich für den Korrelationskoeffizienten

$$r_1 \leq r \leq r_2 \quad (3.20)$$

läßt sich dann aus der Umkehrung von (3.16) berechnen

$$r = \tanh z_0 \quad (3.21a)$$

$$r_1 = \tanh (z_0 - a) \quad (3.21b)$$

$$r_2 = \tanh (z_0 + a) \quad (3.21c)$$

Das Konfidenzintervall hängt von der Größe des Korrelationskoeffizienten selbst ab, sodaß es zweckmäßig ist, den Bereich in einem Diagramm darzustellen. Für die Koordinaten der Modelle Rheidt wird auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 1\%$ und $\alpha = 10\%$ getestet. Bei $n-3 = 134$ Freiheitsgraden erhält man

$\alpha = 1\%$	$z = 2.576$	$a = 0.222$
$\alpha = 10\%$	$z = 1.645$	$a = 0.142$

Die Umrechnung von r in z_0 und umgekehrt erfolgt mit der Tabelle 114 in SACHS [49], S. 418. Die Abbildung 3.13 zeigt das gewonnene Diagramm.

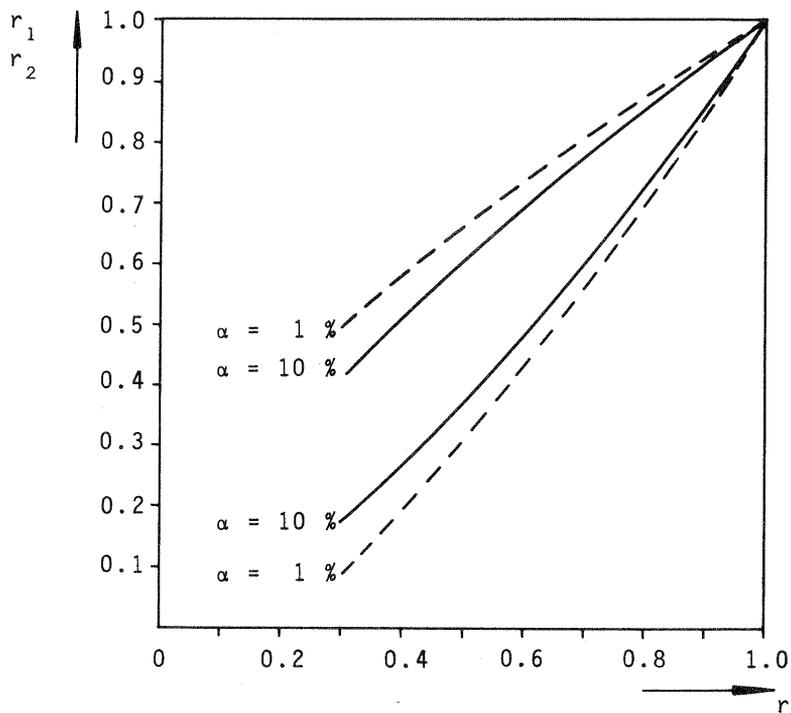


Abbildung 3.13 Konfidenzintervalle für die Korrelationskoeffizienten

Nach diesen vorbereitenden Untersuchungen sollen die signifikanten Korrelationen anhand von Tabelle 3.8 und 3.9 näher beschrieben werden.

Die Matrizen der Autokorrelationen (Tabelle 3.8, S. 65) sind symmetrisch, da hier die Korrelation zwischen zwei Punkten unabhängig davon ist, welcher Punkt als Anfangspunkt dient. Jede Zeile i bzw. Spalte i der Matrix enthält die Korrelationskoeffizienten des Punktes i mit den restlichen 22 Punkten des Modells. Auf der Hauptdiagonalen stehen die Werte $r_{ii} = 1$, da die Kovarianzen in die Varianzen übergehen und somit gewissermaßen 100 %-ige Korrelation besteht.

Für die x-Koordinaten treten signifikante Autokorrelationen praktisch nur zwischen den Randbereichen des Modells auf, während sie im Innern verschwinden. Die vier Eckpunkte 1, 3, 21, 23 sind am stärksten miteinander korreliert ($r_{1,23} = 0.85$, $r_{1,3} = -0.76$). Mittelpunkt (12) und Eckpunkte zeigen eine etwa 50 %-ige Korrelation, die auf den Diagonalen des Modells jeweils gleiches Vorzeichen hat.

Die y-Koordinaten weisen über den ganzen Modellbereich starke Korrelationen auf. Hier ergeben sich die größten Werte zwischen Modellmitte und dem Modellrand ($r_{yy_{\max}} = 0.75$). Die Eckpunkte sind zu etwa 50 % miteinander korreliert, und zwar immer positiv. Auch die Korrelationskoeffizienten von Modellmittelpunkt und Eckpunkten haben stets dasselbe negative Vorzeichen ($r_{yy} \approx -0.6$).

Die Korrelationen zwischen den Höhen z der Modellkoordinaten sind wesentlich geringer als in x oder y . Der größte Wert beträgt $r_{zz_{\max}} = 0.6$ und tritt zwischen Punkt 2 und 3 am oberen Modellrand auf. Grundsätzlich sind die Modellränder untereinander positiv korreliert, im Durchschnitt zu etwa 20 %.

In den Abbildungen 3.14 bis 3.16 (siehe S. 75 - 77) ist dieses Verhalten der x-, y- und z-Koordinaten nochmals nach den einzelnen Gesichtspunkten herausgezeichnet. Das erste Bild (a) gibt die Korrelationskoeffizienten der linken Randpunkte mit den jeweils gegenüberliegenden Punkten an, das Bild b den umgekehrten Fall der rechten Randpunkte mit den gegenüberliegenden Punkten. Bild d und e weisen die r_{ik} zwischen dem oberen bzw. unteren Modellrand und den übrigen Punkten aus. Bild c zeigt die Korrelation der vier Eckpunkte miteinander und Bild f die Korrelation des Mittelpunktes mit allen übrigen Punkten. Die Punkte, auf die sich die Korrelationskoeffizienten beziehen, sind jeweils durch ein X gekennzeichnet.

Bei der Kreuzkorrelation soll zuerst gezeigt werden, wie die Koordinatenpaare x und y, x und z bzw. y und z jeweils desselben Punktes miteinander korreliert sind. Diese Werte sind in den Matrizen der Tabelle 3.9 auf den Hauptdiagonalen abzulesen. Zur besseren Veranschaulichung wurde zusätzlich eine Darstellung gewählt, wie sie bereits die Abbildungen 3.8 bis 3.11, S. 53 - 56 für die Streuungen und Gewichtskoeffizienten enthält. In Abbildung 3.17 (siehe S. 78) sind die Verhältnisse für die Orientierungsvariante 1 (6 Punkte) und in Abbildung 3.18 (siehe S. 79) für die Orientierungsvariante 2 (alle Punkte) zu finden. Die Kreuzkorrelation mit z wurde ebenfalls mit aufgenommen, obwohl sie sich als nicht signifikant herausgestellt hatte. Bei den folgenden Betrachtungen soll aber nur r_{xy} berücksichtigt werden.

Die stärkste Abhängigkeit tritt in den vier Eckpunkten mit $r_{xy} = 0.6$ bis 0.8 auf, während sie in den übrigen Punkten noch ca. 30 % beträgt.

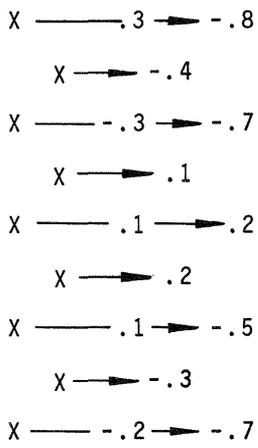
Im Gegensatz zur Autokorrelation ist die Kreuzkorrelation zwischen zwei Punkten nicht umkehrbar.

$$\text{Cov}(x_i, y_k) \neq \text{Cov}(y_i, x_k) \quad (3.22)$$

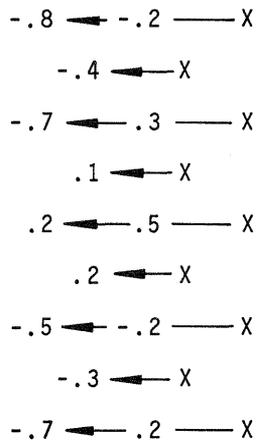
Dies drückt sich in der Asymmetrie der jeweiligen Submatrizen aus (Tabelle 3.9). Auch hier sind die Randbereiche des Modells sehr stark miteinander korreliert ($r_{xy} = 0.74$). Am stärksten ist jedoch die Abhängigkeit zwischen der x-Koordinate der Randpunkte und der y-Koordinate des Mittelpunktes (ca. 70 % bis 80 %). Abbildung 3.19 (siehe S. 80) enthält diese Werte im einzelnen in der bereits bekannten Darstellungsweise.

Aus den verschiedenen Abbildungen und Tabellen der Korrelationskoeffizienten ergeben sich sowohl für die Auto- als auch für die Kreuzkorrelationen - ähnlich wie bei den Varianzen - gewisse Symmetrieeigenschaften. Und zwar sind die Korrelationskoeffizienten derjenigen Modellpunkte, die punktsymmetrisch zum Mittelpunkt liegen, etwa gleich groß. Auch hier kann als Begründung für dieses Verhalten dienen, daß die relative Orientierung mit zwei gleichberechtigten Meßbildern erfolgt.

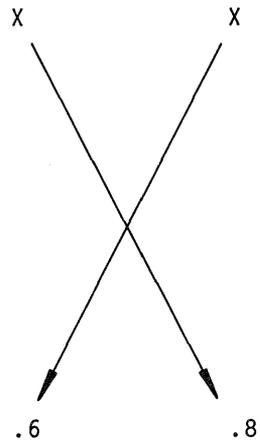
Es zeigt sich also allgemein, daß die Korrelationen der Koordinaten eines photogrammetrischen Modells noch beträchtliche Werte aufweisen, sodaß von einer Unabhängigkeit, wie sie bei fast allen Genauigkeitsuntersuchungen, die von Modellen ausgehen, vorausgesetzt wird, mit Abstand nicht gesprochen werden kann. Ebenso zeigen die Punkte innerhalb des Modells in Abhängigkeit ihrer Lage eine sehr unterschiedliche Genauigkeit.



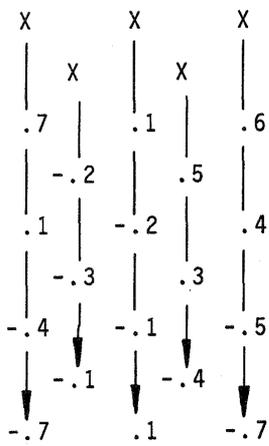
3.14 a



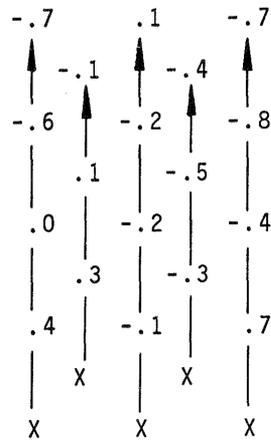
3.14 b



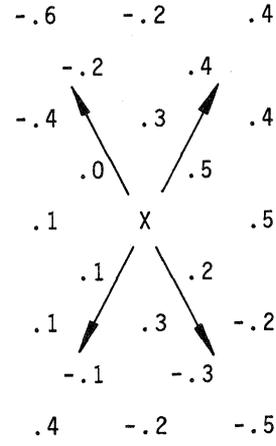
3.14 c



3.14 d

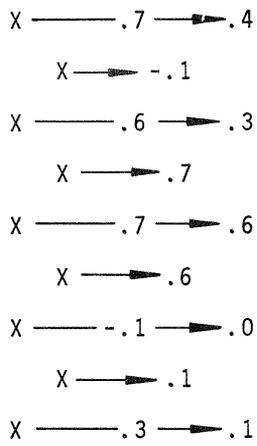


3.14 e

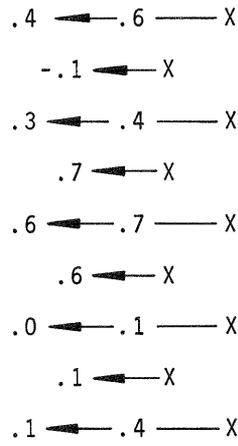


3.14 f

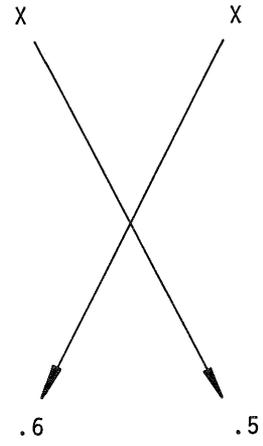
Abbildung 3.14 Korrelationskoeffizienten r_{xx} bezogen auf die Lage der Punkte im Durchschnittsmodell



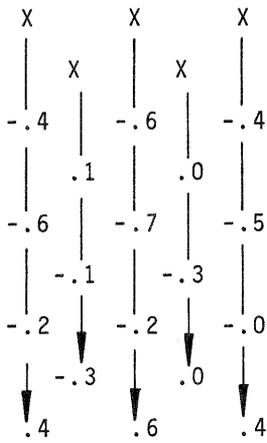
3.15 a



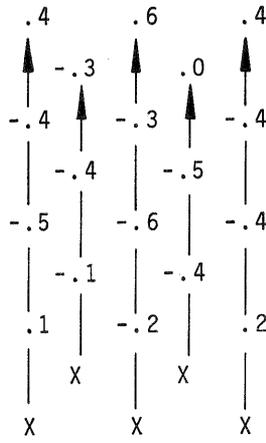
3.15 b



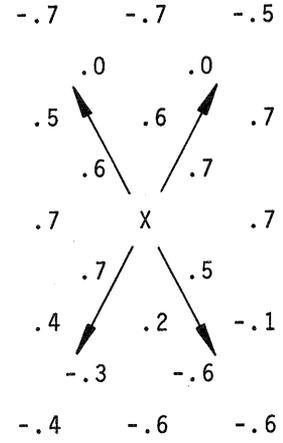
3.15 c



3.15 d

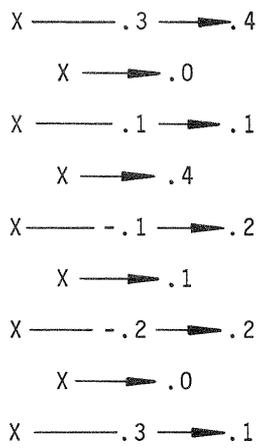


3.15 e

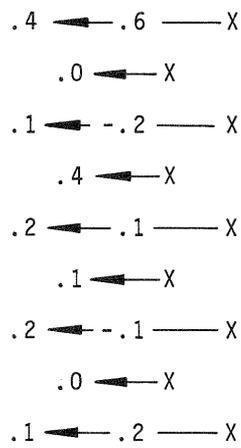


3.15 f

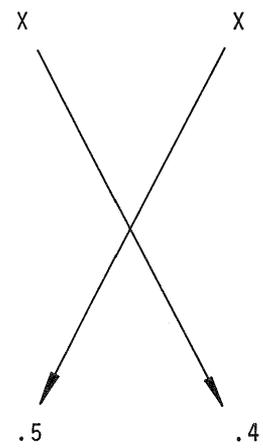
Abbildung 3.15 Korrelationskoeffizienten r_{yy} bezogen auf die Lage der Punkte im Durchschnittsmodell



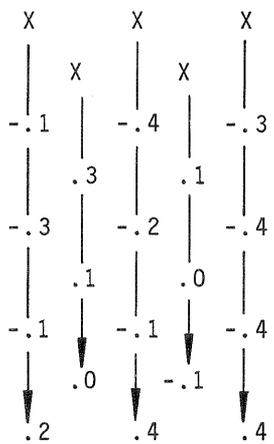
3.16 a



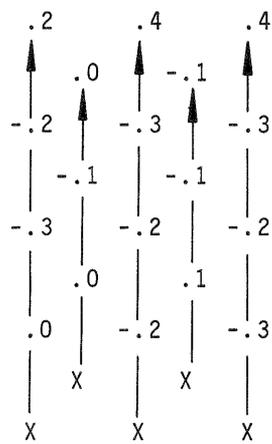
3.16 b



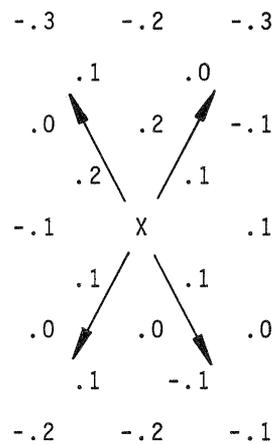
3.16 c



3.16 d



3.16 e



3.16 f

Abbildung 3.16 Korrelationskoeffizienten r_{zz} bezogen auf die Lage der Punkte im Durchschnittsmodell

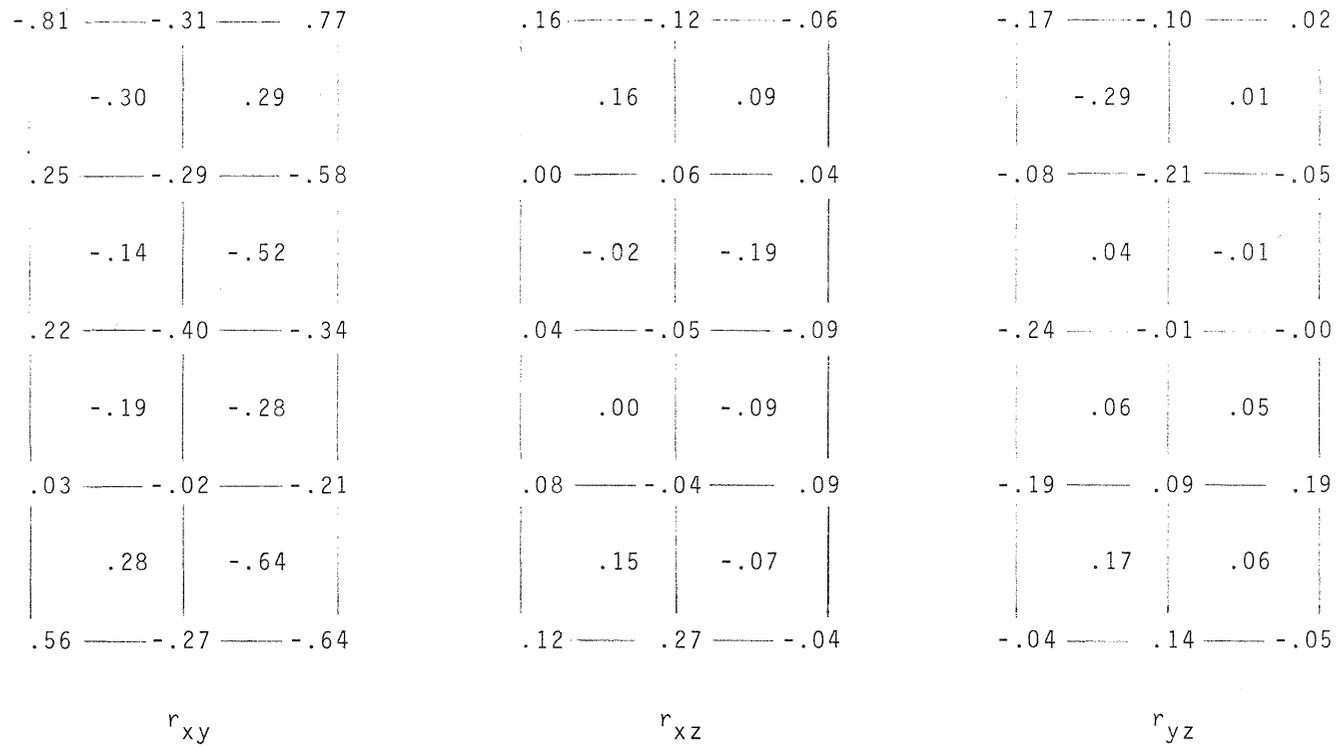


Abbildung 3.17 Kreuzkorrelationskoeffizienten für verschiedene Koordinaten desselben Punktes im relativ orientierten Modell
Relative Orientierung mit 6 Punkten

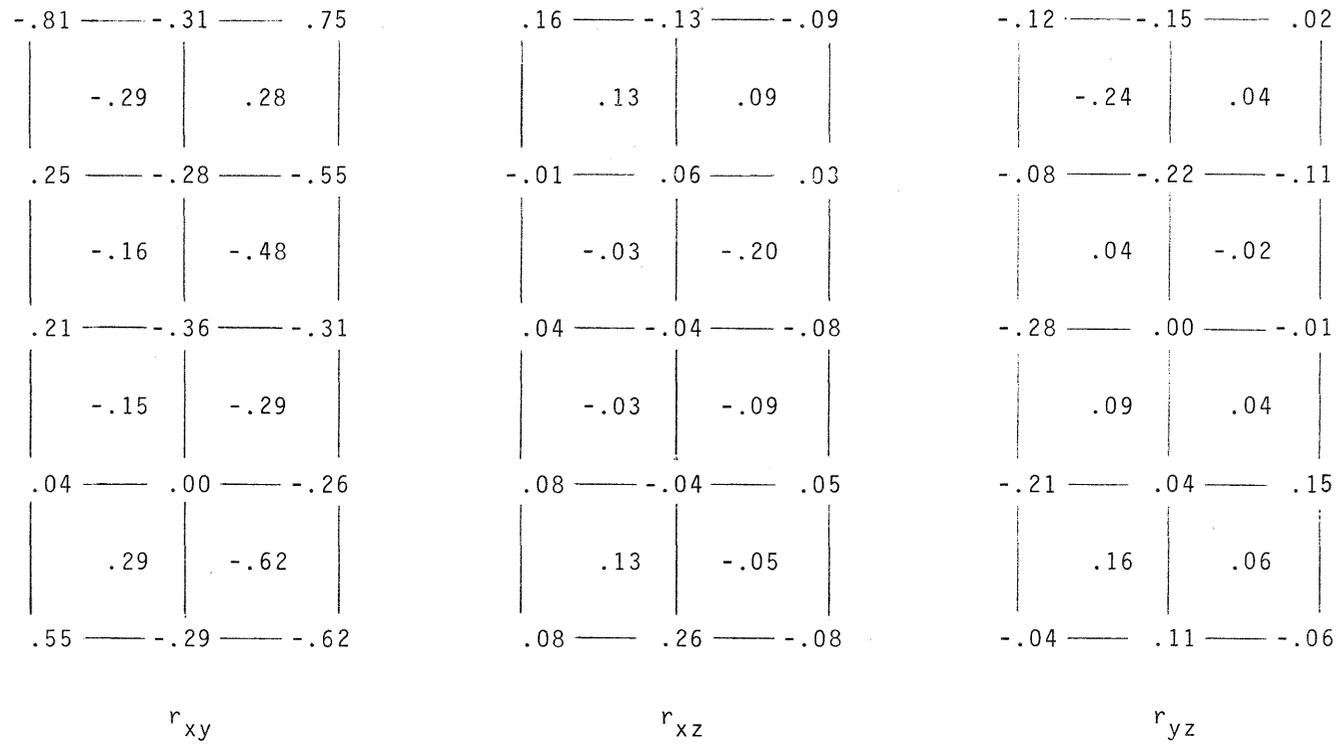
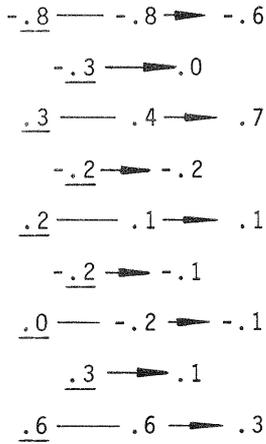
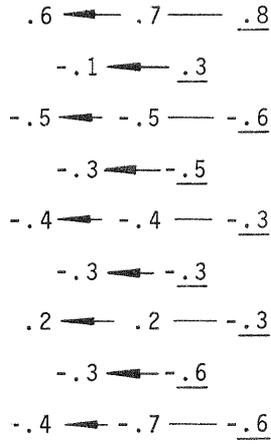


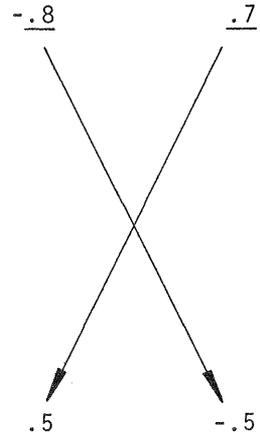
Abbildung 3.18 Kreuzkorrelationskoeffizienten für verschiedene Koordinaten desselben Punktes im relativ orientierten Modell
Relative Orientierung mit allen Punkten



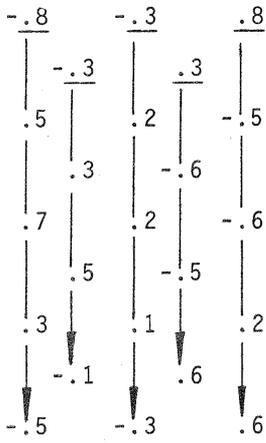
3.19 a



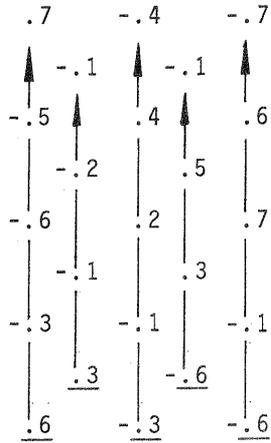
3.19 b



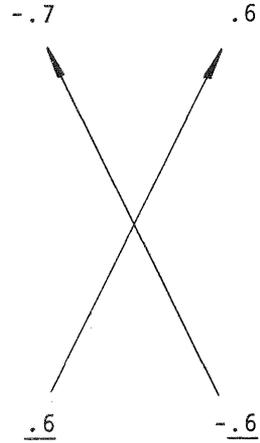
3.19 c



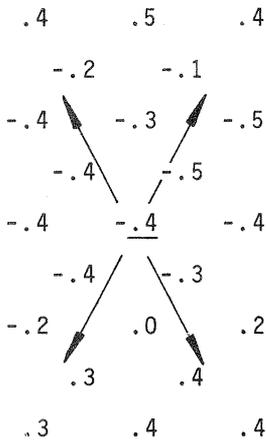
3.19 d



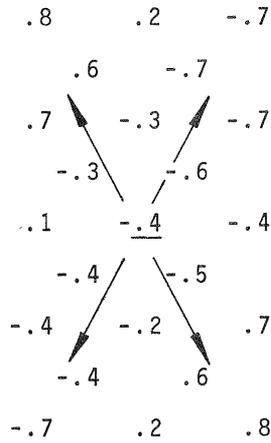
3.19 e



3.19 f



3.19 g



3.19 h

Bild 3.19 g zeigt die Korrelation der x-Koordinate des Mittelpunktes mit den y-Koordinaten der übrigen Punkte.

Bild 3.19 h zeigt die Korrelation der y-Koordinate des Mittelpunktes mit den x-Koordinaten der übrigen Punkte

Abbildung 3.19 Korrelationskoeffizienten r_{xy} bezogen auf die Lage der Punkte im Durchschnittsmodell

Wie bereits einleitend erwähnt, gelten die oben berechneten und angegebenen Genauigkeitswerte streng genommen nur für diejenigen diskreten Punkte des Durchschnittsmodells Rheidt, für die sie berechnet wurden. Für eine allgemeine Aussage wäre die Darstellung der Varianzen und Kovarianzen in einer geschlossenen Form, zum Beispiel als Funktion der Lage im Modell, von großem Nutzen. Mit diesen Problemen sollen sich die nächsten Abschnitte befassen.

3. Bildungsgesetz für eine Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten

3.1 Allgemeines

Die empirisch bestimmte Varianz-Kovarianz-Matrix kann in ihrer bisherigen Form nur schlecht für weitergehende Untersuchungen verwendet werden, da ihre Elemente noch keinem überschaubaren Bildungsgesetz gehorchen. So müßte die Matrix zum Beispiel für Zwecke der Fehlerfortpflanzung elementweise in einer Rechenanlage gespeichert sein oder entsprechend eingelesen werden. Hinzu kommt, daß die empirisch ermittelten Elemente noch innerhalb gewisser Grenzen schwanken können. Einen Anhaltspunkt darüber gibt zum Beispiel das Konfidenzintervall, das für die Korrelationskoeffizienten abgeleitet wurde (siehe Abbildung 3.13, S. 73). Es ist daher sinnvoll, nach einer Form für die Kovarianzmatrix zu suchen, die zum einen unter Ausnutzung der genannten Symmetrieeigenschaften der Modellpunkte deren Elemente gewissermaßen "glättet" und zum anderen einen systematischen Aufbau erlaubt.

Die bisherigen Ausführungen haben gezeigt, daß die Varianzen und Kovarianzen der Modellkoordinaten verschiedener Punkte ebenfalls verschieden sind. Es muß also irgendeine Abhängigkeit von der absoluten oder relativen Lage der Punkte im Modell bestehen. Die Varianz-Kovarianz-Matrix ließe sich sehr einfach berechnen, wenn ihre Elemente als allgemeine Funktion der Koordinaten der Modellpunkte angegeben werden könnten. Es sollen daher verschiedene Ansätze zur Lösung dieses Problems behandelt werden.

3.2 Die Kovarianzfunktion

In III.1.4 wurde bereits der Begriff der Kovarianzfunktion eingeführt, der sich dort auf die Darstellung von Kovarianzen als Funktion des Abstandes zweier Punkte bezog. Es wurde schon darauf hingewiesen, daß es sich dabei um einen Spezialfall handelt, der nicht allgemein gegeben ist. Daher sind noch einige weitere Bemerkungen zur Kovarianzfunktion nötig.

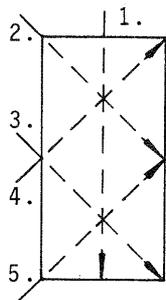
Die Kovarianzfunktion dient unter anderem als Parameter zur Beschreibung einer Zufallsfunktion, die im allgemeinen Fall in der Statistik an die Stelle der Zufallsvariablen tritt. Bei einem Versuch erhält man als Ergebnis nicht mehr einen Wert der Zufallsvariablen sondern eine ganze Funktion. Zufallsfunktionen können zum Beispiel unterschieden werden durch ihre Dimension und ihren Referenzraum. So sind die Modelldeformationen allgemein ein 3-dimensionales Feld im 3-dimensionalen Referenzraum (Modellraum).

Das bedeutet, daß die Kovarianzfunktionen von Feldern im allgemeinen Fall Flächen im mehrdimensionalen Raum sind. Für den dreidimensionalen Referenzraum der Modelldeformationen ist die Kovarianz eine Fläche im 7-dimensionalen Raum

(Ort von $P_i(x,y,z)$, Ort von $P_k(x,y,z)$ sowie Kovarianzwert). Treten im Modell nur geringe Höhenunterschiede auf, kann die Kovarianz als unabhängig von der Höhe z betrachtet werden, sodaß nur noch ein zweidimensionaler Referenzraum vorliegt. Die Kovarianz vereinfacht sich dann zu einer Fläche im 5-dimensionalen Raum. Weitere Vereinfachungen ergeben sich, wenn die Kovarianz nur noch von der Länge und der Richtung des Vektors zwischen P_i und P_k abhängt und nicht mehr von seiner absoluten Lage. In diesem Fall wird die Zufallsfunktion als homogen (im mehrdimensionalen Raum) oder als stationär (im eindimensionalen Raum) bezeichnet. Tritt schließlich noch Richtungsunabhängigkeit ein, so kann die Kovarianz als ebene Kurve dargestellt werden. Die Zufallsfunktion ist dann homogen und isotrop.

Dieser letzte Fall würde die einfachste Form zur Berechnung einer Varianz-Kovarianz-Matrix bilden. Soll dieses Verfahren auf die Modellkoordinaten des Testfeldes Rheidt angewandt werden, muß zuerst geprüft werden, ob Homogenität und Isotropie vorhanden sind. Dies läßt sich anhand der Abbildungen 3.14 bis 3.19 untersuchen. Dabei zeigt sich, daß diese einfache Darstellung der Kovarianzfunktion nicht brauchbar ist, da die Kovarianzen sowohl von der Lage der Punkte im Modell als auch von der Richtung des Verbindungsvektors abhängen. Besonders deutlich ist die Richtungsabhängigkeit bei den Kreuzkovarianzen, da sie zwischen zwei Punkten nicht umkehrbar sind (siehe Formel (3.22)).

Um die Unbrauchbarkeit der einfachen Kovarianzfunktion auch für die Autokorrelationen besser zu veranschaulichen, seien hierzu noch einige Beispiele angegeben. Aus dem Durchschnittsmodell Rheidt werden fünf Strecken herausgegriffen, für welche der Verlauf der Kovarianzen in Abhängigkeit der Entfernung graphisch dargestellt wird. Eine Übersicht über die ausgewählten Strecken sowie die zugehörigen Modellpunkte geben Abbildung 3.20 und Tabelle 3.10. Die Punktnumerierung entspricht Abbildung 3.4, S. 47.



Punkte	Strecken
1. 2- 7-12-17-22	45- 90-135-180 mm
2. 1- 4- 7-10-13)	32- 65- 97-130 mm
3. 11-14-17-20-23)	
4. 11- 9- 7- 5- 3)	
5. 21-19-17-15-13)	

Abbildung 3.20:

Tabelle 3.10:

Ausgesuchte Strecken zur Darstellung von Kovarianzen in Abhängigkeit des Abstandes zweier Punkte

Die Kovarianzen der einzelnen Punkte werden noch auf die über das ganze Modell gemittelten Varianzen σ_x^2 , σ_y^2 und σ_z^2 als Einheit bezogen und in Abbildung 3.21 als Funktion der Entfernung wiedergegeben.

Als Vergleich zu diesen Darstellungen sollen auch die Kovarianzfunktionen angegeben werden, die entstehen würden, wenn Homogenität und Isotropie vorausgesetzt werden könnten. Zu diesem Zweck werden für die 47 Modelle des Testfeldes Rheidt die Autokovarianzen pro Modell in Abhängigkeit der Entfernung berechnet und zu bestimmten Streckenintervallen zusammengefaßt. Der Mittelwert der Kovarianzen pro Intervall wird dann als der Kovarianzwert der Intervallmitte betrachtet. Schließ-

lich werden die Ergebnisse aller Modelle gemittelt und zur graphischen Darstellung auf die entsprechenden Varianzen als Einheit bezogen.

Insgesamt werden acht Entfernungsintervalle ausgewählt, für welche die Kovarianzen aus einer jeweils unterschiedlichen Anzahl von Punktepaaren pro Modell ermittelt werden konnte, wie Tabelle 3.11 zeigt.

Intervallmitte	Anzahl der Punktepaare
.4 mm	ca. 70
33 mm	250
47 mm	300
69 mm	400
96 mm	600
134 mm	400
171 mm	200
198 mm	50

Tabelle 3.11 Entfernungsintervalle für die gemittelte Kovarianzfunktion

Der Verlauf dieser Kovarianzen ist in Abbildung 3.22 dargestellt.

Der Vergleich der Abbildungen 3.21 und 3.22 bestätigt, daß die Kovarianzen im Modell ortsabhängig sind. Die Kovarianz als Funktion der Strecken ist keine hinreichende Beschreibung. Es soll daher versucht werden, eine allgemeinere Funktion aus den empirischen Ergebnissen abzuleiten.

3.3 Ausgleichende Flächen für die Varianzen und Kovarianzen

Wie bereits erwähnt, sind die Kovarianzen allgemein Flächen im mehrdimensionalen Raum. Für den vorliegenden Fall kann angenommen werden, daß keine Abhängigkeit von der Höhe der Modellpunkte auftritt, sodaß Flächen im 5-dimensionalen Raum entstehen. Ein Ansatz zur funktionalen Darstellung der Kovarianzen kann dann in folgender Form geschrieben werden

$$\text{Cov}(i,k) = f(x_i, y_i, x_k, y_k) \quad (3.23)$$

Da die Varianzen gewissermaßen als Sonderfall der Kovarianzen aufgefaßt werden können, sollen für sie analoge Beziehungen aufgestellt werden. Hier ist nur noch eine Abhängigkeit von der Lage eines Punktes gegeben, sodaß der Ansatz lauten kann

$$\text{Var}(i) = f(x_i, y_i) \quad (3.24)$$

Für die praktische Berechnung werden am zweckmäßigsten Polynome gewählt, deren Grad sich aus der Anpassung an die empirischen Varianz- und Kovarianzwerte festlegen läßt.

Zur Darstellung der Varianzen erschien eine Fläche der folgenden Form als gut brauchbar

$$\text{Var}(i) = a_1 x_i^2 + a_2 x_i^4 + a_3 y_i^2 + a_4 y_i^4 + a_5 x_i^2 y_i^2 + a_6 \quad (3.25)$$

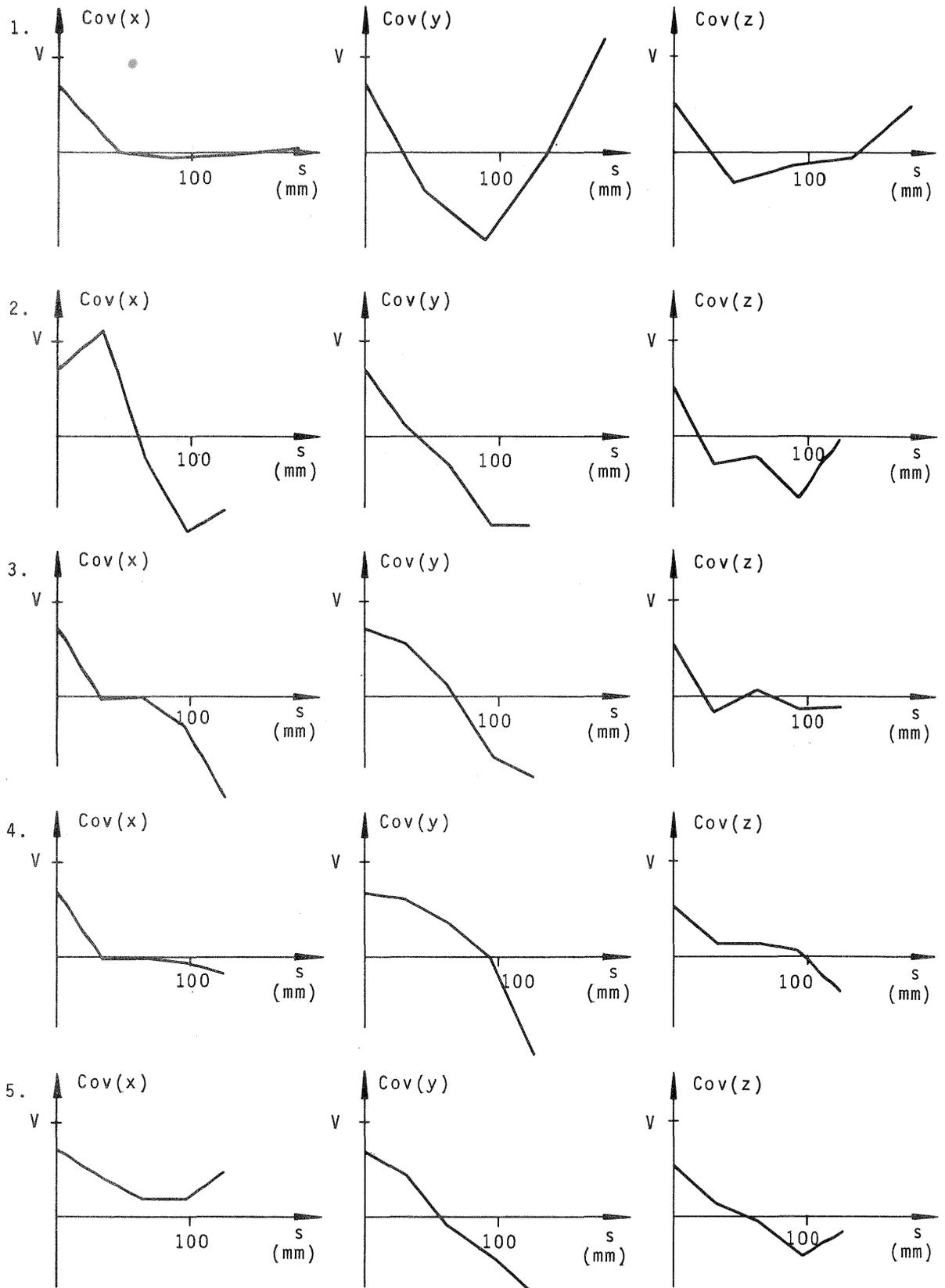


Abbildung 3.21 Beispiele für die tatsächlichen Kovarianzen in Abhängigkeit der Entfernung

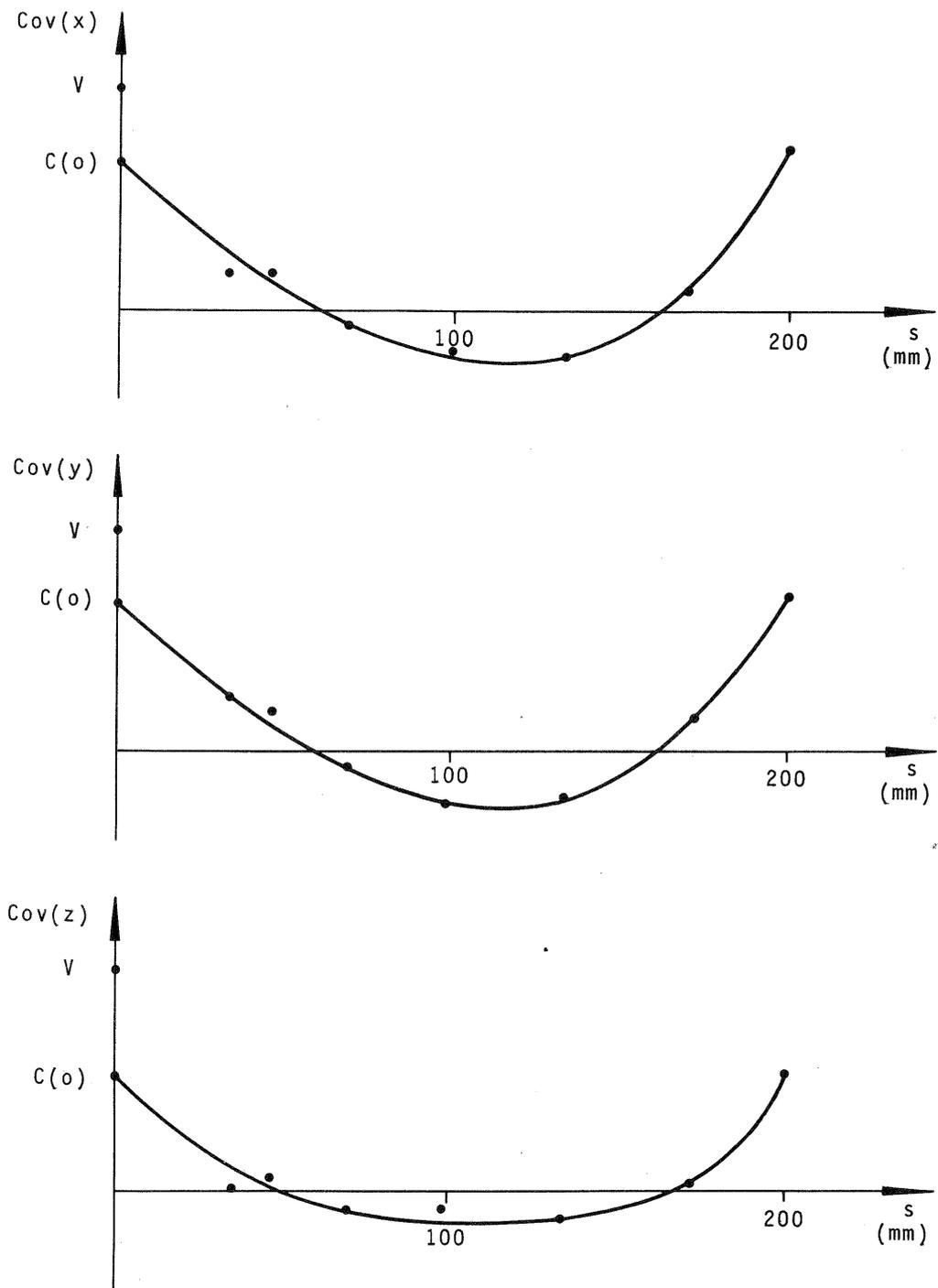


Abbildung 3.22 Gemittelte empirische Kovarianzen in Abhängigkeit der Entfernung

Wird das Modellkoordinatensystem so gewählt, daß der Ursprung im Modellmittelpunkt liegt, so ist diese Fläche symmetrisch zu den beiden Mittelachsen des Modells. Diese Voraussetzung wurde bereits auf S. 52 als zutreffend gefunden.

Bei den Kovarianzen ist es wieder zweckmäßig, auf die Korrelationskoeffizienten überzugehen, die in Tabelle 3.8 und 3.9, S. 65 - 70 angegeben sind. Auch hier können die Symmetrieeigenschaften, die schon auf S. 74 festgestellt wurden, berücksichtigt werden. Es wurde der folgende Ansatz gewählt:

$$\begin{aligned}
 r_{ik} = & a_1 x_i^2 + a_2 y_i^2 + a_3 x_i y_i + a_4 x_i^2 x_k^2 + a_5 y_i^2 x_k^2 + a_6 x_i y_i x_k^2 \\
 & + a_7 x_i^2 y_k^2 + a_8 y_i^2 y_k^2 + a_9 x_i y_i y_k^2 + a_{10} x_i^2 x_k y_k + a_{11} y_i^2 x_k y_k \\
 & + a_{12} x_i y_i x_k y_k + a_{13} x_k^2 + a_{14} y_k^2 + a_{15} x_k y_k + a_{16}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

Die Koeffizienten a_i in (3.25) und (3.26) werden durch Ausgleichung nach vermittelnden Beobachtungen aus den empirischen Varianzen und Korrelationskoeffizienten gewonnen. Als Koordinaten x und y der Punkte P_i und P_k werden jeweils deren Werte im Durchschnittsmodell eingesetzt. Für die Varianzen erhält man damit drei Flächen (σ_x^2 , σ_y^2 und σ_z^2). Bei den Korrelationskoeffizienten ergeben sich vier Flächen (r_{xx} , r_{yy} , r_{zz} und r_{xy}), da die Kreuzkorrelation zwischen Lage und Höhe vernachlässigt wird.

Nach der Ausgleichung zeigte sich, daß die Korrelationskoeffizienten zwischen manchen Punkten, die im Randbereich des Modells liegen, größer als Eins wurden ($r_{ik} > 1$). Da dies nach der Definition von r nicht möglich ist, sorgte in diesen Fällen eine Schranke dafür, daß r_{ik} den Betrag von 0.90 nicht übersteigt.

Leider ergaben weitere Untersuchungen, daß die ausgeglichenen Varianzen und Kovarianzen in der Praxis nicht brauchbar waren. So zeigten die Flächen bei Extrapolationen, also bei Punkten, die außerhalb der Grenzen des Durchschnittsmodells lagen, eine stark ansteigende oder abfallende Tendenz, sodaß sich keine plausiblen Werte mehr ergaben.

Um dieses Verhalten näher zu studieren, wurden einige Modelle Rheidt einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation unterzogen, wobei eine nach den obengenannten Regeln gebildete Varianz-Kovarianz-Matrix in die Ausgleichung eingeführt wurde. Das Ergebnis war im Mittel signifikant schlechter als wenn von gleichgewichtigen und unkorrelierten Modellkoordinaten ausgegangen wird. In einem Modell waren die Streuungen der Koordinaten sogar um den Faktor 10 größer. Zudem zeigten diese Untersuchungen, daß in einigen Modellen die Inverse der Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{P} = \mathbf{G}^{-1}$ auf der Hauptdiagonalen negative Elemente enthielt, \mathbf{G} also nicht positivdefinit war.

Da auch eine Erhöhung der Anzahl der Koeffizienten a_i in (3.25) und (3.26) keine wesentlich besseren Ergebnisse brachte, muß nach einer anderen Lösung zur Berechnung einer Varianz-Kovarianz-Matrix für Modellkoordinaten gesucht werden.

3.4 Faktorenzerlegung der Varianz-Kovarianz-Matrix

3.4.1 Mittelung der Varianzen

Nachdem die Versuche, sowohl eine einfache als auch eine komplizierte Kovarianz-funktion einzuführen, keine brauchbaren Ergebnisse lieferte, sollen jetzt sehr einfache Gesetze herangezogen werden, um eine gewisse "Glättung" der Varianzen und Kovarianzen zu erreichen.

Für die Varianzen bietet sich als einfachster Fall an, die empirischen Werte σ_x^2 , σ_y^2 und σ_z^2 für jene Punkte zu mitteln, die symmetrisch zu den Mittelachsen des Modells liegen. Diese Punkte erhalten dann den jeweiligen Mittelwert als Varianz zugewiesen. Mit dem Verfahren erhält man die in Abbildung 3.23 dargestellten Ergebnisse, die aus den erwähnten Symmetriegründen nur einen Quadranten des Modells zeigen (vergleiche auch Abbildung 3.9, S. 54).

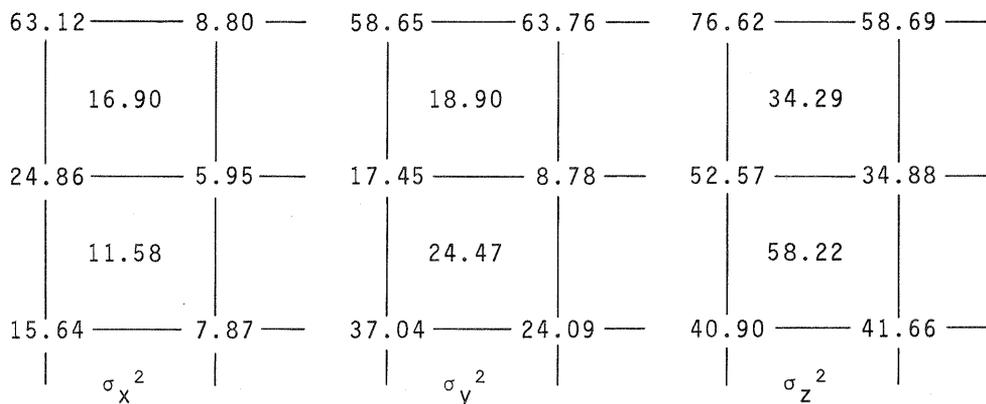


Abbildung 3.23 Gemittelte Varianzen im Durchschnittsmodell

Die Zahlenwerte der Abbildung 3.23 besitzen die Dimension cm^2 im Geländesystem, doch können sie bei Bedarf in die entsprechenden Standardabweichungen - bezogen auf den Bildmaßstab 1:10 500 - oder in Gewichtskoeffizienten umgerechnet werden.

3.4.2 Darstellung der Korrelationskoeffizienten

Anstelle der Kovarianzen werden - wie bisher üblich - die Korrelationskoeffizienten herangezogen, wobei die Kreuzkorrelation zwischen Lage und Höhe außer acht gelassen wird. Um ein Gesetz für ihre schematische Berechnung zu finden, wird das folgende Gedankenexperiment gemacht.

Die empirischen Kovarianzen zwischen zwei Punkten ergeben sich aus der Multiplikation von Koordinatenrestfehlern an diesen Punkten und anschließender Summation über mehrere Messungen. Es sollte nun möglich sein, zwei beliebigen Punkten jeweils einen repräsentativen Faktor zuzuordnen, deren einfache Multiplikation die Kovarianz bzw. den Korrelationskoeffizienten liefert. Ein Beispiel soll diesen Gedankengang näher erläutern.

Gegeben seien die Punkte P_1 und P_2 , und gesucht seien die Korrelationskoeffizienten $r_{x_1x_2}$, $r_{y_1y_2}$, $r_{z_1z_2}$, $r_{x_1y_1}$, $r_{x_1y_2}$ und $r_{x_2y_1}$. Den beiden Punkten werden nun für die x -Koordinaten die Faktoren a_1 und a_2 , für die y -Koordinaten die Faktoren b_1 und b_2 und für die Höhe z die Faktoren c_1 und c_2 zugewiesen. a , b und c

sind so zu wählen, daß die folgenden Beziehungen gelten:

$$\begin{aligned}
 r_{x_1 x_2} &= a_1 \cdot a_2 \\
 r_{y_1 y_2} &= b_1 \cdot b_2 \\
 r_{x_1 y_1} &= a_1 \cdot b_1 \\
 r_{x_1 y_2} &= a_1 \cdot b_2 \\
 r_{x_2 y_1} &= a_2 \cdot b_1 \\
 r_{z_1 z_2} &= c_1 \cdot c_2
 \end{aligned}
 \tag{3.27}$$

Aus den sechs Gleichungen (3.27) lassen sich die sechs unbekannt Faktoren a , b , c eindeutig bestimmen. Wird jedoch ein dritter Punkt P_3 hinzugenommen, erhält man nur drei zusätzliche Faktoren a_3 , b_3 und c_3 , aber 9 zusätzliche, also insgesamt 15 Gleichungen, die erfüllt sein müssen. Das System ist also überbestimmt, womit ein Ausgleichungsproblem vorliegt.

Im allgemeinen Fall mit n Punkten ($n > 2$) erhält man $(2n-1)! - n + (n-1)!$ Gleichungen zur Bestimmung von $3 \cdot n$ unbekannt Faktoren a_i , b_i , c_i ($i = 1 \dots n$). Es können dann Fehlergleichungen von der Form

$$r + v_r = f(a, b, c) \tag{3.28}$$

aufgestellt werden. Die Auflösung erfolgt nach dem Ausgleichungsalgorithmus vermittelnder Beobachtungen.

Bei der praktischen Anwendung dieses Verfahrens können Lage und Höhe getrennt behandelt werden, da sie unabhängig voneinander sind. Die Faktoren a, b einerseits und c andererseits werden durch zwei Ausgleichungsvorgänge bestimmt. Bei Benützung von allen 23 Punkten des Durchschnittsmodells Rheidt erhält man zur Berechnung von a und b insgesamt 1012 Fehlergleichungen und zur Berechnung von c 253 Fehlergleichungen.

Bei der Auswahl der unbekannt Faktoren lassen sich die schon oben festgestellten Symmetrieeigenschaften der Korrelationskoeffizienten verschiedener Punkte berücksichtigen, sodaß jeweils nur 8 unabhängige Größen einzuführen sind. Abbildung 3.24 zeigt, wie die a_i , b_i und c_i gewählt wurden. Das Ergebnis der Ausgleichung ist in Tabelle 3.12 zusammengestellt.

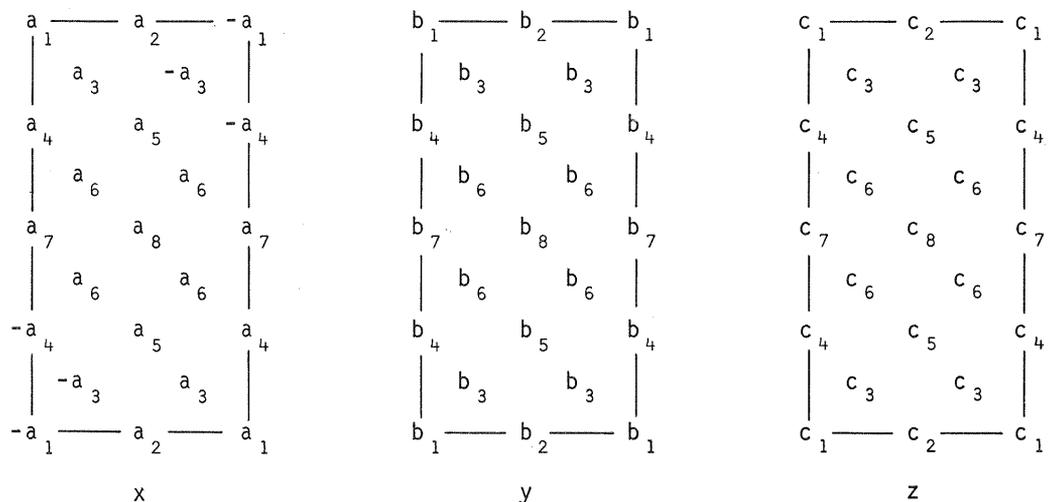


Abbildung 3.24 Faktoren zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten

$a_1 = 0.854$	$b_1 = -0.654$	$c_1 = 0.598$
$a_2 = 0.324$	$b_2 = -0.786$	$c_2 = 0.696$
$a_3 = 0.615$	$b_3 = -0.254$	$c_3 = 0.005$
$a_4 = 0.679$	$b_4 = 0.418$	$c_4 = -0.207$
$a_5 = -0.346$	$b_5 = 0.415$	$c_5 = -0.333$
$a_6 = -0.422$	$b_6 = 0.722$	$c_6 = -0.416$
$a_7 = -0.248$	$b_7 = 0.817$	$c_7 = -0.420$
$a_8 = -0.522$	$b_8 = 0.892$	$c_8 = -0.253$

Tabelle 3.12 Zahlenwerte für die Faktoren zur Berechnung der Korrelationskoeffizienten

Die Annäherung der Korrelationskoeffizienten durch die Faktoren a, b und c brachte plausible Ergebnisse. Die Streuungen der Gewichtseinheit nach der Ausgleichung lauten

$$\sigma_{o_{a,b}} = 0.17 \quad \sigma_{o_c} = 0.15$$

Es sei nun ein Beispiel angegeben, wie sich die berechneten Faktoren praktisch anwenden lassen.

Für die beiden Punkte 1 und 5 im Durchschnittsmodell (siehe Abbildung 3.4, S. 47) seien die Korrelationskoeffizienten r_{xx} , r_{yy} und r_{xy} gesucht. Aus Abbildung 3.24 entnimmt man, daß diesen Punkten die Faktoren a_1 und $-a_3$ bzw. b_1 und b_3 zugeordnet sind. Damit ergibt sich folgende Berechnung (zum Vergleich sind auch die Sollwerte aus Tabelle 3.8 und 3.9, S.65-70, angegeben):

	Sollwerte
$r_{x_1x_5} = a_1 \cdot (-a_3) = 0.854 \cdot (-0.615) = -0.525$	-0.685
$r_{y_1y_5} = b_1 \cdot b_3 = 0.166$	-0.105
$r_{x_1y_5} = a_1 \cdot b_3 = -0.217$	-0.021
$r_{x_5y_1} = -a_3 \cdot b_1 = 0.402$	0.563

Der Übergang auf die entsprechenden Kovarianzen erfolgt über die Umkehrung der Formel (3.12a), S. 58.

$$\text{Cov}(i,k) = r_{ik} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_k \quad (3.12c)$$

Werden σ_i und σ_k aus Abbildung 3.23 entnommen, erhält man zum Beispiel

$$\text{Cov}(x_1, y_5) = -0.217 \cdot \sqrt{63.12} \cdot \sqrt{18.90} = -7.50$$

Das Verfahren ist anwendbar auf die Korrelationen zwischen verschiedenen Punkten, während sich für die Kreuzkorrelation zwischen x und y desselben Punktes Verbesserungen ergeben, die nicht mehr akzeptiert werden können. Für $r_{x_5y_5}$ erhält man zum Beispiel:

$$r_{x_5y_5} = a_5 \cdot b_5 = -0.144$$

gegenüber dem Sollwert von

$$r_{x_5y_5} = 0.284$$

In diesem Fall wird daher genauso vorgegangen wie bei den Varianzen, indem nämlich die empirischen Werte der symmetrisch zu den Modellachsen gelegenen Punkte einfach gemittelt werden. Mit den Zahlenwerten aus Tabelle 3.9 A, S. 68 oder Ab-

bildung 3.17, S. 78 erhält man die Ergebnisse der Abbildung 3.25.

Somit ist es möglich, für die repräsentativen Punkte des Durchschnittsmodells sämtliche Elemente der Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten zu berechnen. Erwünscht ist aber auch die Aufstellung dieser Matrix für beliebige Punkte im Modell. In diesem Fall müssen die Varianzen und Kovarianzen durch ein geeignetes Interpolationsverfahren aus den gegebenen Werten ermittelt werden.

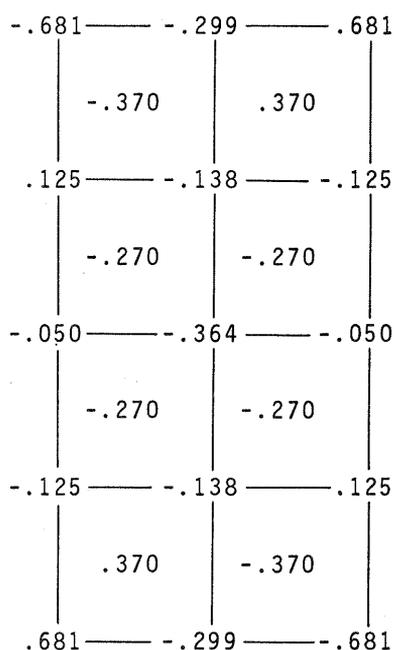
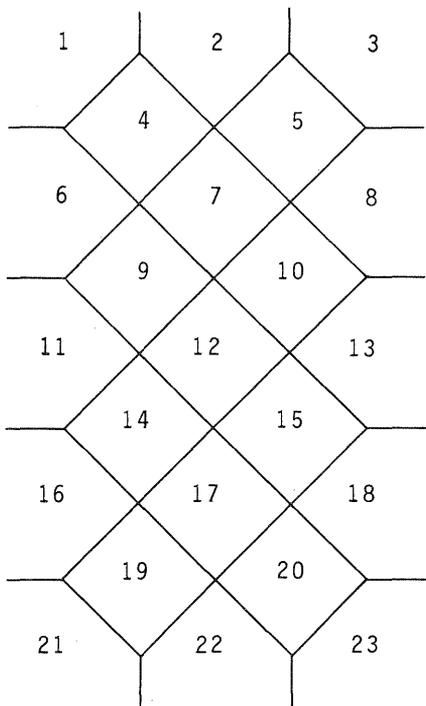


Abbildung 3.25 Gemittelte Korrelationskoeffizienten r_{xy} für die x- und y-Koordinaten desselben Punktes

3.5 Interpolation für beliebige Modellpunkte

Eine Möglichkeit zur Berechnung der Varianzen von Punkten, die nicht mit denen des Durchschnittsmodells zusammenfallen, wäre grundsätzlich die lineare Interpolation zwischen den gegebenen Werten. Als Argumente für die Interpolation können zum Beispiel entweder nur die x- oder die y-Koordinaten der Punkte oder aber beide gleichzeitig dienen. Dieses Vorgehen erscheint aber für die Korrelationskoeffizienten bzw. für die Faktoren a, b und c nicht sinnvoll, da hierbei die angenommenen Symmetrieeigenschaften verloren gehen würden. Eine zweckmäßige und einfache Methode dürfte die Einteilung des Modells in bestimmte Felder sein, wobei die Varianzen und Kovarianzen für Punkte innerhalb eines Feldes als gleich angenommen werden.

Für die praktische Anwendung wird das photogrammetrische Modell in 23 Felder eingeteilt, deren Mittelpunkte etwa den 23 Punkten des Durchschnittsmodells entsprechen. Als Lagekoordinaten der Feldmittlepunkte werden jedoch runde Werte eingeführt, damit das Modell regelmäßig unterteilt ist. Die vorgeschlagene Feldereinteilung ist in Abbildung 3.26 dargestellt, während die Koordinaten der Feldmittlepunkte aus Tabelle 3.13 entnommen werden können.



Pkt	x	y
1	-45	90
2	0	90
3	45	90
4	-22.5	67.5
5	22.5	67.5
6	-45	45
7	0	45
8	45	45
9	-22.5	22.5
10	22.5	22.5
11	-45	0
12	0	0
13	45	0
14	-22.5	-22.5
15	22.5	-22.5
16	-45	-45
17	0	-45
18	45	-45
19	-22.5	-67.5
20	22.5	-67.5
21	-45	-90
22	0	-90
23	45	-90

Abbildung 3.26 Unterteilung des Modells in Felder

Tabelle 3.13 Lagekoordinaten der Feldmittelpunkte in mm

Wie aus Abbildung 3.26 ersichtlich muß die regelmäßige Feldereinteilung im Randbereich unterbrochen werden, um sämtliche Punkte erfassen zu können. Bei der Anwendung des Verfahrens wird zuerst geprüft, in welchem Feld nach Abbildung 3.26 die Punkte liegen. Damit sind ihre Varianzen für x , y und z aus Abbildung 3.23, S. 87, bekannt und ebenso die Korrelationskoeffizienten r_{xy} für x und y desselben Punktes aus Abbildung 3.25, S. 90. Werden die Korrelationskoeffizienten r_{xx} , r_{yy} , r_{zz} , r_{xy} zwischen zwei Punkten gesucht, die in verschiedenen Feldern liegen, erfolgt ihre Berechnung wie angegeben über die Faktoren a , b , c aus Abbildung 3.24 und Tabelle 3.12, S. 88 u. 89. Fallen die beiden Punkte dagegen in dasselbe Feld, wird eine Korrelation von 90 % angenommen, sodaß gilt

$$r_{xx} = r_{yy} = r_{zz} = r_{xy} = r_{yx} = 0.9$$

Dadurch werden die Genauigkeitseigenschaften dieser Punkte als gleich betrachtet, es ist jedoch noch ein unregelmäßiger Meßfehler der Koordinaten zugelassen. Die Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten kann damit für beliebige Punkte vollkommen aufgestellt werden.

4. Beurteilung der Ergebnisse

Mit den Ergebnissen aus III.2 und III.3 lassen sich konkrete Aussagen über die Genauigkeitszusammenhänge innerhalb eines photogrammetrischen Modells machen. Während in III.2 die aus dem empirischen Datenmaterial ermittelten Genauigkeitsangaben nach verschiedenen Gesichtspunkten zusammengestellt und untersucht wurden, ist in III.3 versucht worden, die empirischen Ergebnisse "auszugleichen" und für Zwischenpunkte zu verallgemeinern. Das gewählte Verfahren, eine Varianz-Kovarianz-Matrix für beliebige Modellpunkte aufzustellen, scheint brauchbare und genügend sichere Ergebnisse zu liefern.

Es ist also möglich, die stochastischen Eigenschaften beliebiger Punkte anzugeben. Als Folge davon lassen sich die Genauigkeit und die Genauigkeitszusammenhänge beliebiger Funktionen der Modellkoordinaten durch Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes vorhersagen. Dies gilt zum Beispiel für die Genauigkeit von Strecken und Richtungen im Modell. Weiterhin kann der Einfluß der Genauigkeitseigenschaften im Modell auf die Geländekoordinaten durch die absolute Orientierung hindurch verfolgt werden.

Neben diesen fehlertheoretischen Untersuchungen sind auch praktische Anwendungen der Varianz-Kovarianz-Matrix denkbar. So muß es möglich sein, bei Ausgleichsaufgaben, die photogrammetrische Modelle als Grundelemente voraussetzen - seien es nun Einzelmodelleinpassungen oder Streifen- und Blocktriangulationen - durch Einführen eines erweiterten stochastischen Modells die Ergebnisse zu verbessern.

Diese Aussagen gelten zumindest für die Fälle, in denen die den Untersuchungen zugrundeliegende Weitwinkel-Reihenmeßkammer RMK A 15/23 benützt wurde oder wird. Doch darf angenommen werden, daß das Verfahren grundsätzlich für Weitwinkelkammern mit 150 mm Kammerkongstante brauchbar ist.

Schwieriger ist die Übertragung der Aussagen auf andere Kammertypen. Hier lassen jedoch die Resultate anderer Autoren (z.B. FÜRSTNER [14], MEIER [44], KUPFER [36], SCHÖRER [52]) erwarten, daß die Struktur der Genauigkeit im Modell etwa gleich bleibt und lediglich eine quantitative Verschiebung auftritt.

Zur Abklärung der angeschnittenen Detailfragen sind noch einige zusätzliche Ergebnisse notwendig, die im folgenden Abschnitt und in Kapitel IV bereitgestellt werden. Die eigentliche Untersuchung mit Hilfe der Varianz-Kovarianz-Matrix enthält Kapitel V.

5. Streckengenauigkeit im relativ orientierten Modell

Die Streckengenauigkeit spielt neben der Koordinatengenauigkeit in der Photogrammetrie eine besondere Rolle, da sie insbesondere für die Anwendung photogrammetrischer Verfahren bei Katastermessungen von ausschlaggebender Bedeutung ist. Denn im Kataster kommt es in erster Linie auf eine möglichst gute Festlegung der Punkte relativ zueinander an, während eine homogene Genauigkeit über weite Flächen hinweg nicht so wichtig ist. Das bedeutet, daß kurze Strecken im Vordergrund stehen. Deren begrenzte Genauigkeit hat lange Zeit verhindert, daß die Photogrammetrie als Aufnahmeverfahren für Katasterzwecke anerkannt wurde. Als Genauigkeitskriterium wird gerne die sogenannte Nachbargenauigkeit angegeben, das heißt die Genauigkeit von Strecken, die gegen Null gehen.

Aber auch außerhalb des Katasters geben die Strecken ein sehr anschauliches Maß für die Genauigkeitsleistung einer Punktbestimmung, zumal sie im Gelände direkt nachgeprüft werden können und sich daher gut zur einfachen Überprüfung der Festlegung von Punkten innerhalb eines Punktfeldes eignen.

Für die Modelle des Testfeldes Rheidt soll in erster Linie die Abhängigkeit der Streckengenauigkeit von der Streckenlänge untersucht werden, wobei ein Mittelwert über das ganze Modell benützt wird. Es werden aber auch einige Beispiele

angegeben, wie die Streckengenauigkeit von der Lage im Modell abhängt. Alle Angaben beziehen sich auf das mit allen Punkten relativ orientierte Modell (Orientierungsvariante 2).

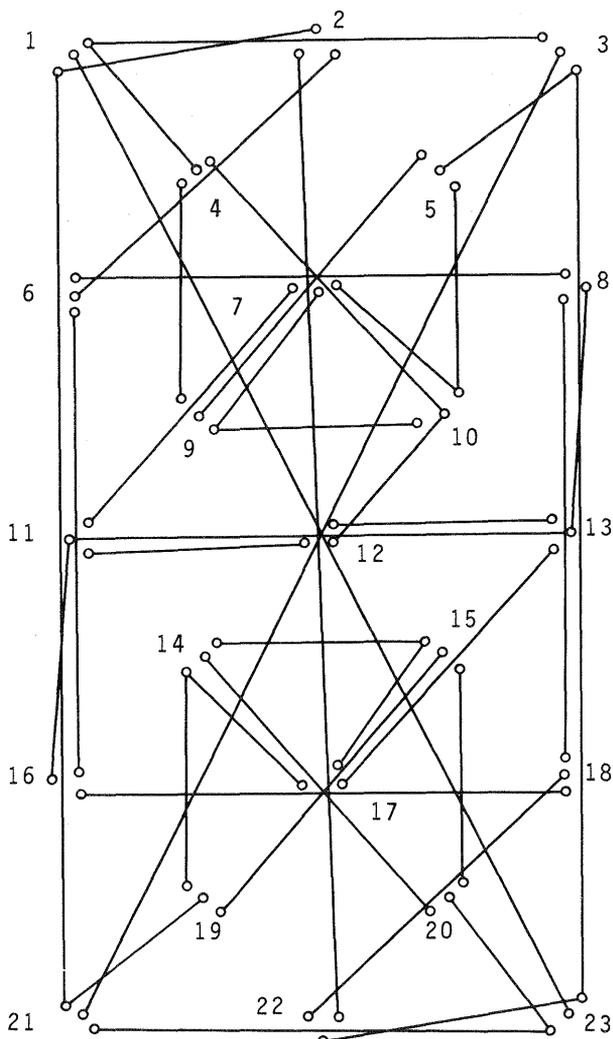
Für die Genauigkeitsuntersuchung werden die Strecken in verschiedene Klassen eingeteilt. Um eine möglichst sichere Aussage über die Abhängigkeit der mittleren Fehler von der Streckenlänge zu erhalten, sollten die untersuchten Strecken nicht miteinander korreliert sein. Dadurch ist es möglich, sie praktisch als "unabhängige Größen" zu behandeln, womit die statistische Forderung von unabhängigen Stichproben erfüllt wäre. Dieser Fall ist hier jedoch kaum gegeben, sodaß lediglich versucht wird, ihn möglichst gut anzunähern.

Aus diesem Grunde wird nur eine begrenzte Anzahl von Strecken pro Klasse aus-
sucht, wie die Tabelle 3.14 zeigt.

Intervallmitte	Anzahl der Strecken
ca. 0.5 mm	23
35 mm	9
50 mm	12
75 mm	8
100 mm	7
200 mm	5

Tabelle 3.14

Ausgewählte Strecken pro Modell
für die Genauigkeitsuntersuchung



In Abbildung 3.27 sind alle verwendeten Strecken eingezeichnet. Von den ganz kurzen Strecken wurde aus jeder Punktgruppe nur eine benützt, und zwar abwechselnd eine 3-m- und eine 6-m-Strecke im Gelände.

Abbildung 3.27

Ausgewählte Strecken für die Berechnung der empirischen Streckengenauigkeit

Die Genauigkeit wird für jedes Intervall modellweise berechnet und zu einem Mittelwert zusammengefaßt. Als Genauigkeitsmaß dient der quadratische Mittelwert σ_s der Restfehler zwischen den aus den ausgeglichenen Koordinaten berechneten Strecken und ihren aus den Soll-Koordinaten abgeleiteten "quasiwahren" Werten. Um einen Anhaltspunkt zu erhalten, wie stark die einzelnen Modelle vom Mittelwert abweichen, wird die Streuung σ_{σ_s} des quadratischen Mittelwertes pro Entfernungsintervall berechnet. Eine weitere Aussage über die erhaltenen mittleren Streckenfehler erlaubt das Konfidenzintervall, das für jede Entfernungsgruppe ermittelt wird.

Tabelle 3.15 zeigt die erhaltene Streckengenauigkeit für jedes Streckenintervall, die Streuung der mittleren Fehler der einzelnen Modelle gegenüber dem Mittelwert und die jeweiligen Vertrauensbereiche.

Strecke s (mm im Bild)	σ_s μm	σ_{σ_s} μm	Konfidenzintervalle				Strecken- anzahl
			$\alpha = 10 \%$		$\alpha = 1 \%$		
0.4	3.3	0.2	3.1	3.6	3.0	3.7	1033
33.0	6.7	0.6	6.0	7.6	5.6	8.1	402
46.2	6.1	0.5	5.5	6.8	5.2	7.2	531
66.5	7.1	0.8	6.3	8.1	5.9	7.8	361
94.2	9.7	1.1	8.5	11.2	8.0	12.1	304
196.3	8.2	1.0	7.2	9.7	6.5	10.7	223

Tabelle 3.15 Streckengenauigkeit in Abhängigkeit von der Streckenlänge

Die Konfidenzintervalle für die mittleren Streckenfehler σ_s können mit Hilfe einer statistischen Schätzung angegeben werden. Und zwar folgt der Quotient $\frac{(n-1) \cdot \hat{s}^2}{2}$ (mit \hat{s}^2 = empirischer Varianz) einer χ^2 -Verteilung und als Vertrauensbereich für die wahre Varianz σ^2 gilt dann (siehe z.B. KREYSZIG [35], S. 197):

$$\frac{(n-1) \hat{s}^2}{c_2} < \sigma^2 < \frac{(n-1) \hat{s}^2}{c_1} \quad (3.29)$$

c_1 und c_2 sind aus Tabellen der χ^2 -Verteilung zu entnehmen, wobei als Eingangsparameter die Anzahl der Freiheitsgrade $(n-1)$ und die Werte β_1 und β_2 dienen, die vom Signifikanzniveau α abhängen.

$$\beta_1 = \frac{\alpha}{2} \quad \beta_2 = 1 - \frac{\alpha}{2} \quad (3.30)$$

Das bedeutet, daß bei einem Signifikanzniveau $\alpha = 10 \%$ zur Entnahme von c_1 mit $\beta_1 = 5 \%$ und zur Entnahme von c_2 mit $\beta_2 = 95 \%$ in die Tabelle eingegangen werden muß.

Wie üblich soll auf dem 1 %- und dem 10 %-Niveau getestet werden. Da für den vorliegenden Fall die Anzahl der Freiheitsgrade nicht vertafelt ist, werden Näherungswerte für c_1 und c_2 benützt, für die in KREYSZIG [35], S. 403, folgende Formeln angegeben sind:

$$\beta = 0.5 \% \quad c = \frac{1}{2} (h - 2.58)^2 \quad (3.31a)$$

$$\beta = 5 \% \quad c = \frac{1}{2} (h - 1.64)^2 \quad (3.31b)$$

$$\beta = 95 \% \quad c = \frac{1}{2} (h + 1.64)^2 \quad (3.31c)$$

$$\beta = 99.5 \% \quad c = \frac{1}{2} (h + 2.58)^2 \quad (3.31d)$$

mit

$$h = \sqrt{2(n-1) - 1} \quad (3.32)$$

Die Abhängigkeit der mittleren Streckenfehler von der Streckenlänge in graphischer Darstellung zeigt die Abbildung 3.28. Hier sind auch die Vertrauensbereiche für $\alpha = 10\%$ eingetragen.

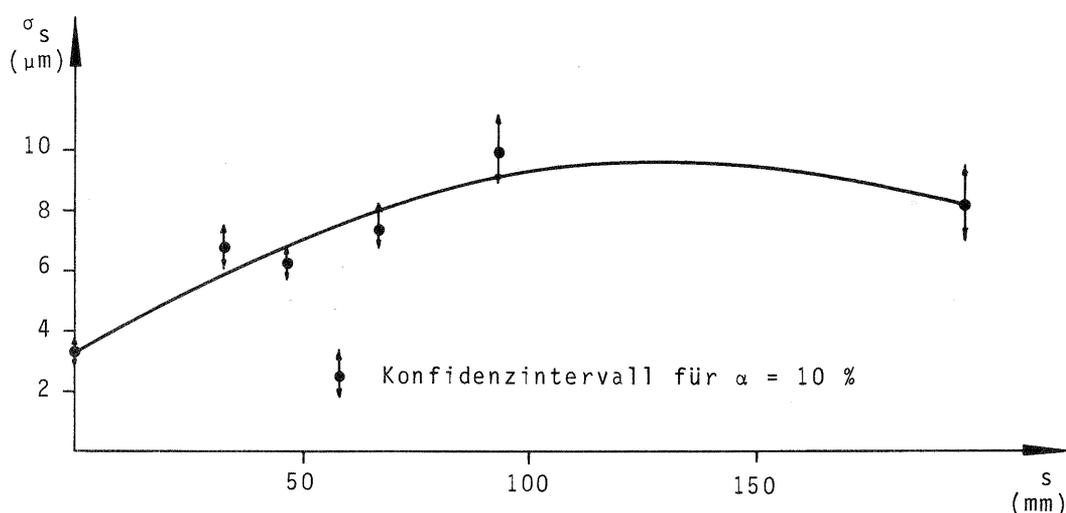


Abbildung 3.28 Streckengenauigkeit im relativ orientierten Modell

Bemerkenswert ist, daß die mittleren Streckenfehler, die anfangs mit wachsender Entfernung zunehmen, bei Strecken, die größer als etwa 150 mm im Bild sind, wieder etwas abnehmen. Dieses Verhalten liegt daran, daß die langen Strecken nur aus den je drei Punkten des oberen und unteren Modellrandes berechnet werden können, die eine sehr starke gegenseitige Korrelation aufweisen. Da diese Korrelation größtenteils gleichgerichtet ist, muß die Streckengenauigkeit gegenüber der Koordinatengenauigkeit der Anfangs- und Endpunkte relativ höher sein.

Insgesamt wird aber bestätigt, daß die mittleren Streckenfehler in der Photogrammetrie von der Streckenlänge abhängen (siehe z.B. FÜRSTNER [13], PAPE [48], HEIMES [25]).

Als Grenzwert für die Nachbargenauigkeit ergibt sich mit

$$\sigma_{s \rightarrow 0} = 3.3 \mu\text{m}$$

ein sehr guter Wert, der die Leistungsfähigkeit der Photogrammetrie hinsichtlich der Genauigkeit deutlich unter Beweis stellt. Die erhaltene Streuung steht im Einklang mit den von KUPFER [36] ebenfalls aus dem Testfeld Rheidt ermittelten Ergebnissen, die bei verschiedenen Weitwinkelflügen zwischen $\sigma_{s \rightarrow 0} = 2.8 \mu\text{m}$ und $\sigma_{s \rightarrow 0} = 4.8 \mu\text{m}$ liegen.

Zum Schluß seien noch einige Beispiele angegeben, wie die Streckengenauigkeit etwa gleichlanger Strecken von ihrer Lage und Richtung im Modell abhängt. Es werden Strecken von etwa 50 mm und 70 mm Länge ausgewählt. Die Anordnung der Strecken und ihre mittleren Fehler sind in Abbildung 3.29 dargestellt.

Wie nach der Koordinatengenauigkeit zu erwarten war, sind die Strecken, die im Randbereich des Modells liegen, ungenauer als jene in Modellmitte. Dabei ist es gleichgültig, in welcher Richtung die Strecke verläuft.

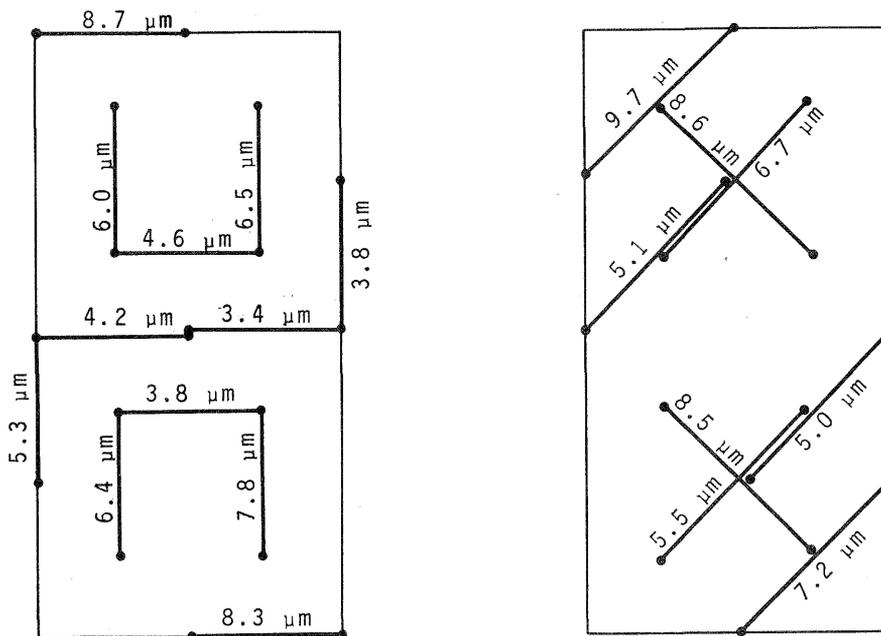


Abbildung 3.29 Streckengenauigkeit in Abhängigkeit der Lage und Richtung im Modell

Mit diesen Betrachtungen soll die Genauigkeitsuntersuchung im relativ orientierten photogrammetrischen Einzelmodell abgeschlossen werden. Das folgende Kapitel wird sich mit analogen Fragen im absolut orientierten Modell befassen, da letzten Endes die Genauigkeit im Gelände für die Photogrammetrie von entscheidender Bedeutung ist.

IV. GENAUIGKEITSUNTERSUCHUNGEN IM ABSOLUT ORIENTIERTEN MODELL

1. Zielsetzung

In diesem Kapitel soll versucht werden, die Frage der Genauigkeit im absolut orientierten Modell allgemein zu klären, wobei insbesondere eine Aussage über den Unterschied zwischen strenger Bündel- und stufenweiser Modellorientierung gemacht werden soll. Hierzu wird ein rein empirischer Weg gewählt, indem praktische Ausgleichungen durchgeführt und die Ergebnisse nach den gesuchten Gesichtspunkten dargestellt werden. Darüber hinaus sollen aber auch die Voraussetzungen geschaffen werden, um die Übereinstimmung der Varianz-Kovarianz-Matrizen aus direkt-empirischer Bestimmung und fehlertheoretischer Ableitung zu prüfen und praktische Anwendungsmöglichkeiten nachzuweisen.

Mit dem Versuchsmaterial des Testfeldes Rheidt werden fünf weitere Orientierungsvarianten durchgerechnet, wobei die absolute Orientierung außer in einem Fall durch Einpassung auf vier Paßpunkte in den Ecken des Modells erfolgt. Für die relative Orientierung dienen zum einen die üblichen sechs und zum anderen alle gemessenen Bildpunkte. Die Varianten sind im einzelnen:

1. Strenge Ausgleichung nach der Bündellösung.
Relative Orientierung mit 6 Punkten, absolute Orientierung mit 4 Paßpunkten.
2. Strenge Ausgleichung nach der Bündellösung.
Relative Orientierung mit allen Punkten, absolute Orientierung mit 4 Paßpunkten.
3. Strenge Ausgleichung nach der Bündellösung.
Relative Orientierung mit allen Punkten, absolute Orientierung mit allen Punkten als Paßpunkte.
4. Klassische Zweistufenorientierung.
Relative Orientierung mit 6 Punkten, absolute Orientierung mit 4 Paßpunkten.
5. Klassische Zweistufenorientierung.
Relative Orientierung mit allen Punkten, absolute Orientierung mit 4 Paßpunkten.

Für die Berechnung der fünf Varianten werden die entsprechenden in II.2 und II.3 beschriebenen Rechenprogramme verwendet. Als Genauigkeitskriterium dienen wie in Kap. III. die mittlere Genauigkeit im Modell, die sich als quadratischer Mittelwert der Restfehler an den Geländepunkten aus allen Modellen ergibt, sowie die Elemente einer empirisch gebildeten Varianz-Kovarianz-Matrix der Geländekoordinaten. Es sei noch darauf hingewiesen, daß als x-Richtung grundsätzlich die Flugrichtung verstanden wird, was bei den unterschiedlichen Fluganordnungen zu berücksichtigen ist.

2. Strenge Orientierung nach der Bündelmethode

2.1 Mittlere Genauigkeit im Modell

Die Berechnung der quadratischen Mittelwerte der Restfehler zwischen den transformierten Koordinaten der Geländepunkte und ihren Sollwerten erfolgt sowohl durch Mittelung über alle Punkte eines Modells als auch über alle 47 Modelle.

Die Ergebnisse werden in cm in der Natur und in μm , bezogen auf den Bildmaßstab, angegeben und in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

σ_x	σ_y	σ_z	
Variante 1 (Rel. Or. m. 6, abs. Or. m. 4 Punkten)			
4.4	5.6	10.2	cm in der Natur
4.1	5.3	9.7	μm im Bild
Variante 2 (Rel. Or. m. allen, abs. Or. m. 4 Punkten)			
5.0	6.1	11.2	cm in der Natur
4.7	5.8	10.7	μm im Bild

Tabelle 4.1 Mittlere Genauigkeit nach strenger Bündelorientierung

Zunächst fällt auf, daß die Koordinatengenauigkeit höher ist, wenn nur sechs Punkte für die relative Orientierung benützt werden. Dies könnte damit erklärt werden, daß die sechs Orientierungspunkte auch die vier Paßpunkte enthalten, so daß bei der Einpassung kein so großer Zwang entsteht wie bei der Verwendung von allen Punkten zur relativen Orientierung. Zusätzlich zeigt ein statistischer F-Test, daß die Unterschiede der Varianzen weder auf dem 10 %- noch auf dem 1 %-Niveau signifikant sind. Dieses Ergebnis wurde auch schon bei der Genauigkeitsuntersuchung im relativ orientierten Modell erhalten (siehe III.1.3, S. 39).

An dieser Stelle sollte noch näher auf das praktische Ausgleichungsverfahren bei der Verwendung von nur 6 Punkten zur relativen Orientierung eingegangen werden. In diesem Fall zerfällt die Ausgleichung in zwei Teile. Im ersten Teil werden unter der Benützung der 24 Fehlergleichungen (je zwei im linken und rechten Bild für sechs Punkte) die zwölf Orientierungsparameter und die sechs Koordinaten der beiden unbekannt Punkte nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt. Der zweite Teil enthält die Berechnung der Geländekoordinaten der übrigen gemessenen Punkte, die ebenfalls über eine Ausgleichung erreicht wird. Die Fehlergleichungen enthalten hier nur noch die Geländekoordinaten der Punkte als Unbekannte und nicht mehr die Orientierungsparameter, die als bekannte Konstanten eingeführt werden. Es zeigt sich, daß die Fehlergleichungen eines Punktes jeweils unabhängig von den übrigen sind, sodaß die Ausgleichung für jeden Punkt getrennt angesetzt werden kann. Dadurch wird die Rechnung wesentlich vereinfacht.

Für beide Orientierungsvarianten erhält man nach der Ausgleichung mittlere Fehler der Gewichtseinheit. Ihre quadratischen Mittelwerte aus allen Modellen lauten

$$\begin{array}{l} \text{Variante 1} \quad \sigma_0 = 5.4 \mu\text{m} \\ \text{Variante 2} \quad \sigma_0 = 2.9 \mu\text{m} \end{array}$$

Beide Werte sind signifikant größer als die entsprechenden σ_0 der relativen Orientierung (s. III.1.3, S. 38). Dies liegt daran, daß bei der Berechnung der Verbesserungen nicht nur die photogrammetrische Meßgenauigkeit sondern auch der Einpaßzwang auf die terrestrischen Paßpunkte berücksichtigt wird. Der große Unterschied zwischen Variante 1 (6 Punkte für die rel. Orientierung) und Variante 2 (alle Punkte) ist dadurch zu erklären, daß im ersten Fall die Verbesserungen an den Bildkoordinaten der Paßpunkte dominieren, die grundsätzlich die Maximalwerte aller Verbesserungen darstellen. Weiterhin könnte es ein Hinweis darauf sein, daß das Gewichtsverhältnis zwischen den gemessenen Bildkoordinaten und den Paßpunktkoordinaten nicht den tatsächlichen Verhältnissen entspricht.

Die empirischen Meßdaten können nun wie in III.1.4, S. 39, gefiltert werden, das heißt, es wird die Standardabweichung des unregelmäßigen Anteils vom Gesamtfehler abgespalten. Abweichend vom relativ orientierten Modell zeigt sich aber jetzt, daß die Geländekoordinaten nach der absoluten Orientierung zusätzlich noch einen deterministischen Anteil enthalten (siehe Abbildung 4.1, S.102). Die Filterung kann trotzdem nach der angegebenen Methode erfolgen, da die Größe des Trend nicht benötigt wird. Es ist lediglich zu beachten, daß der Wert $C(0)$, also die Kovarianz von unendlich dicht benachbarten Punkten, sowohl den stochastischen Anteil s als auch die Deterministik t enthält. Wenn dagegen eine Kovarianzfunktion berechnet werden sollte, müßte der Trend vorher auf irgendeine Weise eliminiert werden, wie es insbesondere bei der Anwendung von Prädiktionsverfahren vorgeschrieben ist (GRAFAREND [20]). Der unregelmäßige Anteil r ergibt sich aber in jedem Fall richtig.

Aus den Restfehlern der Koordinaten nach der absoluten Orientierung werden sämtliche Kovarianzen der sehr dicht benachbarten Punkte einer Punktgruppe gebildet und über das Modell gemittelt. Anschließend erfolgt eine Mittelung über alle 47 Modelle. Die so erhaltene Kovarianz $C(0)$ enthält sowohl den stochastischen als auch den deterministischen Anteil. In Tabelle 4.2 sind die Ergebnisse getrennt nach den drei Koordinaten x , y und z für beide Orientierungsvarianten zusammengestellt. Der Gesamtfehler σ_k ist zur Verdeutlichung mit angegeben.

	Orientierungsvariante 1			Orientierungsvariante 2		
	x	y	z	x	y	z
σ_k	4.1	5.3	9.7	4.7	5.8	10.7
σ_{s+t}	3.4	4.5	8.7	4.1	5.0	9.7
σ_r	2.3	2.8	4.4	2.4	2.8	4.4
$\sigma_{s+t}(\max)$	4.8	9.0	13.4	6.3	9.8	16.6
$\sigma_{s+t}(\min)$	1.6	1.4	4.7	2.1	1.3	4.0
$\sigma_r(\max)$	3.0	4.9	6.8	3.0	4.9	6.8
$\sigma_r(\min)$	1.5	1.8	2.9	1.5	1.5	2.8

Tabelle 4.2 Ergebnisse der Filterung nach strenger absoluter Orientierung.
Zahlenwerte in μm im Bildmaßstab

Die Standardabweichung σ_r des unregelmäßigen Anteils stimmt mit derjenigen nach der relativen Orientierung überein. Dies war zu erwarten, da der reine Meßfehler r unabhängig von der absoluten Orientierung sein muß. Die Übereinstimmung bestätigt auch, daß die gewählte Methode der Filterung funktionsfähig ist.

Nach diesen pauschalen Genauigkeitsangaben zur absoluten Orientierung im Modell soll im nächsten Abschnitt die Genauigkeitsstruktur im einzelnen untersucht werden.

2.2 Genauigkeitsstruktur im Modell

Zur Erfassung der Genauigkeitsstruktur im absolut orientierten Modell wird nach dem in III.2, S. 42, beschriebenen Verfahren eine vollständige Varianz-Kovarianz-Matrix aufgestellt. Diese soll sich ebenfalls auf die Punkte des sogenannten Durchschnittsmodells beziehen, die als repräsentativ für den ganzen Modellbereich gelten.

Das Durchschnittsmodell zeigt auch nach der absoluten Orientierung noch Deformationen, die sich für jeden Punkt aus der Summe der Restfehler über alle Modelle berechnen lassen (siehe Formel (3.9), S. 49). Diese allen Modellen gemeinsamen konstanten systematischen Fehler sind im statistischen Sinn als Trend aufzufassen. Tabelle 4.3 enthält die quadratischen Mittelwerte aller Punkte sowie die auftretenden Maximal- und Minimalwerte von t_i , die für beide Orientierungsvarianten gelten.

	t_x	t_y	t_z	
Quadr. Mittel	0.01	0.02	0.14	μm
Max. Wert	0.04	0.05	-0.24	μm
Min. Wert	0.00	0.00	-0.01	μm

Tabelle 4.3 Deformationen (Trend) im Durchschnittsmodell nach strenger absoluter Orientierung

Während die Lagedeformationen praktisch vernachlässigbar sind, ist in der Höhe ein relativ großer Trend vorhanden. Zu dessen Veranschaulichung sind die Werte von t_i in Abbildung 4.1 für die einzelnen Punkte graphisch dargestellt. Ihre Größe und Form unterscheidet sich von jener, die nach der relativen Orientierung auftritt, und läßt den Einfluß der Einpassung auf die vier Paßpunkte erkennen (vgl. Abbildung 3.6 oder 3.7, S. 50, 51).

Die nähere Angabe der Genauigkeitsverteilung im absolut orientierten Modell nach der Bündelmethode erfolgt nun anhand der einzelnen Elemente der Varianz-Kovarianz Matrix.

2.2.1 Varianzen und Streuungen

Die Elemente der Hauptdiagonalen der Varianz-Kovarianz-Matrix geben die Varianzen der Koordinaten der einzelnen Punkte des Durchschnittsmodells an. Aus ihnen lassen sich auftretende Genauigkeitsunterschiede innerhalb des Modells ablesen. Nach Umrechnung der Varianzen in entsprechende Standardabweichungen und Gewichtskoeffizienten werden diese in der schon in III.2.4, S. 52, gewählten Weise dargestellt, indem jeder Wert an die Stelle geschrieben wird, die der Lage des Punktes im Modell entspricht.

Abbildung 4.2 enthält die Streuungen der Koordinaten für die Orientierungsvariante 1 (6 Punkte für die relative Orientierung) und Abbildung 4.3 die nach Formel (3.10), S. 52, berechneten Gewichtskoeffizienten mit Angabe der jeweils benützten mittleren Gewichtseinheitsfehler σ_0 . Die Abbildungen 4.4 und 4.5 gelten entsprechend für die Orientierungsvariante 2, bei der alle Bildpunkte zur relativen Orientierung beitragen.

Ein Vergleich mit der Genauigkeitsstruktur des Modells vor der absoluten Orientierung (Abbildungen 3.8 bis 3.11, S. 53 - 56) zeigt folgende Merkmale:

1. Die Genauigkeitsverteilung im Modell ist wesentlich gleichmäßiger. Die Streuungen der Koordinaten zwischen Modellmitte und -ecken verhalten sich noch wie etwa 1 : 1.5 in σ_x , 1 : 2 in σ_y und 1 : 1.2 in σ_z . Das Verhältnis beträgt zwischen Modellmitte und linkem bzw. rechtem Rand etwa 1 : 1.3 für σ_x und σ_z bzw. 1 : 1.5 für σ_y .

2. Der Punkt mit der genauesten räumlichen Lage liegt jetzt in der Modellmitte. Doch beträgt sein Genauigkeitsunterschied zu dem Punkt in der Mitte der oberen oder unteren Modellhälfte nur etwa $\Delta\sigma_p = 0.5 \mu\text{m}$, was statistisch nicht signifikant ist. Für den räumlichen Punktfehler selbst erhält man $\sigma_{p_{\text{Mitte}}} = 10.5 \mu\text{m}$.

2.2.2 Korrelationen

Das Vorhandensein von Korrelationen läßt sich an den nichtverschwindenden Elementen außerhalb der Hauptdiagonalen der Varianz-Kovarianz-Matrix ablesen. Da zwischen den beiden Orientierungsvarianten keine statistisch signifikanten Unterschiede auftreten, soll im folgenden nur die Variante 2 betrachtet werden, bei der alle Bildpunkte zur relativen Orientierung benützt werden.

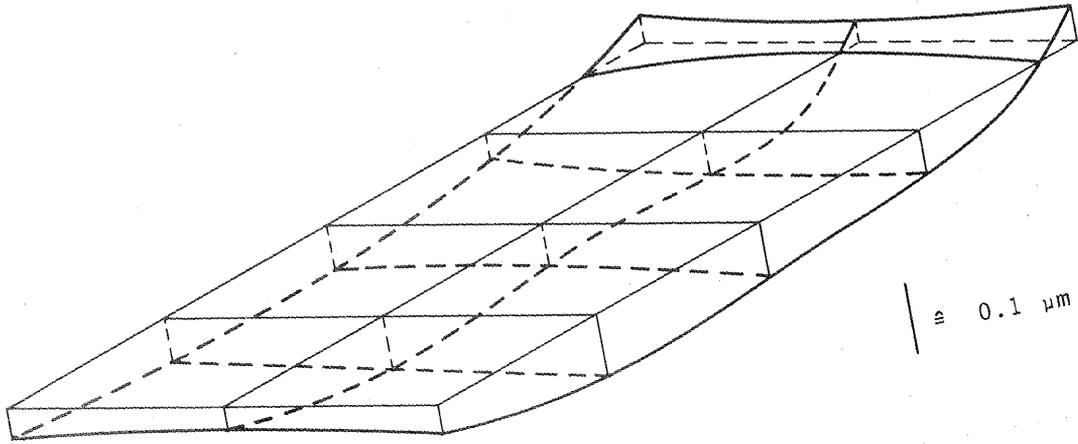
Zur besseren Anschauung wird die Gesamtmatrix gemäß Abbildung 3.12, S. 58, in sechs Submatrizen unterteilt, welche die Auto- und Kreuzkovarianzen der drei Koordinaten x , y und z getrennt darstellen. Auf eine Angabe der Kovarianzen selbst wird jedoch verzichtet, da deren Zahlenwerte alleine nicht aussagekräftig genug sind. Stattdessen sind in Tabelle 4.4, S. 107, die Autokorrelationskoeffizienten für die x -, y - und z -Koordinaten und in Tabelle 4.5, S. 110, die Kreuzkorrelationskoeffizienten zwischen x und y enthalten. Es sei nochmals betont, daß die Zeilen- bzw. Spaltennumerierung der einzelnen Matrizen direkt die Nummern der Punkte im Durchschnittsmodell angibt (siehe Abbildung 3.4, S. 47).

Signifikante Autokorrelationen in x sind praktisch nur noch im mittleren Bereich des Modells festzustellen. Benachbarte Punkte sind hier bis zu 70 % miteinander korreliert, und zwar immer positiv. Die Korrelation der vier Eckpunkte, die vor der absoluten Orientierung die stärkste innerhalb des Modells war, geht jetzt zurück auf etwa 30 % bis 50 %.

Bei der y -Koordinate ist die Korrelation zwischen den Modellrändern und im Modellinnern nach der absoluten Orientierung etwa gleich geblieben wie nach der relativen Orientierung. Es verschwinden jedoch praktisch die Abhängigkeiten zwischen oberem bzw. unterem Rand und dem Innern des Modells, die vorher am größten waren. Der Maximalwert der Korrelationskoeffizienten in y beträgt $r_{yy_{\text{max}}} = 0.7$.

Die Autokorrelationen in z sind durch die absolute Orientierung etwas größer geworden, treten aber praktisch nur zwischen benachbarten Punkten auf. Sie betragen im Durchschnitt etwa 40 % bis 50 % und sind unabhängig von der Lage der Punkte im Modell. Bemerkenswert ist, daß auch nach der absoluten Orientierung keine signifikante Kreuzkorrelation zwischen x und z bzw. y und z vorhanden ist. Das heißt, daß auch im absolut orientierten Modell Lage und Höhe als unabhängig voneinander betrachtet werden können.

Dies gilt nicht für die Kreuzkorrelation zwischen x und y . Hier bleibt die Abhängigkeit der beiden Koordinaten für denselben Punkt etwa gleich wie vor der Einpassung auf Paßpunkte, während x und y zwischen verschiedenen Punkten etwas geringere Korrelationskoeffizienten aufweisen. Der Maximalwert beträgt ca. $r_{xy_{\text{max}}} = 0.7$.



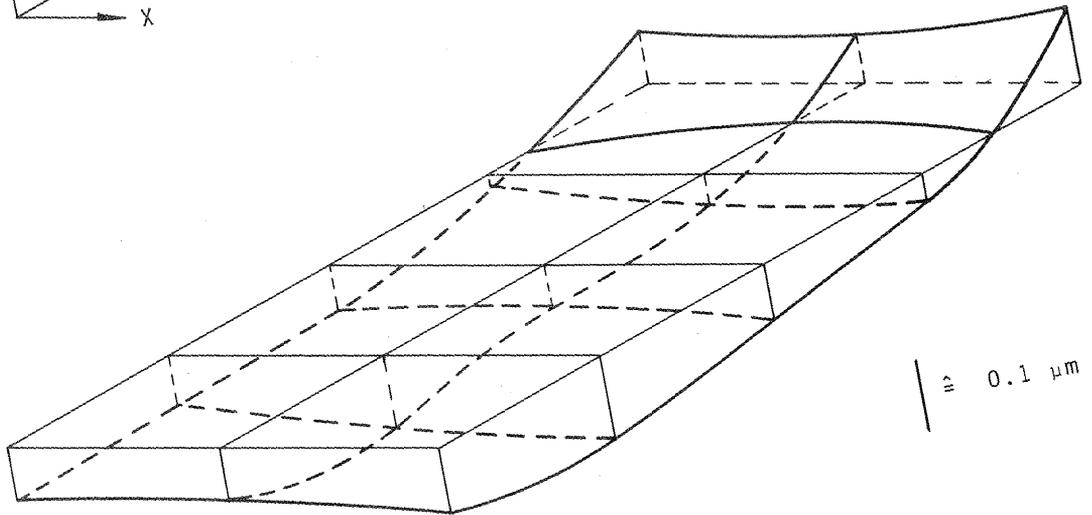
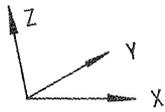
Relative Orientierung mit 6 Punkten

Quadratisches Mittel

$$t_x = 0.01 \mu\text{m}$$

$$t_y = 0.02 \mu\text{m}$$

$$t_z = 0.14 \mu\text{m}$$



Relative Orientierung mit allen Punkten

Abbildung 4.1 Höhendeformation im Durchschnittsmodell nach strenger Bündelorientierung
Einpassung auf vier Paßpunkte in den Modellecken

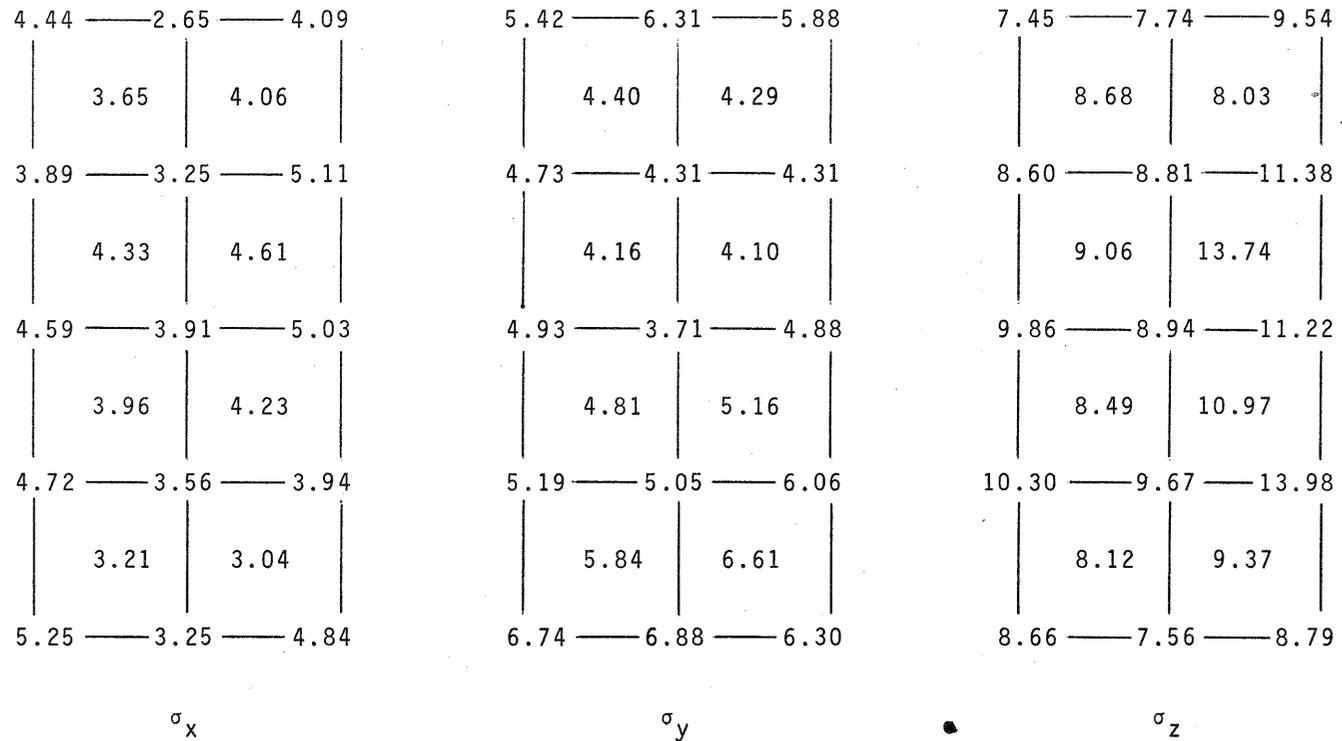


Abbildung 4.2 Mittlere Koordinatenfehler nach der strengen Bündelorientierung
 Relative Orientierung mit 6 Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten
 Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab

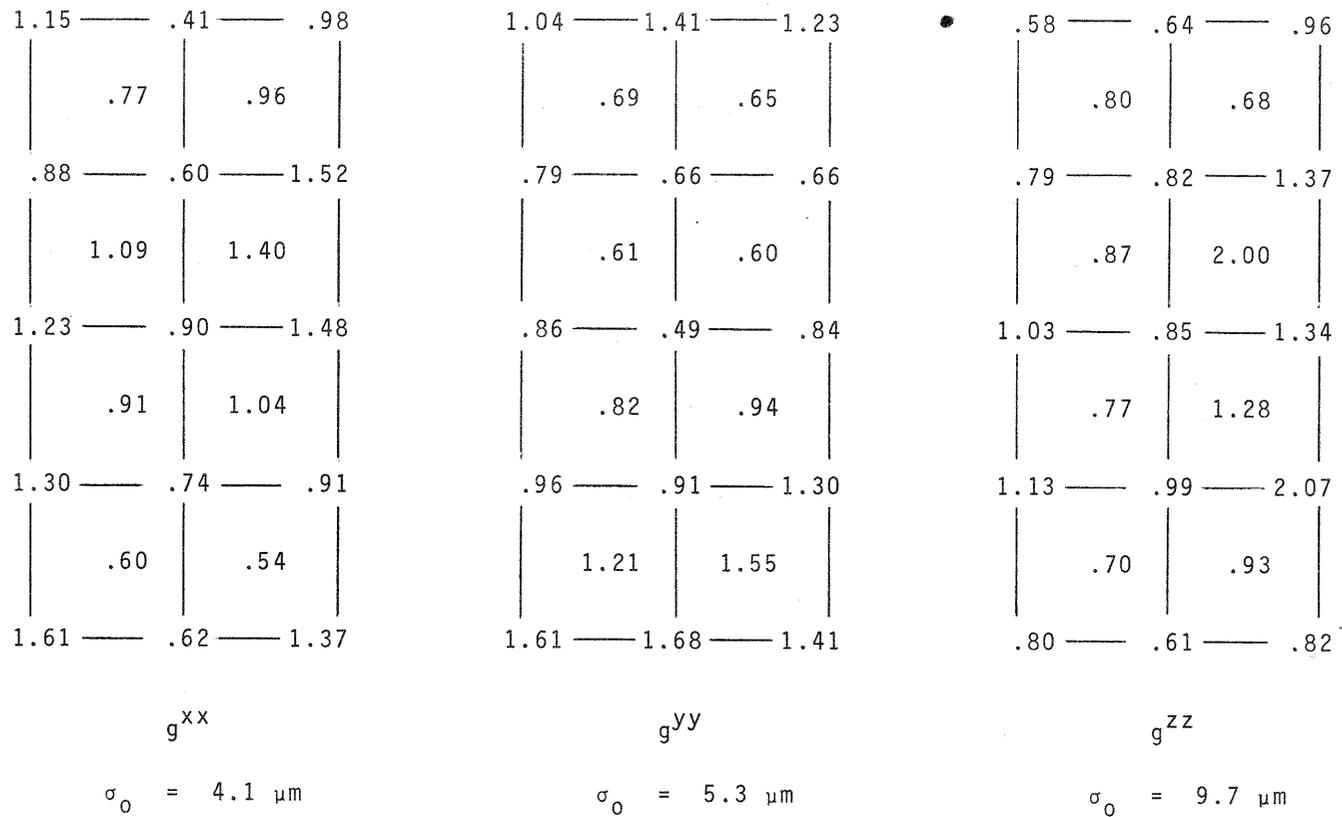


Abbildung 4.3 Gewichtskoeffizienten der Koordinaten nach der Bündelorientierung
 Relative Orientierung mit 6 Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten

6.05	2.62	5.98
3.66	4.83	
4.02	3.22	6.05
4.21	5.06	
4.62	3.97	4.99
4.20	3.93	
5.36	3.63	4.31
3.79	3.28	
6.90	3.36	6.96

σ_x

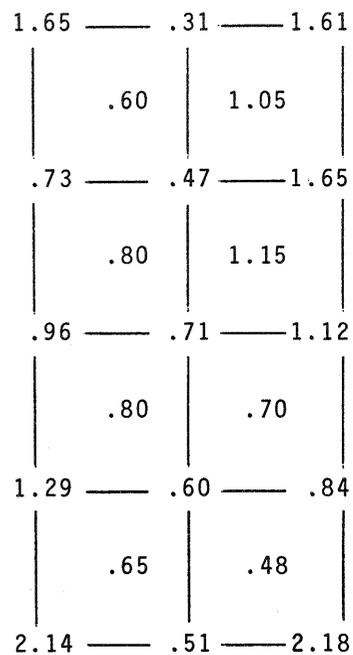
6.67	7.77	7.51
4.42	4.36	
4.75	4.06	4.50
4.25	4.53	
5.00	3.58	5.03
4.23	4.36	
4.57	4.39	5.56
6.12	7.01	
8.02	8.71	8.17

σ_y

9.97	9.77	12.76
8.00	7.77	
8.33	7.78	10.58
8.52	13.03	
9.88	9.07	11.40
9.08	12.15	
11.27	11.34	15.68
10.00	12.16	
10.58	10.09	12.59

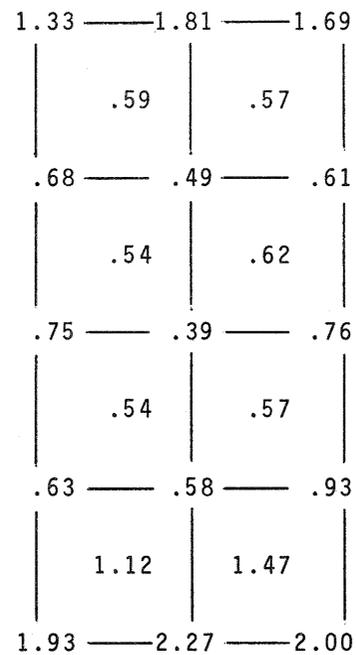
σ_z

Abbildung 4.4 Mittlere Koordinatenfehler nach der strengen Bündelorientierung
 Relative Orientierung mit allen Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten
 Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab



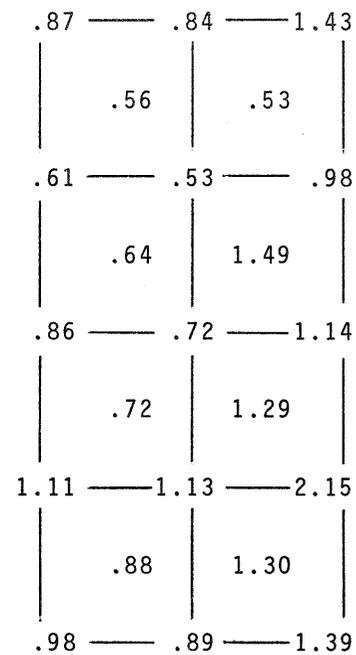
g^{xx}

$\sigma_0 = 4.7 \mu\text{m}$



g^{yy}

$\sigma_0 = 5.8 \mu\text{m}$



g^{zz}

$\sigma_0 = 10.7 \mu\text{m}$

Abbildung 4.5 Gewichtungskoeffizienten der Koordinaten nach der Bündelorientierung
 Relative Orientierung mit allen Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN X MAL X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	-.161	-.647	.145	-.591	.408	-.391	-.593	-.411	-.556	-.123	-.500
2	-.161	1.000	.315	.074	.318	.019	.360	.327	.234	.213	.243	.278
3	-.647	.315	1.000	-.074	.736	-.202	.597	.693	.526	.516	.265	.614
4	.145	.074	-.074	1.000	-.024	.341	-.108	-.229	.079	-.114	.013	.070
5	-.591	.318	.736	-.024	1.000	-.205	.557	.675	.495	.662	.342	.643
6	.408	.019	-.202	.341	-.205	1.000	-.010	-.253	-.079	-.337	.232	-.045
7	-.391	.360	.597	-.108	.557	-.010	1.000	.672	.600	.566	.468	.692
8	-.593	.327	.693	-.229	.675	-.253	.672	1.000	.449	.692	.424	.696
9	-.411	.234	.526	.079	.495	-.079	.600	.449	1.000	.449	.519	.585
10	-.556	.213	.516	-.114	.662	-.337	.566	.692	.449	1.000	.269	.687
11	-.123	.243	.265	.013	.342	.232	.468	.424	.519	.269	1.000	.563
12	-.500	.278	.614	.070	.643	-.045	.692	.696	.585	.687	.563	1.000
13	-.388	.105	.562	-.081	.480	-.011	.633	.632	.503	.525	.484	.723
14	-.526	.320	.410	-.113	.541	-.084	.524	.572	.623	.490	.398	.543
15	-.515	.214	.523	-.088	.528	-.169	.565	.629	.577	.670	.386	.580
16	-.339	.236	.472	-.008	.386	.048	.585	.658	.623	.437	.529	.542
17	-.327	.163	.447	-.209	.385	-.150	.603	.590	.595	.504	.494	.629
18	.422	-.180	-.242	.162	-.176	.179	-.247	-.285	-.096	-.076	.037	-.025
19	-.410	.087	.389	.106	.479	.003	.374	.461	.507	.471	.254	.401
20	.300	-.287	-.306	.010	-.234	.271	-.298	-.299	-.254	-.131	-.126	-.121
21	-.566	.203	.664	-.098	.609	-.132	.656	.688	.594	.548	.433	.657
22	-.008	-.053	-.031	-.246	.040	-.094	.104	.205	.052	.401	.050	.186
23	.746	-.250	-.624	.070	-.686	.357	-.499	-.636	-.396	-.582	-.243	-.552

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-.388	-.526	-.515	-.339	-.327	.422	-.410	.300	-.566	-.008	.746
2	.105	.320	.214	.236	.163	-.180	.087	-.287	.203	-.053	-.250
3	.562	.410	.523	.472	.447	-.242	.389	-.306	.664	-.031	-.624
4	-.081	-.113	-.088	-.008	-.209	.162	.106	.010	-.098	-.246	.070
5	.480	.541	.528	.386	.385	-.176	.479	-.234	.609	.040	-.686
6	-.011	-.084	-.169	.048	-.150	.179	.003	.271	-.132	-.094	.357
7	.633	.524	.565	.585	.603	-.247	.374	-.298	.656	.104	-.499
8	.632	.572	.629	.658	.590	-.285	.461	-.299	.688	.205	-.636
9	.503	.623	.577	.623	.595	-.096	.507	-.254	.594	.052	-.396
10	.525	.490	.670	.437	.504	-.076	.471	-.131	.548	.401	-.582
11	.484	.398	.386	.529	.494	.037	.254	-.126	.433	.050	-.243
12	.723	.543	.580	.542	.629	-.025	.401	-.121	.657	.186	-.552
13	1.000	.352	.492	.434	.558	.083	.270	-.085	.517	.131	-.356
14	.352	1.000	.536	.594	.540	-.265	.557	-.175	.578	.159	-.474
15	.492	.536	1.000	.608	.661	-.195	.563	-.151	.520	.263	-.382
16	.434	.594	.608	1.000	.573	-.243	.639	-.183	.658	.270	-.345
17	.558	.540	.661	.573	1.000	-.041	.456	-.074	.593	.316	-.286
18	.083	-.265	-.195	-.243	-.041	1.000	-.249	.588	-.328	.198	.439
19	.270	.557	.563	.639	.456	-.249	1.000	-.113	.681	.314	-.370
20	-.085	-.175	-.151	-.183	-.074	.588	-.113	1.000	-.278	.335	.458
21	.517	.578	.520	.658	.593	-.328	.681	-.278	1.000	.221	-.594
22	.131	.159	.263	.270	.316	.198	.314	.335	.221	1.000	.114
23	-.356	-.474	-.382	-.345	-.286	.439	-.370	.458	-.594	.114	1.000

TABELLE 4.4 A ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL [BUENDELLOESUNG]

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN Y MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	.664	.432	.411	.198	.241	.247	-.244	-.003	-.281	.059	-.133
2	.664	1.000	.613	.270	.215	.039	.160	-.133	-.154	-.276	-.098	-.162
3	.432	.613	1.000	-.022	.307	-.153	.115	-.051	-.287	-.202	-.115	.013
4	.411	.270	-.022	1.000	.224	.476	.377	.060	.294	.089	.352	.130
5	.198	.215	.307	.224	1.000	.394	.456	.386	.275	.293	.372	.269
6	.241	.039	-.153	.476	.394	1.000	.653	.327	.472	.330	.542	.272
7	.247	.160	.115	.377	.456	.653	1.000	.477	.527	.461	.562	.459
8	-.244	-.133	-.051	.060	.386	.327	.477	1.000	.386	.639	.505	.525
9	-.003	-.154	-.287	.294	.275	.472	.527	.386	1.000	.571	.568	.468
10	-.281	-.276	-.202	.089	.293	.330	.461	.639	.571	1.000	.424	.532
11	.059	-.098	-.115	.352	.372	.542	.562	.505	.568	.424	1.000	.595
12	-.133	-.162	.013	.130	.269	.272	.459	.525	.468	.532	.595	1.000
13	-.181	-.187	-.089	.092	.230	.220	.393	.681	.405	.625	.466	.616
14	.148	.039	.011	.167	.191	.285	.423	.218	.552	.328	.526	.560
15	.223	.177	.144	.092	.125	.207	.302	.208	.280	.378	.254	.283
16	.371	.298	.372	.207	.219	.093	.224	.045	.226	.070	.351	.404
17	.422	.404	.444	.130	.275	.022	.165	.064	.195	.105	.212	.306
18	.452	.414	.435	.142	.103	.044	.167	.074	.210	.145	.167	.281
19	.466	.474	.616	-.016	.223	-.082	.065	-.117	-.069	-.187	.092	.115
20	.537	.612	.606	.186	.187	-.161	-.009	-.265	-.087	-.152	-.159	.013
21	.409	.404	.601	.037	.110	-.213	-.099	-.285	-.214	-.301	-.119	.023
22	.589	.563	.532	.206	.293	.000	.095	-.244	-.070	-.240	-.067	.005
23	.551	.643	.491	.192	.141	-.034	.040	-.159	-.110	-.183	-.163	-.200

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-.181	.148	.223	.371	.422	.452	.466	.537	.409	.589	.551
2	-.187	.039	.177	.298	.404	.414	.474	.612	.404	.563	.643
3	-.089	.011	.144	.372	.444	.435	.616	.606	.601	.532	.491
4	.092	.167	.092	.207	.130	.142	-.016	.186	.037	.206	.192
5	.230	.191	.125	.219	.275	.103	.223	.187	.110	.293	.141
6	.220	.285	.207	.093	.022	.044	-.082	-.161	-.213	.000	-.034
7	.393	.423	.302	.224	.165	.167	.065	-.009	-.099	.095	.040
8	.681	.218	.208	.045	.064	.074	-.117	-.265	-.285	-.244	-.159
9	.405	.552	.280	.226	.195	.210	-.069	-.087	-.214	-.070	-.110
10	.625	.328	.378	.070	.105	.145	-.187	-.152	-.301	-.240	-.183
11	.466	.526	.254	.351	.212	.167	.092	-.159	-.119	-.067	-.163
12	.616	.560	.283	.404	.306	.281	.115	.013	.023	.005	-.200
13	1.000	.313	.322	.189	.205	.256	-.093	-.029	-.294	-.109	-.093
14	.313	1.000	.543	.519	.455	.470	.351	.164	.209	.087	-.030
15	.322	.543	1.000	.338	.378	.548	.297	.281	.158	.143	.139
16	.189	.519	.338	1.000	.566	.591	.648	.432	.624	.400	.202
17	.205	.455	.378	.566	1.000	.674	.621	.682	.508	.601	.474
18	.256	.470	.548	.591	.674	1.000	.588	.625	.352	.434	.545
19	-.093	.351	.297	.648	.621	.588	1.000	.574	.656	.583	.336
20	-.029	.164	.281	.432	.682	.625	.574	1.000	.526	.727	.690
21	-.294	.209	.158	.624	.508	.352	.656	.526	1.000	.525	.261
22	-.109	.087	.143	.400	.601	.434	.583	.727	.525	1.000	.527
23	-.093	-.030	.139	.202	.474	.545	.336	.690	.261	.527	1.000

TABELLE 4.4 B ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL [BUENDELLOESUNG]

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN Z MAL Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	.612	.608	.155	.133	.147	-.157	-.163	-.343	-.553	-.306	-.370
2	.612	1.000	.701	.181	.229	.022	-.184	.092	.400	-.431	-.428	-.335
3	.608	.701	1.000	-.076	.278	-.187	-.257	-.092	.601	-.538	-.531	-.500
4	.155	.181	-.076	1.000	.301	.383	.343	.285	.410	.165	.357	.315
5	.133	.229	.278	.301	1.000	.118	.290	.502	.019	.300	.084	.219
6	.147	.022	-.187	.383	.118	1.000	.353	.242	.405	.241	.390	.388
7	-.157	-.184	-.257	.343	.290	.353	1.000	.313	.537	.540	.512	.547
8	-.163	.092	-.092	.285	.502	.242	.313	1.000	.311	.537	.249	.318
9	-.343	-.400	-.601	.410	.019	.405	.537	.311	1.000	.602	.676	.613
10	-.553	-.431	-.538	.165	.300	.241	.540	.537	.602	1.000	.490	.585
11	-.306	-.428	-.531	.357	.084	.390	.512	.249	.676	.490	1.000	.528
12	-.370	-.335	-.500	.315	.219	.388	.547	.318	.613	.585	.528	1.000
13	-.436	-.373	-.386	.007	.330	.235	.461	.493	.436	.701	.355	.525
14	-.393	-.389	-.487	.299	.209	.334	.430	.211	.578	.570	.507	.566
15	-.682	-.552	-.590	.085	.134	.081	.460	.386	.081	.541	.765	.439
16	-.321	-.457	-.580	.233	.056	.411	.493	.135	.633	.488	.791	.569
17	-.623	-.552	-.682	.148	.095	.214	.427	.392	.632	.780	.617	.617
18	-.561	-.406	-.498	-.024	.216	.189	.466	.476	.388	.696	.360	.516
19	-.485	-.542	-.733	.187	-.085	.272	.399	.183	.646	.575	.595	.639
20	-.658	-.605	-.606	-.038	.059	.089	.394	.355	.508	.723	.425	.521
21	-.429	-.431	-.662	.162	-.121	.361	.301	.037	.573	.486	.665	.532
22	-.544	-.579	-.624	-.010	-.048	.143	.281	.230	.430	.592	.464	.434
23	-.729	-.690	-.586	-.241	-.030	-.076	.257	.183	.314	.599	.283	.378
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	
1	-.436	-.393	-.682	-.321	-.623	-.561	-.485	-.658	-.429	-.544	-.729	
2	-.373	-.389	-.552	-.457	-.552	-.406	-.542	-.605	-.431	-.579	-.690	
3	-.386	-.487	-.590	-.580	-.682	-.498	-.733	-.606	-.662	-.624	-.586	
4	.007	.299	.085	.233	.148	-.024	.187	-.038	.162	-.010	-.241	
5	.330	.209	.134	.056	.095	.216	-.085	.059	-.121	-.048	-.030	
6	.235	.334	.081	.411	.214	.189	.272	.089	.361	.143	-.076	
7	.461	.430	.460	.493	.427	.466	.399	.394	.301	.281	.257	
8	.493	.211	.386	.135	.392	.476	.183	.355	.037	.230	.183	
9	.436	.578	.541	.633	.632	.388	.646	.508	.573	.430	.314	
10	.701	.570	.765	.488	.780	.696	.575	.723	.486	.592	.599	
11	.355	.507	.439	.791	.617	.360	.595	.425	.665	.464	.283	
12	.525	.566	.583	.569	.617	.516	.639	.521	.532	.434	.378	
13	1.000	.462	.673	.401	.625	.818	.463	.637	.330	.400	.574	
14	.462	1.000	.515	.577	.615	.375	.576	.531	.513	.453	.370	
15	.673	.515	1.000	.516	.767	.761	.625	.818	.432	.627	.744	
16	.401	.577	.516	1.000	.605	.468	.644	.511	.699	.478	.344	
17	.625	.615	.767	.605	1.000	.667	.727	.793	.652	.688	.629	
18	.818	.375	.761	.468	.667	1.000	.522	.711	.441	.527	.665	
19	.463	.576	.625	.644	.727	.522	1.000	.645	.657	.606	.487	
20	.637	.531	.818	.511	.793	.711	.645	1.000	.480	.750	.769	
21	.330	.513	.432	.699	.652	.441	.657	.480	1.000	.568	.339	
22	.400	.453	.627	.478	.688	.527	.606	.750	.568	1.000	.580	
23	.574	.370	.744	.344	.629	.665	.487	.769	.339	.580	1.000	

TABELLE 4.4 C ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL (FRIENDELLOESUNG)

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN X MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	.756	-.663	-.470	-.058	-.063	.028	.065	.304	.183	.382	.216	.335
2	-.002	.104	.226	-.191	.209	-.110	-.046	-.088	.081	-.027	-.164	-.097
3	.554	.725	.774	.043	.161	-.213	-.051	-.285	-.372	-.384	-.392	-.231
4	-.167	-.153	.074	-.386	.144	-.049	.077	.328	.063	.178	.181	.478
5	.586	.674	.664	.108	.427	.011	.056	.213	.232	-.322	-.206	-.212
6	-.346	-.241	-.040	-.137	.124	-.243	-.083	.270	.133	.230	.282	.416
7	.371	.454	.535	-.053	-.001	-.264	-.143	-.373	-.265	-.304	-.262	-.200
8	.529	.645	.615	.082	.244	-.006	.079	-.218	.185	-.255	-.189	-.270
9	.327	.432	.506	-.055	.054	-.201	-.107	-.238	-.100	-.208	-.183	-.037
10	.501	.522	.430	.028	.151	.110	.198	-.308	-.034	-.254	-.087	-.318
11	.154	.271	.413	.063	.210	-.080	-.038	-.112	-.064	-.080	.170	.121
12	.423	.540	.583	-.041	.072	-.099	.004	-.326	-.152	-.266	-.151	-.015
13	.362	.555	.540	.058	-.015	-.162	-.035	-.235	-.301	-.283	-.152	-.146
14	.399	.424	.372	-.037	.453	.001	-.030	-.278	.102	-.121	-.110	-.148
15	.423	.507	.313	.064	.075	.003	-.068	-.371	.068	-.288	-.124	-.295
16	.308	.390	.448	.011	.183	-.010	.054	-.113	-.030	-.054	-.051	.018
17	.271	.348	.374	-.011	-.101	-.108	-.175	-.458	.146	-.286	-.221	-.150
18	-.411	-.292	-.116	-.081	-.035	.116	.106	.210	.008	.182	.111	.240
19	.357	.337	.354	-.085	.120	-.046	-.010	-.219	-.129	-.199	-.117	-.085
20	-.206	-.253	-.319	.110	-.074	.315	.140	.183	.123	.183	.275	.243
21	.563	.509	.565	.090	.015	-.188	-.095	-.456	.330	-.425	-.269	-.179
22	.073	-.054	-.030	.066	-.083	.169	.162	-.091	.088	.015	.080	-.095
23	-.643	-.703	-.578	-.138	-.161	.052	-.027	.287	.175	.379	.210	.286

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	.290	-.026	-.234	-.283	-.418	-.468	-.525	-.565	.449	.607	.622
2	-.106	.006	-.017	.145	.263	.085	.169	.317	.204	.211	.293
3	.246	-.096	.112	.292	.463	.420	.517	.700	.599	.583	.642
4	.357	.241	.024	.123	.198	.236	.198	.011	.090	.008	-.088
5	-.279	-.092	.043	.249	.428	.258	.519	.623	.487	.678	.504
6	.191	.164	-.055	.078	.055	-.036	.073	.198	.084	-.163	-.289
7	.291	-.011	.177	.252	.333	.311	.445	.540	.563	.482	.393
8	-.363	.063	.262	.345	.388	.378	.516	.623	.589	.558	.572
9	.058	.179	.248	.396	.407	.385	.518	.569	.519	.474	.234
10	.337	.019	.139	.137	.257	.195	.358	.383	.321	.515	.372
11	.045	.203	.112	.444	.400	.172	.394	.347	.584	.357	.117
12	-.238	.111	.187	.397	.461	.397	.582	.584	.609	.586	.431
13	-.167	-.064	.050	.257	.230	.224	.397	.467	.513	.418	.346
14	-.257	.227	.257	.394	.404	.313	.525	.490	.536	.545	.236
15	-.314	.074	.117	.187	.305	.256	.377	.445	.321	.441	.392
16	-.142	.271	.389	.490	.404	.359	.535	.460	.579	.391	.246
17	-.322	.080	.101	.250	.264	.201	.291	.413	.500	.415	.276
18	.209	-.150	-.241	-.285	-.314	-.488	-.339	-.376	-.253	-.273	-.386
19	.270	.215	.274	.270	.311	.274	.511	.347	.384	.424	.202
20	.149	.021	-.062	-.081	-.261	-.309	-.261	-.522	.207	-.346	-.351
21	-.424	.083	.238	.356	.382	.362	.562	.592	.689	.598	.378
22	-.198	.046	.113	-.022	-.169	-.151	-.022	.170	.036	.121	-.145
23	.221	.030	-.169	-.254	-.429	-.463	-.507	-.651	.371	.679	-.709

TABELLE 4.5 ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL [BUENDELLOESUNG]

Abschließend kann festgestellt werden, daß sich die mittlere Genauigkeit der Modellkoordinaten bezogen auf den Bildmaßstab in der Lage durch die strenge absolute Orientierung praktisch nicht ändert, während sie in der Höhe um etwa 45 % schlechter wird. Die Genauigkeitsverteilung innerhalb des Modells ist allerdings wesentlich gleichmäßiger. Auch bei den Korrelationen treten Verschiebungen auf, die am auffälligsten im Randbereich und zwischen Rand und Modellmitte sind. Dagegen bleibt die Unabhängigkeit von Lage und Höhe bestehen.

Die gemachten Aussagen gelten unter der Voraussetzung, daß die Orientierung des Modells nach der Bündelmethode erfolgt, das heißt, daß die Orientierungselemente der relativen und absoluten Orientierung in einem Guß bestimmt werden. Dieses Verfahren wird allerdings in der Praxis kaum angewandt, da es recht aufwendig ist und gewisse Anforderungen hinsichtlich Speicherkapazität und Geschwindigkeit an die Rechenanlage stellt. Im Gegensatz dazu ist die klassische Zweistufenorientierung, bei der die relative und absolute Orientierung in zwei getrennten Schritten durchgeführt wird, wesentlich einfacher und weniger aufwendig. Dafür werden aber nach dem ersten Schritt die Korrelationen der Modellkoordinaten nicht berücksichtigt, sodaß Vernachlässigungen entstehen, die sich auf das Ergebnis auswirken müssen. GOTTHARDT [18] und HEIMES [25] haben festgestellt, daß die Abweichungen an den Koordinaten zwischen den beiden Verfahren bis zu 35 % betragen können. Im nächsten Abschnitt sollen diese Unterschiede mit dem empirischen Material Rheidt überprüft und gegebenenfalls präzisiert werden.

3. Zweistufenorientierung

Auch bei der klassischen Zweistufenorientierung mit Vernachlässigung der Gewichte und Korrelationen beim zweiten Schritt werden wie üblich zwei Varianten unterschieden, da einmal nur sechs Punkte und einmal alle Bildpunkte zur relativen Orientierung beitragen sollen. Die absolute Orientierung erfolgt grundsätzlich durch Einpassung auf vier Paßpunkte, die in den Modellecken liegen. Die Ergebnisse werden in derselben Weise dargestellt und besprochen, die schon in IV.2 benutzt wurde.

3.1 Mittlere Genauigkeit im Modell

Der quadratische Mittelwert der Koordinaten-Restfehler aller Punkte in allen Modellen liefert einen Durchschnittswert für die Genauigkeit nach der Zweistufenorientierung. Tabelle 4.6 enthält die gewonnenen Ergebnisse.

	σ_x	σ_y	σ_z	
Variante 1 (Rel. Or. m. 6, abs. Or. m. 4 Punkten)				
	5.6	8.5	9.9	cm in der Natur
	5.3	8.1	9.4	μm im Bild
Variante 2 (Rel. Or. m. allen, abs. Or. m. 4 Punkten)				
	5.4	8.0	9.8	cm in der Natur
	5.1	7.7	9.3	μm im Bild

Tabelle 4.6 Mittlere Genauigkeit nach der Zweistufenorientierung

Die beiden Orientierungsvarianten unterscheiden sich um maximal 5 % im y-Wert, wobei erwartungsgemäß die Variante 2 genauer ist. Eine statistische Prüfung der Varianzen mit dem F-Test ergibt die schon mehrmals getroffene Feststellung, daß die Genauigkeitsunterschiede nicht signifikant sind.

Nach dem in III.1.4, S. 39, angegebenen Verfahren läßt sich aus den empirischen Daten ein unregelmäßiger Anteil herausfiltern. Ebenso wie bei der strengen absoluten Orientierung ist auch nach der Zweistufenausgleichung noch eine konstante Systematik oder Deterministik vorhanden, sodaß die Aufspaltung in einen stochastischen und deterministischen Anteil $s+t$ und in einen unregelmäßigen Anteil r erfolgt. In Tabelle 4.7 sind die Ergebnisse der Filterung entsprechend der Tabelle 4.2, S. 99, zusammengestellt.

	Orientierungsvariante 1			Orientierungsvariante 2		
	x	y	z	x	y	z
σ_k	5.3	8.1	9.4	5.1	7.7	9.3
σ_{s+t}	4.8	7.4	8.3	4.6	7.0	8.2
σ_r	2.3	3.2	4.5	2.3	3.1	4.5
$\sigma_{s+t(\max)}$	8.3	13.0	12.5	7.6	13.3	11.1
$\sigma_{s+t(\min)}$	2.0	3.3	3.6	2.3	2.8	3.9
$\sigma_{r(\max)}$	3.6	6.0	6.5	4.0	5.8	6.6
$\sigma_{r(\min)}$	1.1	1.4	3.0	1.2	1.6	3.0

Tabelle 4.7 Ergebnisse der Filterung nach zweistufiger absoluter Orientierung. Zahlenwerte in μm im Bildmaßstab.

Die Standardabweichung σ_r des unregelmäßigen Anteils entspricht sowohl dem Ergebnis vor der absoluten Orientierung als auch dem nach der strengen Einpassung mit der Bündelmethode. Damit wird die Aussage bestätigt, daß es sich hierbei um die Grenze der photogrammetrisch erreichbaren Genauigkeit handeln dürfte (siehe S. 41).

3.2 Genauigkeitsstruktur im Modell

Für beide Orientierungsvarianten wird aus den Restfehlern der Koordinaten nach stufenweiser absoluter Orientierung eine komplette Varianz-Kovarianz-Matrix berechnet, aus der alle Genauigkeitsfragen abgeleitet werden können.

Durch Aufsummieren der quasiwahren Koordinatenrestfehler eines jeden Punktes über alle 47 Modelle ergeben sich die Deformationen des Durchschnittsmodells (siehe Formel (3.9), S. 49). Tabelle 4.8 zeigt die quadratischen Mittelwerte aus allen Punkten sowie die Maximal- und Minimalwerte von t_i . Die Tabelle gilt für beide Orientierungsvarianten.

	t_x	t_y	t_z	
Quadr. Mittel	0.02	0.03	0.13	μm
Max. Wert	0.04	0.06	-0.27	μm
Min. Wert	0.00	0.00	-0.01	μm

Tabelle 4.8 Deformationen (Trend) im Durchschnittsmodell nach stufenweiser absoluter Orientierung

Zur Verdeutlichung der Höhendeformationen, die den Lagetrend weit übersteigen, sind ihre Beträge an den einzelnen Punkten in bekannter Weise in Abbildung 4.6 dargestellt. Gegenüber der Bündelorientierung ergibt sich etwa dasselbe Bild, das ganze Modell scheint nur in Ω gekippt zu sein.

3.2.1 Varianzen und Streuungen

Die Genauigkeitsverteilung innerhalb des Modells läßt sich wieder aus den Elementen auf der Hauptdiagonalen der Varianz-Kovarianz-Matrix ableiten. Abbildung 4.7 und Abbildung 4.9, S. 115 und S. 117, enthalten die Standardabweichungen der Koordinaten der schematisch verteilten Punkte des Durchschnittsmodells für die beiden Orientierungsvarianten. Zum weiteren Vergleich sind in Abbildung 4.8 und 4.10 die aus den Varianzen berechneten Gewichtskoeffizienten angegeben, wobei die verwendete Streuung der Gewichtseinheit σ_0 jeweils mit angeschrieben ist.

Die Genauigkeit der x-Koordinaten bleibt für Punkte auf dem oberen bzw. unteren Modellrand nach der stufenweisen absoluten Orientierung etwa gleich wie nach der relativen Orientierung, wogegen sie sich im Modellinnern etwas verschlechtert (vgl. Abbildungen 3.8 bis 3.11, S. 53 - 56). Die Unterschiede der Streuungen betragen zwischen Modellmitte und -ecken etwa 1: 1.5.

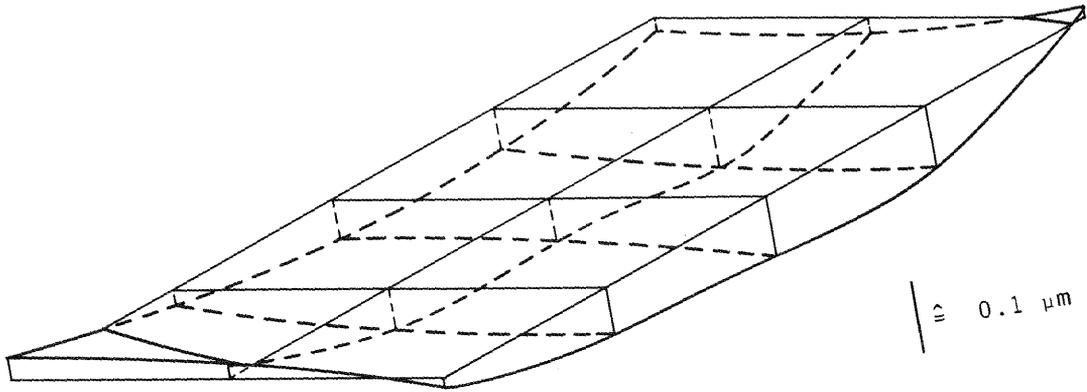
Die Genauigkeitsstruktur der y-Koordinaten unterscheidet sich grundsätzlich von derjenigen vor der Einpassung auf Paßpunkte. Jetzt liegen die Punkte mit den größten mittleren Fehlern entlang der Modellbasis, wogegen die Punkte des oberen oder unteren Randes - einschließlich der Eckpunkte - die geringsten Streuungen aufweisen. Das Verhältnis der Streuungen der jeweiligen Punkte beträgt etwa 2 : 1

Bei der z-Koordinate ändert sich die Genauigkeitsverteilung nach der stufenweisen absoluten Orientierung gegenüber der relativen Orientierung kaum, doch steigen die Streuungen im Durchschnitt um etwa 20 % an. Eine Ausnahme bilden lediglich die Eckpunkte, die etwas genauer werden.

Der Punkt mit dem geringsten räumlichen Punktfehler (Formel (3.11), S.57), der nach der relativen Orientierung in der Mitte der oberen bzw. unteren Modellhälfte und nach der strengen absoluten Orientierung in der Modellmitte lag, wandert jetzt zur Mitte des oberen oder unteren Modellrandes. Sein mittlerer Fehler lautet $\sigma_{p_{\text{rand}}} = 9.5 \mu\text{m}$ im Vergleich zu $\sigma_{p_{\text{mitte}}} = 13 \mu\text{m}$ des Modellmittelpunktes, ist also um etwa 30 % genauer als letzterer.

3.2.2 Korrelationen

Die Untersuchung der auftretenden Korrelationen beschränkt sich wie bisher auf die Orientierungsvariante 2, die alle Bildpunkte zur relativen Orientierung benutzt. Ihre Verdeutlichung erfolgt in Form der Korrelationskoeffizienten, die in den sechs bekannten Submatrizen (siehe Abbildung 3.12, S. 58) enthalten sind. Da sich auch im vorliegenden Fall die Unabhängigkeit von Lage und Höhe herausstellte, sind in Tabelle 4.9 die Autokorrelationskoeffizienten für x, y und z und in Tabelle 4.10 lediglich die Kreuzkorrelationskoeffizienten zwischen x und y dargestellt (S. 119 - 122).



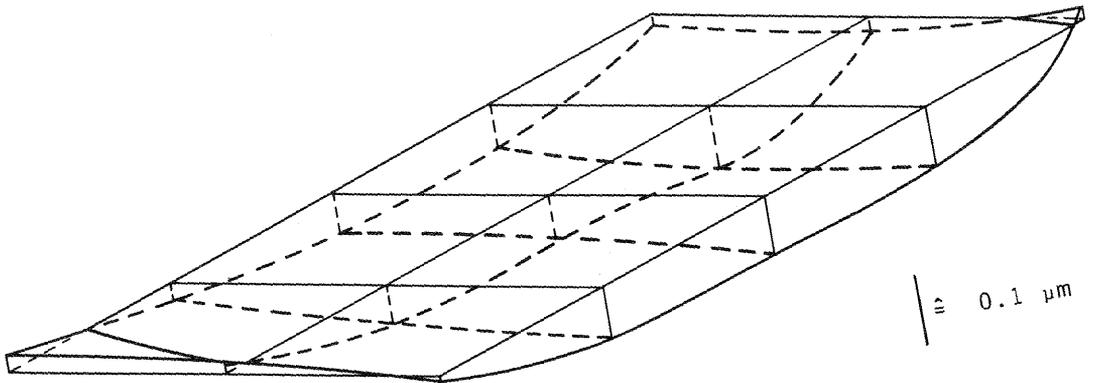
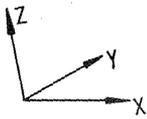
Relative Orientierung mit 6 Punkten

Quadratisches Mittel

$$t_x = 0.02 \mu\text{m}$$

$$t_y = 0.03 \mu\text{m}$$

$$t_z = 0.13 \mu\text{m}$$



Relative Orientierung mit allen Punkten

Abbildung 4.6 Höhendeformation im Durchschnittsmodell nach klassischer
Zweistufenorientierung
Einpassung auf vier Paßpunkte in den Modellecken

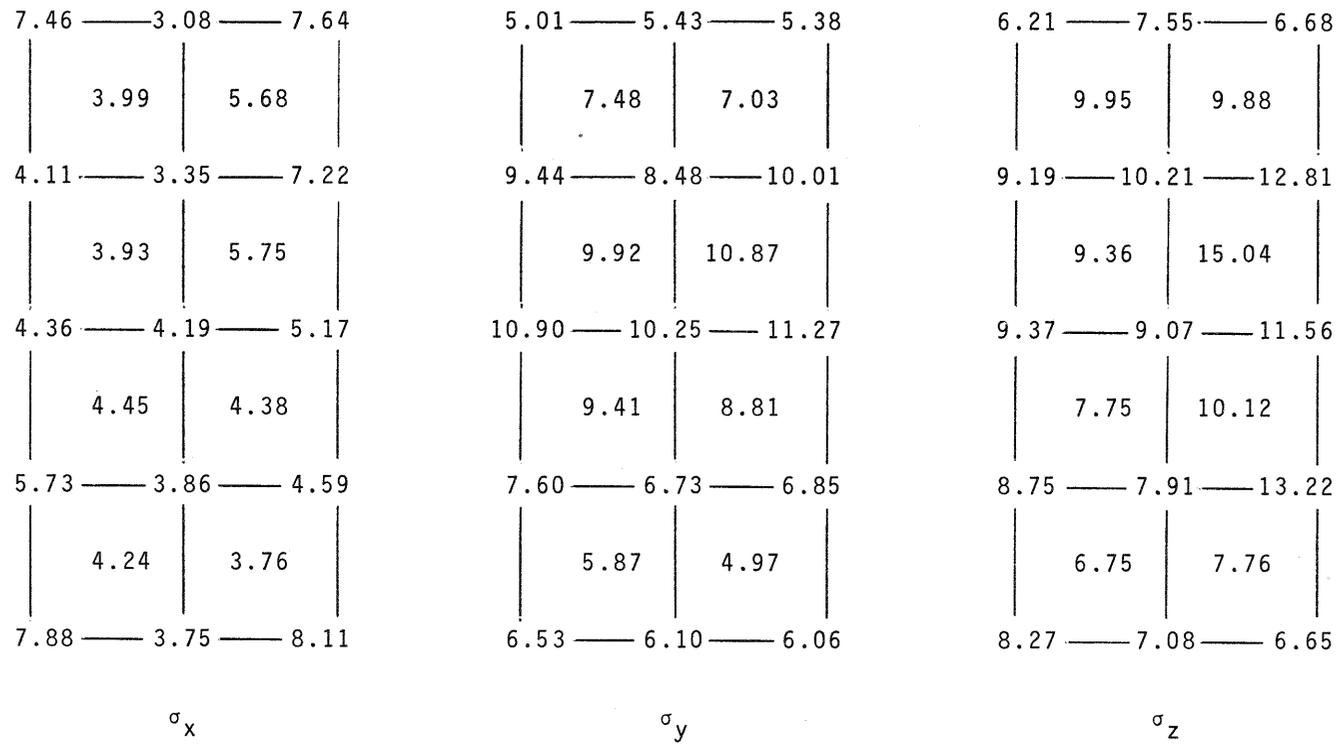
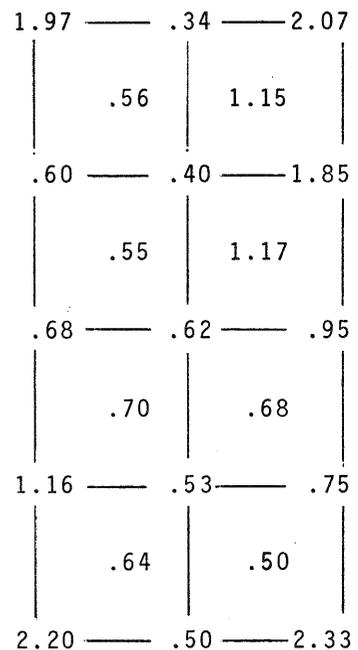
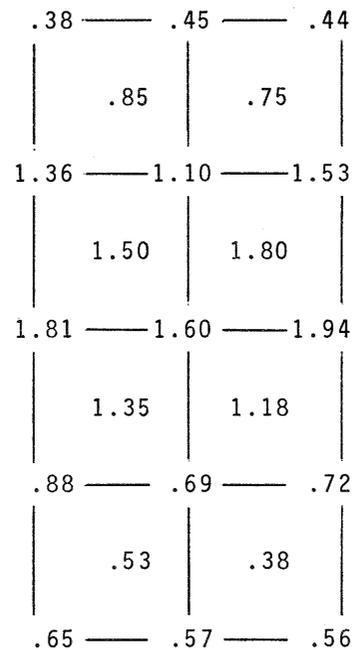


Abbildung 4.7 Mittlere Koordinatenfehler nach der genäherten Zweistufenorientierung
 Relative Orientierung mit 6 Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten
 Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab



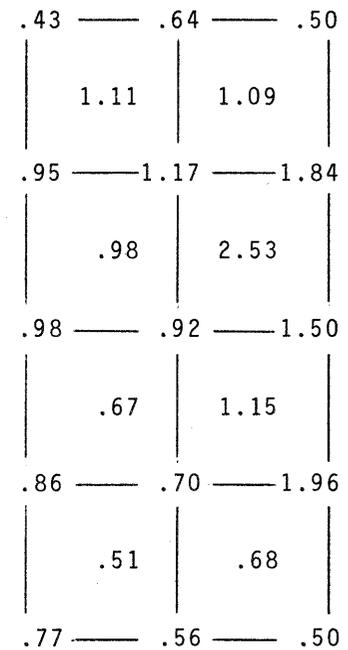
g^{xx}

$\sigma_0 = 5.3 \mu\text{m}$



g^{yy}

$\sigma_0 = 8.1 \mu\text{m}$



g^{zz}

$\sigma_0 = 9.4 \mu\text{m}$

Abbildung 4.8 Gewichtungskoeffizienten der Koordinaten nach der Zweistufenorientierung
 Relative Orientierung mit 6 Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten

7.10	—	2.95	—	7.23
	3.91		5.51	
3.97	—	3.37	—	6.88
	3.98		5.59	
4.33	—	4.17	—	5.03
	4.43		4.33	
5.64	—	3.89	—	4.39
	4.23		3.65	
7.66	—	3.69	—	7.72

σ_x

4.64	—	5.25	—	5.21
	7.20		6.87	
8.98	—	8.27	—	9.27
	9.49		10.20	
10.36	—	9.56	—	10.54
	8.80		8.16	
7.07	—	6.16	—	6.37
	5.58		4.70	
6.13	—	5.95	—	5.80

σ_y

5.82	—	7.17	—	6.93
	9.76		9.95	
8.93	—	10.18	—	12.99
	9.47		14.99	
9.36	—	8.99	—	11.61
	7.87		9.98	
8.62	—	7.77	—	13.09
	6.56		7.56	
7.09	—	6.88	—	6.21

σ_z

Abbildung 4.9 Mittlere Koordinatenfehler nach der genäherten Zweistufenorientierung
 Relative Orientierung mit allen Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten
 Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab

1.91	.33	1.98
.58	1.15	
.60	.43	1.79
.60	1.18	
.71	.66	.96
.74	.71	
1.20	.57	.73
.68	.51	
2.22	.52	2.25

g^{xx}

$\sigma_0 = 5.1 \mu\text{m}$

.37	.47	.46
.89	.81	
1.38	1.17	1.47
1.54	1.78	
1.83	1.56	1.90
1.32	1.14	
.85	.65	.69
.53	.38	
.64	.61	.58

g^{yy}

$\sigma_0 = 7.7 \mu\text{m}$

.39	.59	.55
1.10	1.14	
.92	1.20	1.95
1.03	2.59	
1.01	.93	1.55
.71	1.15	
.86	.70	1.98
.50	.66	
.58	.55	.44

g^{zz}

$\sigma_0 = 9.3 \mu\text{m}$

Abbildung 4.10 Gewichtskoeffizienten der Koordinaten nach der Zweistufenorientierung
 Relative Orientierung mit allen Punkten
 Absolute Orientierung mit 4 Passpunkten

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN X MAL X

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	-.202	-.803	.247	-.667	.457	-.528	-.673	-.490	-.577	-.249	-.572
2	-.202	1.000	.326	.127	.391	-.080	.431	.386	.220	.356	.214	.358
3	-.803	.326	1.000	-.191	.792	-.421	.643	.768	.509	.608	.287	.661
4	.247	.127	-.191	1.000	-.071	.317	-.129	-.247	.019	-.090	-.070	.034
5	-.667	.391	.792	-.071	1.000	-.361	.621	.726	.488	.725	.357	.691
6	.457	-.080	-.421	.317	-.361	1.000	-.192	-.383	-.278	-.418	.051	-.195
7	-.528	.431	.643	-.129	.621	-.192	1.000	.726	.549	.654	.423	.730
8	-.673	.386	.768	-.247	.726	-.383	.726	1.000	.447	.753	.435	.727
9	-.490	.220	.509	.019	.488	-.278	.549	.447	1.000	.495	.467	.567
10	-.577	.356	.608	-.090	.725	-.418	.654	.753	.495	1.000	.319	.746
11	-.249	.214	.287	-.070	.357	.051	.423	.435	.467	.319	1.000	.544
12	-.572	.358	.661	.034	.691	-.195	.730	.727	.567	.746	.544	1.000
13	-.528	.117	.600	-.173	.531	-.174	.648	.672	.461	.579	.465	.733
14	-.578	.381	.496	-.116	.601	-.209	.575	.618	.610	.592	.379	.589
15	-.512	.362	.596	-.046	.613	-.231	.662	.693	.573	.745	.401	.656
16	-.483	.281	.575	-.072	.469	-.112	.625	.711	.615	.540	.508	.580
17	-.404	.274	.508	-.190	.466	-.267	.645	.639	.579	.592	.470	.666
18	.492	-.204	-.402	.203	-.286	.206	-.338	-.353	-.177	-.136	-.076	-.111
19	-.522	.212	.519	.062	.575	-.169	.465	.568	.506	.593	.247	.489
20	.377	-.121	-.338	.168	-.207	.328	-.229	-.283	-.232	-.071	-.161	-.074
21	-.725	.180	.742	-.243	.638	-.357	.645	.715	.538	.594	.395	.653
22	-.024	.127	.060	-.111	.137	-.097	.227	.283	.110	.479	.066	.285
23	.794	-.293	-.769	.145	-.756	.423	-.601	-.707	-.480	-.617	-.353	-.617

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	-.528	-.578	-.512	-.483	-.404	.492	-.522	.377	-.725	-.024	.794
2	.117	.381	.362	.281	.274	-.204	.212	-.121	.180	.127	-.293
3	.600	.496	.596	.575	.508	-.402	.519	-.338	.742	.060	-.769
4	-.173	-.116	-.046	-.072	-.190	.203	.062	.168	-.243	-.111	.145
5	.531	.601	.613	.469	.466	-.286	.575	-.207	.638	.137	-.756
6	-.174	-.209	-.231	-.112	-.267	.206	-.169	.328	-.232	-.097	.423
7	.648	.575	.662	.625	.645	-.338	.465	-.229	.645	.227	-.601
8	.672	.618	.693	.711	.639	-.353	.568	-.283	.715	.283	-.707
9	.461	.610	.573	.615	.579	-.177	.506	-.232	.538	.110	-.480
10	.579	.592	.745	.540	.592	-.136	.593	-.071	.594	.479	-.617
11	.465	.379	.401	.508	.470	-.076	.247	-.161	.395	.066	-.353
12	.733	.589	.656	.580	.666	-.111	.489	-.074	.653	.285	-.617
13	1.000	.384	.550	.472	.577	-.049	.335	-.114	.543	.168	-.489
14	.384	1.000	.607	.626	.584	-.336	.626	-.135	.592	.261	-.548
15	.550	.607	1.000	.630	.731	-.188	.643	-.008	.525	.392	-.413
16	.472	.626	.630	1.000	.592	-.354	.679	-.224	.687	.294	-.484
17	.577	.584	.731	.592	1.000	-.087	.532	-.007	.582	.408	-.358
18	-.049	-.336	-.188	-.354	-.087	1.000	-.338	.621	-.473	.205	.489
19	.335	.626	.643	.679	.532	-.338	1.000	-.107	.696	.387	-.498
20	-.114	-.135	-.008	-.224	-.007	.621	-.107	1.000	-.355	.398	.477
21	.543	.592	.525	.687	.582	-.473	.696	-.355	1.000	.223	-.728
22	.168	.261	.392	.294	.408	.205	.387	.398	.223	1.000	.053
23	-.489	-.548	-.413	-.484	-.358	.489	-.498	.477	-.728	.053	1.000

TABELLE 4.9 A ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL [ZWEISTUFENLOESUNG]

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN Y MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	.219	-.288	.353	.137	.281	.251	.098	.230	.087	.267	.152
2	.219	1.000	.118	.046	-.025	-.032	-.004	-.056	-.111	-.090	-.054	-.093
3	-.288	.118	1.000	-.191	.074	-.174	-.001	.045	.200	-.018	-.039	.047
4	.353	.046	-.191	1.000	.699	.812	.791	.711	.799	.758	.819	.776
5	.137	-.025	.074	.699	1.000	.790	.817	.802	.807	.776	.818	.805
6	.281	-.032	-.174	.812	.790	1.000	.884	.784	.867	.812	.861	.827
7	.251	-.004	-.001	.791	.817	.884	1.000	.847	.927	.872	.905	.897
8	.098	-.056	.045	.711	.802	.784	.847	1.000	.798	.890	.841	.872
9	.230	-.111	-.200	.799	.807	.867	.927	.798	1.000	.889	.905	.881
10	.087	-.090	-.018	.758	.776	.812	.872	.890	.889	1.000	.848	.907
11	.267	-.054	-.039	.819	.818	.861	.905	.841	.905	.848	1.000	.924
12	.152	-.093	.047	.776	.805	.827	.897	.872	.881	.907	.924	1.000
13	.122	-.097	.000	.743	.780	.785	.861	.923	.844	.913	.875	.924
14	.178	-.108	-.081	.728	.743	.806	.873	.782	.918	.866	.908	.932
15	.152	-.092	-.091	.713	.686	.765	.825	.777	.843	.891	.831	.871
16	.186	-.088	.020	.689	.685	.715	.774	.708	.801	.783	.849	.875
17	.130	-.110	-.009	.658	.705	.689	.760	.801	.801	.821	.833	.872
18	.192	-.046	-.075	.565	.526	.589	.635	.667	.675	.742	.712	.765
19	.071	-.074	.209	.311	.463	.399	.475	.451	.466	.473	.581	.592
20	.005	.023	.079	.260	.250	.128	.221	.311	.226	.347	.254	.376
21	-.076	-.172	.283	.016	.091	-.013	.019	.038	.032	.061	.113	.188
22	.105	.029	.021	-.033	.022	-.103	-.067	-.027	-.098	-.133	-.059	-.032
23	.060	.219	-.092	.022	-.062	-.052	-.045	.038	-.051	-.024	-.074	-.074

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	.122	.178	.152	.186	.130	.192	.071	.005	-.076	.105	.060
2	-.097	-.108	-.092	-.088	-.110	-.046	-.074	.023	-.172	.029	.219
3	.000	-.081	-.091	.020	-.009	-.075	.209	.079	.283	.021	-.092
4	.743	.728	.713	.689	.658	.565	.311	.260	.016	-.033	.022
5	.780	.743	.686	.685	.705	.526	.463	.250	.091	.022	-.062
6	.785	.806	.765	.715	.689	.589	.399	.128	-.013	-.103	-.052
7	.861	.873	.825	.774	.760	.635	.475	.221	.019	-.067	-.045
8	.923	.782	.777	.708	.801	.667	.451	.311	.038	-.027	.038
9	.844	.918	.843	.801	.801	.675	.466	.226	.032	-.098	-.051
10	.913	.866	.891	.783	.821	.742	.473	.347	.061	-.133	-.024
11	.875	.908	.831	.849	.833	.712	.581	.254	.113	-.059	-.074
12	.924	.932	.871	.875	.872	.765	.592	.376	.188	-.032	-.074
13	1.000	.866	.844	.813	.843	.771	.509	.388	.046	-.048	.017
14	.866	1.000	.900	.873	.864	.785	.642	.324	.174	-.112	-.115
15	.844	.900	1.000	.778	.768	.726	.525	.321	.092	-.156	-.131
16	.813	.873	.778	1.000	.809	.739	.696	.343	.396	-.013	-.135
17	.843	.864	.768	.809	1.000	.797	.632	.489	.258	.070	.019
18	.771	.785	.726	.739	.797	1.000	.566	.550	.089	.018	.206
19	.509	.642	.525	.696	.632	.566	1.000	.327	.444	.120	-.211
20	.388	.324	.321	.343	.489	.550	.327	1.000	.128	.311	.289
21	.046	.174	.092	.396	.258	.089	.444	.128	1.000	.143	-.332
22	-.048	-.112	-.156	-.013	.070	.018	.120	.311	.143	1.000	.010
23	.017	-.115	-.131	-.135	.019	.206	-.211	.289	-.332	.010	1.000

TABELLE 4.9 B ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL [ZWEISTUFENLÖSUNG]

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN Z MAL'Z

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	-.048	-.057	.121	.166	.260	.225	.075	.132	.141	.271	.094
2	-.048	1.000	.369	.307	.401	.154	.261	.516	.154	.367	.006	.225
3	-.057	.369	1.000	-.103	.148	-.107	-.084	.071	.214	-.072	-.144	-.052
4	.121	.307	-.103	1.000	.631	.529	.657	.583	.673	.659	.554	.573
5	.166	.401	.148	.631	1.000	.489	.637	.700	.542	.746	.440	.563
6	.260	.154	-.107	.529	.489	1.000	.615	.512	.575	.602	.539	.547
7	.225	.261	-.084	.657	.637	.615	1.000	.544	.727	.756	.592	.639
8	.075	.516	.071	.583	.700	.512	.544	1.000	.585	.703	.366	.483
9	.132	.154	-.214	.673	.542	.575	.727	.585	1.000	.746	.623	.630
10	.141	.367	-.072	.659	.746	.602	.756	.703	.746	1.000	.487	.612
11	.271	.006	-.144	.554	.440	.539	.592	.366	.623	.487	1.000	.445
12	.094	.225	-.052	.573	.563	.547	.639	.483	.630	.612	.445	1.000
13	.070	.239	-.089	.422	.628	.539	.607	.690	.575	.710	.351	.574
14	.024	-.010	-.066	.395	.401	.353	.372	.198	.387	.379	.351	.401
15	.161	.260	-.144	.633	.581	.535	.683	.543	.689	.742	.458	.602
16	.144	-.182	-.083	.202	.215	.334	.335	.091	.324	.182	.618	.307
17	.079	.208	-.084	.510	.559	.445	.534	.579	.580	.692	.475	.534
18	.066	.305	-.038	.367	.539	.480	.553	.671	.411	.608	.281	.473
19	-.010	-.144	-.148	.100	.005	.077	.124	.062	.185	.084	.160	.330
20	.152	.142	-.004	.313	.416	.364	.438	.451	.432	.515	.198	.404
21	-.176	-.154	.075	-.281	-.265	-.180	-.254	-.316	-.251	-.301	.055	-.112
22	.117	-.174	-.019	-.179	-.164	-.059	-.203	-.089	-.202	-.165	-.095	-.105
23	.125	-.086	-.109	-.003	.129	.178	.172	.079	.099	.194	-.080	.114

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	.070	.024	.161	.144	.079	.066	-.010	.152	-.176	.117	.125
2	.239	-.010	.260	-.182	.208	.305	-.144	.142	-.154	-.174	-.086
3	-.089	-.066	-.144	-.083	-.084	-.038	-.148	-.004	.075	-.019	-.109
4	.422	.395	.633	.202	.510	.367	.100	.313	-.281	-.179	-.003
5	.628	.401	.581	.215	.559	.539	.005	.416	-.265	-.164	.129
6	.539	.353	.535	.334	.445	.480	.077	.364	-.180	-.059	.178
7	.607	.372	.683	.335	.534	.553	.124	.438	-.254	-.203	.172
8	.690	.198	.543	.091	.579	.671	.062	.451	-.316	-.089	.079
9	.575	.387	.689	.324	.580	.411	.185	.432	-.251	-.202	.099
10	.710	.379	.742	.182	.692	.608	.084	.515	-.301	-.165	.194
11	.351	.351	.458	.618	.475	.281	.160	.198	.055	-.095	-.080
12	.574	.401	.602	.307	.534	.473	.330	.404	-.112	-.105	.114
13	1.000	.330	.617	.240	.627	.771	.220	.560	-.205	-.145	.325
14	.330	1.000	.385	.348	.395	.153	.247	.307	.018	.004	.052
15	.617	.385	1.000	.304	.625	.592	.221	.566	-.263	-.151	.217
16	.240	.348	.304	1.000	.255	.250	.278	.205	.269	.033	-.015
17	.627	.395	.625	.255	1.000	.540	.252	.568	-.058	-.020	.132
18	.771	.153	.592	.250	.540	1.000	.194	.537	-.131	-.053	.312
19	.220	.247	.221	.278	.252	.194	1.000	.250	.196	.169	.017
20	.560	.307	.566	.205	.568	.537	.250	1.000	-.152	.155	.309
21	-.205	.018	-.263	.269	-.058	-.131	.196	-.152	1.000	.307	-.237
22	-.145	.004	-.151	.033	-.020	-.053	.169	.155	.307	1.000	-.180
23	.325	.052	.217	-.015	.132	.312	.017	.309	-.237	-.180	1.000

TABELLE 4.9 C ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL [ZWEISTUFEENLOESUNG]

MATRIX DER KORRELATIONSKOEFFIZIENTEN X MAL Y

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-.039	-.147	.002	.772	.734	.758	.830	.754	.842	.831	.806	.849
2	-.063	.005	-.217	-.237	-.124	-.182	-.191	-.192	-.048	-.231	-.258	-.275
3	-.092	.281	.161	-.717	-.703	-.786	-.793	-.763	-.842	-.817	-.864	-.848
4	.117	-.019	.016	.056	.290	.236	.304	.377	.257	.256	.315	.380
5	.081	.311	.051	-.553	-.439	-.579	-.618	-.616	-.640	-.722	-.674	-.727
6	.022	-.008	.058	.383	.458	.320	.382	.425	.451	.454	.518	.530
7	-.012	.120	-.115	-.521	-.607	-.600	-.615	-.664	-.550	-.609	-.617	-.647
8	-.039	.239	.055	-.601	-.563	-.587	-.627	-.713	-.605	-.695	-.682	-.757
9	-.037	.166	.011	-.451	-.470	-.481	-.489	-.438	-.444	-.462	-.494	-.468
10	.063	.200	-.146	-.507	-.501	-.441	-.454	-.615	-.453	-.587	-.538	-.664
11	-.075	.092	.111	-.245	-.239	-.301	-.335	-.363	-.297	-.348	-.208	-.302
12	-.006	.211	.006	-.543	-.567	-.532	-.549	-.647	-.547	-.628	-.568	-.575
13	-.025	.338	.103	-.441	-.555	-.510	-.532	-.561	-.596	-.574	-.534	-.576
14	.062	.132	-.200	-.479	-.457	-.409	-.498	-.566	-.450	-.490	-.499	-.561
15	.055	.210	-.317	-.407	-.503	-.387	-.524	-.614	-.420	-.559	-.499	-.606
16	-.088	.077	-.025	-.491	-.464	-.433	-.496	-.560	-.426	-.479	-.510	-.532
17	-.044	.081	-.136	-.388	-.546	-.407	-.511	-.629	-.408	-.501	-.499	-.508
18	.050	.051	.074	.473	.435	.553	.539	.505	.428	.492	.486	.528
19	.052	.055	-.184	-.497	-.477	-.436	-.489	-.549	-.413	-.530	-.513	-.544
20	.353	.128	-.257	.540	.349	.586	.492	.397	.484	.442	.502	.463
21	.002	.057	.008	-.631	-.730	-.717	-.733	-.807	-.743	-.786	-.758	-.758
22	.242	-.021	-.268	.070	-.124	.104	.068	-.152	.115	-.036	.018	-.086
23	.077	-.210	-.141	.702	.659	.759	.750	.746	.791	.834	.778	.819

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	.811	.789	.718	.702	.722	.572	.376	.281	.007	-.147	-.033
2	-.234	-.238	-.317	-.242	-.141	-.120	-.261	.080	-.290	.091	.417
3	.798	-.849	-.816	-.761	-.722	-.581	-.517	-.162	-.148	.102	.236
4	.380	.366	.220	.281	.392	.540	.351	.254	-.121	.126	.201
5	-.703	-.730	-.706	-.661	-.602	-.533	-.405	-.123	-.204	.306	.162
6	.456	.490	.381	.455	.509	.465	.418	.212	.192	.015	.034
7	-.631	-.609	-.563	-.588	-.557	-.426	-.427	-.097	-.197	.119	.167
8	-.763	-.679	-.642	-.612	-.652	-.536	-.398	-.203	-.095	.102	.187
9	-.414	-.413	-.444	-.353	-.371	-.213	-.177	.036	-.057	.194	-.033
10	-.651	-.580	-.572	-.605	-.580	-.504	-.431	-.318	-.318	.172	.072
11	-.326	-.277	-.349	-.154	-.194	-.242	-.111	-.023	.204	.181	-.061
12	-.616	-.543	-.554	-.482	-.476	-.344	-.256	-.050	-.059	.248	.162
13	-.543	-.574	-.541	-.489	-.546	-.444	-.339	-.103	-.047	.122	.112
14	-.567	-.418	-.449	-.393	-.418	-.321	-.201	-.060	-.061	.273	-.026
15	-.601	-.518	-.502	-.538	-.504	-.377	-.408	-.224	-.309	.095	.140
16	-.554	-.436	-.448	-.353	-.434	-.345	-.177	-.128	.051	.076	-.040
17	-.555	-.455	-.479	-.430	-.446	-.370	-.405	-.155	-.090	.139	.095
18	.501	.413	.418	.337	.368	.195	.114	.080	-.104	.004	.017
19	-.581	-.433	-.458	-.460	-.459	-.333	-.196	-.211	-.174	.172	.004
20	.426	.430	.441	.395	.358	.351	.139	-.104	-.116	-.074	.126
21	-.814	-.700	-.655	-.638	-.683	-.552	-.372	-.192	.048	.172	-.060
22	-.141	-.013	.027	-.076	-.149	-.121	-.149	-.238	-.219	-.145	.005
23	.756	.793	.733	.708	.697	.569	.376	.166	.130	-.239	-.146

TABELLE 4.10 ABSOLUT ORIENTIERTES MODELL [ZWEISTUFENLOESUNG]

Nach der stufenweisen Modellorientierung sind die Autokorrelationen der x- und z-Koordinaten praktisch gleich wie nach der Bündelmethode. Dagegen ändern sich die Korrelationskoeffizienten r_{yy} : So sind die y-Koordinaten der Punkte des oberen und unteren Randes mit denen der übrigen Modellpunkte nicht signifikant korreliert. Im Restbereich des Modells zeigen aber alle y-Werte durchschnittlich eine 70 %- bis 90 %-ige Korrelation, die grundsätzlich positiv ist.

Dieses Verhalten der y-Koordinaten beeinflusst auch die Kreuzkorrelation zwischen x und y, die für Punkte des oberen und unteren Modellrandes praktisch verschwindet. Im übrigen Modellbereich treten Kreuzkorrelationen zwischen x und y von etwa 40 % bis 80 % auf.

Nachdem die Ergebnisse der strengen Modellorientierung nach der Bündelmethode und der Orientierung nach dem Zweistufenverfahren vorliegen, kann ein Vergleich zwischen den beiden Lösungen angestellt werden. Dieser Vergleich soll zusätzlich noch den Fall enthalten, daß die Einpassung auf alle vorhandenen Paßpunkte erfolgt.

4. Vergleich zwischen strenger und stufenweiser Orientierung

4.1 Einpassung auf vier Paßpunkte

4.1.1 Mittlere Genauigkeit

Beim Vergleich der strengen mit der stufenweisen Lösung der Modellorientierung sollen die beiden Varianten der relativen Orientierung nicht mehr getrennt betrachtet werden. Vielmehr werden die Ergebnisse jeweils gemittelt und dann miteinander verglichen.

Einen Durchschnittswert für den Genauigkeitsunterschied zwischen stufenweiser und strenger Lösung liefert die über das ganze Modell gemittelte Koordinatengenauigkeit. Tabelle 4.11 enthält die Zusammenstellung:

	σ_x	σ_y	σ_z	
Stufenweise	5.2	7.9	9.4	$\mu\text{m im Bild}$
Streng	4.4	5.6	10.2	$\mu\text{m im Bild}$
Genauigkeitssteigerung	15	30	-8	% (Stufenweise = 100 %)

Tabelle 4.11 Mittlerer Genauigkeitsunterschied zwischen strenger und stufenweiser Modellorientierung
Einpassung auf vier Paßpunkte

Die größte Genauigkeitssteigerung ist bei der y-Koordinate festzustellen; ein Ergebnis, das auch HEIMES [25] gefunden hat. Sie ist doppelt so groß wie beim x-Wert. Überraschenderweise zeigt sich in der Höhe eine gewisse Verschlechterung. Die beiden Ausgleichungsverfahren liefern also verschiedene Definitionen für die räumliche Lage eines ausgeglichenen Modellpunktes.

Wird der mittlere Fehler der räumlichen Punktlage nach Formel (3.11), S. 57, zum Vergleich herangezogen, so erhält man nur noch eine Genauigkeitssteigerung von etwa 7 %.

Es ergibt sich

$$\sigma_{P_{\text{stuf}}} = 13.3 \mu\text{m} \quad \sigma_{P_{\text{streng}}} = 12.4 \mu\text{m}$$

Wenn die Lagegenauigkeit gesondert betrachtet wird, beträgt der Genauigkeitsunterschied etwa 25 %. Das Ergebnis lautet

$$\sigma_{L_{\text{stuf}}} = 9.5 \mu\text{m} \quad \sigma_{L_{\text{streng}}} = 7.1 \mu\text{m}$$

Ein Vergleich der gefilterten Meßwerte zeigt, daß der Genauigkeitsunterschied der beiden Ausgleichsmethoden durch den stochastischen und den deterministischen Anteil hervorgerufen wird. Eine Gegenüberstellung gibt Tabelle 4.12, die auch die Werte nach der relativen Orientierung enthält.

	$\sigma(s+t)_x$	$\sigma(s+t)_y$	$\sigma(s+t)_z$	
Stufenweise	4.7	7.2	8.2	μm
Streng	3.8	4.8	9.2	μm
Rel. Orient.	4.0	4.7	5.3	μm

Tabelle 4.12 Stochastische und deterministische Fehleranteile nach relativer und absoluter Orientierung

Die stufenweise Einpassung auf Paßpunkte bringt also einen zusätzlichen stochastischen oder deterministischen Anteil zum Gesamtfehler hinzu, und zwar in allen drei Koordinaten x, y, z. Bei der strengen Einpassung gilt dies nur für die Höhe z.

Im folgenden Abschnitt soll nun untersucht werden, wie sich die Genauigkeitsunterschiede an den einzelnen Punkten im Modell verhalten, bzw. wie diese von der Lage der Punkte im Modell abhängt.

4.1.2 Genauigkeitsstruktur

Zur Beantwortung der gestellten Frage werden die Abbildungen 4.7 bis 4.10 (S. 115 - 118) mit den Abbildungen 4.2 bis 4.5 (S. 102 - 105) verglichen. Man stellt fest, daß die Genauigkeitsstruktur der x- und der z-Koordinaten in beiden Fällen etwa gleich ist. In x nimmt die Genauigkeit jeweils von der Modellmitte zum -rand hin ab. Die geringste Streuung weist der Punkt auf der Seitenmitte des oberen bzw. unteren Modellrandes auf. Der Genauigkeitserfolg durch die strenge Lösung liegt in Modellmitte bei etwa 5 % und steigt gegen die Ecken auf etwa 25 % an. Die beobachtete Genauigkeitsabnahme in der Höhe z beträgt in den Modellecken etwa 50 % und sinkt gegen die Modellbasis sehr schnell auf Null ab.

Dagegen kehrt sich für die y-Koordinate das Genauigkeitsverhältnis der Modellpunkte um. Lag bei der strengen Bündelausgleichung der Punkt mit dem geringsten mittleren y-Fehler etwa in Modellmitte, so sind bei der Zweistufenlösung die Eckpunkte am genauesten. Entsprechend erhalten im zweiten Fall die Punkte auf der Modellbasis die größten y-Streuungen. Die Einpassung eines starren Modells durch räumliche Ähnlichkeitstransformation auf vier Paßpunkte hat also zur Folge, daß die Paßpunkte zwar sehr gut angehalten werden, daß aber im Restbereich des Modells wesentlich größere Streuungen auftreten. Dieses Verhalten läßt sich damit erklären, daß nach der relativen Orientierung verbleibende y-Parallaxen durch die

absolute Orientierung nicht mehr beseitigt werden können. Bei der strengen Modelleinpassung wird dagegen die gesamte vorhandene Information, also auch die Paßpunktkoordinaten, gleichzeitig berücksichtigt, wodurch eine gleichmäßigere Verteilung der Verbesserungen erreicht wird. Daraus ist auch ersichtlich, daß die größte Genauigkeitssteigerung in y bei den Punkten auftreten muß, die in der Nähe der Modellbasis liegen. Sie beträgt im vorliegenden Fall etwa 60 %. An den Eckpunkten tritt dafür eine Verschlechterung um etwa 25 % auf.

Die prozentuale Genauigkeitssteigerung der einzelnen Modellbereiche ist in Abbildung 4.11 getrennt für x , y und z angegeben. Bei der Berechnung wurden die Werte der symmetrisch zu den Modellachsen gelegenen Punkte jeweils gemittelt, so daß nur ein Quadrant des Modellbereiches angegeben werden muß. Das negative Vorzeichen bedeutet, daß in diesen Punkten die strenge Bündellösung schlechter ist als die Zweistufenlösung.

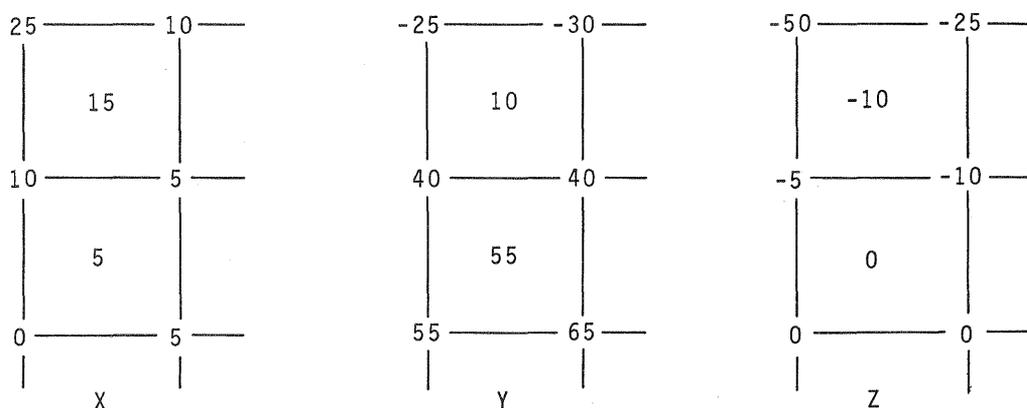


Abbildung 4.11 Genauigkeitsunterschiede in % zwischen stufenweiser und strenger Orientierung. Stufenweise = 100 %, Werte gerundet. Einpassung auf vier Paßpunkte in den Modellecken

HEIMES [25] erhält bei seinen Untersuchungen ebenfalls die größte Genauigkeitssteigerung für die y -Koordinate von Punkten auf der Modellbasis, doch liegt sie bei ihm nur bei etwa 30 %. Die Aussage gilt nur beim Vorhandensein von rein zufälligen, also unabhängigen Bildfehlern. Im übrigen ergibt sich eine etwa 7 %- bis 8 %-ige Abnahme der mittleren x -Fehler für beliebige Modellpunkte. In z sind die Modellecken nach strenger Ausgleichung um ca. 8 % genauer, während die Modellmitte keine Änderung erfährt.

GOTTHARDT [18] weist beim Vergleich von entsprechenden Einpaßfällen ebenfalls eine spürbare Genauigkeitssteigerung der y -Koordinate bei der strengen Lösung nach, die auf der Modellbasis etwa 50 % beträgt. Die x - und z -Koordinaten zeigen dagegen praktisch keine Unterschiede.

Zum Schluß seien noch einige Bemerkungen zu den Korrelationen gemacht. Im Durchschnitt sind bei der Stufenlösung die auftretenden Korrelationen der Modellkoordinaten größer als beim strengen Verfahren. Dies gilt besonders für die Autokorrelation der y -Koordinate und die Kreuzkorrelation zwischen x und y . Im Modellinnern vergrößern sie sich zum Teil auf den zweifachen Betrag. Für die Autokorrelationen der x - und z -Koordinaten treten nur geringe Zunahmen auf, wobei

die Verteilung innerhalb des Modells etwa erhalten bleibt. Lage und Höhe sind bei beiden Ausgleichsmethoden unabhängig voneinander.

Eine weitere Aussage zum Genauigkeitsverhältnis zwischen strenger und stufenweiser Orientierung soll dadurch erreicht werden, daß anstelle von vier Paßpunkten alle vorhandenen Punkte als Paßpunkte verwendet werden. Dabei kommt es besonders darauf an, ob bei einer Steigerung der Überbestimmung der absoluten Orientierung eine weitere Genauigkeitszunahme erhalten werden kann. So vermutet HOFMANN [10], daß überhaupt erst bei einer größeren Redundanz des Ausgleichungssystems Genauigkeitsunterschiede zwischen beiden Verfahren auftreten.

4.2 Einpassung auf alle Paßpunkte

Für den Fall, daß die absolute Orientierung mit allen vorhandenen Paßpunkten erfolgt, ergeben sich die in Tabelle 4.13 enthaltenen Werte, welche die mittlere Genauigkeit im Modell bezeichnen.

	σ_x	σ_y	σ_z	
Stufenweise	4.6	5.3	6.9	$\mu\text{m im Bild}$
Streng	3.6	4.2	7.4	$\mu\text{m im Bild}$
Genauigkeitssteigerung	22	21	-7	% (Stufenweise = 100 %)

Tabelle 4.13 Mittlerer Genauigkeitsunterschied zwischen strenger und genäherter Modellorientierung
Einpassung auf alle Paßpunkte

Die Zusammenstellung zeigt, daß die bessere Genauigkeitsleistung der strengen Orientierung praktisch unabhängig davon ist, wieviel Paßpunkte für die Einpassung in das Geländesystem verwendet werden. Es tritt lediglich eine geringe Verschiebung zwischen x und y auf. Bei Blockausgleichungen werden ähnliche Unterschiede zwischen der Bündelmethode und dem Verfahren mit unabhängigen Modellen erwartet. BRINDÖPKE [5] gibt praktische Ergebnisse an, die Genauigkeitsunterschiede von etwa 20 % bis 25 % zwischen den beiden Verfahren aufweisen.

Wie sich die prozentuale Genauigkeitssteigerung innerhalb des Modells verhält, ist in Abbildung 4.12 dargestellt. Die bei der Abbildung 4.11 gegebenen Erläuterungen (siehe S. 125) gelten hier in analoger Form.

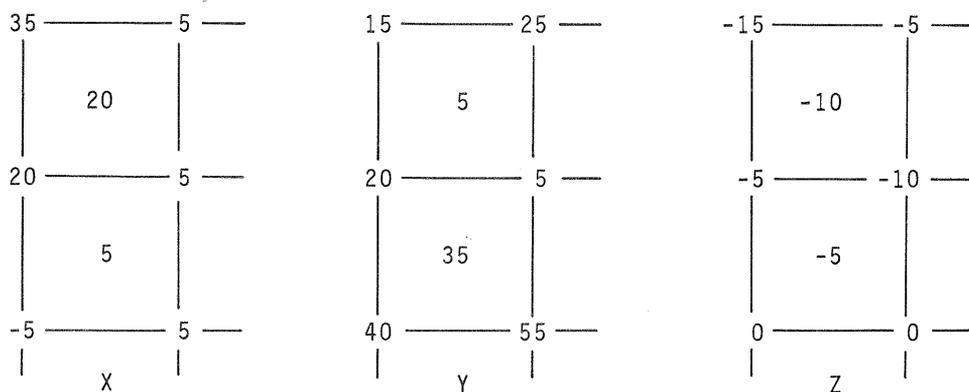


Abbildung 4.12 Genauigkeitsunterschiede in % zwischen stufenweiser und strenger Orientierung. Stufenweise = 100 %, Werte gerundet.
Einpassung auf alle Paßpunkte

Die empirische Genauigkeitsuntersuchung im absolut orientierten Modell soll nicht abgeschlossen werden, ohne noch einige Angaben zur Streckengenauigkeit zu machen.

5. Streckengenauigkeit im absolut orientierten Modell

Zur Untersuchung der Streckengenauigkeit werden die empirischen Daten des Testfeldes Rheidt herangezogen. Die Aussagen beschränken sich auf das mit allen Punkten relativ orientierte Modell (Orientierungsvariante 2), während die Einpassung auf 4 Paßpunkte in den Modellecken erfolgt. Es wird sowohl die Zweistufen- als auch die Bündellösung untersucht.

Die Berechnung der mittleren Streckenfehler erfolgt nach dem in III.5, S. 92, gemachten Vorschlag, indem lediglich die in Abbildung 3.27, S. 93 eingetragenen Strecken verwendet werden. Diese Strecken werden modellweise errechnet und in sechs Klassen eingeteilt, die zwischen 0.5 mm und 200 mm im Bild bzw. zwischen 5 m und 2000 m in der Natur liegen (siehe Tabelle 3.14, S. 93). Für jede einzelne Strecke werden die Restfehler zwischen den aus den ausgeglichenen Koordinaten berechneten Strecken und ihren aus den Sollkoordinaten abgeleiteten "quasiwahren" Werten gebildet. Der quadratische Mittelwert σ_s der Restfehler aller Strecken einer Klasse wird als mittlerer Streckenfehler dieser Klasse betrachtet. Schließlich werden die Ergebnisse aller 47 Modelle zu dem endgültigen Mittelwert zusammengefaßt. Aus den Abweichungen der einzelnen Modelle vom Mittelwert lassen sich noch Streuungen σ_{σ_s} für die mittleren Streckenfehler angeben.

In Tabelle 4.14 sind die erhaltenen Ergebnisse für die strenge und die genäherte Ausgleichung zusammengestellt. Dort ist auch das nach Formel (3.29) bis (3.32), S. 94 - 95, berechnete Konfidenzintervall für das Signifikanzniveau $\alpha = 10\%$ und $\alpha = 1\%$ eingetragen.

Strecke s		σ_s µm	σ_{σ_s} µm	Konfidenzintervalle				Strecken- anzahl
m	mm			$\alpha = 10\%$		$\alpha = 1\%$		
Strenge Orientierung nach der Bündellösung								
4.5	0.4	3.3	0.2	3.1	3.6	3.0	3.7	1033
347.0	33.0	6.1	0.5	5.5	6.8	5.2	7.2	402
484.9	46.2	5.5	0.4	5.0	6.1	4.7	6.5	531
698.4	66.5	6.2	0.7	5.5	7.0	5.2	7.6	361
989.4	94.2	9.0	1.0	7.9	10.3	7.4	11.3	304
2061.1	196.3	8.2	0.9	7.2	9.7	6.5	10.7	223
Genäherte Zweistufenorientierung								
4.5	0.4	3.3	0.2	3.1	3.6	3.0	3.7	1033
347.0	33.0	6.7	0.6	6.0	7.6	5.6	8.1	402
484.9	46.2	6.1	0.5	5.5	6.8	5.2	7.2	531
698.4	66.5	7.1	0.8	6.3	8.1	5.9	7.8	361
989.4	94.2	10.0	1.0	8.8	11.5	8.2	12.5	304
2061.1	196.3	8.2	0.9	7.2	9.7	6.5	10.7	223

Tabelle 4.14 Streckengenauigkeit im absolut orientierten Modell
Einpassung auf 4 Paßpunkte

Die graphische Darstellung der Streckengenauigkeit in Abhängigkeit der Entfernung enthält die Abbildung 4.13. Die durchgezogene Linie gilt für die strenge Orientierung, während sich die gerissene Linie auf die Zweistufenorientierung bezieht.

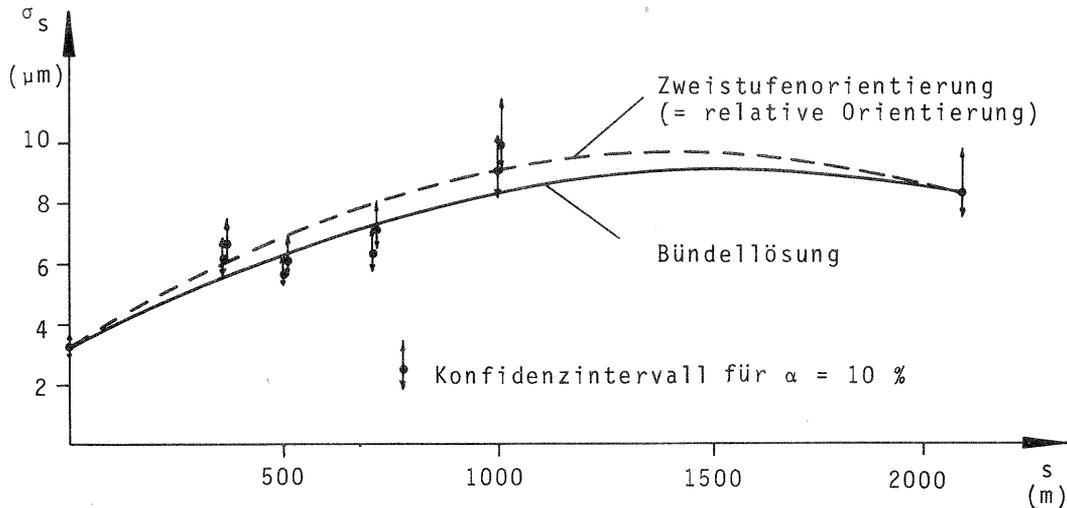


Abbildung 4.13 Streckengenauigkeit im absolut orientierten Modell

Die Zweistufenorientierung liefert erwartungsgemäß eine etwas geringere Streckengenauigkeit. Der Unterschied der Streuungen beträgt im Mittel etwa 15 %. Die sehr kurzen und die sehr langen Strecken sind jedoch in beiden Fällen gleich genau.

Ein Vergleich von Tabelle 4.14 mit Tabelle 3.15, S. 127 u. 94, oder Abbildung 4.13 mit Abbildung 3.28, S. 128 u. 95, zeigt, daß bei der stufenweisen Ausgleichung die mittleren Streckenfehler nach der Einpassung auf die Paßpunkte bis auf eine Ausnahme identisch sind mit denen nach der relativen Orientierung. Das bedeutet, daß in diesem Fall die Streckengenauigkeit durch die absolute Orientierung nicht beeinflusst wird. Anders verhält es sich bei der strengen Bündelausgleichung. Hier sind die Strecken im Mittel um etwa 15 % genauer als im relativ orientierten Modell. Daraus läßt sich der Einfluß der bei der Stufenorientierung vernachlässigten Korrelationen zwischen den Modellkoordinaten erkennen.

Hinzu kommt, daß bei der Bündellösung die Streckengenauigkeit von der Verteilung der Paßpunkte abhängt. Werden nämlich alle verfügbaren Paßpunkte in die Ausgleichung eingeführt, verringern sich die Streuungen der Strecken zwischen 350 m und 1000 m um etwa 15 %. Nur die sehr langen und die sehr kurzen Strecken ändern ihre Genauigkeit nicht.

Bei der Untersuchung der Nachbargenauigkeit, die definiert ist als die Genauigkeit von Strecken, die gegen Null streben, erhält man für beide Ausgleichungsfälle und beliebige Punktanordnungen immer denselben Wert

$$\sigma_{s \rightarrow 0} = 3.3 \mu\text{m im Bildmaßstab.}$$

Die Nachbargenauigkeit wird also weder durch das Orientierungsverfahren noch durch die Anzahl der verwendeten Paßpunkte beeinflusst. Dasselbe Ergebnis gibt auch HEIMES [25] an. Dicht benachbarte Punkte müssen daher dieselben Fehler-

eigenschaften besitzen. KUPFER [36] findet zudem - wenigstens bei Weitwinkel-
aufnahmen - eine Unabhängigkeit vom Bildmaßstab, und auch PAPE [48] erhält ähn-
liche Ergebnisse bei photogrammetrischen Katastermessungen.

6. Folgerungen

Die empirischen Genauigkeitsuntersuchungen im absolut orientierten Modell haben
gezeigt, daß bei strengeren Rechenverfahren auch bessere Ergebnisse erhalten
werden. Als Nachweis diente der Genauigkeitsunterschied zwischen strenger Bündel-
lösung und klassischer Zweistufenausgleichung. Bei letzterer ließe sich ebenfalls
eine höhere Genauigkeit erzielen, wenn man nach der relativen Orientierung die
Korrelationen zwischen den Modellkoordinaten aus der Fehlerfortpflanzung berück-
sichtigen würde. Unter der Voraussetzung, daß keine systematischen Bildfehler
vorhanden sind, müßte sich dasselbe Ergebnis wie bei der Ausgleichung in einem
Guß erreichen lassen. Selbstverständlich können in jedem Einzelfall im Rahmen
des Ausgleichungsvorganges die Korrelationen rechnerisch bestimmt und in die
zweite Berechnungsstufe eingeführt werden. Dieses Vorgehen bietet keinerlei
Schwierigkeiten und ist nicht weiter interessant. Im folgenden soll untersucht
werden, wie die in dieser Arbeit empirisch abgeleiteten Korrelationen berück-
sichtigt werden können und wie sie sich auf das Ausgleichungsergebnis auswirken.
Daraus sollen dann Schlüsse gezogen werden, in welcher Form sich diese Korre-
lationen in der Praxis anwenden lassen.

In III.2 und III.3, S. 42 ff., wurde aus empirischen Daten eine Varianz-Kovari-
anz-Matrix abgeleitet, von der angenommen wird, daß sie die stochastischen Eigen-
schaften von Modellkoordinaten hinreichend gut beschreibt. Wenn diese Matrix in
die zweite Phase der stufenweisen Orientierung eingeführt wird, muß eine Ge-
nauigkeitssteigerung gegenüber dem Verfahren ohne Berücksichtigung der Korre-
lationen nach dem ersten Schritt erreichbar sein, die mindestens so groß ist wie
bei der strengen Ausgleichung. Das Ergebnis muß sogar noch besser sein, da die
empirische Kovarianzmatrix auch korrelierte Anteile der Koordinatenfehler im
Bild berücksichtigt, während bei der Bündelmethode von gleich genauen und unkorre-
lierten Bildkoordinaten ausgegangen wurde.

Eine weitere Anwendungsmöglichkeit der Varianz-Kovarianz-Matrix besteht darin,
die Genauigkeit der Zweistufenorientierung mit vereinfachtem stochastischen Mo-
dell fehlertheoretisch abzuleiten und damit die empirischen Ergebnisse vorher-
zusagen.

Wenn die beiden angegebenen Untersuchungen erfolgreich verlaufen, ist die Brauch-
barkeit der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix zur Beschreibung der im photo-
grammetrischen Modell auftretenden Genauigkeitsstruktur grundsätzlich nachge-
wiesen, und es können beliebige fehlertheoretische Vorhersagen getroffen werden.
Diesem Themenkreis ist das nächste Kapitel gewidmet.

V. GENAUIGKEITSUNTERSUCHUNGEN MIT BENÖTZUNG DER EMPIRISCHEN VARIANZ-KOVARIANZ-MATRIX DER MODELLKOORDINATEN

1. Theoretische Streckengenauigkeit im Modell

Mit der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix, die nach den in III.3.4 und III.3.5, S. 87 ff., angegebenen Regeln aufgebaut werden kann, lassen sich die Genauigkeitseigenschaften beliebiger Funktionen der Modellkoordinaten theoretisch vorhersagen. Als Beispiel soll zunächst die Streckengenauigkeit im relativ orientierten Modell dienen, die in III.5, S. 92, auf empirischer Basis ermittelt wurde und jetzt fehlertheoretisch abgeleitet wird. Beide Ableitungen müßten übereinstimmen, wenn die Kovarianzmatrix realistisch sein soll.

Bei der empirischen Berechnung der Streckengenauigkeit wurde nur eine begrenzte Anzahl von Strecken ausgesucht, um die statistischen Voraussetzungen der unabhängigen Stichprobe möglichst gut anzunähern. Mit dem Vorliegen einer Kovarianzmatrix können mit Hilfe der Fehlertheorie alle möglichen im Modell auftretenden Strecken benützt werden, wozu alle Punkte des Durchschnittsmodells herangezogen werden.

Die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf die Streckenermittlung aus Koordinaten ergibt folgende Rechenformeln:

Die Strecke s erhält man aus

$$s^2 = (x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2 \quad (5.1)$$

Die Differentiation von (5.1) liefert

$$s \cdot ds = (x_i - x_k)(dx_i - dx_k) + (y_i - y_k)(dy_i - dy_k) \quad (5.2)$$

Mit den Abkürzungen

$$a = \frac{x_i - x_k}{s} \quad (5.3)$$

$$b = \frac{y_i - y_k}{s} \quad (5.4)$$

$$\sigma_i^2 = \text{Var}(i) \quad (5.5)$$

$$\sigma_{ik} = \text{Cov}(i, k) \quad (5.6)$$

ergibt sich schließlich die Varianz der Strecke s aus

$$\begin{aligned} \sigma_s^2 = & a^2(\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{x_k}^2) + b^2(\sigma_{y_i}^2 + \sigma_{y_k}^2) - 2a^2\sigma_{x_i x_k} - 2b^2\sigma_{y_i y_k} \\ & + 2ab(\sigma_{x_i y_i} + \sigma_{x_k y_k}) - 2ab(\sigma_{x_i y_k} + \sigma_{x_k y_i}) \end{aligned} \quad (5.7)$$

Aus den 23 Punkten des Durchschnittsmodells Rheidt lassen sich insgesamt 253 Strecken bilden, die in sieben Klassen eingeteilt werden. Die Varianzen σ_s^2 werden nach (5.7) für jede Strecke berechnet und klassenweise zu einem Mittelwert zusammengefaßt. Die daraus ermittelten Standardabweichungen σ_s sind in Tabelle 5.1 zusammengestellt und in Abbildung 5.1 als Funktion der Streckenlänge eingetragen. Zum Vergleich ist die empirische Streckengenauigkeit nach Abbildung 3.28, S. 95, gestrichelt mit angegeben.

Klassenmitte (mm im Bild)	Streuung σ_s (μm)	Strecken- anzahl
35	5.9	32
58	7.1	54
86	8.5	58
115	9.3	52
150	9.4	32
181	8.7	16
208	7.6	9

Tabelle 5.1 Streckengenauigkeit aus der Fehlerfortpflanzung

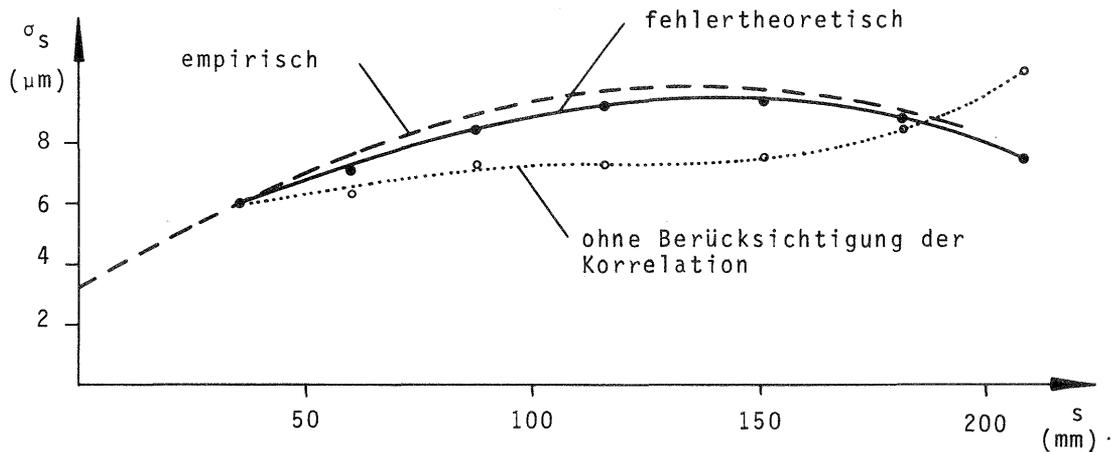


Abbildung 5.1 Theoretische Streckengenauigkeit im relativ orientierten Modell

Abbildung 5.1 zeigt, daß die empirische Streckengenauigkeit durch die fehlertheoretische Ableitung bestätigt wird. Dies gilt besonders für die Abnahme des mittleren Streckenfehlers für Strecken, die größer als etwa 150 mm im Modell sind.

Interessant ist noch ein Vergleich mit den Streuungen, die man erhält, wenn die Korrelationen zwischen den Koordinaten der Streckenanfangs- und -endpunkte bei der Fehlerfortpflanzung vernachlässigt werden. Dieser Fall ist in Abbildung 5.1 punktiert dargestellt. Bei Strecken bis etwa 180 mm im Modell fällt hierbei die errechnete Genauigkeit erwartungsgemäß zu günstig aus. Der Unterschied zur strengen Berechnung beträgt bis zu 25 %. Lediglich bei langen Strecken ergeben sich bei Nichtbeachtung der Korrelationen zu große Streuungen. Dadurch wird die früher gemachte Aussage bestätigt, daß das Abfallen der Streckenfehler-Kurve durch die große gleichgerichtete Korrelation der Modelleckpunkte bedingt ist.

Die gute Übereinstimmung zwischen den empirischen und den theoretischen Ergebnissen beweist, daß die benützte Varianz-Kovarianz-Matrix sehr gut geeignet ist, die Genauigkeitseigenschaften der Modellkoordinaten zu beschreiben. Damit ist es möglich, für beliebige Funktionen sichere Genauigkeitsvorhersagen zu treffen. Es lassen sich zum Beispiel die Streckengenauigkeit in Abhängigkeit von der Lage der Strecke im Modell oder die Genauigkeit von Richtungen oder Koordinatendifferenzen in derselben Weise untersuchen und vorhersagen.

Wichtiger erscheint aber eine weitergehende Untersuchung im absolut orientierten Modell, um zu zeigen, daß zum einen auch für diesen Fall mit Hilfe der Varianz-Kovarianz-Matrix praktisch brauchbare Genauigkeitsvorhersagen getroffen werden

können und zum anderen Möglichkeiten bestehen, die erreichbare Genauigkeit entsprechend zu steigern.

2. Theoretische Genauigkeit der vereinfachten Zweistufenorientierung

Durch die Überprüfung der empirischen Genauigkeit der vereinfachten Zweistufenorientierung mit Hilfe eines erweiterten stochastischen Modells kann ein weiterer Beweis für die Gültigkeit der empirischen Kovarianzmatrix geliefert werden. Hierzu dient die Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf Formel (2.20), S. 29. Diese bezieht sich jedoch nur auf die Transformationsparameter, während im vorliegenden Fall die Geländekoordinaten von Interesse sind.

Für die Fehlerfortpflanzung wird der Vektor der Unbekannten \mathbf{t} aus (2.18) um die gesuchten Geländekoordinaten X_i, Y_i, Z_i erweitert. Das bedeutet, daß für sämtliche Modellpunkte jeweils eine der Bedingungsgleichungen (2.16), S. 28, angesetzt werden muß. Es gilt dann

$$\bar{\mathbf{t}} = (\phi, \omega, \kappa, m, X_0, Y_0, Z_0, X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2, \dots, X_n, Y_n, Z_n)^t \quad (5.8)$$

Eine Vereinfachung von (2.20) ergibt sich dadurch, daß

$$\mathbf{G} = \mathbf{E} \quad (5.9)$$

gesetzt wird. Damit geht (2.20) über in

$$\Delta \bar{\mathbf{t}} = (\mathbf{B}^t (\mathbf{A} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{B})^{-1} \cdot \mathbf{B}^t (\mathbf{A} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{F} \quad (5.10)$$

Die Anwendung des Fehlerfortpflanzungsgesetzes auf (5.10) liefert

$$\mathbf{Q}^{\Delta \bar{\mathbf{t}} \Delta \bar{\mathbf{t}}} = (\mathbf{B}^t (\mathbf{A} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t (\mathbf{A} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{Q}^{FF} (\mathbf{A} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{B}^t (\mathbf{A} \mathbf{A}^t)^{-1} \mathbf{B})^{-1} \quad (5.11)$$

Die Kovarianzmatrix \mathbf{Q}^{FF} des Absolutgliedvektors erhält man über Fehlerfortpflanzung aus Gleichung (2.16) oder (2.17), wobei die Linearisierung nur nach den Beobachtungen erfolgt. Dadurch erhält man

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{U} \quad (5.12)$$

Aus (5.12) ergibt sich

$$\mathbf{Q}^{FF} = \mathbf{Q}^{\Delta \mathbf{F} \Delta \mathbf{F}} = \mathbf{A} \mathbf{G}^{uu} \mathbf{A}^t \quad (5.13)$$

\mathbf{G}^{uu} ist die übergeordnete Kovarianzmatrix der Beobachtungen, die zur Überprüfung der Genauigkeit dienen soll und für die im vorliegenden Fall die empirische Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten eingesetzt wird.

Für die theoretische Genauigkeitsuntersuchung wird ein Modell aus 23 schematisch gelegenen Punkten konstruiert, die den Punkten des Durchschnittsmodells entsprechen (s. Abbildung 3.4, S. 47). Als Koordinaten werden jedoch gerundete Werte eingeführt, wie sie in Tabelle 3.13, S. 91, für die Lage bereits angegeben sind. Die Höhe z wird für alle Punkte gleich der genäherten Kammerkonstanten angenommen und auf $z = -150$ mm festgesetzt. Zusätzlich werden vier Paßpunkte gewählt, welche dieselben Modellkoordinaten besitzen wie die vier Eckpunkte des Modells.

Eine weitere Voraussetzung besteht darin, daß Modell- und Geländekoordinatensystem parallel sind und denselben Maßstab besitzen. Dadurch ergeben sich für die Linearisierung wesentliche Vereinfachungen. Die Koeffizientenmatrix \mathbf{A} des nach den Beobachtungen linearisierten Systems geht in die Einheitsmatrix über

$$\mathbf{A} = \mathbf{E} \quad (5.14)$$

Damit erhält man aus (5.11) unter Beachtung von (5.13) und (5.14) die Endgleichung für die Varianz-Kovarianz-Matrix der Transformationsparameter und der Geländekoordinaten

$$\mathbf{Q}^{\Delta\bar{t}\Delta\bar{t}} = (\mathbf{B}^t\mathbf{B})^{-1} \mathbf{B}^t \mathbf{G}^{uu} \mathbf{B} (\mathbf{B}^t\mathbf{B})^{-1} \quad (5.15)$$

Die Matrix $\mathbf{Q}^{\Delta\bar{t}\Delta\bar{t}}$ besteht aus 76 Zeilen und Spalten, von denen jedoch nur die 69x69 Elemente von Interesse sind, die sich auf die Koordinaten der 23 Punkte beziehen. Die Glieder auf der Hauptdiagonalen ergeben zu entsprechenden Mittelwerten zusammengefaßt eine mittlere Genauigkeitsangabe für die x-, y- und z-Koordinaten. Der Vergleich mit den entsprechenden empirischen mittleren Fehlern der Orientierungsvariante 2 aus Tabelle 4.6, S. 111, zeigt eine hervorragende Übereinstimmung. Die Ergebnisse beider Verfahren sind in Tabelle 5.2 einander gegenübergestellt.

	σ_x	σ_y	σ_z	
Fehlertheoretisch	5.3	8.0	9.6	cm in der Natur
	5.0	7.6	9.1	μm im Bildmaßstab
Empirisch	5.4	8.0	9.8	cm in der Natur
	5.1	7.6	9.3	μm im Bildmaßstab

Tabelle 5.2 Vergleich der empirischen und theoretischen Genauigkeit der stufenweisen absoluten Orientierung
Einpassung auf 4 Paßpunkte

Die gute Übereinstimmung zeigt sich noch deutlicher, wenn man die mittleren Koordinatenfehler der einzelnen Punkte betrachtet, die sich aus den Hauptdiagonalelementen der Kovarianzmatrix $\mathbf{Q}^{\Delta\bar{t}\Delta\bar{t}}$ berechnen lassen. Sie sind in Abbildung 5.2 in bekannter Weise für einen Quadranten des Modells angegeben. Um einen direkten Vergleich zu ermöglichen, werden die empirischen Ergebnisse aus Abbildung 4.9, S. 117, so gemittelt, daß Punkte, die symmetrisch zu den beiden Modellachsen liegen, jeweils dieselben mittleren Koordinatenfehler erhalten. Die dadurch gewonnenen Streuungen zeigt Abbildung 5.3.

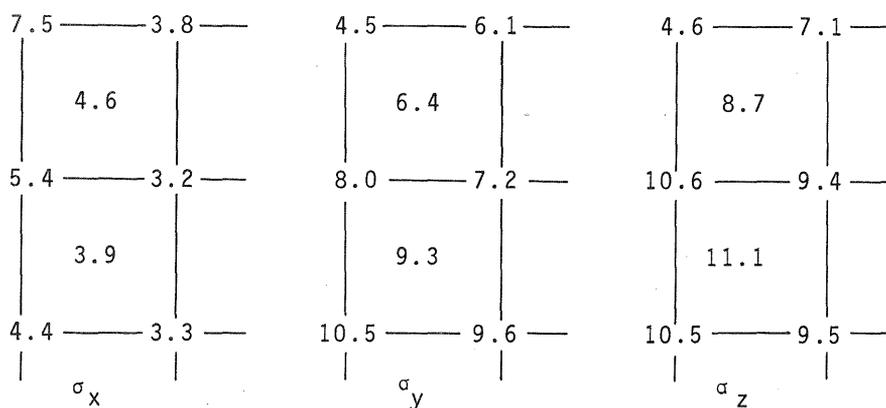


Abbildung 5.2 Theoretische mittlere Koordinatenfehler der klassischen Zweistufenorientierung
Absolute Orientierung mit 4 Paßpunkten
Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab

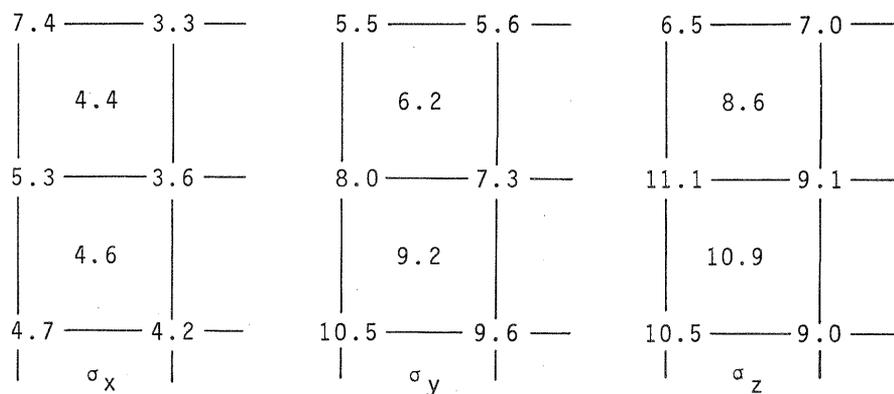


Abbildung 5.3 Empirische mittlere Koordinatenfehler der klassischen Zweistufenorientierung
Angaben wie in Abbildung 5.2

Die größten Unterschiede zwischen den empirischen und den theoretischen mittleren Koordinatenfehlern ergeben sich für x im Mittelpunkt mit etwa 20 % sowie für y und z in den Eckpunkten mit etwa 20 % beziehungsweise 30 %. Bei den übrigen Punkten liegen die Genauigkeitsunterschiede stets unter 10 %.

Auch die Korrelationen der beiden Untersuchungsmethoden stimmen sehr gut überein, sodaß durch die Fehlerfortpflanzung die gesamte Genauigkeitsstruktur im Modell richtig wiedergegeben wird. Die theoretisch ermittelten Korrelationskoeffizienten r_{xx} , r_{yy} und r_{zz} sind in Tabelle 5.3 und die Korrelationskoeffizienten r_{xy} in Tabelle 5.4 in der üblichen Matrizenform zusammengestellt. Die entsprechenden empirischen Koeffizienten sind in Tabelle 4.9 und 4.10, S. 119-122, zu finden.

Die Gegenüberstellung macht nocheinmal deutlich, wie gut die stochastischen Eigenschaften der Modellkoordinaten durch die empirisch gefundene Varianz-Kovarianz-Matrix beschrieben werden. Damit gilt auch als sicher, daß weitere Untersuchungen, welche diese Kovarianzmatrix zugrunde legen, plausible und praktisch brauchbare Ergebnisse liefern müssen.

Hierbei ist besonders daran gedacht, mit Hilfe der Varianz-Kovarianz-Matrix eine Steigerung der Genauigkeit des Ausgleichsergebnisses zu erreichen. Dieser Fall wird anhand der räumlichen Ähnlichkeitstransformation untersucht. Es wird also geprüft, wie sich die Berücksichtigung der Korrelationen der Modellkoordinaten bei der absoluten Orientierung auswirkt. Weiterhin können auch Genauigkeitsvorhersagen für verschiedene Paßpunktanordnungen getroffen werden, beziehungsweise die benötigten Paßpunktverteilungen angegeben werden, wenn eine vorgegebene Genauigkeit erreicht werden soll.

3. Räumliche Ähnlichkeitstransformation mit vollbesetzter Varianz-Kovarianz-Matrix

Der Einfluß der empirischen Korrelationen der Modellkoordinaten auf die Ergebnisse einer räumlichen Ähnlichkeitstransformation kann sowohl auf empirischer als auch auf fehlertheoretischer Basis nachgewiesen werden. Die empirische Methode geht davon aus, daß für die 47 Modelle des Testfeldes Rheidt jeweils eine erneute räumliche Ähnlichkeitstransformation angesetzt wird, wobei die vollbesetzte Varianz-Kovarianz-Matrix in die Ausgleichung einzuführen ist. Beim fehlertheo-

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS RXX

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000											
2	.293	1.000										
3	-.783	-.124	1.000									
4	.530	.460	-.404	1.000								
5	-.404	.208	.530	-.041	1.000							
6	.591	.399	-.495	.546	-.152	1.000						
7	-.140	.371	.302	.202	.469	.115	1.000					
8	-.495	.109	.591	-.152	.546	-.262	.422	1.000				
9	-.234	.223	.350	.083	.408	.030	.435	.376	1.000			
10	-.263	.223	.379	.037	.454	-.050	.435	.455	.368	1.000		
11	-.113	.179	.200	.120	.260	.105	.331	.220	.348	.252	1.000	
12	-.306	.206	.422	.034	.475	-.035	.478	.471	.451	.451	.351	1.000
13	-.165	.179	.251	.039	.341	-.033	.331	.359	.252	.348	.158	.351
14	-.250	.134	.333	.028	.353	-.002	.381	.344	.401	.346	.348	.451
15	-.280	.134	.363	-.018	.399	-.081	.381	.424	.346	.401	.252	.451
16	-.476	-.019	.524	-.165	.400	-.193	.344	.417	.424	.344	.359	.471
17	-.181	.153	.262	.066	.334	.037	.390	.344	.381	.381	.331	.478
18	.524	.271	-.476	.400	-.165	.417	.037	-.193	-.081	-.002	-.033	-.035
19	-.421	-.017	.463	-.142	.369	-.165	.334	.400	.399	.353	.341	.475
20	.463	.236	-.421	.369	-.142	.400	.066	-.165	-.018	.028	.039	.034
21	-.755	-.192	.744	-.421	.463	-.476	.262	.524	.363	.333	.251	.422
22	.225	.145	-.192	.236	-.017	.271	.153	-.019	.134	.134	.179	.206
23	.744	.225	-.755	.463	-.421	.524	-.181	-.476	-.280	-.250	-.165	-.306

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13	1.000										
14	.252	1.000									
15	.348	.368	1.000								
16	.220	.455	.376	1.000							
17	.331	.435	.435	.422	1.000						
18	.105	-.050	.030	-.262	.115	1.000					
19	.260	.454	.408	.546	.469	-.152	1.000				
20	.120	.037	.083	-.152	.202	.546	-.041	1.000			
21	.200	.379	.350	.591	.302	-.495	.530	-.404	1.000		
22	.179	.223	.223	.109	.371	.399	.208	.460	-.124	1.000	
23	-.113	-.263	-.234	-.495	-.140	.591	-.404	.530	-.783	.293	1.000

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS RYY

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000											
2	.093	1.000										
3	-.385	.093	1.000									
4	.073	.204	.084	1.000								
5	.084	.204	.073	.604	1.000							
6	.046	.064	.063	.665	.653	1.000						
7	.061	.085	.061	.700	.700	.928	1.000					
8	.063	.064	.046	.653	.665	.777	.828	1.000				
9	.036	-.011	.043	.662	.657	.926	.861	.818	1.000			
10	.043	-.011	.036	.657	.662	.918	.861	.826	.872	1.000		
11	.022	-.060	.035	.643	.633	.926	.855	.810	.883	.876	1.000	
12	.031	-.054	.031	.662	.662	.846	.885	.846	.909	.909	.921	1.000
13	.035	-.060	.022	.633	.643	.810	.855	.826	.876	.883	.886	.921
14	.021	-.069	.028	.621	.615	.804	.836	.795	.866	.862	.883	.909
15	.028	-.069	.021	.615	.621	.795	.836	.804	.862	.866	.876	.909
16	.011	-.070	.028	.570	.557	.746	.770	.726	.804	.795	.826	.846
17	.022	-.065	.022	.592	.592	.770	.807	.770	.836	.836	.855	.885
18	.028	-.070	.011	.557	.570	.726	.770	.746	.795	.804	.810	.846
19	.008	-.046	.019	.433	.425	.570	.592	.557	.621	.615	.643	.652
20	.019	-.046	.008	.425	.433	.557	.592	.570	.615	.621	.633	.652
21	-.106	.003	.019	.008	.019	.011	.022	.028	.021	.028	.022	.031
22	.003	.066	.003	-.046	-.046	-.070	-.065	-.070	-.069	-.069	-.060	-.054
23	.019	.003	-.106	.019	.008	.028	.022	.011	.028	.021	.035	.031

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13	1.000										
14	.876	1.000									
15	.883	.872	1.000								
16	.810	.826	.817	1.000							
17	.855	.861	.861	.827	1.000						
18	.826	.818	.826	.777	.828	1.000					
19	.633	.662	.657	.665	.700	.653	1.000				
20	.643	.657	.662	.653	.700	.665	.604	1.000			
21	.035	.036	.043	.046	.061	.063	.073	.084	1.000		
22	-.060	-.011	-.011	.063	.085	.064	.204	.204	.093	1.000	
23	.022	.043	.036	.063	.061	.046	.084	.073	-.385	.093	1.000

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS RZZ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000											
2	.106	1.000										
3	-.356	.106	1.000									
4	.097	.310	.054	1.000								
5	.054	.310	.097	.517	1.000							
6	.088	.216	.018	.572	.451	1.000						
7	.059	.242	.059	.600	.600	.580	1.000					
8	.018	.216	.088	.451	.572	.393	.580	1.000				
9	.059	.169	.025	.578	.520	.594	.646	.498	1.000			
10	.025	.169	.059	.520	.578	.498	.646	.594	.598	1.000		
11	.071	.142	-.000	.593	.471	.638	.636	.437	.665	.569	1.000	
12	.040	.158	.040	.529	.529	.531	.628	.531	.608	.608	.611	1.000
13	-.000	.142	.071	.471	.593	.437	.636	.638	.569	.665	.518	.611
14	.042	.098	.008	.535	.477	.570	.619	.475	.632	.586	.665	.608
15	.008	.098	.042	.477	.535	.475	.619	.475	.586	.632	.569	.608
16	.053	.067	-.018	.481	.360	.542	.524	.343	.570	.475	.638	.531
17	.020	.074	.020	.498	.498	.524	.622	.524	.619	.619	.636	.628
18	-.018	.067	.053	.360	.481	.343	.524	.542	.475	.570	.437	.531
19	.032	.038	-.011	.425	.351	.481	.498	.360	.535	.477	.593	.529
20	-.011	.038	.032	.351	.425	.360	.498	.481	.477	.535	.471	.529
21	-.356	.000	.356	.032	-.011	.053	.020	-.018	.042	.008	.071	.040
22	.000	.000	.000	.038	.038	.067	.074	.067	.098	.098	.142	.158
23	.356	.000	-.356	-.011	.032	-.018	.020	.053	.008	.042	-.000	.040

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1											
2											
3											
4											
5											
6											
7											
8											
9											
10											
11											
12											
13	1.000										
14	.569	1.000									
15	.665	.598	1.000								
16	.437	.594	.498	1.000							
17	.636	.646	.646	.580	1.000						
18	.638	.498	.594	.393	.580	1.000					
19	.471	.578	.520	.572	.600	.451	1.000				
20	.593	.520	.578	.451	.600	.572	.517	1.000			
21	-.000	.059	.025	.088	.059	.018	.097	.054	1.000		
22	.142	.169	.169	.216	.242	.216	.310	.310	.106	1.000	
23	.071	.025	.059	.018	.059	.088	.054	.097	-.356	.106	1.000

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS RXY

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	-.171	-.191	.071	.495	.485	.701	.718	.685	.774	.767	.802	.818
2	.009	-.088	-.009	.166	.112	.236	.200	.150	.231	.194	.251	.224
3	-.071	.191	.171	-.485	-.495	-.685	-.718	-.701	-.767	-.774	-.790	-.818
4	-.001	-.161	-.030	.161	.245	.425	.411	.372	.465	.442	.496	.489
5	.030	.161	.001	-.245	-.161	-.372	-.411	-.425	-.442	-.465	-.455	-.489
6	-.007	-.218	-.045	.286	.267	.390	.457	.429	.521	.508	.557	.551
7	.032	.050	-.032	-.131	-.164	-.179	-.210	-.230	-.214	-.237	-.212	-.238
8	.045	.218	.007	-.267	-.286	-.429	-.457	-.390	-.568	-.521	-.534	-.551
9	.017	.000	-.052	-.248	-.261	-.300	-.324	-.321	-.305	-.328	-.313	-.330
10	.052	.139	-.017	-.148	-.162	-.247	-.264	-.268	-.296	-.291	-.313	-.330
11	.006	-.079	-.069	-.208	-.208	-.215	-.227	-.215	-.266	-.206	-.119	-.196
12	.050	.083	-.050	-.243	-.243	-.337	-.349	-.337	-.371	-.371	-.381	-.352
13	.069	.162	-.006	-.035	-.035	-.123	-.123	-.123	-.166	-.166	-.191	-.196
14	.034	.000	-.070	-.261	-.248	-.321	-.324	-.300	-.328	-.319	-.329	-.330
15	.070	.139	-.034	-.162	-.148	-.268	-.264	-.247	-.306	-.296	-.329	-.330
16	.018	.018	-.070	-.429	-.410	-.536	-.543	-.505	-.555	-.541	-.557	-.561
17	.074	.050	-.074	-.164	-.131	-.230	-.212	-.179	-.237	-.214	-.251	-.238
18	.070	-.018	-.018	.410	.429	.505	.543	.536	.541	.555	.534	.551
19	.043	.045	-.074	-.362	-.328	-.469	-.461	-.416	-.484	-.461	-.496	-.489
20	.074	-.045	-.043	.328	.362	.416	.461	.469	.461	.484	.455	.489
21	.071	.117	-.059	-.549	-.539	-.730	-.750	-.714	-.786	-.779	-.802	-.818
22	.079	-.047	-.079	.112	.166	.150	.200	.236	.194	.231	.185	.224
23	.059	-.117	-.071	.539	.549	.714	.750	.730	.779	.786	.790	.818

MATRIX OF CORRELATION COEFFICIENTS

	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
1	.790	.786	.779	.730	.750	.714	.549	.539	-.071	-.117	.059
2	.185	.231	.194	.236	.200	.150	.166	.112	-.079	-.047	.079
3	-.802	-.779	-.786	-.714	-.750	-.730	-.539	-.549	-.059	.117	.071
4	.455	.484	.461	.469	.461	.416	.362	.328	-.043	-.045	.074
5	-.496	-.461	-.484	-.416	-.461	-.469	-.328	-.362	-.074	.045	.043
6	.534	.555	.541	.536	.543	.505	.429	.410	-.018	-.018	.070
7	-.251	-.214	-.237	-.179	-.212	-.230	-.131	-.164	-.074	.050	.074
8	-.557	-.541	-.555	-.505	-.543	-.536	-.410	-.429	-.070	.018	.018
9	-.329	-.296	-.306	-.247	-.264	-.268	-.148	-.162	-.034	.139	.070
10	-.329	-.319	-.328	-.300	-.324	-.321	-.248	-.261	-.070	.000	.034
11	-.191	-.166	-.166	-.123	-.123	-.123	-.035	-.035	-.066	.162	.069
12	-.381	-.371	-.371	-.337	-.349	-.337	-.243	-.243	-.050	.083	.050
13	-.119	-.206	-.206	-.215	-.227	-.215	-.208	-.208	-.069	-.079	.006
14	-.313	-.291	-.296	-.268	-.264	-.247	-.162	-.148	-.017	.139	.052
15	-.313	-.328	-.305	-.321	-.324	-.300	-.261	-.248	-.052	.000	.017
16	-.534	-.521	-.508	-.390	-.457	-.429	-.286	-.267	.007	.218	.045
17	-.212	-.237	-.214	-.230	-.210	-.179	-.164	-.131	-.032	.050	.032
18	.557	.508	.521	.429	.457	.390	.267	.286	-.045	-.218	-.007
19	-.455	-.465	-.442	-.425	-.411	-.372	-.161	-.245	.001	.161	.030
20	.496	.442	.465	.372	.411	.425	.245	.161	-.030	-.161	-.001
21	-.790	-.774	-.767	-.701	-.718	-.685	-.495	-.485	.171	.191	.071
22	.251	.194	.231	.150	.200	.236	.112	.166	-.069	-.088	.009
23	.802	.767	.774	.685	.718	.701	.485	.495	.071	-.191	-.171

retischen Verfahren werden Modellkoordinaten konstruiert, für welche das Normalgleichungssystem des Ausgleichungsproblems unbestimmt aufgelöst wird.

3.1 Empirische Untersuchung

Für die empirische Untersuchung werden die Modellkoordinaten der Orientierungsvariante 2 benützt, bei der alle Bildpunkte zur Modellbildung beitragen. Die Varianz-Kovarianz-Matrizen der einzelnen Modelle werden nach den in III.3.5, S. 90, angegebenen Regeln aufgebaut, indem jedes Modell in Felder eingeteilt wird, innerhalb denen die stochastischen Eigenschaften der Modellkoordinaten als gleich betrachtet werden. Zur Einpassung in das Geländesystem werden vier Paßpunkte in den Modellecken herangezogen.

Als Genauigkeitsmaß sollen lediglich die quadratischen Mittelwerte der Restfehler zwischen den ausgeglichenen Koordinaten und ihren Sollwerten berechnet werden, deren Mittelung über alle Modelle die gesuchten Streuungen der Koordinaten x , y und z liefert: Das Ergebnis lautet:

σ_x	σ_y	σ_z	
4.4	5.6	9.7	cm in der Natur
4.2	5.3	9.2	μm im Bildmaßstab

Im Vergleich zur Einpassung von gleich genauen und unkorrelierten Modellkoordinaten (siehe Tabelle 4.6, S. 111, Variante 2) erhält man eine Genauigkeitssteigerung von etwa

x	y	z
20 %	30 %	1 %

Auf den z -Wert wird später nochmals Bezug genommen werden.

Eine Gegenüberstellung mit den Ergebnissen der Orientierung nach der Bündellösung zeigt, daß jene nur um etwa 10 % ungenauer sind (vgl. Tabelle 4.1, S. 98). Der Unterschied hätte eigentlich etwas größer ausfallen müssen, da die empirische Kovarianzmatrix auch korrelierte Anteile der Koordinatenfehler im Bild enthält. Die Bündellösung benützte dagegen die Annahme von gleich genauen und unkorrelierten Bildkoordinaten. Der Grund dafür, daß diese Erwartung nicht voll erfüllt wird, kann daran liegen, daß die Einpassung nur auf vier Paßpunkte erfolgt und damit die Varianz-Kovarianz-Matrix nicht vollständig zur Wirkung kommt. Außerdem können Fehlereinflüsse der Geländekoordinaten der Paßpunkte noch eine Rolle spielen. Schließlich ist auch die Deterministik der Modellkoordinaten zu erwähnen, die zumindest in z spürbar ist. Diese Systematik beeinflusst die Genauigkeit des Ergebnisses, kann aber durch eine Kovarianzmatrix nicht voll eliminiert werden.

3.2 Untersuchung durch Fehlerfortpflanzung

3.2.1 Einpassung auf vier Paßpunkte

Für die Methode der Fehlerfortpflanzung werden wie in V.2, S. 132, 23 schematisch gelegene Modellpunkte konstruiert, die das Modell repräsentieren sollen. Die vier Paßpunkte liegen in den Modellecken und besitzen dieselben Modellkoordinaten wie diese. Für die 27 Punkte wird das Gleichungssystem der räumlichen Ähnlichkeitstransformation aufgestellt. Bei der Bildung der Normalgleichungen ist wieder dar-

auf zu achten, daß neben den sieben Transformationsparametern auch die Gelände-koordinaten der 23 Modellpunkte, die nicht Paßpunkte sind, als Unbekannte gelten. Durch indirektes Auflösen des Normalgleichungssystems, das heißt durch Inversion der Normalgleichungsmatrix, läßt sich die Genauigkeit der terrestrischen Koordinaten angeben.

Wird mit G^{uu} die Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten bezeichnet, so erhält man die Kovarianzmatrix der Transformationsparameter und der unbekanntenen Geländekoordinaten, die mit Q^{tt} bezeichnet sei, aus Formel (2.20), S. 29.

$$Q^{tt} = (B^t (AG^{uu}A)^{-1} B)^{-1} \tag{5.16}$$

Von Interesse ist diejenige Submatrix von Q^{tt} , die sich auf die Koordinaten der 23 Punkte bezieht. Die Glieder auf der Hauptdiagonalen ergeben zu Mittelwerten zusammengefaßt eine mittlere Genauigkeitsangabe für das ganze Modell, die den empirischen Werten aus IV.4.1.1, Tabelle 4.11, S. 123, gegenübergestellt werden kann.

Als Ergebnis erhält man

σ_x	σ_y	σ_z	
3.9	4.8	9.5	cm in der Natur
3.7	4.6	9.0	μm im Bildmaßstab

Diese Werte sind in der Lage um etwa 10 % genauer als die empirisch ermittelten, während die Höhengenaugigkeit praktisch gleich ist. Damit sind sie um etwa 20 % in x und y, beziehungsweise etwa 10 % in z besser als die Ergebnisse der Bündel-ausgleichung (s. Tabelle 4.11). Dies bestätigt die Vermutung, daß sich bei der empirischen Untersuchung noch gewisse Fehlereinflüsse der terrestrischen Koordinaten bemerkbar machen.

Um noch einen Überblick über die Genauigkeitsverteilung innerhalb des Modells zu geben, werden die mittleren Koordinatenfehler der einzelnen Punkte in der schon mehrfach verwendeten Darstellungweise angegeben. Abbildung 5.4 zeigt die Ergebnisse.

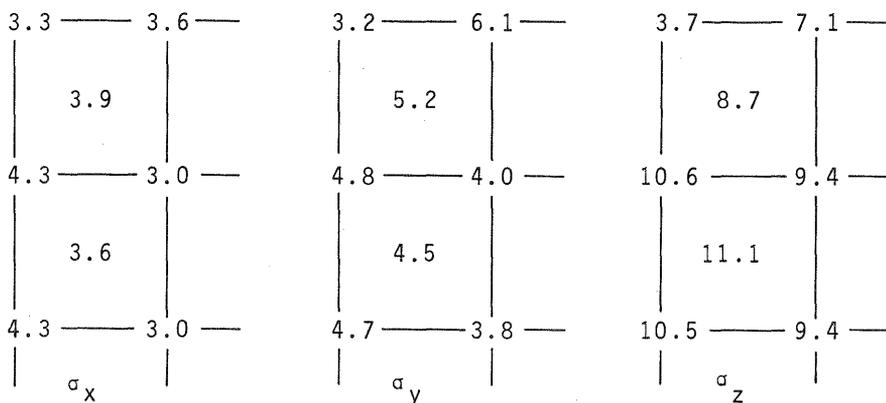


Abbildung 5.4 Theoretische mittlere Koordinatenfehler nach räumlicher Ähnlichkeitstransformation mit vollbesetzter Varianz-Kovarianz-Matrix
 Einpassung auf 4 Paßpunkte in den Modellecken
 Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab

Der geringe Einfluß, den die Einführung der Varianz-Kovarianz-Matrix auf die Höhe z hat, muß auf die Einpassung mit nur vier Paßpunkten zurückgeführt werden. In diesem Fall ist keine Deformationskorrektur im Modell möglich. Eine Kovarianzmatrix hat nämlich auch die Wirkung, daß das Modell deformiert werden kann, wenn die Paßpunkte dafür die Information angeben. Es müßte daher möglich sein, durch weitere Höhenpaßpunkte im Mittelbereich des Modells eine spürbare Genauigkeitssteigerung zu erreichen.

3.2.2 Einpassung auf sechs Paßpunkte

Um zu zeigen, daß die Varianz-Kovarianz-Matrix auch die korrelierten Anteile in der Höhe z erfassen kann, wird die Einpassung des Modells auf sechs Paßpunkte untersucht. Zur Vereinfachung wird angenommen, daß die zwei zusätzlichen Paßpunkte, die auf den Seitenmitten des linken und rechten Modellrandes liegen sollen, jeweils mit allen drei Koordinaten x , y und z gegeben seien.

Da für den Fall mit sechs Paßpunkten keine empirischen Ergebnisse vorliegen, wird die Genauigkeit sowohl beim vereinfachten Ansatz zur Ausgleichung ($\mathbf{G} = \mathbf{E}$) als auch bei strenger Berücksichtigung der Kovarianzmatrix \mathbf{G} fehlertheoretisch abgeleitet. Das Verfahren entspricht demjenigen mit vier Paßpunkten, das in V.2, S. 132, und V.3.2.1, S. 139, beschrieben ist. Die mittlere Genauigkeit im Modell für beide Fälle ist in Tabelle 5.5 zusammengestellt.

	σ_x	σ_y	σ_z	
Vereinfachter Ansatz	5.1	6.1	8.0	cm in der Natur
	4.8	5.8	7.7	μm im Bildmaßstab
Strenger Ansatz	3.6	4.2	6.9	cm in der Natur
	3.4	4.0	6.5	μm im Bildmaßstab

Tabelle 5.5 Vergleich der Genauigkeit nach der räumlichen Ähnlichkeits-
transformation mit vereinfachtem Ansatz und mit Berücksich-
tigung der Kovarianzmatrix
Einpassung auf 6 symmetrisch gelegene Paßpunkte

Da sich bei allen bisherigen Untersuchungen herausgestellt hat, daß Lage und Höhe praktisch unabhängig voneinander sind, kann die Höhe z , um die es in erster Linie geht, gesondert betrachtet werden.

Aus Tabelle 5.5 ersieht man, daß die Varianz-Kovarianz-Matrix auch in der Höhe eine deutliche Genauigkeitssteigerung bringen kann, die bei der gewählten Paßpunktanordnung etwa 15 % beträgt. Die beiden zusätzlichen Paßpunkte bewirken daher einen größeren Einfluß der Kovarianzmatrix auf die Höhe z . Dieser Einfluß wird in Abbildung 5.5 verdeutlicht, in der die mittleren Höhenfehler der einzelnen Modellpunkte für den vereinfachten und den strengen Ansatz angegeben sind.

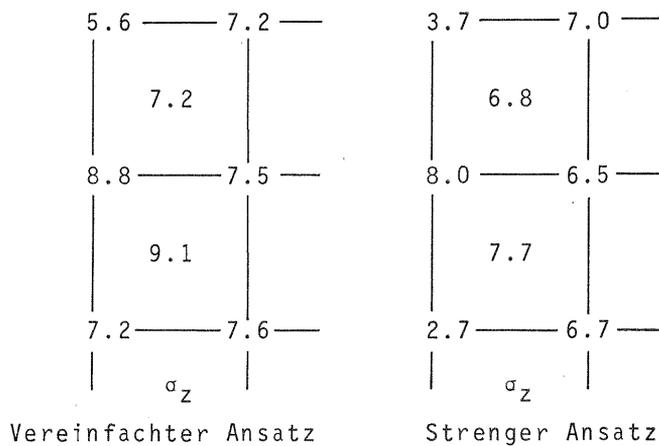


Abbildung 5.5 Theoretische mittlere Höhenfehler nach räumlicher Ähnlichkeitstransformation mit vereinfachtem und strengem Ansatz
Einpassung auf 6 symmetrisch gelegene Paßpunkte
Angaben in μm bezogen auf den Bildmaßstab

Bei allen drei Koordinaten x , y und z sind die mittleren Koordinatenfehler der Nachbarpunkte der Paßpunkte wesentlich genauer, als es die empirischen Ergebnisse erwarten lassen. Da die Paßpunkte als fehlerfrei angenommen werden, ist dieses Verhalten plausibel.

Die auftretenden Korrelationen sollen nicht im einzelnen kommentiert werden, da kein direkter Vergleich mit anderen Ergebnissen möglich ist. Eine Besonderheit ist aber zu erwähnen, daß nämlich die Kreuzkorrelationen zwischen den x - und y -Koordinaten verschiedener Punkte praktisch verschwinden.

3.3 Beurteilung der Methode

Die Tatsache, daß bei Einführung einer Varianz-Kovarianz-Matrix in die räumlich Ähnlichkeitstransformation die Koordinaten der Geländepunkte genauer werden, als wenn gleiches Gewicht und keine Korrelation der Modellkoordinaten angenommen wird, zeigt wieder deutlich die Eignung dieser Kovarianzmatrix zur Beschreibung der Genauigkeitsstruktur im relativ orientierten Modell. Besonders groß ist ihr Einfluß in einzelnen Modellen, in denen nach der klassischen Zweistufenorientierung mit vier Paßpunkten noch relativ große Restfehler übrigbleiben. Da der unregelmäßige Meßfehler r sich als praktisch konstant erwiesen hat, muß der Gesamtfehler in diesen Modellen einen besonders hohen korrelierten Anteil s enthalten, der durch die Varianz-Kovarianz-Matrix reduziert werden kann. Als Beispiel dienen vier Modelle, die in Tabelle 5.6 einander gegenübergestellt sind.

Modell Nr.	826828		842840		908909		948949	
	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y	σ_x	σ_y
Ohne Kov.matrix	5.4	10.5	6.0	12.5	5.8	10.0	7.9	10.8 μm
Mit Kov.matrix	4.4	5.6	5.2	5.5	3.8	3.9	4.9	4.6 μm

Tabelle 5.6 Beispiele für die Wirkung der Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten bei der räumlichen Ähnlichkeitstransformation

In diesen extremen Fällen läßt sich die auftretende Systematik in den Modellkoordinaten durch die Kovarianzmatrix sehr gut erfassen, und es ergibt sich eine

Genauigkeitssteigerung von etwa 55 % in y und etwa 25 % in x . Die Höhe z ist in Tabelle 5.6 nicht mit aufgenommen worden, da sich hier mit nur 4 Paßpunkten keine Verbesserung erreichen läßt. In diesem Fall müßte die Gegenüberstellung mit sechs Paßpunkten erfolgen.

Sind nur vier Paßpunkte in den Modellecken gegeben, so kann eine Genauigkeitssteigerung in z wohl nur dann erreicht werden, wenn die Deterministik durch irgendein Verfahren aus dem Datenmaterial abgespalten wird. Dies muß vor der Ausgleichung geschehen, also an den ursprünglichen Daten, wozu zum Beispiel eine Testfeldkalibrierung dienen könnte. Die Wirkung kann hier simuliert werden, indem das Durchschnittsmodell abgezogen wird. Hierzu soll die Fehlerfortpflanzung dienen, wobei eine Varianz-Kovarianz-Matrix benützt wird, die sich aus "trendfreien" Restfehlern berechnen läßt.

4. Fehlerfortpflanzung im "trendfreien" Modell

4.1 Aufstellen einer Varianz-Kovarianz-Matrix aus zentrierten Restfehlern

Es ist bereits mehrfach zum Ausdruck gekommen, daß sich die systematischen Bildfehler dadurch äußern, daß die Summe der Restfehler eines Punktes über alle 47 Modelle nicht verschwindet (siehe Formel (3.9), S. 49). Daraus kann rückwärts geschlossen werden, daß durch ein Erzwingen der Bedingung $\sum_j v_j = 0$ die Auswirkung der Deterministik auf das Modell beseitigt werden kann. Für eine fehlertheoretische Ableitung sollte durch dieses Verfahren wenigstens näherungsweise ein trendfreies Datenmaterial simuliert werden können. Die genannte Bedingung kann erfüllt werden, indem alle Restfehler pro Punkthaufen um den Betrag $\frac{1}{n_i} \sum_j v_j$ korrigiert werden, womit neue Restfehler \bar{v} entstehen

$$\bar{v}_{ij} = v_{ij} - \frac{1}{n_i} \sum_j v_{ij} \quad (5.17)$$

mit

- i = Punktnummer im Durchschnittsmodell
- j = Modellindex = $1 \dots n_i$
- n_i = Anzahl der Modelle

Werden die zentrierten Restfehler (5.17) zur Berechnung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix herangezogen, kann davon ausgegangen werden, daß diese sich auf ein Modell bezieht, das keine Deterministik enthält. Die benötigten Formeln sind in III.2.1, S. 44 zu finden, wobei dort lediglich anstelle der ursprünglichen Restfehler v_{ij} die zentrierten Werte \bar{v}_{ij} einzuführen sind.

Für die Zwecke der Fehlerfortpflanzung wird die empirisch gefundene Kovarianzmatrix durch eine Methode "geglättet", die in III.3.4, S. 87, als Faktorenzersetzung beschrieben ist. Wie die Zahlenwerte der Matrix im einzelnen aussehen, soll hier nicht näher erläutert werden. Es ist nur zu erwähnen, daß die Autokorrelationen der z -Koordinaten praktisch verschwinden, womit sie in der weiteren Berechnung nicht berücksichtigt zu werden brauchen.

4.2 Berücksichtigung der zentrierten Varianz-Kovarianz-Matrix

Die fehlertheoretische Genauigkeitsuntersuchung im trendfreien Modell wird für das Zweistufenverfahren durchgeführt. Es gelten also die in V.2, S. 132, nachgewiesenen Ableitungen auch hier entsprechend.

Für 23 schematisch verteilte Modellpunkte und vier Paßpunkte in den Ecken des Modells ist durch indirekte Auflösung des Normalgleichungssystems die Varianz-Kovarianz-Matrix $\mathbf{Q}^{\Delta\bar{T}\Delta\bar{T}}$ der Koordinaten nach der räumlichen Ähnlichkeitstransformation mit $\mathbf{G} = \mathbf{E}$ zu berechnen (siehe Formel (5.15), S. 133). Aus den Varianzen der Hauptdiagonalen dieser Matrix erhält man durch Mittelbildung die mittlere Genauigkeit im absolut orientierten Modell:

σ_x	σ_y	σ_z	
5.2	7.9	7.7	cm in der Natur
5.0	7.6	7.3	μm im Bildmaßstab

Diese Werte zeigen die zu erwartende Genauigkeit nach Einpassung auf vier Paßpunkte, wenn im relativ orientierten Modell keine Deterministik vorhanden ist und bei der Berechnung ein vereinfachtes stochastisches Modell eingeführt wird. Ein Vergleich mit den Ergebnissen vor der Elimination des Trend (siehe Tabelle 5.2, S. 133) bringt nur in der Höhe eine deutliche Genauigkeitssteigerung von etwa 20 %, während die Lagegenauigkeit praktisch gleich bleibt. Da in x und y fast keine Deformationen des Durchschnittsmodells auftreten (siehe S. 50), ist dieses Verhalten einleuchtend.

Wenn auch in der Lage eine höhere Genauigkeit gefordert wird, muß die empirische Varianz-Kovarianz-Matrix in der Ausgleichung berücksichtigt werden. Die mittleren Koordinatenfehler lassen sich dann nach (5.16), S. 140, berechnen. In diesem Fall erhält man als Mittelwert über alle Punkte

σ_x	σ_y	σ_z	
3.9	4.7	7.7	cm in der Natur
3.7	4.5	7.3	μm im Bildmaßstab

Das Ergebnis zeigt, daß sich nach der Elimination der Systematik eine wirklich bessere Genauigkeit erst dann ergibt, wenn die empirische Kovarianzmatrix in die Ausgleichung eingeführt wird. Dies läßt den Schluß zu, daß nach dem Abspalten der Deterministik die korrelierten Anteile noch sehr groß sind, welche von einer Varianz-Kovarianz-Matrix korrigiert werden können.

Es ist allerdings darauf hinzuweisen, daß das gewählte Verfahren die ursprünglichen systematischen Fehler des Datenmaterials erst nach der Ausgleichung theoretisch zu berücksichtigen versucht. Dabei kann ein Teil der Systematik bereits durch die relative und absolute Orientierung kompensiert werden, sodaß dieser sich nicht mehr im Ergebnis ausdrückt. Eine vorhandene Deterministik läßt sich nur in den Ausgangsdaten vollständig eliminieren. Diese Frage soll mit dem vorliegenden Material nicht geklärt werden und weiteren Untersuchungen vorbehalten bleiben.

5. Diskussion der Ergebnisse

In diesem Kapitel wird die Eignung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix zur Beschreibung der stochastischen Eigenschaften von Modellkoordinaten nachgewiesen. Die Übereinstimmung zwischen den empirischen und den theoretischen Ergebnissen muß als hervorragend bezeichnet werden. Damit liefern die erläuterten Untersuchungen praktisch brauchbare Resultate, die sich zum einen auf Genauigkeitsvorhersagen und zum anderen auf Methoden zur Genauigkeitssteigerung im Modell beziehen. Die Ableitungen werden nur für die wichtigsten Fälle angegeben, doch ist damit bewiesen, daß auch für beliebige weitere Anwendungen gültige Aussagen über die Genauigkeitszusammenhänge möglich sind. Dies gilt besonders für die Aero-triangulation mit unabhängigen Modellen, die in dieser Arbeit ausgespart blieb.

Die Gültigkeit der Angaben in ihrer allgemeinen Form ist allerdings auf das den Untersuchungen zugrunde gelegte Datenmaterial beschränkt und kann nicht ohne weiteres verallgemeinert werden. Es bestehen zwar berechtigte Hoffnungen, daß sich die Ergebnisse in weiterem Rahmen anwenden lassen, doch sind hierzu zusätzliche Untersuchungen erforderlich, welche dieselben Ziele mit anderem Datenmaterial und unter anderen Bedingungen verfolgen.

Der Versuch, die systematischen Bildfehler - oder wenigstens den Einfluß auf das Modell - a posteriori zu erfassen, scheint nicht vollkommen geglückt zu sein. Hier existieren bereits einige Vorschläge, die im Hinblick auf die Aero-triangulation erfolgversprechend sind. MÜLLER [47] führt in die Blockausgleichung nach der Bündelmethode zusätzliche Parameter der inneren Orientierung ein und erhält dadurch zum Teil wesentlich bessere Ergebnisse. KUPFER [36] empfiehlt eine Testfeldkalibrierung, um die systematischen Fehler in jedem Einzelbild durch Regressionspolynome an den Bildkoordinaten korrigieren zu können. Auch er erreicht eine Genauigkeitssteigerung im Ergebnis, die bei kleinen Blöcken in der Größenordnung von etwa 20 % liegt.

Sehr wahrscheinlich kann durch eine Kombination des in dieser Arbeit angegebenen Verfahrens der Einführung eines erweiterten stochastischen Modells mit Methoden zur direkten Erfassung der systematischen Bildfehler ein weitergehender Erfolg erzielt werden. Das bedeutet, daß auch in dieser Richtung Untersuchungen notwendig sind.

VI. ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Mit der vorliegenden Arbeit soll ein Beitrag geleistet werden, die Genauigkeitsstruktur im photogrammetrischen Einzelmodell in möglichst allgemeiner und voraussetzungsloser Form zu erfassen. Als Grundlage hierzu dienen empirisch-statistische Untersuchungen, aus denen Rückschlüsse auf die stochastischen Eigenschaften der Modellkoordinaten gezogen werden. Über die Genauigkeit im photogrammetrischen Modell liegen schon zahlreiche Untersuchungen vor und zwar sowohl empirischer als auch theoretischer Art. Trotzdem ist es nicht wirklich gelungen, die Genauigkeitszusammenhänge allgemein genug zu beschreiben, da entweder die bei der Untersuchung gegebenen Voraussetzungen in der Praxis nicht zutrafen oder nur pauschale Genauigkeitsangaben möglich waren.

In Kapitel I werden die wichtigsten bisher bekannten Genauigkeitsuntersuchungen im Modell dargelegt. In Zusammenhang damit sind die Fehlereinflüsse im photogrammetrischen Prozeß zusammengestellt und Möglichkeiten zur Elimination der systematischen Anteile aufgezeigt. Von der Tatsache, wie diese Fehlereinflüsse entweder erfaßt oder korrigiert werden können, hängt im wesentlichen die praktische Aussagekraft der Untersuchungen ab. Aus dieser Einschränkung heraus wird dann die Aufgabenstellung abgeleitet und begründet.

Für die Lösung des genannten Problemkreises wurde umfangreiches Datenmaterial benötigt, dessen Beschaffung in Kapitel II beschrieben ist. Hier sind Angaben über das beflogene Testfeld und die Befliegung selbst sowie über die Ausmessung der Bilder enthalten. Ebenso sind die verwendeten Rechenprogramme erläutert, die für den jeweiligen Anwendungsbereich vom Verfasser geschrieben wurden.

Kapitel III ist den grundlegenden Genauigkeitseigenschaften im relativ orientierten Modell gewidmet. Aus praktischen Ausgleichungen der Modellorientierung werden Genauigkeitswerte abgeleitet, indem die Differenzen zwischen den ausgeglichenen Koordinaten und ihren gegebenen Sollwerten gebildet werden. Die Differenzbildung wird im Geländesystem durchgeführt. Die dafür notwendige absolute Orientierung erfolgt durch die Verwendung aller vorhandenen Punkte als Paßpunkte, sodaß gewährleistet ist, daß die Genauigkeitsstruktur des Modells gegenüber dem Einfluß der absoluten Orientierung eine dominierende Rolle spielt.

Die Absolutgenauigkeit scheint mit mittleren Koordinatenfehlern von etwa 5 μm in der Lage und etwa 7 μm in der Höhe bemerkenswert gut. Durch eine statistische Filterung kann der rein unregelmäßige Meßfehler vom Gesamtfehler abgespalten werden. Alle weitergehenden Genauigkeitsfragen lassen sich anhand einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix klären, die aus den Restfehlern (=wahre Koordinatendifferenzen) an den Modellpunkten gebildet wird.

Aus der Analyse dieser Kovarianzmatrix ergeben sich sehr große Genauigkeitsunterschiede zwischen den einzelnen Punkten des Modells. Es treten Verhältnisse der Gewichtskoeffizienten von bis zu 1:10 für die x-Koordinaten auf. Die Höhe z zeigt die geringsten Unterschiede innerhalb des Modells. Die Korrelationen zwischen den Koordinaten nehmen noch beträchtliche Werte an, die wesentlich größer sind als bisher angenommen wurde. Man findet Korrelationskoeffizienten bis zu $r = 0.85$.

Bemerkenswert erscheint aber, daß die x- und z- beziehungsweise die y- und z-Koordinaten von einzelnen Ausnahmen abgesehen statistisch nicht signifikant miteinander korreliert sind, womit Lage und Höhe im Modell als praktisch unabhängig betrachtet werden dürfen.

Für die Weiterverwendung der Varianz-Kovarianz-Matrix zu fehlertheoretischen Untersuchungszwecken wird eine bequeme Darstellungsweise angegeben, die eine Ausgleicheung der empirischen Elemente und einen einfachen schematischen Aufbau der Matrix erlaubt. Eine kurze Diskussion der Streckengenauigkeit soll das Genauigkeitsbild im relativ orientierten Modell abrunden.

Die Gültigkeit der Aussagen ist zunächst streng genommen auf die vorgegebenen Daten beschränkt. Vor einer Verallgemeinerung muß geklärt werden, ob in anderen Fällen dieselben oder ähnliche Bedingungen gelten.

Der Übergang vom relativ orientierten auf das absolut orientierte Modell wird in Kapitel IV vollzogen, das die analogen Fragen nach der Einpassung auf das Geländesystem behandelt. Als Paßpunktanordnung wurden in erster Linie vier Punkte in den Modellecken gewählt. Die beiden untersuchten Methoden zur absoluten Orientierung, eine strenge Bündellösung und das klassische Zweistufenverfahren, zeigen die schon von verschiedenen Autoren nachgewiesenen Genauigkeitsunterschiede. Im vorliegenden Fall unterscheiden sich die y-Koordinaten von Punkten, die auf der Modellbasis liegen, am stärksten, und zwar bis zu 65 %.

Auch nach der absoluten Orientierung ist die erreichbare Genauigkeit sehr gut, womit die Leistungsfähigkeit der Photogrammetrie deutlich belegt wird. Diese Aussage steht in Einklang mit neueren Ergebnissen aus der Aerotriangulation, die mittlere Koordinatenfehler ausweisen, die signifikant unter 10 μm im Bildmaßstab liegen. Die im relativ orientierten Modell ermittelten unregelmäßigen Meßfehler bleiben in allen untersuchten Fällen gleich, und auch die Unabhängigkeit von Lage und Höhe ändert sich nicht.

Kapitel V enthält schließlich die Folgerungen, die aus den Untersuchungsergebnissen gezogen werden können. Es wird nachgewiesen, daß die in Kapitel III abgeleitete empirische Varianz-Kovarianz-Matrix die stochastischen Eigenschaften der Modellkoordinaten mit sehr guter Genauigkeit beschreibt. Als Beweis dient die fehlertheoretische Überprüfung der mittleren Streckenfehler sowie der Koordinatengenauigkeit der vereinfachten Zweistufenorientierung. Die sehr gute Übereinstimmung der empirischen und der theoretischen Ergebnisse erlaubt zwei Feststellungen:

1. Mit Hilfe der Kovarianzmatrix lassen sich beliebige Genauigkeitszusammenhänge bei allen Verfahren, die als Grundeinheit das relativ orientierte Modell enthalten, sehr sicher voraussagen.
2. Es besteht die Möglichkeit, die erforderlichen Maßnahmen - besonders hinsichtlich der Paßpunktanordnung - abzuschätzen, um eine bestimmte Genauigkeit zu erreichen.

Beide Punkte spielen eine besondere Rolle in der Aerotriangulation, wo die Beschaffung von Paßpunkten einen der größten Engpässe bildet. Mit Hilfe der vorliegenden Ergebnisse können die bisherigen fehlertheoretischen Genauigkeitsvorhersagen, die in der Praxis schon zum überwiegenden Teil bestätigt wurden, auch theoretisch noch besser untermauert werden, indem ein erweitertes stochastisches Modell eingeführt wird, das den wirklichen Verhältnissen sehr nahe kommt.

Für das Einzelmodell bedeuten die beiden Feststellungen, daß der Nachteil der bisherigen Genauigkeitsbetrachtungen überwunden sein dürfte, daß nämlich die theoretisch abgeleiteten Genauigkeitsangaben bei praktischen Versuchen nie bestätigt werden konnten.

Mit der vorliegenden Arbeit wird zwar von der Methode her versucht, die Genauigkeitszusammenhänge im photogrammetrischen Einzelmodell möglichst umfassend zu klären. Die Aussagen müssen aber insofern eingeschränkt werden, daß nur Datenmaterial einer einzigen Kammer benützt wurde. Allerdings konnte eine sehr große Anzahl von Modellen untersucht werden, sodaß dafür einwandfreie und statistisch sichere Aussagen erreicht wurden. Eine Übertragung der Ergebnisse auf andere Voraussetzungen bleibt weiteren Untersuchungen vorbehalten. Diese sind erforderlich für verschiedene andere Kammertypen und andere Flug- und Aufnahmebedingungen.

Eine ähnliche Untersuchung für das Meßbild ist notwendig, um die Genauigkeitseigenschaften dort besser in den Griff zu bekommen und für die Aerotriangulation mit Bündelverfahren ebenfalls gültige Vorhersagen zu ermöglichen. Denn die Bündelmethode ist zwar theoretisch genauer als das Verfahren mit unabhängigen Modellen aber anfälliger gegen systematische Fehlereinflüsse. Deshalb erscheint es hier besonders wichtig, die Genauigkeitsstruktur im Bild zu berücksichtigen.

Der Verfasser würde es begrüßen, wenn die vorgelegte Arbeit mit dazu beitragen könnte, auf den genannten Gebieten weitere Untersuchungen anzustellen, um ein wirklich abgerundetes Bild der Genauigkeitszusammenhänge im Bild und im Modell zu erhalten.

LITERATURVERZEICHNIS

- | 1 | ACKERMANN, F.: Gesetzmäßigkeiten der absoluten Lagegenauigkeit von Blöcken. BuL 36, S. 3 - 15, 1968.
- | 2 | ACKERMANN, F., EBNER, H., KLEIN, H.: Ein Rechenprogramm für die Streifen-triangulation mit unabhängigen Modellen. BuL 38, S. 206 - 217, 1970.
- | 3 | AHREND, M.: Analyse photogrammetrischer Fehler. Zeiss-Mitteilungen, 4. Band, 2. Heft, S. 62 - 78, 1966.
- | 4 | BRANDT, S.: Statistische Methoden der Datenanalyse. Bibliographisches Institut, Hochschulschriften, Mannheim 1968.
- | 5 | BRINDÖPKE, W.: Analytische Photogrammetrie in der Vermessungsverwaltung. ZfV 97, S. 23 - 30, 1972.
- | 6 | DÖHLER, M.: Standard-Tests für photogrammetrische Auswertegeräte. BuL 40, S. 123 - 133, 1972.
- | 7 | EBNER, H.: Eine Überprüfung der theoretischen Anblockgenauigkeit mit Hilfe eines allgemeineren stochastischen Modells. BuL 39, S. 118 bis 125, 1971.
- | 8 | FINSTERWALDER, R.: Der unregelmäßige Fehler der räumlichen Doppelpunkteinschaltung. AVN 44, S. 641, 657, 673 ff, 1932.
- | 9 | FINSTERWALDER, R.: Der unregelmäßige und systematische Fehler der räumlichen Doppelpunkteinschaltung und Aerotriangulation. BuL 8, S. 55 - 68, 1933.
- | 10 | FINSTERWALDER - HOFMANN: Photogrammetrie. 3. Auflage, Walter de Gruyter Verlag, Berlin 1968.
- | 11 | FINSTERWALDER, ROD.: Die Erdkrümmung bei der photogrammetrischen Auswertung. ZfV 88, S. 190 - 196, 1963.
- | 12 | FISZ, M.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin 1962.
- | 13 | FÜRSTNER, R.: Der Streckenfehler bei photogrammetrischen Koordinatenmessungen. BuL 23, S. 65 - 75 und 110 - 117, 1955.
- | 14 | FÜRSTNER, R.: Über die Genauigkeit der photogrammetrischen Koordinatenmessung in bergigem Gelände. NaKaVerm, Sonderheft, OEEPE-Sonderveröff. Nr. 5, Teil I und II, 1971.
- | 15 | GOTTHARDT, E.: Beiträge zur Frage der Genauigkeit der gegenseitigen Ortung von Senkrechtbildpaaren. BuL 15, S. 2 - 24, 1940.
- | 16 | GOTTHARDT, E.: Erfahrungen mit analytischer Einpassung von Luftbildpaaren. BuL 27, S. 109 - 121, 1959.
- | 17 | GOTTHARDT, E.: Die Auswirkung unrichtiger Annahmen über die Gewichte und Korrelationen auf die Genauigkeit von Ausgleichungen. ZfV 87, S. 65 - 68, 1962.
- | 18 | GOTTHARDT, E.: Genauigkeitsfragen zur analytischen Orientierung von Luftbildern. DGK, Reihe A, Heft 41, München 1962.
- | 19 | GOTTHARDT, E.: Einführung in die Ausgleichsrechnung. Sammlung Wichmann, Band 3, Wichmann Verlag, Karlsruhe 1968.
- | 20 | GRAFAREND, E.: Nichtlineare Prädiktion. ZfV 97, S. 245 - 255, 1972.
- | 21 | HALLERT, B.: Über die Genauigkeit der Luftphotogrammetrie. Int. Archives of Photogr., Vol XII, Part 4, Stockholm 1956.

- [22] HALLERT, B.: Weitere Untersuchungen über die Genauigkeitsverteilung der Bildkoordinaten in photogrammetrischen Meßbildern. ZfV 86, S. 389 - 392, 1961.
- [23] HALLERT, B.: Definition and Determination of Weights of Fundamental Photogrammetric Data and Results. Phot. Engineering 24, S. 1024 bis 1026, 1963.
- [24] HARRY, H.: Die kontrollierte Versuchsmessung "Oberriet" der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie. Photogrammetria 14, S. 141 - 148, 1957-1958.
- [25] HEIMES, F.-J.: Genauigkeitsuntersuchungen zur analytischen Zweistufenorientierung von Bildpaaren. DGK, Reihe C, Heft 109, München 1967.
- [26] HELAVA, U.V.: Analytical Plotter in Photogrammetric Production Line. Phot. Engineering 24, S. 794 - 797, 1958.
- [27] HÖPCKE, W.: Korrelationen bei Koordinaten- und Höhenbestimmung. Int. Konferenz über Methoden und Instrumente der geod. Netzverdichtung, Sekt. II, Budapest 1970.
- [28] JORDAN/EGGERT/KNEISSL: Handbuch der Vermessungskunde, Band III a, Teil 1 bis 3, Photogrammetrie. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1972.
- [29] KRAUS, K.: Zur photogrammetrischen Lageblockausgleichung unabhängiger Einzelmodelle. BuL 35, S. 151 - 156, 1967.
- [30] KRAUS, K.: Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie. BuL 40, S. 7 - 12, 1972.
- [31] KRAUS, K.: Film Deformation Correction with Least Squares Interpolation. Phot. Engineering 38, S. 487 - 493, 1972.
- [32] KRAUS, K.: OEEPE Oberschwaben Réseau Investigation. Photogrammetria 28 S. 179 - 180, 1972.
- [33] KRAUS, K. and MIKHAIL, E.M.: Linear Least-Squares Interpolation. Phot. Engineering 38, S. 1016 - 1029, 1972.
- [34] KRAUS, K. und STARK, E.: Flächenhafte Verzeichnungskorrektur in der numerischen Photogrammetrie. BuL 41, S. 50 - 56, 1973.
- [35] KREYSZIG, E.: Statistische Methoden und ihre Anwendungen. Vandenhoeck und Ruprecht Verlag, Göttingen 1965.
- [36] KUPFER, G.: Zur Geometrie des Luftbildes. DGK, Reihe C, Heft 170, München 1971.
- [37] LAUER, S.: Über die stochastischen Eigenschaften lokaler Schwereanomalien und ihre Prädiktion. Dissertation, Bonn 1971.
- [38] LEYONHUFVUD, A.: On Photogrammetric Refraction. Photogrammetria 9, S. 93 - 113, 1952-1953.
- [39] LIGTERINK, G.H.: The Precision of Photogrammetric Models. Netherlands Geodetic Commission, Volume 4, Number 3, Delft 1972.
- [40] LINDER, A.: Handliche Sammlung mathematisch-statistischer Tafeln. Birkhäuser Verlag, Basel-Stuttgart 1961.
- [41] LÖSCHER, W.: Zur Theorie der Modelldeformationen. Schweiz. ZfV 57, S. 273 - 278, 1959.
- [42] LÖSCHER, W.: Überlegungen zur Wahl von Format und Bildwinkel für die Luftvermessung. Österr. ZfV 51, S. 140 - 158 und 174 - 193, 1963.
- [43] MEIER, H.-K.: Untersuchungen zur Wahl des Bildwinkels und Bildformates von Luftbildkammern. BuL 32, S. 83 - 92, 1964.

- [44] MEIER, H.-K.: Modellvorstellungen zur Luftbild-Aufnahmedisposition und ihr Vergleich mit praktischen Testergebnissen. BuL 38, S. 50 bis 62, 1970.
- [45] MEIER, H.-K.: Zur Filmplanlage in Luftbildkammern. BuL 40, S. 56 bis 63, 1972.
- [46] MORITZ, H.: Statistische Methoden in der gravimetrischen Geodäsie. ZfV 88, S. 407 - 416, 1963.
- [47] MÖLLER, J.: Blocktriangulation mit Verbesserung der inneren Orientierung. BuL 39, S. 107 - 112, 1971.
- [48] PAPE, E.: Photogrammetrische Katastervermessung. Arbeitsweise und Erfahrungen in Nordrhein-Westfalen bei vereinfachten Neumessungen. Dissertation, Bonn 1966.
- [49] SACHS, L.: Statistische Auswertungsmethoden. Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1968.
- [50] SANTONI, E.: Stereocartograph model V. Int. Archives of Photogr., Vol. XV, Part 4, Lissabon 1965.
- [51] SCHMID, H.: Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie. BuL 26, S. 103 - 113, 1958 und BuL 27, S. 1 - 12, 1959.
- [52] SCHÖRER, K.: Genauigkeitseigenschaften photogrammetrischer Modellkoordinaten. NaKaVerm, Reihe I, Heft 54, 1971.
- [53] SCHUT, H.-G.: Analytical Aerial Triangulation and Comparison between it and Instrumental Aerial Triangulation. Int. Archives of Photogr., Vol XII, Part 4, Stockholm 1956.
- [54] SCHUT, H.-G.: Photogrammetric Refraction. Phot. Engineering 35, S. 79 - 86, 1969.
- [55] SCHWIDEFSKY, K.: Grundriß der Photogrammetrie. 6. Auflage, B. G. Teubner Verlag, Stuttgart 1963.
- [56] STARK, E. and MIKHAIL, E.M.: Least Squares and Non-linear Functions. Phot. Engineering 39, S. 405 - 412, 1973.
- [57] SZANGOLIES, K.: Die rechnerische Korrektur systematischer Bildfehler in der Aerophotogrammetrie. Jenaer Jahrbuch 1963, I, S. 101 - 163.
- [58] TIENSTRA, M.: A Method for the Calculation of Orthogonal Transformation Matrices and its Application to Photogrammetry and other Disciplines. Dissertation, Delft 1969.
- [59] TOGLIATTI, G.: The Influence of the Number and Location of Points on the Precision of the Parameters of the Relative Orientation. Boll. Geod. Sci. aff., Firenze 21, S. 440 - 448, 1962.
- [60] VLCEK, J.: Analytical Study of the Precision of Image Coordinates on Aerial Photographs. Int. Archives of Photogr., Vol XVII, Part 7, Lausanne 1969.
- [61] WOLF, H.: Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. F. Dümmler Verlag, Bonn 1968.
- [62] ZIEMANN, H.: Untersuchungen an Réseaaufnahmen. DGK, Reihe C, Heft 104, München 1967.

LEBENS LAUF

Am 2. Oktober 1943 wurde ich als Sohn des Otto Stark und seiner Ehefrau Martha in Besigheim/Neckar geboren. Nach dem Besuch der Volksschule von 1950 bis 1954 und des damaligen Progymnasiums von 1954 bis 1959 in Besigheim wechselte ich auf das Gymnasium Bietigheim, wo ich im Frühjahr 1963 die Reifeprüfung ablegte. Ein sechsmonatiges Praktikum beim Staatl. Vermessungsamt Bietigheim verschaffte mir die Voraussetzungen zum Studium der Geodäsie an der Universität Stuttgart. Nach acht Semestern bestand ich dort im Herbst 1967 die Diplomhauptprüfung. Von November 1967 bis Januar 1968 war ich als Wissenschaftlicher Angestellter und anschließend bis März 1973 als Wissenschaftlicher Assistent am Institut für Photogrammetrie der Universität Stuttgart tätig. Hier konnte ich meine Kenntnisse auf den Gebieten der Photogrammetrie und Ausgleichsrechnung vertiefen und an verschiedenen Forschungsprojekten mitarbeiten. Im April 1973 habe ich den Vorbereitungsdienst für den höheren vermessungstechnischen Verwaltungsdienst beim Landesvermessungsamt Baden-Württemberg begonnen.