

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION  
bei der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

---

Reihe C:

Dissertationen

Heft Nr. 262

Empirisch-statistische Untersuchungen zur Genauigkeitsstruktur  
des photogrammetrischen Luftbildes

Von der Universität Stuttgart  
zur Erlangung der Würde  
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

vorgelegt von  
Dipl.-Ing. Matthäus Schilcher  
geboren in Schongau

München 1980

---

Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften  
in Kommission bei der C. H. Beck'schen Verlagsbuchhandlung München

Adresse der Deutschen Geodätischen Kommission:

DEUTSCHE GEODÄTISCHE KOMMISSION  
Marstallplatz 8, D-8000 München 22

Hauptberichter: Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann

Mitberichter: Prof. Dr.-Ing. K. Linkwitz

Tag der Einreichung: 19. Juli 1979

Tag der mündlichen Prüfung: 1. Februar 1980

---

© 1980 Deutsche Geodätische Kommission, München

Alle Rechte vorbehalten. Ohne Genehmigung der Herausgeber ist es auch nicht gestattet, die Veröffentlichung oder Teile daraus auf photomechanischem Wege (Photokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

Druck: Gebr. Brunner, 8151 Wangau

## Inhaltsverzeichnis

	Seite
I. EINFÜHRUNG UND ZIELSETZUNG	7
1. Allgemeine Problemstellung	7
1.1 Das Meßbild als Grundelement der photogrammetrischen Punktbestimmung	7
1.2 Aerotriangulation mit konventionellem mathematischem Modell	9
1.3 Anstehende Entwicklungen und Untersuchungen	10
2. Gegenwärtiger Stand der Forschung über die wichtigsten Fehler- einflüsse beim photogrammetrischen Prozeß	12
2.1 Fehlerkomponenten des photogrammetrischen Systems	12
2.2 Fehler des Aufnahmeprozesses	13
2.2.1 Aufnahmeobjekt	13
2.2.2 Atmosphärische Refraktion	14
2.2.3 Fehler des Aufnahmesystems	14
2.3 Fehler des photographischen Prozesses (Filmdeformationen)	18
2.4 Fehler des Meßprozesses	19
2.5 Sonstige Fehler	20
2.6 Genauigkeit der Bildkoordinaten	21
2.7 Kritische Beurteilung zur Fehleranalyse des Meßbildes	21
3. Das konventionelle mathematische Modell der photogrammetri- schen Punktbestimmung	23
3.1 Das funktionale Modell	23
3.2 Das stochastische Modell	26
4. Neuere Entwicklungen der Präzisionsphotogrammetrie	28
4.1 Erweiterung des Funktionalmodells zur Kompensation syste- matischer Bildfehler	28
4.1.1 Überblick	28
4.1.2 Voraussetzungen für eine wirksame Korrektur systematischer Bildfehler	29
4.2 Konventionelle Behandlung systematischer Fehler	30
4.3 Neuere Methoden zur Kompensation systematischer Bildfehler	33
4.3.1 Prädiktionsfilterung oder Interpolation nach kleinsten Quadraten	33
4.3.2 Testfeldkalibrierung	33
4.3.3 Selbstkalibrierende Systeme	34
4.4 Neuere Entwicklungen beim stochastischen Modell	35
4.4.1 Anstehende Probleme	36
4.4.2 Stand der Entwicklung	36
4.5 Zur Dualität funktionaler und stochastischer Modelle	39
5. Präzisierung der Aufgabenstellung	40
5.1 Untersuchungsziele	40
5.2 Untersuchungsmethode	41
5.3 Überblick über die einzelnen Phasen der Untersuchung	43

II.	GEWINNUNG UND AUFBEREITUNG DER AUSGANGSDATEN DER UNTERSUCHUNG	44
1.	Testfeld Rheidt	44
2.	Flugplanung und Befliegung	45
2.1	Flugplanung	45
2.2	Weitwinkelbefliegung	46
2.3	Überweitwinkelbefliegung	47
3.	Auswertung des Bildmaterials	47
3.1	Überprüfung des Auswertegerätes	47
3.2	Messung der Bildkoordinaten	49
3.3	Genauigkeit der Komparatormessungen	50
4.	Aufbereitung der Meßdaten	51
4.1	Transformation in das Bildkoordinatensystem	51
4.2	Reduktion der Bildkoordinaten	53
5.	Räumlicher Rückwärtsschnitt	54
5.1	Mathematische Grundlagen	54
5.2	Rechenprogramm	57
III.	BESTIMMUNG UND KORREKTUR SYSTEMATISCHER BILDFEHLER	58
1.	Übersicht	58
2.	Räumliche Rückwärtsschnitte	59
2.1	Mathematisches Modell des räumlichen Rückwärtsschnittes	59
2.2	Genauigkeit der räumlichen Rückwärtsschnitte	59
3.	Bestimmung und Analyse der systematischen Bildfehler	60
3.1	Vorbemerkungen	60
3.2	Zur Definition systematischer Bildfehler	61
3.3	Methode der empirischen Analyse systematischer Fehler	61
3.4	Ermittlung der systematischen Bildfehler	62
3.4.1	Einteilung des Bildes in Bereiche	62
3.4.2	Berechnung der systematischen Bildfehler für verschiedene Gruppen von Bildern	65
3.5	Ergebnisse der Bestimmung systematischer Bildfehler	66
3.6	Diskussion der Ergebnisse	69
3.6.1	Größe der systematischen Bildfehler	69
3.6.2	Typ, Ausdehnung und Erfäßbarkeit der systematischen Bilddeformation	70
3.6.3	Variabilität der systematischen Bildfehler	71
3.6.4	Interpretation systematischer Bildfehler als stochastischer Prozeß	75
3.6.5	Mögliche Ursachen systematischer Bildfehler	78
4.	Wirksamkeit der Korrektur systematischer Bildfehler	81
4.1	Korrekturverfahren	81
4.2	Genauigkeit nach der Korrektur systematischer Bildfehler	82
5.	Auswirkungen der systematischen Bildfehler auf das photogrammetrische Modell	85
6.	Zusammenfassung und Wertung der Ergebnisse über die Bestimmung und Korrektur systematischer Bildfehler	90

IV.	STOCHASTISCHE EIGENSCHAFTEN DER BILDKOORDINATEN	92
1.	Übersicht und Grundlagen zur empirischen Korrelationsanalyse	92
1.1	Vorbemerkungen	92
1.2	Grundlagen und Methode der Korrelationsanalyse	93
1.2.1	Definitionen	93
1.3	Stichproben und Zuordnung von Wertepaaren	95
1.4	Durchführung der Untersuchungen	101
1.4.1	Datenmaterial	101
1.4.2	Unterteilung der Korrelationsuntersuchungen	103
1.4.3	Varianzen und Kovarianzen innerhalb des Bildes	103
1.4.4	Korrelation zwischen benachbarten sich überdeckenden Bildern	104
1.4.5	Korrelation zwischen Bildern als Funktion des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film	106
2.	Art und Darstellung der Ergebnisse	108
2.1	Signifikanzaussagen und statistische Tests	109
2.1.1	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach COCHRAN	109
2.1.2	Vergleich mehrerer Varianzen mit einem vorgegebenen Mittelwert	109
2.1.3	Vergleich zweier empirisch ermittelter Varianzen	110
2.1.4	Signifikanz der Korrelationskoeffizienten	110
3.	Diskussion der Ergebnisse der Korrelationsanalyse	111
3.1	Streuung der Bildkoordinatengenauigkeit	111
3.1.1	Größe der mittleren Bildkoordinatenfehler	113
3.1.2	Homogenität der Bildkoordinatenfehler	114
3.1.3	Symmetrieeigenschaften der Bildkoordinatengenauigkeit	116
3.2	Korrelation im Einzelbild	121
3.2.1	Größe der Korrelationskoeffizienten	121
3.2.2	Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten	127
3.3	Korrelationen zwischen den Bildern eines Bildpaares	132
3.3.1	Größe der Korrelationen	133
3.3.2	Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten	140
3.4	Korrelationen zwischen Bildern als Funktion des gegenseitigen Abstandes auf dem Film	141
4.	Zusammenfassung der Ergebnisse der Korrelationsanalyse	146
V.	MODIFIZIERUNG DER EMPIRISCHEN VARIANZ-KOVARIANZ-MATRIZEN UND ANWENDUNG AUF DEN RÄUMLICHEN RÜCKWÄRTSSCHNITT	148
1.	Übersicht	148
2.	Analyse der Eigenschaften und Modifizierung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen	148
2.1	Ziele und Kriterien der Matrizenanalyse	148
2.2	Simulationsuntersuchungen	151
2.2.1	Methode und Variation der Simulationsberechnungen	151
2.3	Ergebnisse der Simulationsuntersuchung	155
2.3.1	Bilder mit identischer Punktanordnung	156
2.3.2	Bilder mit unterschiedlicher Punktanordnung	157

2.4	Modifizierung der empirischen Varianz- und Kovarianz-Matrizen	158
2.5	Analyse der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen des Materials Rheidt	160
3.	Genauigkeitssteigerung beim räumlichen Rückwärtsschnitt durch Berücksichtigung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix für die Bildkoordinaten	162
3.1	Näherungsausgleichung	162
3.2	Strenge Ausgleichung	162
3.3	Anwendung des strengen Lösungsansatzes auf die Näherungsgleichung mit $P=E$	166
4.	Untersuchungsprogramm	168
5.	Ergebnisse der Genauigkeitsuntersuchungen	170
6.	Diskussion der Ergebnisse	172
6.1	Version ORK (ohne radialsymmetrische Korrekturen)	172
6.2	Version OKSF (ohne Korrektur systematischer Bildfehler)	174
6.3	Version GKSF (gesamtflugweise Korrektur systematischer Bildfehler)	175
7.	Zum Dualismus funktionaler und stochastischer Modelle	177
8.	Zusammenfassung der Ergebnisse über die Anwendung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen auf den räumlichen Rückwärtsschnitt	179
VI.	SCHLUSSBEMERKUNGEN	181
	LITERATURVERZEICHNIS	184
	ANHANG	189

## I. EINFÜHRUNG UND ZIELSETZUNG

### 1. Allgemeine Problemstellung

#### 1.1 Das Meßbild als Grundelement der photogrammetrischen Punktbestimmung

(1) Ein photogrammetrisches Bild von Objekten ist gleichzeitig Träger (= Speicher) geometrischer, physikalischer und sogenannter semantischer Information. Die Auswertung oder Informationsgewinnung und Verarbeitung des Inhalts photographischer Bilder ist daher, je nach Art der benutzten Information, Gegenstand verschiedener wissenschaftlicher Disziplinen.

Die Auswertung der geometrischen Information, unter der metrisch erfaßbare und mathematisch formulierbare Abbildungs- bzw. Transformationsbeziehungen zwischen Bild- und Objektpunkten zu verstehen sind, bildet den zentralen Bestandteil der Bildmessung oder Photogrammetrie.

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich ausschließlich mit dem geometrischen Aspekt, d.h. mit der Auswertung des geometrischen Inhalts von photogrammetrischen Meßbildern, deren Aufnahme an photogrammetrische Meßkammern gebunden ist. Die Untersuchungen konzentrieren sich dabei auf das Arbeitsgebiet der analytischen Photogrammetrie, d.h. auf den Aufgabenbereich der photogrammetrischen (Koordinaten-)Bestimmung von diskreten Einzelpunkten aus Luftbildern.

(2) Die Aufgabe der photogrammetrischen Punktbestimmung wird heute fast ausschließlich durch analytisch-numerische Methoden gelöst. Dabei bildet das einzelne Luftbild das Grundelement, erstens für die Messung der Bildkoordinaten der abgebildeten Punkte und zweitens für die Ableitung der mathematischen Formeln zur Berechnung von Objektkoordinaten aus den gemessenen Bildkoordinaten. In dieser Doppelfunktion kommt nicht nur die generelle Bedeutung des Meßbildes für die photogrammetrische Punktbestimmung zum Ausdruck, sie charakterisiert gleichzeitig auch die wichtigsten operationellen Schwerpunkte der analytischen Methode.

Danach steht am Anfang des Auswerteprozesses die Messung, die nach heutiger Strategie möglichst einfach zu gestalten ist: Sie wird auf die Bestimmung von Bildkoordinaten (und Rahmenmarken) am nichtorientierten Meßbild beschränkt und kann, da die theoretischen (und statistischen) Zusammenhänge zwischen den Bildern zunächst unberücksichtigt bleiben können, im einfachsten und idealen Fall im Monokomparator erfolgen.

Die numerische Weiterverarbeitung der Meßdaten für die Orientierung der Bilder sowie die Berechnung der Neupunktskoordinaten bildet dann die zweite wichtige Phase des Auswerteprozesses. Sie wird aus heutiger Sicht allgemein als eigenständiges Problem der Ausgleichsrechnung und der Rechentechnik betrachtet.

Der Prozeß der analytisch-photogrammetrischen Punktbestimmung ist somit klar gegliedert. Er ist durch die Trennung in Meß- und Rechenprozeß übersichtlicher und wesentlich besser durchschaubar als dies bei früheren instrumentellen Lösungen der Fall war. Dementsprechend besitzen die analytisch-numerischen Lösungen günstige Voraussetzungen für den Ansatz eindeutiger Theorien und damit auch deutliche Vorteile für die Durchführung von Genauigkeitsstudien.

Man unterscheidet die Verfahren der photogrammetrischen Punktbestimmung allgemein nach der Anzahl der an der Auswertung gemeinsam beteiligten Bilder: Einzelbild, Bildpaar, Bildverband. Allerdings spielt die Punktbestimmung direkt aus Einzelbildern wegen des Problems der räumlichen Rekonstruierbarkeit von Bildpunkten (Höhe der zu bestimmenden Punkte muß bekannt sein) für die praktische Anwendung nur eine geringe Rolle. In der Praxis haben vor allem die wesentlich leistungsfähigeren rechnerischen Verfahren der Aerotriangulation zur Punktbestimmung im Bildverband (Bündelmethode, unabhängige Modelle) eine dominierende Rolle erlangt (das Bildpaar stellt den Grenzfall des Bildverbandes dar (SCHWIDEFSKY/ACKERMANN |85|)).

Die folgenden Betrachtungen gelten daher zunächst der gegenwärtigen Situation bei den Verfahren zur Punktbestimmung im Bildverband.

(3) Ein entwicklungsgeschichtlicher Rückblick zeigt, daß die analytische Photogrammetrie erst mit dem Erscheinen digitaler Registriereinrichtungen in den 50er Jahren und insbesondere durch die Entwicklung der digitalen Rechen- und Computertechnik Anfang der 60er Jahre an Bedeutung gewonnen hat. Neue Möglichkeiten der Erfassung, Registrierung und Speicherung von Daten bildeten zusammen mit den nunmehr für die Lösung der umfangreichen numerischen Probleme zur Verfügung stehenden modernen Rechanlagen die Basis für den Durchbruch analytisch-numerischer Verfahren. Diese Entwicklung brachte mit sich, daß die Aerotriangulation erstmals als direkt zu lösendes Gesamtproblem aufgefaßt wurde (H. SCHMID |77|).

Ab Mitte der 60er Jahre wurde nahezu gleichzeitig an verschiedenen Stellen des In- und Auslandes (KONECNY |45|) mit der Entwicklung leistungsfähiger Rechenprogramme sowohl für die Bündelmethode als auch für die Methode der unabhängigen Modelle begonnen. Da diesen Programmen verhältnismäßig strenge Ausgleichungsansätze zugrunde liegen, war es in der Folgezeit möglich, die durch eine verbesserte Aufnahmetechnik (Objektive, Filme) und durch genauere Auswertegeräte (Mono- und Stereokomparatoren) geschaffenen Voraussetzungen für eine hohe Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung auch praktisch weitgehend realisieren zu können.

## 1.2 Aerotriangulation mit konventionellem mathematischem Modell

(4) Mit der Einführung numerischer Methoden und der Bereitstellung operationeller Rechenprogramme (Ende der 60er - Anfang der 70er Jahre) entwickelte sich die analytische Aerotriangulation zu einem selbständigen und leistungsfähigen geodätischen Verfahren hoher Genauigkeit im Vergleich zu früher und auch anderen geodätischen Methoden gegenüber. Die erreichte Leistungssteigerung sowie günstige Voraussetzungen für einen wirtschaftlichen Einsatz führten in der Folgezeit zu einer breiten Anwendung photogrammetrischer Methoden in der Praxis. Die Aerotriangulation wird heute über ihr ursprüngliches Anwendungsgebiet der Punktbestimmung für topographische Kartierungen hinaus auch für die Zwecke der Katastervermessung und in verschiedenen Ländern sogar zur Verdichtung trigonometrischer Netze eingesetzt.

(5) Der im Operationellen erzielte Fortschritt ist neben einer Vereinfachung der Messung in erster Linie als Folge einer relativ konsequenten Anwendung der Ausgleichsrechnung bei der Punktbestimmung im Bildverband anzusehen. Neben einer erheblichen Genauigkeitssteigerung brachte die Einführung von strengeren Rechenmodellen als weiteren Vorteil auch die Möglichkeit der Durchführung relativ strenger Genauigkeitsstudien sowie gezielter partieller Fehleranalysen. Diese Möglichkeiten sind für die Genauigkeitsvorhersage und damit für die Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Methoden von großer Wichtigkeit; sie dürften daher für den Erfolg der photogrammetrischen Punktbestimmung ebenfalls mitentscheidend gewesen sein.

Wenn hier von konsequenter Anwendung der Ausgleichsrechnung die Rede ist, so muß allerdings deutlich betont werden, daß dies noch stets auf der Basis konventioneller Theorie geschieht. Eine detailliertere Betrachtung der herkömmlichen Ausgleichsansätze stellt dies deutlich unter Beweis. Danach ist das hohe praktische Leistungsniveau der photogrammetrischen Punktbestimmung vor allem auf eine vollständige Berücksichtigung der funktionalen Zusammenhänge zwischen Beobachtungen und Unbekannten im Bildverband zurückzuführen. Korrekturen für systematische Fehler sind bei konventionellen Ansätzen nur als a priori Korrekturen der wichtigsten allgemein bekannten Fehlereffekte vorgesehen. Das stochastische Modell der Beobachtungen ist selbst bei der Bündelmethode als der mathematisch strengsten Methode der Aerotriangulation extrem vereinfacht: Die Bildkoordinaten werden als unkorreliert und häufig auch als gleich genau behandelt, was offensichtlich starke Vereinfachungen impliziert.

(6) Trotz bekannter Vereinfachungen wurde an dieser Modellkonzeption zunächst unverändert festgehalten, und sie bildet auch heute noch die theoretische Grundlage für den überwiegenden Teil der für die praktische Anwendung eingesetzten Streifen- und Blockausgleichsprogramme.

Die Gründe für dieses Verhalten - auf sie wird später noch ausführlicher einzugehen sein - sind verschieden und meist pragmatischer Natur. Einmal konnten die Genauigkeitsforderungen der Praxis weitgehend erfüllt werden, teilweise sind sie sogar deutlich übertroffen worden. Zum anderen wurde auch in der For-

sung operationellen Gesichtspunkten wie der Entwicklung leistungsfähiger und anwendungsreifer Rechenprogramme eindeutig Priorität eingeräumt. Einen weiteren Grund für die vereinfachten Annahmen bildet jedoch auch die Tatsache, daß über die Fehlereigenschaften der in die Ausgleichung eingeführten Bild- oder Modellkoordinaten rein quantitativ zu wenig bekannt war bzw. auch heute noch zu wenig bekannt ist.

Vom Standpunkt eines qualitativ bestmöglichen mathematischen Modells aus betrachtet, stellen die auf konventioneller Basis durchgeführten Ausgleichungen somit eigentlich nur Pseudo-Kleinste-Quadrate-Lösungen dar. Die Aerotriangulation befindet sich damit noch nicht in einer Endphase, wie dies gelegentlich bereits hinsichtlich der methodischen Entwicklung angedeutet wurde (RINNER [72], KONECNY [41]), sondern dürfte vielmehr erst am Anfang einer neuen vertieften theoretischen Analyse stehen.

### 1.3 Anstehende Entwicklungen und Untersuchungen

(7) Aus der Kritik an dem konventionellen Ansatz des mathematischen Modells geht zugleich hervor, in welcher Richtung sich neue und erfolgversprechende Weiterentwicklungen anbieten:

- a) Erweiterung des Funktionalmodells zur Kompensation systematischer Bildfehler
- b) Verfeinerung des stochastischen Modells durch Berücksichtigung von Korrelationen.

In der Tat hat sich die Forschung auf dem Gebiet der analytischen Photogrammetrie etwa ab 1972/73 sehr intensiv und auch erfolgreich mit dem Problem der Kompensation systematischer Fehlereinflüsse beschäftigt. Mit den neueren Verfahren zur Erfassung und Elimination systematischer Bildfehler - beispielsweise Selbstkalibrierung, Testfeldkalibrierung - konnte tatsächlich eine nochmalige deutliche Genauigkeitssteigerung für die photogrammetrische Punktbestimmung erreicht werden.<sup>1)</sup> Die Entwicklungen sind noch nicht abgeschlossen und dauern gegenwärtig noch an.

Im Gegensatz zum Funktionalmodell sind Fragen des stochastischen Modells in diesem Zeitraum kaum ins Bewußtsein getreten. Verglichen mit der allgemeinen Leistungssteigerung der Aerotriangulation kann auf diesem Teilgebiet sogar von einer gewissen Stagnation der Entwicklung gesprochen werden. Erst neuerdings mit der verstärkten Hinwendung der Forschung auf eine fehlertheoretisch strengere Behandlung der photogrammetrischen Punktbestimmung gewinnt auch der stochastische Aspekt zusehends an Aktualität. Dabei tritt jedoch sehr schnell die nur ungenügende Kenntnis der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten zutage.

---

<sup>1)</sup> Nähere Einzelheiten über Methoden und Ergebnisse dieser Entwicklung werden in Abschnitt 4.3 dieses Kapitels ausführlich erläutert.

(8) Es ist deshalb das erklärte Ziel dieser Arbeit, durch eine empirisch-statistische Untersuchung des Einzelbildes Erkenntnisse über die tatsächlichen stochastischen Verhältnisse innerhalb des Bildes und zwischen verschiedenen Bildern eines Bildverbandes zu gewinnen. Die seit langem bekannte Tatsache, daß alle Punkte eines Bildes aufgrund verschiedener physikalischer Prozesse wie Aufnahme, Entwicklung und Auswertung hoch korreliert sind, läßt eine derartige Untersuchung sinnvoll und notwendig erscheinen.

Bei der vorliegenden Arbeit steht somit der stochastische Aspekt des Meßbildes klar im Vordergrund. Die Arbeit ist als Beitrag zur Grundlagenforschung der photogrammetrischen Punktbestimmung zu verstehen.

An dieser Stelle möchte ich Herrn Prof. Dr.-Ing. F. Ackermann für die Anregung zu dieser Arbeit und für die während der Bearbeitung gewährte Unterstützung herzlich danken.

## 2. Gegenwärtiger Stand der Forschung über die wichtigsten Fehlereinflüsse beim photogrammetrischen Prozeß

Die Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung wird wesentlich durch zwei wechselseitig miteinander verknüpfte Komponenten geprägt: Es ist dies die Präzision der für den Aufnahme- und Meßprozeß bestimmenden Hardware-Komponenten einerseits und die Strenge der beim Auswerteprozeß angewandten Rechenverfahren andererseits.

Im vorangegangenen Abschnitt wurden Stand und Probleme der Rechentechnik dargestellt. Dies soll im folgenden im Zuge der Diskussion über die wichtigsten Fehlereinflüsse auch für die Hardware-Komponenten geschehen.

Die Fehlereigenschaften des Meßbildes sind für alle photogrammetrischen Auswerteverfahren von grundlegender Bedeutung. Dementsprechend existiert heute bereits eine Reihe von teilweise sehr detaillierten partiellen Genauigkeitsuntersuchungen, bei denen versucht wurde, die beim photogrammetrischen Prozeß wirksamen Fehlereinflüsse zu ermitteln.

Die wichtigsten Arbeiten auf diesem Gebiet stammen u.a. von AHREND [9], HALLERT [36], KUPFER [50], SCHÜRER [80], SZANGOLIES [89]. Eine Zusammenfassung wichtiger Untersuchungsergebnisse sowie eine Übersicht über einschlägige Literatur geben die Lehrbücher SCHWIDEFSKY/ACKERMANN [85] und JORDAN/EGGERT/KNEISSL [41].

Diese Hinweise über bereits vorliegende Arbeiten auf dem Gebiet der Fehleranalyse mögen den Eindruck erwecken, als ob das Wissen über die Fehlereinflüsse beim photogrammetrischen Prozeß umfassend und erschöpfend sei. Dieser Eindruck ist jedoch nur zum Teil richtig, denn für einzelne durchaus einflußreiche Fehler sind nach wie vor weder die qualitativen noch die quantitativen Informationen ausreichend, um sie numerisch mit hinreichender Genauigkeit erfassen zu können. Darauf hinzuweisen ist das wesentliche Ziel der folgenden Bestandsaufnahme.

### 2.1 Fehlerkomponenten des photogrammetrischen Systems

Während des photogrammetrischen Prozesses von der Aufnahme bis zur Auswertung der Bilder treten physikalische, mechanische, optische und photographische Fehlereinflüsse auf. Die Abbildung 1.1 gibt einen Überblick über den Ablauf des photogrammetrischen Prozesses und über seine wichtigsten Teilschritte.

In der folgenden Diskussion die, wie angedeutet, verdeutlichen soll, wie wenig über verschiedene Fehlereinflüsse im einzelnen bekannt ist, werden aus Zweckmäßigkeitsgründen verschiedene Einzelfehler zu Fehlergruppen zusammengefaßt. Sie werden in der Reihenfolge der Abbildung 1.1 - Fehler der Aufnahme, der Photographie, der Messung und der Berechnung - behandelt.

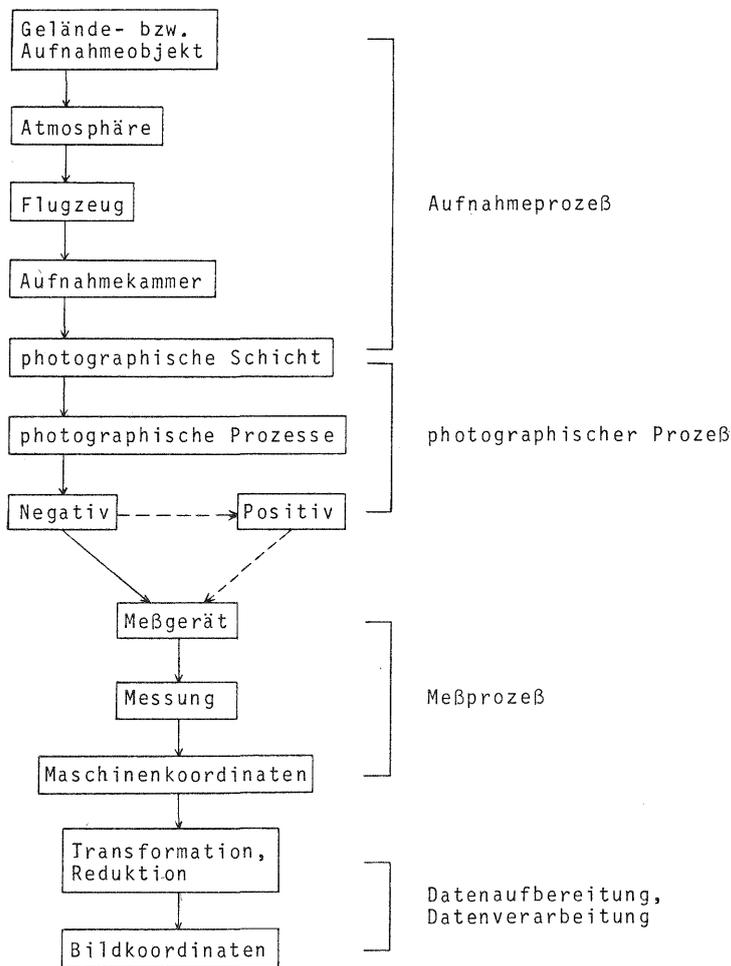


Abb. 1.1 Teilschritte des photogrammetrischen Aufnahme- und Auswerteprozesses

## 2.2 Fehler des Aufnahmeprozesses

### 2.2.1 Aufnahmeobjekt

Unter Fehlern, die durch das Aufnahmeobjekt verursacht werden, sind hier Einflüsse zu verstehen, die sich auf die Bildqualität auswirken und die die Präzision der Punktidentifizierung bzw. Punktdefinition bei der Messung nachteilig beeinflussen. Es sind dies Fehlereinflüsse wie beispielsweise Geländebeschaffenheit (Bodenart, Bodenbedeckung), Kontrast des aufgenommenen Objektes zur unmittelbaren Umgebung, Lichtverhältnisse bei der Aufnahme, Art des Signals usw. Sie können von Bild zu Bild als auch von Projekt zu Projekt verschieden sein. Ihr Einfluß ist quantitativ nicht genau fixierbar und über ihre Auswirkung auf die geometrische Genauigkeit ist wenig bekannt (SCHWIDEFSKY/ACKERMANN |85|).

Häufig zählt man auch die Fehler der terrestrischen Paßpunktkoordinaten zu dieser Fehlerkomponente. Ihre Größe ist abhängig von der Genauigkeit der geodätischen Bestimmung sowie von der Zentriergenauigkeit bei der Signalisierung.

Die Fehler der Paßpunktkoordinaten werden in der Aerotriangulation in der Regel nicht berücksichtigt. Im Bereich hoher photogrammetrischer Genauigkeit kann dies zu einer Vermischung geodätischer und photogrammetrischer Fehler führen und sich nachteilig auf die Genauigkeit der Neupunkte auswirken.

### 2.2.2 Atmosphärische Refraktion

(1) Für die Korrektur der atmosphärischen Refraktion, die in der Regel radial-symmetrisch vom Bildhauptpunkt aus erfolgt, wird eine Standard- oder Normatmosphäre angenommen, wie sie bei LEIJONHUFVUD [54] oder SCHUT [81] angegeben ist. Der Einfluß der Bildneigung bleibt dabei meist unberücksichtigt.

Nach neueren empirischen Untersuchungen von HAUG [39] ist diese Vereinfachung für die heutzutage auftretenden Bildneigungen zulässig. Die Korrekturwerte für die Refraktion können in den Bildecken bei ÖWW bis zu 30  $\mu\text{m}$  (WW 17  $\mu\text{m}$ ) erreichen (SCHWIDEFSKY/ACKERMANN [85]).

Mit einer Standardatmosphäre werden die tatsächlichen atmosphärischen Verhältnisse zum Zeitpunkt der Aufnahme natürlich nur unvollständig erfaßt. Auswirkungen auf die Refraktion durch Schwankungen der Temperatur, des Luftdrucks und der Luftfeuchtigkeit sind ebenso wie der Einfluß von kurzfristig auftretenden anderen Refraktionsanomalien nicht erfaßbar, weil während des Bildflugs keine entsprechenden Messungen stattfinden. Es muß also trotz einer Korrektur der atmosphärischen Refraktion noch mit Restfehlereinflüssen gerechnet werden, die bei Senkrechtaufnahmen etwa 3  $\mu\text{m}$  betragen (DORRER [17]).

(2) Weitere, in der Wirkung ähnliche, in ihrer Größe aber nur schwer abschätzbare Fehler können sich durch Einflüsse der Strömungsschicht am Flugzeug ("Luftgrenzschicht") ergeben.

KUPFER [50] konnte durch einen Vergleich von Ergebnissen für ein- und zweimotorige Maschinen (Dornier DO 27, DO 28) nachweisen, daß bei einmotorigen Flugzeugen mit vorneliegendem Motor durch Motorabgase offensichtlich Turbulenzen und Temperaturveränderungen entstehen, die sich nachteilig auf die Genauigkeit auswirken. Auch bei einem neueren Versuch, KUPFER [51], ergaben sich bei einer Testfeldbefliegung mit zwei verschiedenen Bildflugzeugen (DO 28, Aerocommander 680 F) unterschiedliche Kalibrierungswerte für ein und dieselbe Kammer.

Genauere Angaben über die Größe der Abweichungen des Strahlengangs durch die Einflüsse der objektivnahen Luftschichten sind bisher jedoch nicht bekannt.

### 2.2.3 Fehler des Aufnahmesystems

Unter diesem Begriff sind diejenigen Fehlereinflüsse zusammengefaßt, die beim Bildflug während der Aufnahme wirksam werden (vgl. Abb. 1.1).

Hierzu zählen im einzelnen: Fehler des KammerSystems (Verzeichnung des Objektivs, Bildträger, Filmkassette, Andruckplatte), Art des Einbaus der Kammer im Bildflugzeug, Änderungen des Kalibrierungszustandes infolge physikalischer Einflüsse, Bewegungsunschärfen.

#### a) Optische Verzeichnung der Aufnahmekammer

(1) Bis heute läßt sich eine Objektivverzeichnung nicht vollständig vermeiden. Die Wirkung dieses systematischen Fehlers ist vektorieil, mit einer radialen und einer tangentialen Komponente, wobei erstere den Hauptanteil ausmacht. Die Bestimmung der Verzeichnungswerte erfolgt üblicherweise durch visuelle oder photographische Kalibration im Prüflabor der Herstellerfirma.

Nach neueren Angaben von H.K. MEIER [64], die sich auf Informationen verschiedener Prüfstellen beziehen, liegen die radialen Verzeichnungsfehler für moderne Hochleistungsobjektive (der Fa. ZEISS/Oberkochen) allgemein unter  $5 \mu\text{m}$ . Die mittlere Verzeichnung beträgt danach bei WW-Objektiven sogar nur noch  $0.7 \mu\text{m}$  (Streuung gegen das Typenmittel  $1.6 \mu\text{m}$ ). Für ÜWW-Objektive sind die Fehler doppelt so groß und liegen bei  $1.7 \mu\text{m}$  (Streuung  $2.8 \mu\text{m}$ ). Die Meßgenauigkeit für die Bestimmung der radialen Verzeichnung wird im Mittel mit  $1.4 - 1.8 \mu\text{m}$  angegeben.<sup>1)</sup>

Die Mittelwerte der tangentialen Verzeichnung sind nach MEIER [64] bei modernen Objektiven  $< 1 \mu\text{m}$ . Jedoch muß in Einzelfällen mit größeren Fehlern gerechnet werden, wie HAKKARAINEN [34] bei einer entsprechenden Überprüfung von WW-Kammern am Horizontalgoniometer der Universität Helsinki nachgewiesen hat. Die Maximalwerte für die verschiedenen Kammern bewegten sich dabei zwischen  $0.5 \mu\text{m}$  und  $14 \mu\text{m}$ . Es ist deshalb unbefriedigend, daß die tangentiale Verzeichnung bei üblichen Laborkalibrierungen nicht mit der erforderlichen Genauigkeit bestimmbar ist und deswegen auch einer rechnerischen Korrektur nicht zugänglich ist.

(2) Die Kalibrierungswerte für die radiale Verzeichnung gelten streng nur unter den jeweiligen Laborbedingungen. Abweichungen davon führen zu einer Veränderung der Verzeichnungseigenschaften.

So konnte HAKKARAINEN [34] bei seinen Untersuchungen feststellen, daß sich die durch Filter hervorgerufene Änderung der Lichtwellenlänge stark unterschiedlich auf die Verzeichnungseigenschaften der verschiedenen Kammern auswirkt. Weiterhin ist bei Bildflugbedingungen, die teilweise sehr stark von den Laborbedingungen abweichen, mit einer Änderung der Objektivverzeichnung zu rechnen. Dabei spielen Temperatur- und Druckdifferenzen zwischen äußerer und innerer Luft der Kammer die größte Rolle. Diese sind neben der Flughöhe vor allem von der Art des Einbaus der Meßkammer im Bildflugzeug abhängig (MEIER [61], [63], ZETH [98]).

H.K. MEIER [63] konnte in einer theoretischen Studie nachweisen, daß die Verzeichnungsänderungen für den ungeschützten Einbau mit beheizter Kabine für Flughöhen von  $6 - 14 \text{ km}$  bei  $2 - 3 \mu\text{m}$  liegen. Bei geschütztem Einbau, wo die Kabine durch ein Abschlußglas gegen die Außenatmosphäre abgedichtet wird, erreichen die Fehler einen Betrag von  $6 - 8 \mu\text{m}$ . Die Verzeichnungsänderungen sind vom Bildwinkel abhängig und erreichen wiederum für ÜWW-Objektive die größten Werte.

Bisher fehlt jedoch eine Überprüfung dieser theoretisch ermittelten Fehler durch vergleichbare experimentelle Untersuchungen, wenn man von Versuchen in Klimakammern absieht [98]. H.K. MEIER erhebt deshalb auch die Forderung nach gezielten Untersuchungen unter Bildflugbedingungen. Dies wäre wünschenswert, um genauere und eventuell auch für eine Korrektur verwendbare Angaben über den Einfluß der Umweltbedingungen auf die Objektivverzeichnung zu bekommen.

(3) Die Korrektur der radialen Verzeichnung erfolgt in der Regel nur mit den Werten der Laborkalibrierung. In welchem Umfang damit die bei der Aufnahme tatsächlich wirksame Verzeichnung erfaßt wird, läßt sich wegen der oben genannten Einflüsse und wegen verschiedener Vereinfachungen und Vernachlässigungen, die bei der Korrektur teilweise unumgänglich sind, nur schwer abschätzen.

<sup>1)</sup> Denselben Angaben zu Folge liegen die Genauigkeiten für die Kalibrierung der Kammerkonstante zwischen  $3 \mu\text{m}$  und  $20 \mu\text{m}$  sowie für die Abstände der Rahmenmarken zwischen  $10 \mu\text{m}$  und  $20 \mu\text{m}$ .

Die Wirksamkeit der Verzeichnungskorrektur kann beeinträchtigt werden durch:

- Die radiale Verzeichnung wird üblicherweise nur entlang der 4 Halbdiaagonalen ermittelt; unsymmetrische Verzeichnungseffekte bleiben damit unberücksichtigt.
- Die Verzeichnungswerte beziehen sich auf den Symmetriepunkt, der mit dem Bildhauptpunkt nicht identisch ist.<sup>1)</sup>
- Der Einfluß der Bildflugbedingungen auf die Verzeichnung ist im einzelnen nicht bekannt und einer direkten Korrektur daher nicht zugänglich.
- Die Wirksamkeit der Verzeichnungskorrektur hängt auch vom gewählten Korrekturansatz ab, d.h. ob mit einer vereinfachten radialsymmetrischen Interpolation oder mit einem strengeren flächenhaften Interpolationsverfahren, z.B. nach KRAUS/STARK [48], gearbeitet wird.

(4) Zur Frage der optimalen Verzeichnungskorrektur liegen bereits zahlreiche Veröffentlichungen vor (siehe Literaturangaben in [41]), sie wird hier nicht weiter diskutiert. Bei praktischen Untersuchungen in jüngster Zeit (HAUG [39] und KRAUS/STARK [48]) hat sich aber gezeigt, daß der Ansatz strengerer Korrekturverfahren allein noch keine Genauigkeitssteigerung zur Folge haben muß, wenn z.B. die Anzahl der gemessenen Verzeichnungswerte zu gering oder ihre Konstanz mangelhaft ist.

HAUG [39] konnte bei einem Vergleich zwischen radialsymmetrischer und flächenhafter Korrektur für das ÖWW-Bildmaterial des Versuchs Oberschwaben trotz deutlicher unsymmetrischer Verzeichnung keine signifikante Genauigkeitssteigerung für den verfeinerten Korrekturansatz erreichen. Der Grund hierfür ist offenbar in der mangelhaften Stabilität der Verzeichnung zwischen Kalibrierung und Bildflug zu suchen.

Damit läßt sich zur Frage der Objektivverzeichnung feststellen, daß auch nach der Korrektur der im Labor ermittelten Verzeichnung noch mit mehr oder weniger deutlichen systematischen Verzeichnungsrestfehlern zu rechnen ist.

#### b) Unebenheiten des Films

(1) Unebenheiten des Films im Moment der Luftbildaufnahme führen zu einem Fehler gegenüber der geometrischen Modellvorstellung, nach der alle Bildpunkte eines Bildes exakt in einer Ebene liegen. Die Ursache dieses Fehlers läßt sich in folgende Komponenten aufteilen:

- Ebenheit der Andruckplatte
- Dickschwankungen des Films und der photographischen Emulsion
- Unregelmäßige Anlage des Films an der Andruckplatte.

(2) Nach Herstellerangaben (MEIER [64]) werden heute für Andruckplatten nur noch Unebenheiten innerhalb von  $\pm 5 \mu\text{m}$  toleriert.

H.K. MEIER berichtet in [64] weiter über eine statistische Untersuchung von ca. 500 Andruckplatten der Fa. Zeiss, Oberkochen, bei der sich mittlere Unebenheiten von nur  $\pm 2.5 \mu\text{m}$  ergaben.

<sup>1)</sup> In JORDAN/EGGERT/KNEISSL [41] wird von Exzentrizitäten zwischen  $6 \mu\text{m}$  und  $60 \mu\text{m}$  berichtet; nach neueren Angaben (MEIER [64]) beträgt der Einfluß des Bezugspunktes  $\pm 10 \mu\text{m}$ . Die Auswirkungen dieses Fehlers werden allerdings bei der Orientierung weitgehend kompensiert.

Bei bereits im Einsatz befindlichen Andruckplatten liegen die Werte für die Unebenheit jedoch deutlich über den Werksangaben und zeigen eine relativ starke zeitliche Veränderlichkeit (D.C. BROWN [15]). Dies stellten auch HAKKARAINEN und ROUTSALAINEN [33] bei einer Überprüfung von 16 in Finnland eingesetzten Luftbildkammern fest. Die durchschnittlichen Abweichungen schwankten zwischen  $0.8 \mu\text{m}$  und  $11.2 \mu\text{m}$ , der Maximalwert lag bei über  $40 \mu\text{m}$ . Einzelne Andruckplatten waren dem Bericht zufolge sogar erst nach einer gründlichen Überholung wieder verwendbar.

(3) Die Dickschwankungen des Films und der photographischen Emulsion erreichen für die heute fast ausschließlich verwendeten Filme mit Polyesterbasis bei Gesamtdicken zwischen  $80 \mu\text{m}$  und  $140 \mu\text{m}$ , Beträge von  $3 - 4 \mu\text{m}$  (H.K. MEIER [62]). Beide Fehlerursachen, Unebenheiten der Andruckplatte und Dickschwankungen des Films, stellen großflächige Abweichungen dar, die in ihrer Wirkung systematischen Fehlern gleichzusetzen sind.

H.K. MEIER [62] ermittelte bei empirischen Untersuchungen für beide Komponenten einen Gesamtfehler von  $5 - 8 \mu\text{m}$ . Bei neueren Untersuchungen durch die Firma DBA-Systems (USA), D.C. BROWN [15], ergaben sich Unebenheiten für Andruckplatte und Film (unter Vakuum angesaugt) von insgesamt  $10.2 \mu\text{m}$  für eine firmeneigene Kammer und  $11.2 \mu\text{m}$  für eine ZEISS-Kammer. DBA-Systems zog daraus Konsequenzen und entschloß sich zur Herstellung spezieller Reseau-Platten (169 Punkte) für die Aufgaben der Präzisionsphotogrammetrie.

(4) Die Exaktheit der Anlage des Films an der Andruckplatte zum Zeitpunkt der Aufnahme ist in erster Linie von der Zuverlässigkeit der Ansaugvorrichtung abhängig und läßt sich nur schwer nachprüfen.

H.K. MEIER [62] erhielt bei einer Untersuchung von ZEISS-Reihenmeßkammern kurzperiodische Fehler von  $6 - 7 \mu\text{m}$ , die unregelmäßig in Abständen von  $4 - 5 \text{mm}$  auftraten. Befinden sich jedoch Staub- oder Schmutzteilchen zwischen Andruckplatte und Film oder sind die Ansaugschlitze verstopft, so kann dies wesentlich größere Fehler zur Folge haben.

(5) Der durch die Unebenheiten des Films verursachte Fehler kann ohne die Verwendung von Reseau-Aufnahmen weder bestimmt noch korrigiert werden. Da Kammern mit Reseauausrüstung in der Praxis die Ausnahme bilden, muß der Einfluß dieses Fehlers, der erheblich sein kann, in Kauf genommen werden.

### c) Änderungen des Kalibrierungszustandes

Die Kalibrierung von Luftbildkammern erfolgt üblicherweise im Prüflabor der Herstellerfirma unter vorher festgelegten Laborbedingungen. Durch veränderte Temperatur- und Druckverhältnisse und sonstige physikalische Einflüsse beim Bildflug ändert sich jedoch der Kalibrierungszustand einer Kammer, d.h. Kammerkonstante, Bildhauptpunkt bezogen auf die Rahmenmarken sowie die Objektivverzeichnung (H.K. MEIER [61], [63], ZETH [98], HALWAX [38]). Diese Abweichungen der inneren Orientierung von den gegebenen Kalibrierungsdaten bleiben bei der Berechnung unberücksichtigt. Der Einfluß dieses systematischen Fehlers wird allerdings bei der Ausgleichung weitgehend kompensiert.

Die Auswirkungen der Bildflugbedingungen auf die geometrischen Eigenschaften einer Meßkammer sind bisher wenig erforscht. Versuche in einer Kältekammer (ZETH [98]) und einzelne theoretische Fehlerbetrachtungen (HALWAX [38]) brachten zwar wertvolle Hinweise, doch fehlen bisher entsprechend umfangreiche experimentelle Untersuchungen von Kammern unter Flugbedingungen um allgemeingültige Aussagen treffen zu können.

Die Möglichkeit, die Elemente der inneren Orientierung als Unbekannte in die Ausgleichung einzuführen und zu bestimmen, wird bisher kaum genutzt.

Ob Temperatureinflüsse bei den mechanischen Teilen der Kammer - Kammerkörper, Objektivstutzen, Anlegerahmen, Aufhängung usw. - zu einer Veränderung der inneren Orientierung führen, ist nicht bekannt. Es ist jedoch anzunehmen, daß derartige Fehler bei modernen Kammer relativ klein sind.

#### d) Bewegungsunschärfen

Bewegungsunschärfen werden durch Bildwanderung, Vibrationen und Schwingungen der Kammer während des Bildfluges hervorgerufen. Sie bewirken zunächst eine Minderung der Bildqualität, jedoch ist auch ein Einfluß auf die geometrische Lage der Bildpunkte zu vermuten. Genauere Angaben darüber existieren nicht. Sie sind auch kaum möglich, da die Größe des Fehlers vom Kontrast in der unmittelbaren Umgebung des Punktes und vom Bildmaßstab abhängig ist.

### 2.3 Fehler des photographischen Prozesses (Filmdeformationen)

(1) Unter Filmdeformationen versteht man allgemein die Gesamtheit der geometrischen Veränderungen des Bildes vom Zeitpunkt der Belichtung an bis zur Auswertung im Gerät. Diese Fehlerkomponente umfaßt die Formveränderungen beim Aufnahmevorgang und die Deformationen des Bildträgers durch photographisches Entwickeln und Kopieren sowie eventuell weitere Fehlereinflüsse.

(2) Unter dem Filmverzug werden Formveränderungen des Films verstanden, die durch mechanische Beanspruchung beim Filmtransport und durch Temperatur- und Feuchtigkeitsunterschiede in der Filmkassette verursacht werden.

Obwohl derzeit noch keine genaueren Erkenntnisse über die Auswirkungen verschiedener mechanischer Vorgänge auf den Film vorliegen, bleibt doch zu vermuten, daß z.B. das An- und Abschalten des Filmtransports zwischen den Flugstreifen oder größere Aufnahmepausen während des Bildflugs nicht ohne Einfluß auf die darauffolgenden Bilder bleiben.

Interessant erscheint in diesem Zusammenhang die Tatsache, daß die Fertigung von Luftbildkamern verschiedener Brennweiten eines Fabrikats heute im Baukastenprinzip erfolgt, d.h. der gesamte Filmtransport- und Planlegungsmechanismus ist bei allen Kammertypen einer Herstellerfirma gleich (H.K. MEIER [62]). Damit sind auch die Fehlereinflüsse des Filmverzugs und der Filmebenheit gleichartig, lediglich die Auswirkung ist wegen der unterschiedlichen Brennweiten verschieden.

(3) Die Vielfalt der beim photographischen Prozeß auftretenden Fehlereinflüsse führt zu geometrischen Veränderungen des Films, die mathematisch und statistisch nur schwer zu beschreiben sind und die von Bild zu Bild unterschiedlich sein können. Die Größe der Verformungen, die systematischer, lokalsystematischer und unregelmäßiger Natur sein können, ist abhängig von der Filmart, von Temperatur- und Feuchtigkeitseinflüssen, von der Art der Entwicklung und Trocknung, von mechanischen Beanspruchungen, von der Lagerung und Alterung des Films, von der Haftung zwischen Schichtträger und Emulsion usw.

(4) Die Korrektur gleichmäßiger oder affiner Maßstabsänderungen geschieht normalerweise durch Vergleich der gemessenen mit den kalibrierten Rahmenmarkenabständen. Winkelaffinitäten bleiben häufig unberücksichtigt. Die nach einer Rahmenmarkentransformation verbleibenden Restfehler der Filmdeformationen werden in AHREND [9] zwar mit etwa 5  $\mu\text{m}$  angegeben, doch besagt dies für den Einzelfall wenig.

Die Wirksamkeit einer Rahmenmarkentransformation zur Beseitigung von systematischen Filmdeformationen ist abhängig von der Anordnung, Anzahl und Genauigkeit der Rahmenmarken. Die besten Voraussetzungen für eine möglichst umfassende Bestimmung und Korrektur der Filmdeformation werden allgemein Reseauaufnahmen zugebilligt, bei denen sich auch die von den Unebenheiten des Films herrührenden großflächigen Abweichungen feststellen lassen (ZIEMANN [99]). Allerdings blieben die bislang aus empirischen Untersuchungen von Reseau-Aufnahmen bekanntgewordenen Ergebnisse hinter den theoretischen Erwartungen zurück (ELLENBECK [23]). Denn mit Reseauaufnahmen konnten keine erkennbaren Vorteile gegenüber anderen (nachträglichen) Korrekturverfahren erzielt werden.

(5) Das Filmverhalten bildete bis in die jüngste Gegenwart den Gegenstand zahlreicher Untersuchungen und Veröffentlichungen (JORDAN/EGGERT/KNEISSL [41] und TEMPFLI [91]). Ein Großteil der darin aufgeführten Werte für die Filmdeformation ist jedoch durch die Herstellung von neuen, wesentlich maßhaltigeren Filmen auf Polyesterbasis überholt.

In einer neueren Untersuchung vertritt TEMPFLI [91] die Auffassung, das Filmverhalten sei am geeignetsten statistisch mit Hilfe stochastischer Prozesse zu beschreiben. Für die Bestimmung der statistischen Parameter schlägt er die Verwendung von Reseauaufnahmen vor, über deren Eignung für die Erfassung von Filmdeformationen, wie oben erwähnt, allerdings unterschiedliche Auffassungen bestehen (ELLENBECK [23]).

Hinsichtlich der Ursache der Filmdeformationen gelangen KUPFER und WEGENER [53] in einer ebenfalls neueren Genauigkeitsstudie (Laborversuch) zu der Erkenntnis, daß bei Verwendung moderner Entwicklungs- und Trockengeräte sowie von Filmen auf Polyesterbasis nur noch geringe Fehler durch den photographischen Prozeß zu erwarten sind. Der Hauptanteil der Filmdeformationen, so die Folgerung der Autoren, dürfte deshalb bereits während des Belichtungs- und Transportvorgangs in der Meßkammer entstehen. Diese Erkenntnis deckt sich mit der bei verschiedenen kontrollierten Aerotriangulationsversuchen festgestellten Kammerbezogenheit systematischer Bildfehler (SCHILCHER [75] und [76], HAUG [39]).

## 2.4 Fehler des Meßprozesses

(1) Die Messung der Bildkoordinaten erfolgt in der Regel mit Mono- oder Stereokomparatoren, die mit Instrumentenfehlern von etwa 1 - 2  $\mu\text{m}$  die genauesten photogrammetrischen Auswertegeräte darstellen. Die Ausmessung von Bildern ist aber auch mit den in jüngster Zeit stark aufkommenden analytischen Geräten möglich. Die praktisch realisierbare Genauigkeit dieser Geräte liegt mit etwa 3  $\mu\text{m}$  gegenwärtig noch deutlich über derjenigen von Komparatoren (STARK [88]).

(2) Eine weitere Fehlerquelle in der Messung bildet der Meß- oder Identifizierungsfehler des Beobachters. Es gibt eine Reihe von Faktoren, die die Einstellgenauigkeit beeinflussen, über deren Wirkung im einzelnen aber noch relativ wenig bekannt ist und über deren quantitativen Ausmaße infolgedessen stark unterschiedliche Angaben gemacht werden.

Hierzu zählen u.a.: Betrachtungsvergrößerung, Meßmarkengröße, Signal- oder Bildpunktgröße, Punktmarkierung (signalisiert, natürlich, künstlich), Einfluß des Bildkontrasts in der unmittelbaren Umgebung des Punktes, Lichtverhältnisse (Helligkeit, Schatten) zum Zeitpunkt der Aufnahme (Höhe der Sonne), Körnigkeit des Filmes usw.

## 2.5 Sonstige Fehler

Unter dieser Bezeichnung werden diejenigen Fehler zusammengefaßt, die nicht direkt dem photogrammetrischen Prozeß zugeordnet werden können, also keine durch die Abbildung oder Auswertung verursachten Bildfehler darstellen, die aber dennoch die Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung spürbar beeinflussen können.

### a) Fehlereinflüsse bei der Datenaufbereitung

Zu dieser Fehlerart zählen Fehler, die bei der Überführung und Reduktion der auf das Komparatorsystem bezogenen ursprünglichen Meßwerte in das durch die Rahmenmarken definierte Bildkoordinatensystem auftreten können (z.B. Kalibrierungs- und Meßgenauigkeit der Rahmenmarken, Wahl des Transformationsansatzes usw.).

Diese Fehlereinflüsse sind von großer Wichtigkeit, wie die Ausführungen in Abschnitt 3.1 dieses Kapitels und in Abschnitt 4.1 des Kapitels II zeigen werden.

### b) Erdkrümmung

Das Problem der Erdkrümmung entsteht durch die Inkompatibilität des verebneten geodätischen Bezugssystems der Paßpunkte mit dem kartesischen Koordinatensystem der Photogrammetrie.

Der Einfluß der Erdkrümmung ist von der Flughöhe und vom Bildwinkel der Meßkammer abhängig (bei ÖWW größer als bei WW). Er kann bei Senkrechtaufnahmen mit guter Näherung durch eine radialsymmetrische Korrektur im Einzelbild erfaßt werden, wie FINSTERWALDER [24] nachgewiesen hat. Für eine strenge Korrektur müssen allerdings Geländehöhenunterschiede und Bildneigungen berücksichtigt werden.

Bei analytischen Auswertungen erfolgt die Erdkrümmungskorrektur häufig zusammen mit der Refraktionskorrektur, wobei die Korrekturwerte für die Erdkrümmung die überwiegende Komponente darstellen.

### c) Einfluß der Definition des geodätischen Bezugssystems

Aufgrund der unterschiedlichen Definition des geodätischen Bezugssystems der Paßpunkte und des photogrammetrischen Koordinatensystems können sich über den Einfluß der Erdkrümmung hinaus noch weitere Fehler auf die Genauigkeit der Punktbestimmung auswirken. Fehler dieser Art sind abhängig von der gewählten Referenzfläche (in der Lage z.B. Ellipsoid oder Kugel, in der Höhe das Geoid), von den Projektionsbeziehungen des geodätischen Koordinatensystems, von der Größe des Gebietes und vom Bildmaßstab.

HAUG [39] konnte bei einer simulierten Untersuchung für den Versuch Oberschwaben (Größe ca. 40 x 62 km) nachweisen, daß die Definition des geodätischen Koordinatensystems die photogrammetrische Genauigkeit praktisch nicht beeinflußt, was insbesondere für Ausgleichungen mit dichter Paßpunktbesetzung am Rand eines Bildverbandes zutrifft.

## 2.6 Genauigkeit der Bildkoordinaten

(1) Die geometrische Genauigkeit der photogrammetrischen Auswertung wird im allgemeinen durch die Größe der Bildkoordinatenfehler angegeben. Die Bestimmung dieser Genauigkeitswerte geschieht heute meist durch sogenannte integrale Fehleranalysen, bei denen die photogrammetrisch erhaltenen Resultate mit einem übergeordneten System, in der Regel mit den terrestrischen Koordinaten der Objektpunkte verglichen werden.

(2) Die heute realisierbaren Bildkoordinatengenauigkeiten betragen für signalisierte Punkte bei Messung im Komparator und bei Zugrundelegung eines konventionellen mathematischen Modells für die Ausgleichung etwa  $5 \mu\text{m} - 10 \mu\text{m}$ , bei verfeinertem Rechenansatz (Selbstkalibrierung o.ä.) ist mit Werten von  $2.5 - 5 \mu\text{m}$  zu rechnen. Diese Genauigkeitsangaben gelten für den mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\hat{\sigma}_0$  der Bildkoordinaten nach einer Ausgleichung. Sie sind also nicht mit der Meßgenauigkeit der Bildkoordinaten identisch, da in ihnen neben den Fehlern des Aufnahme- und Meßprozesses auch die systematischen Einflüsse des unvollständigen mathematischen Modells enthalten sind.

Der mittlere Bildkoordinatenfehler  $\hat{\sigma}_0$  hat den Charakter eines integralen Genauigkeitsparameters und gewährt als solcher keinen Einblick in die Genauigkeitsverhältnisse innerhalb des Bildes. Er gibt insbesondere keine Auskunft über die mittleren Fehler der Bildkoordinaten in Abhängigkeit von der Lage eines Punktes im Bild. Diese Frage ist bislang nur vereinzelt empirisch untersucht worden, so daß fundierte Erkenntnisse noch weitgehend fehlen (s. Abschn. 3.2 dieses Kapitels).

## 2.7 Kritische Beurteilung zur Fehleranalyse des Meßbildes

Durch gründliche und intensive partielle Fehleranalyse sind die Hauptfehlerquellen des photogrammetrischen Prozesses rein qualitativ weitgehend bekannt. Das quantitative Wissen um die im Einzelfall tatsächlich wirksamen Fehlereinflüsse ist hingegen teilweise unbefriedigend. Die vorhandenen Kenntnisse reichen in verschiedenen Fällen nicht aus, um bekannte und auch als einflußreich nachgewiesene Fehler rechnerisch mit hinreichender Genauigkeit korrigieren zu können.

Die Gründe für dieses Informationsdefizit sind vielschichtig und eine Behebung bzw. Verbesserung der Situation ist nicht ohne weiteres möglich. Teilweise ist man bei der Geräteherstellung bereits in den Grenzbereich der mechanisch realisierbaren Genauigkeit vorgestoßen, teilweise treten durch die Variabilität ver-

schiedener Fehlereinflüsse ganz einfach natürliche Grenzen in Erscheinung, die eine genaue Erfassung von Korrekturdaten und damit eine a priori Korrektur ausschließen.

Die Diskussion sollte darüber hinaus deutlich machen, daß die für die Genauigkeit der Bildkoordinaten und die Genauigkeitsstruktur des Meßbildes letztlich entscheidende Frage des Zusammenwirkens und der gegenseitigen Kompensation verschiedener Fehlereinflüsse durch Orientierung und Ausgleichung bisher noch nicht gründlich genug untersucht worden ist.

Als Konsequenz der teilweise unzureichenden Informationen zur Korrektur von Fehlereinflüssen muß beim Rechenprozeß mit dem Auftreten systematischer Fehler gerechnet werden, die, wie die Diskussion gezeigt hat, erheblich sein können. Damit zusammenhängend ist auch eine starke Korrelation der Bildkoordinaten zu erwarten.

Daß trotz der teilweise unklaren Grundlagen in der Praxis Genauigkeiten erzielt werden, die weit unter  $10\ \mu\text{m}$  liegen, ist als erstaunlich und erfreulich zugleich zu bezeichnen. Zum Erreichen dieses hohen Genauigkeitsniveaus haben vor allem zwei Faktoren wesentlich beigetragen:

1. Die Einführung numerischer Methoden und die damit verbundenen Vorteile der leichteren Fehlerkorrektur sowie der allgemeinen Kompensationswirkung des Ausgleichungsprozesses;
2. Der bei der Herstellung von Hardware-Komponenten erreichte Fortschritt, durch den die Fehleranteile des Aufnahme- und Meßprozesses ganz entscheidend verringert werden konnten (maßhaltigere Filme auf Polyesterbasis, nahezu verzeichnungsfreie Objektive, Präzisionsmeßgeräte mit Genauigkeiten von etwa  $1 - 2\ \mu\text{m}$ ).

Dieser hohe Stand der Gerätetechnik läßt nur noch einen geringen Spielraum für weitere Genauigkeitssteigerungen durch Verbesserung von Gerätekomponenten erwarten. Wesentlich günstigere Aussichten für weitere Genauigkeitsverbesserungen sind aus diesem Grunde der Verfeinerung der Rechenmethoden und der Fehlermodelle einzuräumen.

### 3. Das konventionelle mathematische Modell der photogrammetrischen Punktbestimmung

Der Begriff des mathematischen Modells beinhaltet das gesamte Formelsystem der a priori Annahmen für das funktionale und stochastische Modell einer Ausgleichung. Die Bedeutung des mathematischen Modells liegt in der möglichst vollständigen bzw. hinreichenden Erfassung der für die Auswertung relevanten Prozesse begründet und prägt ganz wesentlich die Leistungsfähigkeit einer Ausgleichungsmethode.

Die folgenden Betrachtungen über die konventionellen Ansätze funktionaler und stochastischer Modelle bei der photogrammetrischen Punktbestimmung gelten deshalb besonders der Frage der Vollständigkeit und Leistungsfähigkeit der traditionellen Rechenmodelle. Dabei steht die mathematische Behandlung des Einzelbildes im Vordergrund. Fragen über die funktionalen und stochastischen Zusammenhänge im Bildverband bleiben zunächst ausgeklammert.

#### 3.1 Das funktionale Modell

(1) Unter dem funktionalen oder deterministischen Modell versteht man allgemein die zwischen den Erwartungswerten der Beobachtungen und Unbekannten der Ausgleichung aufstellbaren mathematischen Beziehungen, auf deren Grundlage die Ausgleichung durchgeführt wird.

Bei Ausgleichungen in der Geodäsie und Photogrammetrie lehnen sich die Modellvorstellungen soweit wie möglich an die physikalische Wirklichkeit bzw. an deren mathematische Theorien an. Dies gilt auch für die Ausgleichungsansätze der analytischen Photogrammetrie, deren Funktionalmodell auf der geometrischen Modellvorstellung der Zentralperspektive beruht. Dieses geometrische Modell der perspektiven Abbildung, das in Anlehnung an die Theorie der optischen Abbildung gewählt wird, bildet darüber hinaus die Grundlage aller geometrischen Auswerteverfahren in der Photogrammetrie.

(2) Das Prinzip der perspektiven Abbildung ist in Abbildung 1.2 dargestellt. Das wesentliche Charakteristikum dieses Modells ist die Vorstellung eines geradlinigen Abbildungs- oder Verbindungsstrahls zwischen dem punktförmigen Projektionszentrum  $O$ , dem Bildpunkt  $P'$  und dem Geländepunkt  $P$  (Kollinearitätsprinzip). Weitere wichtige Idealisierungen dieses Modells sind nach ACKERMANN [1]: Konstanz der inneren Orientierung, Ebenheit des Bildträgers, Unveränderlichkeit des Objekts im Zeitraum der Aufnahme, geometrische Unveränderlichkeit des Bildes beim photographischen Prozeß, fehlerfreie Meßinstrumente.

Zu den wichtigsten Bestandteilen für die Formulierung mathematischer Abbildungs- und Transformationsbeziehungen zwischen Gelände- und zugeordneten Bildpunkten gehören die innere Orientierung der Aufnahmekammer, die Bildrahmenmarken sowie die für die Wiederherstellung des Strahlenbündels notwendigen Kalibrierungsdaten: Kammerkonstante, Sollabstände der Rahmenmarken, Angaben über die Lage des Bildhauptpunktes, Verzeichnungsangaben des Objektivs.

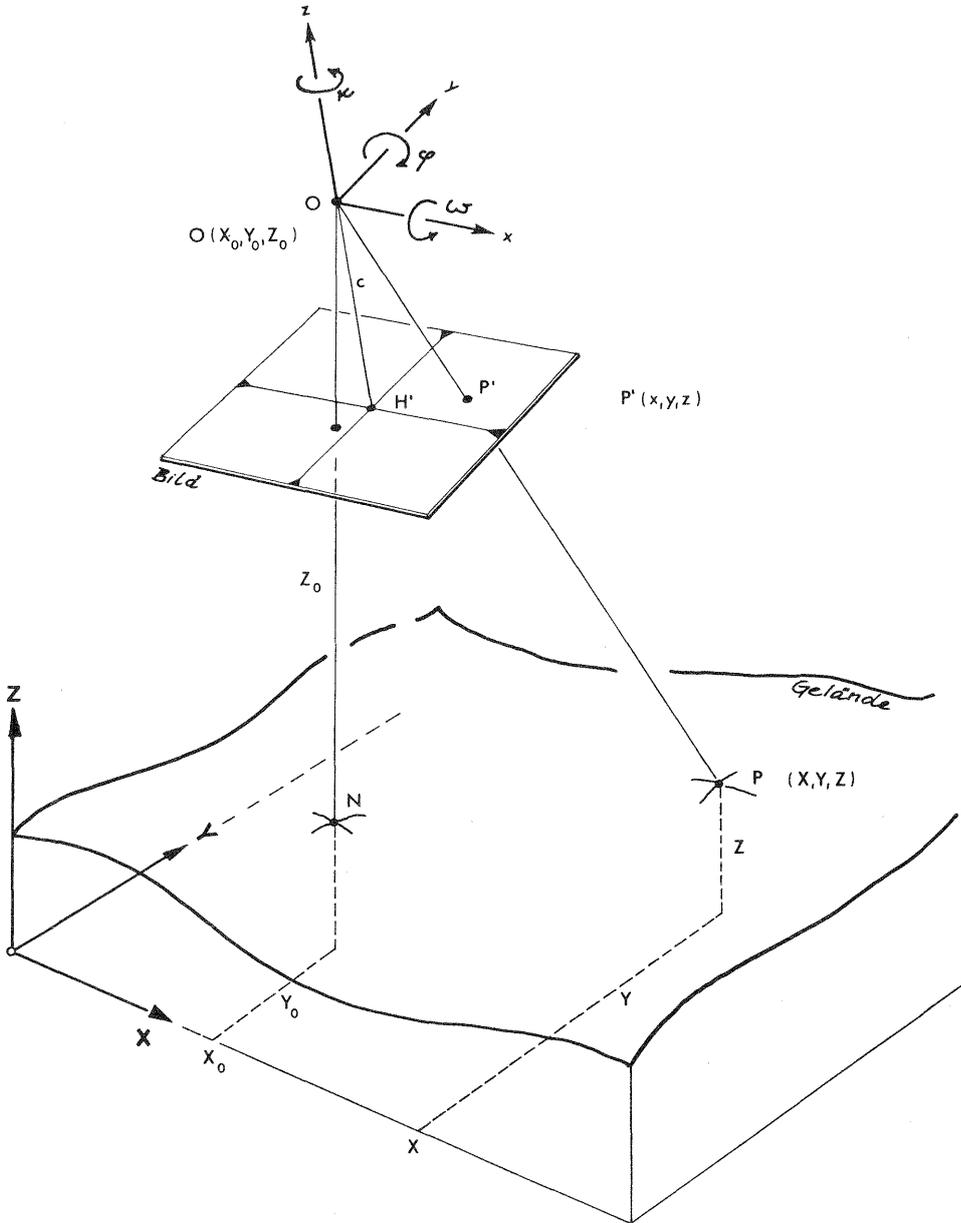


Abb. 1.2 Funktionalmodell des Einzelbildes

(Koordinatensysteme, äußere Orientierung,  $X_0, Y_0, Z_0,$   
 $\omega, \phi, \kappa$ ; nach SCHWIDEFSKY/ACKERMANN [85])

(3) Mit Einführung der Zentralperspektive als Funktionalmodell werden die physikalischen Vorgänge des photogrammetrischen Prozesses natürlich nur unvollständig erfaßt. Die Folgen sind Abweichungen gegenüber dem theoretischen Soll-Modell: "Modell- oder Anpassungsfehler", für die sich im photogrammetrischen Sprachgebrauch allgemein der Begriff des "systematischen Bildfehlers" durchgesetzt hat.

Die wichtigsten Idealisierungen der theoretischen Modellkonzeption betreffen die Verzeichnung, die atmosphärische Refraktion, den Filmschrumpf, Unebenheiten des Films im Moment der Aufnahme, Fehler des Meßgerätes und eventuell die geodätische Abbildung des Geländekoordinatensystems (nähere Einzelheiten bzw. weitere Fehler siehe im Abschnitt 2 dieses Kapitels).

(4) Die analytischen Verfahren der photogrammetrischen Punktbestimmung haben nun den Vorteil, daß a priori bekannte oder angenommene Fehlereinflüsse bereits vor der Ausgleichung rechnerisch erfaßt werden können. Man reduziert hierzu die vorläufigen (auf den Bildhauptpunkt bezogenen) Bildkoordinaten  $x$ ,  $y$  um mathematisch bestimmbare Zuschläge  $\Delta x$  und  $\Delta y$ . Diese Maßnahme bedeutet eine Anpassung der Ist-Verhältnisse an das theoretische Soll-Modell und kann somit als Verfeinerung des Funktionalmodells aufgefaßt werden.

Durch diese a priori Korrekturen möchte man mit möglichst einfachen Mitteln die Hauptanteile der als dominierend angesehenen Fehler beseitigen. Gesichtspunkte der Zweckmäßigkeit und möglichst einfachen Handhabung der Korrekturen überwiegen, komplizierte mathematische Ansätze werden weitgehend vermieden. Im Standardfall der analytischen Aerotriangulation sind a priori Korrekturen für folgende Fehlereinflüsse üblich:

- Objektivverzeichnung
- atmosphärische Refraktion
- Filmdeformationen  
(gleichmäßige oder affine Maßstabskorrektur bzw. weitergehende Korrekturen bei Verwendung von Reseauaufnahmen)
- eventuell Fehler des Meßgerätes.

Hinzu kommt gegebenenfalls noch eine Korrektur für die Erdkrümmung, die, wie bereits erwähnt, nicht zu den Fehlern der photographischen Abbildung zählt.

Die Berechnung der Korrekturwerte stützt sich auf die aus der Laborkalibrierung der Meßkammer stammenden Angaben sowie auf allgemeine physikalische Modelle (Refraktion). Für den Ansatz der Korrekturparameter selbst nimmt man aus genannten Gründen Vernachlässigungen teilweise bewußt in Kauf. Als Beispiel dafür seien hier die Korrekturen wegen Verzeichnung, Refraktion und eventuell Erdkrümmung genannt, die radial in Bezug auf den Bildhauptpunkt angesetzt werden und für die der Einfluß der Bildneigungen normalerweise unberücksichtigt bleibt. (Weitere Details sind dem Abschnitt 2 dieses Kapitels zu entnehmen.)

(5) Es ist nun nach den Ausführungen (2) - (4) klar, daß mit der a priori Korrektur nur ein Teil der tatsächlich auftretenden Fehler erfaßt wird. Neben den Idealisierungen verhindern vor allem folgende Tatsachen eine größere Wirkung dieser Maßnahme:

- Veränderung der physikalischen Bedingungen zwischen Laborkalibrierung und Bildflug
- Variabilität verschiedener Fehlereinflüsse (atmosphärische Einflüsse, Filmdeformationen usw.)
- Instabilität von Geräteteilen (Kammer, Andruckplatte, Magazin usw.)

Teilweise fehlen ganz einfach auch Informationen, um strengere Korrekturen anzusetzen zu können (z.B. Angaben über die tatsächlichen atmosphärischen Verhältnisse während des Bildfluges, Einfluß der Umweltbedingungen auf die Verzeichnungseigenschaften des Objektivs, Fehler der Planlage des Filmes oder sonstiger Fehlereinflüsse des Filmes bei Nichtanwendung von Réseau-Aufnahmen usw.).

(6) Der nach einer a priori Korrektur verbleibende Rest an systematischen Bildfehlern hat beim konventionellen Ansatz des Funktionalmodells eine starke Korrelation der Bildkoordinaten zur Folge und wird dem Dualismus funktionaler und stochastischer Modelle folgend, als Bestandteil des stochastischen Modells betrachtet. Bei den traditionellen Denkvorstellungen ging man nun allerdings davon aus, daß durch die Interpolationswirkung der Ausgleichsrechnung bei der relativen und absoluten Orientierung noch ein weiterer Teil der bis dahin nicht beseitigten Fehlereinflüsse kompensiert wird, so daß im Endeffekt nur noch ein geringer Teil der ursprünglichen Modellfehler wirksam wäre.

Mit dieser Strategie wurden in der Tat hervorragende Genauigkeiten für die photogrammetrische Punktbestimmung erreicht. Da die Forderungen der Anwender in hohem Maße erfüllt waren, gab sich auch die Forschung über einen längeren Zeitraum, etwa bis Anfang der siebziger Jahre, mit diesem Ansatz des Funktionalmodells zufrieden.

### 3.2 Das stochastische Modell

(1) Das stochastische Modell, häufig auch als Fehlermodell bezeichnet, beinhaltet alle Aussagen über die statistischen Fehlereigenschaften der in die Ausgleichung eingeführten Beobachtungen. Es wird repräsentiert durch die gewählte Varianz-Kovarianz-Matrix, in der die a priori bekannten oder angenommenen mittleren Fehler der Beobachtungen sowie deren gegenseitige Korrelationen angegeben sind.

Bei der photogrammetrischen Punktbestimmung umfaßt das stochastische Modell üblicherweise neben den Bildkoordinaten als eigentliche Meßgrößen auch die terrestrischen Koordinaten der Paßpunkte sowie sonstige in die Ausgleichung eingeführte Hilfsdaten (z.B. Statoskop- und APR-Messungen). Im Grunde müßte man auch die Parameter der inneren Orientierung bzw. die für ihre Wiederherstellung notwendigen Ausgangsdaten zum Fehlermodell zählen.

(2) Fragen des stochastischen Modells sind bei den konventionellen Ausgleichungsansätzen der photogrammetrischen Punktbestimmung kaum ins Bewußtsein getreten. Dies kommt deutlich darin zum Ausdruck, daß selbst die mathematisch strengeren Verfahren der analytischen Aerotriangulation nur Bildkoordinaten (bzw. die aus Bildkoordinaten abgeleiteten oder am Analoggerät gemessenen Modellkoordinaten) als stochastische Größen behandeln. Alle übrigen in die Ausgleichung eingeführten Größen gelten in der Regel als nicht stochastisch.

Aber selbst die statistischen Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten sind normalerweise noch stark idealisiert: Sie werden in den meisten Fällen als gleichgenau betrachtet und Korrelationen zwischen den Bildkoordinaten eines Bildes oder zwischen benachbarten Bildern bleiben vollständig unberücksichtigt.

(3) Sucht man nach den Gründen für den übervereinfachten Ansatz des Fehlermodells, dann läßt sich zunächst dasselbe Argument anführen wie beim Funktionalmodell: Die mit diesem Ansatz erreichbaren Genauigkeiten waren für die praktische Anwendung ausreichend. Zudem versprach die Einführung eines strengen stochastischen Ansatzes nach theoretischen Vorhersagen nur einen geringen Genauigkeitsgewinn (GOTTHARDT [27], [28] u.a.). (Die den theoretischen Untersuchungen zugrundegelegten Annahmen haben sich allerdings als nicht realistisch herausgestellt.)

Ein häufig zur Rechtfertigung der Vereinfachung genannter Grund ist die damit mögliche Reduzierung des Speicherbedarfes und des Rechenaufwandes. Denn bei Vernachlässigung von Gewichten und Korrelationen lassen sich die Normalgleichungen direkt aufstellen und lösen, was vor allem für die Ausgleichung von großen Systemen (Blockausgleichungen) von Vorteil ist. Dieser Gesichtspunkt war vom Stand der Rechentechnik Anfang der sechziger Jahre aus betrachtet wichtig und auch stichhaltig. Aus heutiger Sicht ist dem allerdings entgegenzuhalten, daß bei den gegenwärtigen und auch noch in Zukunft zu erwartenden Fortschritten in der Computertechnik die Frage des Rechenaufwandes für die Wahl des stochastischen Modells allein nicht mehr entscheidend sein darf.

Mitentscheidend für die starke Vereinfachung des stochastischen Modells waren sicherlich auch die zu geringen Kenntnisse über die Genauigkeitsstruktur des Meßbildes. Denn über die statistischen Parameter der Bildkoordinaten (Varianzen und Kovarianzen) ist bis heute zu wenig bekannt, um einen strengeren Ansatz formulieren zu können. Der Überblick über die Fehlereigenschaften des Meßbildes im vorangegangenen Abschnitt 2 dieses Kapitels hat dies aufgezeigt.

#### 4. Neuere Entwicklungen der Präzisionsphotogrammetrie

##### 4.1 Erweiterung des Funktionalmodells zur Kompensation systematischer Bildfehler

Mit Beginn dieses Jahrzehnts, etwa ab 1971/72 nahm in der analytischen Aero-triangulation eine neue und sehr intensive Entwicklung ihren Anfang, in deren Mittelpunkt die rechnerische Kompensation systematischer Bildfehler steht. Die Aktivitäten, die auch gegenwärtig noch andauern, konzentrieren sich schwerpunktmäßig auf das Aufgabengebiet der Präzisionsphotogrammetrie, worunter allgemein der Genauigkeitsbereich  $< 10 \mu\text{m}$  verstanden wird.

###### 4.1.1 Überblick

(1) Nachdem sich vorher Forschung und Praxis über einen längeren Zeitraum mit der Leistungsfähigkeit des konventionellen mathematischen Modells zufrieden gaben, stellt sich zunächst die Frage nach den Motiven für eine Verfeinerung der Rechenansätze.

Aus theoretischer Sicht schien eine Weiterentwicklung des Rechenmodells schon deshalb besonders sinnvoll und notwendig, weil die bei praktischen Genauigkeitstesten erzielten Resultate nicht mit theoretischen Vorhersagen übereinstimmten (Variabilität von  $\hat{\sigma}_0$  in Abhängigkeit von der PP-Anordnung, Widerspruch beim Methodenvergleich zwischen Bündellösung und unabhängigen Modellen, geringer Genauigkeitsgewinn bei Erhöhung der Querüberdeckung von 20 % auf 60 % usw. s. EBNER [19], HAUG [39]).

Daneben kamen fast zur gleichen Zeit erste Bestrebungen auf, die Aero-triangulation wegen ihrer hohen Leistungsfähigkeit auch für die Verdichtung trigonometrischer Netze einzusetzen. Diese Ausweitung des Anwendungsgebietes verlangte aber wegen der hohen Genauigkeitsforderungen eine möglichst weitgehende Ausschöpfung der vorhandenen Genauigkeitsreserven.

Beide Gründe, Diskrepanzen gegenüber theoretischen Erwartungen und die Bestrebungen nach einer allgemeinen Genauigkeitssteigerung gaben den entscheidenden Anstoß für die eingangs angedeutete massive Entwicklungsarbeit auf dem Gebiet der analytischen Aero-triangulation.

(2) Als erste haben 1971 K. KUBIK [49] und MASSON d'AUTUME [57] in jeweils theoretischen Beiträgen auf die Wirksamkeit der Korrektur systematischer Bildfehler bei der Ausgleichung von photogrammetrischen Streifen und Blöcken hingewiesen. Dem folgten bereits kurze Zeit später - 1972 MÜLLER/BAUER [13] sowie 1973 D.C. BROWN [14] - die ersten Berichte über Versuche, mit Hilfe zusätzlicher Parameter systematische Fehlereinflüsse zu erfassen.

In der Folgezeit beschäftigte sich dann die deutsche und internationale Forschung eingehend mit diesem Thema. Die simultane Selbstkalibrierung wurde zum Inbegriff einer neuen Entwicklungsphase, die ihren sichtbaren Ausdruck in zahl-

reichen Beiträgen zum Symposium der ISP-Kommission III in Stuttgart 1974 sowie zum ISP-Kongreß in Helsinki 1976 fand. In- und ausländische Stellen beschäftigten sich mit dem Problem der Kompensation systematischer Fehler bei der Ausgleichung von Bündel- oder Modellblöcken. Es würde hier zu weit führen, diese Beiträge einzeln zu analysieren oder nachzuvollziehen. Dafür sei auf die Proceedings vom Symposium in Stuttgart [70] und vom Kongreß in Helsinki [71] verwiesen.

In der Bundesrepublik Deutschland beteiligten sich besonders Hochschulinstitute an dieser Entwicklung. Zu erwähnen sind hier die Beiträge aus Bonn (KUPFER [52], MAUELSHAGEN [58], ELLENBECK [23]), Hannover (BAUER/MÜLLER [13]), München (GOTTHARDT [29], GRÜN [31]), Stuttgart (ACKERMANN [4], EBNER [22], HAUG [39], SCHILCHER [76]).

Bevor wir uns den Details dieser neueren Methoden zuwenden, sei vorweg noch auf die Voraussetzungen hingewiesen, die für ihren Erfolg entscheidend waren. Dies schließt auch eine Betrachtung über die konventionellen Möglichkeiten der Elimination systematischer Fehler mit ein. Denn diese Verfahren haben ihre eigenständige Bedeutung behalten und bilden nach wie vor ein wirksames Mittel zur Neutralisierung systematischer Einflüsse bei den herkömmlichen Streifen- und Blocktriangulationen, die ja immer noch den ganz überwiegenden Teil der praktischen Anwendungen ausmachen.

#### 4.1.2 Voraussetzungen für eine wirksame Korrektur systematischer Bildfehler

Die Bemühungen um eine Beseitigung systematischer Fehlereinflüsse zum Zwecke der Verbesserung photogrammetrischer Auswerteergebnisse sind keineswegs so neu, wie dies vielleicht nach der bisherigen Darstellung erscheinen mag. Diesem Problem wurde bereits bei den früheren Analogverfahren große Aufmerksamkeit geschenkt (Literatur siehe [41], S. 1632 ff). Doch haben sich im Laufe der letzten zwei Jahrzehnte durch verschiedene Änderungen verfahrenstechnischer und technologischer Art die Voraussetzungen für einen deutlich sichtbaren und daher lohnenden Erfolg solcher Bemühungen entscheidend verbessert.

Den ersten wichtigen Schritt in dieser Richtung bedeutete die Einführung analytisch-numerischer Methoden und die damit gebotene Möglichkeit, bekannte Fehler rechnerisch beseitigen zu können. Von kaum geringerer Bedeutung war der im gleichen Zeitraum erreichte technische Fortschritt bei den Geräte- und Filmherstellern (Filme, Objektive, Meßgeräte, siehe Abschnitt 2 dieses Kapitels). Dieser Fortschritt führte nicht nur zu einer deutlichen Reduzierung der Gerätefehler, sondern er brachte darüber hinaus ein wesentlich konstanteres Verhalten der systematischen Fehler mit sich.

Beide Komponenten zusammen bildeten den entscheidenden Grund dafür, daß einerseits die Auswirkungen systematischer Fehler deutlich sichtbar wurden, andererseits aber durch deren größere Konstanz auch günstige Voraussetzungen für die Entwicklung wirksamer numerischer Korrekturverfahren vorlagen.

## 4.2 Konventionelle Behandlung systematischer Fehler

### a) Elimination systematischer Fehler durch geeignete Meßanordnung

Diese Methoden zeichnen sich dadurch aus, daß man durch entsprechende Vorkehrungen beim Bildflug oder bei der Auswertung den Einfluß systematischer Fehler zu beseitigen oder zu verringern versucht. Die Ursache der systematischen Fehler braucht dafür nicht bekannt zu sein.

Dieses Prinzip wurde früher durch das Porro-Koppesche Prinzip der Verzeichnungskorrektur in eleganter Weise verwirklicht.

Heute sind dieser Methode in erster Linie die Möglichkeiten der Bildflugvariation zuzuordnen. Von praktischer Bedeutung sind folgende Maßnahmen:

- Befliegungen mit entgegengesetzt verlaufenden Flugachsen für benachbarte Streifen zur Kompensation der Fehlerwirkung bzw. Verminderung der Fehlerfortpflanzung im Bildverband.
- Erhöhung der Querüberdeckung von 20 % auf 60 %. Die bei praktischen Versuchen für  $q = 60\%$  erhaltenen Genauigkeiten bleiben allerdings noch hinter den theoretischen Erwartungen zurück. Dies gilt insbesondere für die Höhengenaugigkeit (HAUG |39|).
- Mehrfachbefliegungen  
Für Mehrfachbefliegungen mit unterschiedlicher Anordnung der Flugachsen hat THOMAS |92| in einer neueren, rein theoretischen Studie, der er die Bildfehlertypen von KUBIK |49| zugrundelegte, einen hohen Wirkungsgrad nachweisen können. Allerdings fehlt diesen aus der Simulation abgeleiteten Prognosen bislang noch die entsprechende Bestätigung durch praktische Resultate.

So traten beim Aerotriangulationstest Appenweier, der in vier senkrecht zueinander liegenden Flugrichtungen befliegen worden war, sowohl nach der Ausgleichung der aus zwei Flugrichtungen gebildeten Doppelblöcke als auch nach der Ausgleichung des 4-fach Blockes jeweils noch deutliche systematische Fehler in Erscheinung. Eine anschließende Korrektur der systematischen Fehler durch Selbstkalibrierung brachte beim 4-fach Block noch eine Genauigkeitssteigerung in der Lage von etwa 30 % und zwar von  $4.5\ \mu\text{m}$  auf  $3.2\ \mu\text{m}$  (SCHILCHER |76|). Über gleiche Erfahrungen berichtet auch TEGELER |90| vom Versuch Hochdorf des Niedersächsischen Landesverwaltungsamtes, der ebenfalls als Mehrfach-Bildverband aufgenommen wurde.

Mehrfachbefliegungen bilden demnach zwar ein geeignetes Mittel zur allgemeinen Verbesserung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung, als Methode zur Elimination systematischer Fehler scheinen sie jedoch offensichtlich nicht in dem Maße geeignet zu sein, wie dies aufgrund theoretischer Überlegungen und Untersuchungen prognostiziert wird.

### b) Paßpunkte, Hilfsdaten

Zusätzlich zu den verschiedenen Variationsmöglichkeiten des Bildfluges haben auch die in der Aerotriangulation üblichen Paßpunktanordnungen die Eigenschaft, mit der Ausgleichung einen großen Teil der Auswirkungen systematischer Bildfehler zu kompensieren. Dies gilt besonders für den dichten Paßpunktrand in der Lage, durch den gewisse Typen von Bilddeformationen sehr wirkungsvoll neutralisiert werden, wie KUBIK [49] nachgewiesen hat. In der Höhe können allerdings systematische Effekte von erheblicher Größe auftreten, die aus den Verbesserungen an Verknüpfungs- und Paßpunkten allein nicht zu erkennen sind. In diesen Fällen bildet die Einführung von Hilfsdaten (APR- und Stoskopdaten) ein wirksames Mittel, und die Auswirkungen solcher Fehler auf den Bildverband auf konventionelle Weise einzuschränken.

### c) Verfeinerung der a priori Korrekturen

Den üblichen Korrekturansätzen wegen Verzeichnung, Filmdeformation, Refraktion und Erdkrümmung liegen mehr oder weniger stark vereinfachte Annahmen zugrunde. Die Gründe hierfür wurden bereits im vorigen Abschnitt genannt.

G. HAUG [39] versuchte nun auf empirischem Wege anhand des Oberschwaben-Materials herauszufinden, inwieweit sich eine Erweiterung der Korrekturansätze für die a priori Korrektur auf die Genauigkeit der Aerotriangulation auswirkt. Für diese Überprüfung wählte er verfeinerte Ansätze für folgende Korrekturen:

- Flächenhafte Verzeichnungskorrektur (nach KRAUS/STARK [48]) anstelle der radialsymmetrischen Korrektur
- Affintransformation für den Filmverzug anstelle einer Ähnlichkeitstransformation
- Berücksichtigung der Bildneigung bei der Erdkrümmungs- und Refraktionskorrektur
- Einfluß der Definition des geodätischen Bezugssystems.

Die Ergebnisse brachten insgesamt keinen Hinweis dafür, daß die Leistungsfähigkeit der a priori Korrektur durch eine vollständigere Ausnutzung der vorhandenen Informationen spürbar verbessert werden könnte. Die in einer anschließenden Blockausgleichung für die verfeinerte Korrektur erhaltenen Genauigkeitsunterschiede waren nicht signifikant.

#### d) Erweiterte Laborkalibrierungen

Neben der Standard-Kalibrierung einer Meßkammer im Labor der Herstellerfirma, sie liefert die Basisdaten für verschiedene a priori Korrekturen, finden in der Praxis verschiedentlich auch noch sogenannte erweiterte Kammerkalibrierungs-Verfahren Anwendung.

Dem Bericht der ISP-Kommission I (ZIEMANN [99]) aus dem Jahre 1976 zufolge sind neben der visuellen Kalibrierung an Horizontalgoniometern noch folgende Kalibrierungsverfahren üblich:

- Kalibrierung an einem vertikalen Goniometer (NRC-Kanada)
- Photographische Kalibrierung am Artificical Stellar Calibrator der Fa. ITEK/USA
- Photographische Kalibrierung durch Aufnahmen des Sternhimmels.

Diese Kalibrierungen erlauben die Einführung weitergehender Ansätze für die Bildkorrekturen. Jedoch werden einzelne Vorteile dieser Verfahren dadurch wieder in Frage gestellt, daß die Kalibrierungen nicht unter praktischen Einsatzbedingungen stattfinden.

#### e) Reseau-Technik

Die Reseau-Technik zählt dem Prinzip nach zur Kategorie der a priori Korrekturen. Sie verspricht jedoch größere Wirksamkeit als die anderen a priori Korrekturen, weil sie die weitestgehende Erfassung und Korrektur von Filmdeformationen ermöglicht. Durch Reseau-Bilder lassen sich nämlich neben den Fehlern der Planlage des Films im Augenblick der Belichtung auch regelmäßige und unregelmäßige geometrische Veränderungen des Filmes nach der Aufnahme erfassen.

Bei neueren praktischen Versuchen mit Reseau-Kammern konnte ELLENBECK [53] zwar nachweisen, daß mit einer Reseau-Korrektur ein nicht unerheblicher Teil an systematischen Bildfehlern erfaßt werden kann, darüber hinaus bleiben aber noch deutliche, nicht von der Filmdeformation herrührende Fehlereinflüsse wirksam. Eine zum Vergleich durchgeführte Testfeldkalibrierung führte aus diesem Grunde beim gleichen Bildmaterial zu einer signifikant höheren Genauigkeit.

Durch den nicht unbeträchtlichen Mehraufwand bei der Messung und durch die hinter den Erwartungen zurückbleibenden Genauigkeiten finden Reseau-Bilder in der Praxis bislang nur geringe Resonanz.

### 4.3 Neuere Methoden zur Kompensation systematischer Bildfehler

Bei den neueren Strategien zur Kompensation systematischer Fehler interessiert weniger der Einfluß einzelner Fehler, als vielmehr das Phänomen der systematischen Fehler als Ganzes, d.h. die Wirkung aller bekannten und unbekanntem beim photogrammetrischen Auswerteprozess auftretenden Fehlereinflüsse zusammen. Dementsprechend sind auch die Konzeptionen zur Elimination der systematischen Fehler begründet, die im folgenden für 3 Verfahren - Prädiktionsfilterung oder Interpolation nach kleinsten Quadraten, Testfeldkalibrierung sowie simultane Selbstkalibrierung - vorgestellt werden.

#### 4.3.1 Prädiktionsfilterung oder Interpolation nach kleinsten Quadraten

Durch die Anwendung einer Prädiktionsfilterung lassen sich die, durch die Korrelation beschreibbaren Fehlereigenschaften des Beobachtungsmaterials erfassen. Den Vorschlag, die Interpolation nach kleinsten Quadraten für die a posteriori Behandlung von photogrammetrischen Blockausgleichungsergebnissen einzusetzen, machte K. KRAUS [46] erstmals 1971.

Der Ansatz der Kleinsten-Quadrate-Interpolation beruht darauf, daß man aus den Restfehlern an den Paßpunkten (= Stützpunkte) das Korrelationsverhalten des Punktverbandes in Form einer empirischen Kovarianzfunktion bestimmt. Die Wirksamkeit dieses Verfahrens ist dementsprechend von der Anzahl und Verteilung der Paßpunkte abhängig. Liegen aber entsprechend günstige Voraussetzungen für die Anwendung der Prädiktionsfilterung vor, wie dies beispielsweise bei der Katasterphotogrammetrie verschiedentlich der Fall ist, dann lassen sich mit dieser Methode beachtliche Genauigkeitssteigerungen erzielen (KRAUS [47], ACKERMANN [4]).

#### 4.3.2 Testfeldkalibrierung

Testfeldbefliegungen zum Zwecke der Überprüfung und Kalibrierung von photogrammetrischen Meßkammern wurden erstmals durch die Arbeiten von B. HALLERT [37] bekannt. In der Zwischenzeit sind photogrammetrische Testfelder in Ländern, in denen Aerotriangulationen in größerem Umfang durchgeführt werden, bereits zu einer festen Einrichtung geworden (Finnland, Kanada, Australien, USA u.a.). Sie dienen dort in erster Linie der Überprüfung und Kalibrierung der für den praktischen Einsatz geplanten Kammern. In der Bundesrepublik Deutschland sind Testfeldkalibrierungen vor allem durch die Arbeiten des Instituts für Photogrammetrie der Universität Bonn mit dem Testfeld Rheidt aktuell geworden (KUPFER [50], [51], [52], MAUELSHAGEN [58], ELLENBECK [23]).

Testfeldkalibrierungen erlauben eine integrale Erfassung der Fehler des gesamten Aufnahmesystems und der Fehler des photographischen Entwicklungs- und Kopierprozesses. Der Hauptvorteil dieser Methode besteht darin, daß die Kalibrierung unter praktischen Bedingungen stattfindet und die Ursache der Fehler explizit nicht bekannt zu sein braucht. Problematisch bleibt allerdings die

Frage nach der Übertragbarkeit der Kalibrierungsergebnisse auf den eigentlichen Bildflug. Der im Einzelfall tatsächlich auftretende Fehler ist nicht quantitativ vorhersagbar.

Die Testfeldkalibrierung ist heute als wirksame Methode zur Verbesserung der Bildgeometrie allgemein anerkannt. Die bei praktischen Versuchen erzielten Genauigkeitssteigerungen beweisen dies nachdrücklich (Einzelergebnisse siehe KUPFER [52], ROBERTS [73], MAUELSHAGEN [58] u.a.).

Ob Testfeldkalibrierungen künftig in größerem Umfang auch praktische Anwendung finden, hängt nicht zuletzt von operationellen und wirtschaftlichen Gesichtspunkten ab, über deren Gewicht im allgemeinen der Anwender zu bestimmen hat.

#### 4.3.3 Selbstkalibrierende Systeme

Die simultane Selbstkalibrierung oder (Block-)Ausgleichung mit zusätzlichen Parametern gilt heute als direkteste und leistungsfähigste Methode zur Kompensation systematischer Bildfehler.

Das Prinzip eines selbstkalibrierenden Systems besteht darin, daß zur Beschreibung der systematischen Bildfehler zusätzliche Korrekturglieder in den Ausgleichungsansatz eingeführt werden, deren Bestimmung sich direkt und ausschließlich auf die bei der Ausgleichung verfügbaren Informationen stützt. Damit unterscheidet sich die Selbstkalibrierung wesentlich von allen anderen Korrekturverfahren.

Die zusätzlichen Parameter werden entweder als freie Unbekannte oder als gewichtete Beobachtungen in den Rechenprozeß eingeführt. Bei der ersten Möglichkeit besteht allerdings die Gefahr, daß beim Zusammentreffen ungünstiger Konstellationen numerische Instabilitäten im Gleichungssystem auftreten (z.B. geringe Überdeckung, ungünstige Lage oder geringe Anzahl der Meßpunkte, zu große Anzahl an Korrekturgliedern, Korrelation der Korrekturglieder usw.). Diese Schwierigkeiten lassen sich weitgehend vermeiden, wenn man für die unbekannt Parameter Beobachtungen mit Gewichten ansetzt. Das Minimum-Prinzip der Methode der kleinsten Quadrate liefert dann eine eindeutige und sichere Lösung. Darüber hinaus erhält man für diesen Ansatz auch größere Freiheit hinsichtlich der Art und Anzahl der Parameter. Trotzdem ist das Problem der Bestimmbarkeit und Signifikanz der zusätzlichen Parameter noch immer Gegenstand aktueller Forschungsarbeit.

Genauere Einzelheiten über die heute üblichen Parameteransätze enthalten die Arbeiten von EBNER [22], GRÜN [31], SCHUT [82], [83]. Die Diskussion über einen möglichst zweckmäßigen Ansatz für die Selbstkalibrierung ist allerdings noch nicht endgültig abgeschlossen (KILPELA [42]). Meinungsverschiedenheiten bestehen besonders bei der Frage, ob sich die Wahl der Parameter stärker an möglichen physikalischen Fehlerursachen orientieren soll (BROWN [14]) oder ob mathematische Gesichtspunkte, wie die geometrische Bestimmbarkeit der Parameter, höher zu bewerten sind (EBNER [22]).

Eine simultane Selbstkalibrierung ermöglicht die Kompensation derjenigen systematischen Fehlereinflüsse, die aufgrund der vorhandenen Verknüpfungs- und Paßpunkte erkennbar sind, d.h. die Wirksamkeit dieser Methode ist u.a. auch von der Anzahl und Verteilung dieser Punkte abhängig. KUPFER [52] erkennt darüber hinaus eine gewisse Schwäche der Selbstkalibrierung in einer möglichen Verschleierung von Paßpunktfehlern. Nach den bisherigen Erfahrungen sind diese Nachteile jedoch nicht entscheidend.

Die Einführung zusätzlicher Parameter in die Bündelausgleichung ist weitgehend als wirksamste Strategie zur Kompensation systematischer Fehler anerkannt. Es sind bereits zahlreiche Ergebnisse von in- und ausländischen Stellen bekannt geworden, die die Leistungsfähigkeit dieser Methode nachdrücklich unterstreichen. Diese Möglichkeit der automatischen Korrektur systematischer Bildfehler gehört inzwischen bereits zur Standardeinrichtung leistungsfähiger Rechenprogramme.

Die nach einer Bündelausgleichung mit zusätzlichen Parametern erzielten Genauigkeiten -  $\hat{\sigma}_0$  und Absolutgenauigkeiten in Lage und Höhe - reichen mit Werten zwischen  $3 \mu\text{m}$  -  $5 \mu\text{m}$  bereits nahe an die für das Einzelbild erreichbare Genauigkeit heran und verdeutlichen, daß das Genauigkeitspotential durch die Selbstkalibrierung nahezu vollständig ausgeschöpft wird. (Neuere Ergebnisse aus der Bundesrepublik s. TEGELER [90], GRÜN [32], KUPFER [52]; Internationale Versuche s. [70], [71], [73] u.a.) Diese Tatsache wird auch dadurch unterstrichen, daß die empirischen Resultate im Falle der Selbstkalibrierung wesentlich besser mit den theoretischen Genauigkeitsvorhersagen übereinstimmen (EBNER [22], HAUG [39]). Mit der Möglichkeit der simultanen Selbstkalibrierung hat sich die analytisch-photogrammetrische Punktbestimmung zu einem geodätischen Meßverfahren entwickelt, das hohen und höchsten Genauigkeitsansprüchen gerecht wird. Trotzdem sind noch nicht alle Probleme, die für die Wahl eines möglichst optimalen Parameteransatzes wichtig sind, endgültig bzw. hinreichend geklärt. Dies gilt beispielsweise für die Fragen der

- Konstanz der Bildfehler innerhalb eines Bildfluges und damit zusammenhängend die Wahl bzw. Abgrenzung entsprechender Parametergruppen;
- Variation der Fehler im Bild in Verbindung mit der für die geometrische Bestimmbarkeit der Parameter notwendigen Punktzahl pro Bild.

#### 4.4 Neuere Entwicklungen beim stochastischen Modell

Das stochastische Modell wurde in den vergangenen zwei Jahrzehnten weit weniger beachtet als das Funktionalmodell oder die Verfeinerung und Weiterentwicklung der Rechentechnik durch Einsatz der elektronischen Datenverarbeitung. Vergleicht man die Fortschritte beim stochastischen Modell mit den allgemeinen Leistungssteigerungen der photogrammetrischen Punktbestimmung in diesem Zeitraum, dann kann sogar von einer gewissen Stagnation der Entwicklung auf diesem Teilgebiet gesprochen werden.

#### 4.4.1 Anstehende Probleme

Um den Stand der Entwicklung beurteilen zu können, ist zunächst die Kenntnis der zur Klärung anstehenden Probleme Voraussetzung. Die Betrachtungen zum konventionellen Ansatz des stochastischen Modells im Abschnitt 3.2 dieses Kapitels haben hierzu aufgezeigt, daß neben pragmatischen Gesichtspunkten vor allem fehlende Informationen über die statistischen Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten für die starke Vereinfachung des Fehlermodells mitverantwortlich sind. Um die mögliche Leistungsfähigkeit eines strengen stochastischen Ansatzes realistisch abschätzen zu können, sind deshalb Untersuchungen besonders vordringlich zu:

1. Vollständige Erfassung des Zusammenwirkens verschiedenartiger Fehlereinflüsse beim photogrammetrischen Prozeß und Darstellung der statistischen Parameter der Bildkoordinaten in Form einer realistischen und repräsentativen Varianz-Kovarianz-Matrix. Damit würden Hilfsmittel bereitstehen, die erstens zuverlässige Voraussagen für beliebige Fälle erlauben und die zweitens auch, wenn nötig, für praktische Aufgaben anwendbar sind.
2. Genauigkeitsstudien unter Berücksichtigung eines strengen stochastischen Ansatzes, um feststellen zu können, welche Genauigkeitssteigerung für die photogrammetrische Punktbestimmung erreichbar ist, wenn die Korrelation der Bildkoordinaten berücksichtigt wird.
3. Um die Leistungsfähigkeit bzw. Gleichwertigkeit unterschiedlicher mathematischer Modelle beurteilen zu können, sind auch Erfahrungen über die gegenseitige Ersetzbarkeit funktionaler und stochastischer Modelle notwendig. Von Interesse sind beispielsweise Informationen darüber, wie stark sich verschiedene Maßnahmen zur Verfeinerung des Funktionalmodells auf die Korrelation auswirken bzw. umgekehrt, bis zu welcher Größe die systematischen Bildfehler noch hinreichend genau durch ein entsprechend erweitertes stochastisches Modell aufgefangen werden können.

Die folgende Bestandsaufnahme soll zeigen, zu welchen der angesprochenen Fragen bereits ausreichende Erfahrungen vorliegen bzw. zu welchen Aufgaben noch weitere Untersuchungen erforderlich sind, um zu einem dem Funktionalmodell vergleichbaren Stand zu gelangen.

#### 4.4.2 Stand der Entwicklung

(1) B. HALLERT [35], [36] hat sich wohl als erster intensiv mit der Genauigkeitsstruktur des photogrammetrischen Bildes beschäftigt und kam dabei zu der Erkenntnis, daß realistische Daten über das Genauigkeitsverhalten der Bildkoordinaten nur aus empirischen Versuchen zu gewinnen sind. In seinen Untersuchungen beschäftigte er sich besonders mit der Gewichtsverteilung der Bildkoordinaten im Meßbild. Anhand von Testfeldaufnahmen (von einem hohen Turm sowie von einem Flugzeug aus) konnte er nachweisen, daß sich die mittleren Fehler der Bildkoordinaten mit wachsendem Abstand vom Bildmittelpunkt signifikant vergrößern [35], [37]. Er ermittelte dabei Gewichtsunterschiede der Bildkoordinaten von maximal 1:20 zwischen Bildmitte und Bildrand. Diese Werte entsprechen allerdings dem Stand der Gerätetechnik von 1958 und haben deshalb heute keine Gültigkeit mehr.

Nach HALLERT hat sich in neuerer Zeit besonders KUPFER [50], [51] u.a. in seinen empirischen Untersuchungen mit dem Testfeld Rheidt in stärkerem Maße mit Detailfragen des funktionalen und stochastischen Modells bei der Einzelbildauswertung auseinandergesetzt. Obwohl sein Interesse primär auf die Kompensation systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung gerichtet ist (s. Abschn. 4.5 dieses Kapitels), hat er in einer früheren Arbeit [50] auch die Frage der Punktgenauigkeit und Punktkorrelation aufgegriffen und untersucht. Er berechnet nach einem räumlichen Rückwärtsschnitt aus Koordinatenrestfehlern der Bildpunkte mittlere Punktfehler mit und ohne Testfeldkalibrierung und stellt sie als Funktion des Bildradius dar. Die von der Korrektur systematischer Fehler unabhängigen Genauigkeitsunterschiede der Standardabweichungen erreichen zwischen Bildmitte und Bildrand etwa den Faktor 2.

In einer Korrelationsanalyse, die sich ebenfalls auf die Restfehler der Bildpunkte nach der Einzelbildorientierung stützt, bestimmt KUPFER die Korrelation jeweils zwischen Punktepaaren mit gleichem Abstandsintervall  $d_i$  und erhält so bildortsabhängige empirische Korrelationskoeffizienten  $r_i = f(d_i)$ . Er verzichtet bei seinem Ansatz auf eine Trennung zwischen Auto- und Kreuzkorrelationen und faßt die Anteile der  $x$ - und  $y$ -Koordinaten eines Bildpunktes zu einer gemeinsamen Punktkorrelation zusammen. Obwohl die Gleichbehandlung von  $x$ - und  $y$ -Koordinaten nach neueren Erkenntnissen (STARK [87]) eine Vereinfachung der tatsächlichen Korrelationsverhältnisse darstellt, sind die Ergebnisse doch von orientierender Bedeutung, da sie sich erstmals auf empirisches Datenmaterial beziehen. Genauigkeitsbetrachtungen über die Wirksamkeit eines strengen stochastischen Ansatzes werden nicht angestellt.

K. SCHÜRER [80] versucht ebenfalls auf empirisch statistischem Wege durch Auswertung von Testfeldaufnahmen die Genauigkeitsunterschiede im Meßbild sowie deren Auswirkungen auf das Stereomodell zu bestimmen. Er ermittelt zunächst durch partielle Fehleranalyse die theoretische Genauigkeit der Bildkoordinaten für verschiedene Brennweiten der Meßkammer (NW, WW, ÜWW) und stellt sie in Anlehnung an die Ansätze von LÖSCHER [55] und H.K. MEIER [59] als Funktion des Bildradius dar. Die empirischen Bildkoordinatenfehler gewinnt er aus den Restfehlern der Bildpunkte nach einem räumlichen Rückwärtsschnitt. Aus den Unterschieden zwischen theoretischen und empirischen Resultaten schließt SCHÜRER auf starke Korrelationen im Bild. Es ist ihm jedoch nicht möglich, die Korrelation quantitativ zu erfassen und die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten allgemein, d.h. in Form einer Varianz-Kovarianz-Matrix zu beschreiben. Er spaltet deshalb vom Gesamtfehler einen zufälligen Anteil ab und erhält danach maximale Unterschiede für die Standardabweichungen der Bildkoordinaten bis zum Faktor 2.

Im weiteren Sinne können auch die von LÖSCHER [55] und H.K. MEIER [59] entwickelten theoretischen Modelle zur Ableitung der Bildkoordinatengenauigkeit in Abhängigkeit des Öffnungswinkels der Meßkammer zu den neueren Entwicklungen des stochastischen Modells gezählt werden. Die in diesen Beiträgen gemachten Genauigkeitsangaben stützen sich allerdings nur auf summarische Fehlerbetrachtungen der als dominant angesehenen Einflüsse wegen optischer Abbildungsfehler,

Filmverzug, Unebenheit von Schichtträger und Emulsion usw. Der Einfluß der Korrelation bleibt bei diesen rein theoretischen Überlegungen völlig ausgeklammert. H.K. MEIER [60] hat deshalb in einer späteren Untersuchung seine theoretische Konzeption mit empirischen Testergebnissen verglichen und daraus ein neues, den experimentellen Ergebnissen weitgehend angepaßtes theoretisches Modell entwickelt.

(2) Nachdem es in den bisherigen Untersuchungen nicht gelungen ist, bzw. nicht der Versuch unternommen worden ist, die statistischen Parameter der Bildkoordinaten allgemein in Form einer Varianz-Kovarianz-Matrix zu beschreiben, ist klar, daß auch zur Frage der Leistungsfähigkeit eines erweiterten stochastischen Modells noch keine definitiven Aussagen möglich sind.

In der Vergangenheit wurde zwar verschiedentlich der Versuch unternommen, mit Hilfe theoretischer Fehlerannahmen und strenger Fehlerfortpflanzung den Einfluß von Gewichten und Korrelationen auf die Genauigkeit von Ausgleichungen zu ermitteln, GOTTHARDT [28], MOHL [67], EBNER [18] u.a., doch haben sich die zugrundegelegten Annahmen häufig als nicht realistisch erwiesen. Diese Untersuchungen konnten deshalb nur wenig zur Klärung bestehender Fragen beitragen.

Daß aber die Berücksichtigung eines strengen stochastischen Ansatzes die Genauigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung tatsächlich beachtlich zu steigern vermag, wenn realistische Angaben für die Fehlereigenschaften der Beobachtungen vorliegen, beweist STARK [87] in seiner Pilotstudie über die Genauigkeitsstruktur des photogrammetrischen Einzelmodells. Durch eine empirisch-statistische Analyse von 47 (Einzel-)Modellen (WW, 1:10 500, Testfeld Rheidt) bestimmt er eine allgemeine Varianz-Kovarianz-Matrix der Modellkoordinaten nach der relativen Orientierung. Dabei ergeben sich deutliche Genauigkeitsunterschiede innerhalb des Modells, die beispielsweise in x-Richtung für  $\sigma_x$  bis zum Faktor 3.5 betragen. Die festgestellte Korrelation der Modellkoordinaten ist beträchtlich. Die Autokorrelationen erreichen für die x-Koordinaten bis zu 85 %, für die y-Koordinaten bis zu 77 % und in den z-Koordinaten bis zu 68 %. Kreuzkorrelationen sind zwischen Lage- und Höhenkoordinaten nicht signifikant, zwischen x und y sind sie aber mit Werten bis 83 % wiederum sehr ausgeprägt. Die Anwendung der Kovarianz-Matrix auf die Zweistufenorientierung mit strenger absoluter Orientierung führt zu erheblichen Genauigkeitssteigerungen (4 Paßpunkte:  $\sigma_x$  von 5.3  $\mu\text{m}$  auf 4.2  $\mu\text{m}$ ,  $\sigma_y$  von 8.1  $\mu\text{m}$  auf 5.3  $\mu\text{m}$ ,  $\sigma_z$  von 9.4  $\mu\text{m}$  auf 9.2  $\mu\text{m}$ ).

Auf der Grundlage der von STARK aufgestellten Varianz-Kovarianz-Matrix untersucht ACKERMANN [8] in einer ergänzenden Studie die Höhengenaugigkeit der absoluten Orientierung des Bildpaares bei Berücksichtigung der Korrelation der Modellkoordinaten. Er erhält dabei ebenfalls deutliche Genauigkeitsverbesserungen gegenüber der Näherungsausgleichung. Die Genauigkeitsgewinne sind dabei umso stärker, je größer die Anzahl der Paßpunkte ist.

Diese Ergebnisse für das Bildpaar sind ein deutlicher Hinweis dafür, daß ähnliche Untersuchungen auch für das Meßbild erforderlich sind, um entsprechend realistische Angaben über dessen Genauigkeitsstruktur zu erhalten.

#### 4.5 Zur Dualität funktionaler und stochastischer Modelle

Die Frage der Dualität funktionaler und stochastischer Modelle wurde für die Ausglei- chung von photogrammetrischen Aufgaben erstmals von ACKERMANN [1] auf- gegriffen und diskutiert. Die allgemeinen Zusammenhänge des mathematischen Mo- dells werden darin wie folgt beschrieben: "Funktionale und stochastische Mo- delle müssen aufeinander abgestimmt sein, können aber trotzdem frei gewählt werden. Es ist möglich, ein vereinfachtes stochastisches Modell durch ein ent- sprechend erweitertes funktionales Modell aufzuwiegen und umgekehrt."

Es stellt sich hier nun die Frage, welche Bedeutung dieser theoretischen Mög- lichkeit der Handhabung funktionaler und stochastischer Modelle für die prak- tische Anwendung der photogrammetrischen Punktbestimmung zukommt und welche Erfahrungen darüber vorliegen.

Gehen wir davon aus, daß eine vollständige Elimination der systematischen Fehlereinflüsse in praktischen Fällen nicht erreichbar ist (WOLF [95]), dann ist zu erwarten, daß sich die Fehler der Beobachtungen aus unterschiedlich großen Anteilen des Trends, des Signals und des Rauschens zusammensetzen.

Obwohl diese Parameter statistisch eindeutig definiert sind (z.B. MORITZ [69]), tritt bei empirischem Datenmaterial dennoch die Schwierigkeit auf, daß eine exakte Trennung zwischen Trend (Deterministik) und Signal (Korrelation), d.h. zwischen funktionalem und stochastischem Anteil nicht möglich ist. Die Größe des Signals ist in praktischen Fällen von der Definition bzw. der Korrektur des Trends abhängig (z.B. kann in der Aerotriangulation eine Trendkorrektur gemeinsam für sämtliche Aufnahmen eines Bildfluges erfolgen, sie kann aber ebenso nur auf eine gemeinsame Korrektur für sämtliche Bilder einer Flugrich- tung oder eines Flugstreifens beschränkt werden). Gerade in diesem Ermessungs- spielraum liegt die Bedeutung der gegenseitigen Austauschbarkeit bzw. Kompen- sationsfähigkeit funktionaler und stochastischer Modelle begründet.

Die gegenseitige Abstimmung funktionaler und stochastischer Modelle wird in der Praxis allerdings dadurch erschwert, daß die Grenze, bis zu der Vernachlässi- gungen eines Modells gerade noch mit hinreichender Genauigkeit durch das je- weils andere Modell aufgefangen werden können, theoretisch nicht fixierbar ist. Es ist beispielsweise nicht vorherzusagen, wie stark das Funktionalmodell im Einzelfall vereinfacht werden darf, damit sich die systematischen Fehler gerade noch vollständig durch die Korrelation erfassen lassen, bzw. umgekehrt welche Verfeinerungen für das Funktionalmodell notwendig wären, um den Einfluß der Korrelation ohne Genauigkeitsverlust vernachlässigen zu können. Zu dieser Pro- blematik liegen allerdings keine Erfahrungen vor, bzw. sind dem Verfasser keine entsprechenden Untersuchungen bekannt.

Um zu einem möglichst abgerundeten Bild über die Wirksamkeit unterschiedlich strenger funktionaler und stochastischer Modelle zu kommen, sollen deshalb folgende Fragen anhand empirischer Daten untersucht werden:

1. In welchem Umfang machen sich bestimmte Korrekturen des Funktionalmodells in der Korrelation bemerkbar, z.B.
  - a priori Korrekturen wegen Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung
  - Korrektur systematischer Bildfehler durch Selbstkalibrierung oder Testfeldkalibrierung
2. Ist der Einfluß von Gewichten und Korrelationen der Bildkoordinaten bei einem durch Selbstkalibrierung erweiterten Funktionalmodell wirklich vernachlässigbar und welche Genauigkeitssteigerung ließe sich gegebenenfalls bei Berücksichtigung einer entsprechenden Varianz-Kovarianz-Matrix erzielen ?
3. Wie wirkt sich die gegenseitige Vertauschung strenger und einfacher Modelle auf die Sicherheit und Gleichwertigkeit von Ergebnissen aus ?

## 5. Präzisierung der Aufgabenstellung

### 5.1 Untersuchungsziele

(1) Die Verfahren der analytischen Aerotriangulation haben mit der Möglichkeit der simultanen Selbstkalibrierung zur Kompensation systematischer Fehler einen Standard erreicht, der die Forderungen der Praxis nicht nur hinsichtlich der Genauigkeit, sondern auch im Operationellen in hohem Maße erfüllt. Aus praktischer Sicht signalisiert dieser Entwicklungsstand gleichsam einen gewissen Abschluß einer fast zwei Jahrzehnte andauernden recht intensiven Forschung auf dem Gebiet der analytischen Photogrammetrie.

Dieser große, eindeutig durch Fortschritte beim Funktionalmodell geprägte Erfolg kann jedoch nicht darüber hinwegtäuschen, daß sich der Informationsstand beim stochastischen Modell nach wie vor auf vergleichsweise niedrigem Niveau bewegt.

Für eine fehlertheoretisch strengere Behandlung der photogrammetrischen Punktbestimmung ist deshalb eine Verbesserung des Wissensstandes über die stochastischen Fehlereigenschaften der Meßgrößen unerläßlich.

(2) Es ist das Ziel dieser Arbeit, den Informationsstand über die stochastischen Zusammenhänge im Bild und zwischen Nachbarbildern zu vervollständigen und zu vertiefen. Nach den vorausgegangenen Ausführungen über das stochastische Modell scheint die Klärung folgender Teilfragen vordringlich:

- Genauigkeit der Bildkoordinaten als Funktion der Lage eines Punktes im Bild
- Auto- und Kreuzkorrelationen der Bildkoordinaten innerhalb eines Bildes.  
Dazu gehören neben Angaben über die Größe der Korrelationen vor allem

Aussagen über deren Eigenschaften wie Abhängigkeit vom Bildort, Entfernungsabhängigkeit, Symmetrieeigenschaften usw.

- Korrelationen zwischen Nachbarbildern. Hier interessiert neben dem Fall des Stereo-Bildpaares mit überlappenden Bildern besonders das Korrelationsverhalten der Bildkoordinaten als Funktion des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film.

Dem Dualismus funktionaler und stochastischer Modelle wird Rechnung getragen, indem eine Untersuchung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten in Abhängigkeit vom Grad der Verfeinerung des Funktionalmodells durchgeführt wird.

Schließlich ist auch von Interesse, welche Genauigkeitssteigerung für die photogrammetrische Punktbestimmung bei Einführung eines realistischen Fehlermodells erreichbar ist. Diese eher pragmatische Aufgabe läßt sich allerdings nur dann lösen, wenn es gelingt, die stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten hinreichend genau in einer Varianz-Kovarianz-Matrix zu erfassen.

## 5.2 Untersuchungsmethode

Im Prinzip bieten sich für die Durchführung der Untersuchungen folgende Alternativen an:

- Theoretische Verfahren (Simulation, Fehlerfortpflanzung);
- empirisch-statistische Analysen anhand von Bildern, die aus einem Laborversuch stammen;
- empirisch-statistische Analysen mit Bildern aus einer Testfeldbefliegung.

Theoretische Verfahren: Die theoretischen Verfahren besitzen den Vorteil, - dies gilt insbesondere für die Simulation -, daß sich mit relativ geringem Aufwand beliebige Varianten durchspielen lassen. Der direkte Vergleich ist besonders vorteilhaft, wenn der Einfluß bestimmter (bekannter) partieller Fehlereinflüsse durch den gesamten Auswerteprozeß hindurch bis zum Endergebnis abgeschätzt werden soll.

Neuralgischer Punkt der theoretischen Verfahren sind jedoch die a priori Annahmen über die Fehlereigenschaften der Meßgrößen. Die Annahme eines möglichst realistischen und repräsentativen stochastischen Modells gestaltet sich gerade bei der photogrammetrischen Punktbestimmung wegen der sehr komplexen Zusammenhänge besonders schwierig. Hinzu kommt, daß über bestimmte Fehlereinflüsse genauere quantitative Informationen nach wie vor fehlen, wie die Kritik in Abschnitt 2 dieses Kapitels deutlich gemacht hat. In diesen unsicheren bzw. unvollständigen Annahmen ist die Schwäche der bisherigen theoretischen Untersuchungen zum Fehlermodell des Bildes zu suchen.

Experimentelle Versuche: Im Gegensatz zu den theoretischen Verfahren sind die experimentellen Lösungen voraussetzungsloser anwendbar. Hier werden zunächst (koordinatenmäßig) bekannte Objekte (Signale) photogrammetrisch aufgenommen und deren Bildkoordinaten gemessen. Eine Kalibrierung zwischen Meßwerten und Sollwerten - gewöhnlich geschieht dies mit Hilfe einer Ausgleichung - erlaubt dann entsprechende Rückschlüsse auf die Fehlereigenschaften der Bildkoordinaten. Bei dieser integralen Methode sind die Fehlereinflüsse zwar a priori auch nicht bekannt, sie sind aber im Resultat enthalten.

Bei der zweiten angeführten Möglichkeit der Untersuchung von Bildern aus einem Laborversuch ist zwar ein Teil der Fehlereinflüsse des photogrammetrischen Prozesses in den Bildkoordinaten enthalten, die Gültigkeit der Ergebnisse wird aber dennoch dadurch eingeschränkt, daß Labor- und Bildflugbedingungen gewöhnlich stark voneinander abweichen. Dieser Nachteil fällt umso schwerer ins Gewicht, als gerade über die Auswirkungen unterschiedlicher physikalischer Bedingungen (Temperatur, Luftdruck usw.) effektiv zu wenig bekannt ist.

Eine Auswertung von Testfeldaufnahmen hat demgegenüber den Vorteil, daß die Bilder unter praxisähnlichen Bedingungen entstanden sind. Die nach der Messung bereitstehenden Daten enthalten sämtliche beim Aufnahme- und Meßprozeß wirksamen Fehlereinflüsse und bieten die besten Voraussetzungen zur Gewinnung möglichst realistischer Informationen über die Genauigkeitsstruktur des Bildes. Der Nachteil einer solchen experimentellen Lösung besteht allerdings darin, daß die aus den Ergebnissen gewonnenen Erkenntnisse streng nur unter den Bedingungen gültig sind, die beim Bildflug geherrscht haben. Kleinere Schwierigkeiten können auch dadurch entstehen, daß bestimmte Gegebenheiten des Bildmaterials (z.B. Punktausfall) zu Beschränkungen des theoretischen Untersuchungskonzepts führen. Hinzu kommt, daß der experimentelle Versuch einer Testfeldbefliegung wesentlich mehr Zeit und Kosten erfordert als die beiden anderen Möglichkeiten.

Nach Abwägung der verschiedenen Gesichtspunkte wurde hier entschieden, die Genauigkeitsstruktur des Bildes durch empirisch-statistische Analysen von Testfeldaufnahmen zu untersuchen.

Das für die Befliegung ausgewählte Testfeld Rheidt der Universität Bonn erfüllt alle wesentlichen Kriterien, die hinsichtlich der geplanten Untersuchungen zu fordern sind. Es besitzt gut identifizierbare Kontrollpunkte in genügend großer Anzahl, die gleichmäßig in relativ engem Abstand über das Gelände verteilt sind. Ferner ist die terrestrische Genauigkeit der Kontrollpunkte ausreichend, um sie für die Untersuchungen als fehlerfrei betrachten zu können.

### 5.3 Überblick über die einzelnen Phasen der Untersuchung

Im folgenden Kapitel II wird zunächst die Bereitstellung des Datenmaterials für die geplanten Untersuchungen beschrieben. Neben allgemeinen Informationen über die Datengewinnung und -aufbereitung enthält das Kapitel auch eine Darstellung der theoretischen Grundlagen für die analytische Einzelbildauswertung.

Das Kapitel III umfaßt mit der Analyse und Korrektur systematischer Bildfehler den ersten Teil der Untersuchungen. Dabei wird zunächst jedes Bild einzeln durch räumlichen Rückwärtsschnitt absolut orientiert und anschließend mit Hilfe eines speziellen Analyseverfahrens aus den Verbesserungen der Bildpunkte der (a posteriori) erkennbare systematische Anteil der Bildfehler bestimmt. Die Analyse der systematischen Bildfehler konzentriert sich auf deren Eigenschaften und Wirkungen (Typ und Form, Ausdehnung und Homogenität sowie geometrische Bestimmbarkeit).

Das Kapitel IV bildet den zentralen Teil dieser Arbeit. In ihm werden sämtliche der im Abschnitt 5.1 dieses Kapitels genannten Punkte über die Korrelationsanalyse im Bild und zwischen Nachbarbildern bearbeitet. Die Grundlage für die Korrelationsanalyse bilden - wie bei der Untersuchung der systematischen Bildfehler - die Verbesserungen der Bildpunkte nach dem räumlichen Rückwärtsschnitt. Die Korrelationsuntersuchung wird der Dualität funktionaler und stochastischer Modelle entsprechend für verschiedene Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells durchgeführt. Die Darstellung der Ergebnisse erfolgt in Form einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix für ausgewählte Bildpunkte, aus der alle interessanten Genauigkeitseigenschaften der Bildkoordinaten abgeleitet werden können.

In Kapitel V wird abschließend die Eignung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix für die Beschreibung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten untersucht. Zu diesem Zweck werden räumliche Rückwärtsschnitte berechnet, einmal mit strengem stochastischen Modell unter Verwendung einer vollbesetzten Kovarianz-Matrix und zum Vergleich nach dem konventionellen Ansatz mit gleichgenauen und unkorrelierten Bildkoordinaten. Die Untersuchungen erfolgen unter Berücksichtigung verschiedener Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells, so daß abschließend eine in sich geschlossene Beurteilung über die Leistungsfähigkeit unterschiedlicher Ansätze des Funktional- und Fehlermodells bei der Einzelbildauswertung möglich ist.

Die Durchführung der Berechnungen erfolgte an den Großcomputern CDC 6600/CYBER 174 des Rechenzentrums der Universität Stuttgart. Für die graphische Darstellung von Ergebnissen stand am selben Rechenzentrum ein Plotter des Typs Calcomp 960 A zur Verfügung. Die für die Untersuchungen benötigten Rechenprogramme mußten neu erstellt werden, eine Benützung bereits vorhandener Programme war nicht möglich. Die wichtigsten Rechenprogramme werden, soweit erforderlich, bei den betreffenden Kapiteln, bei denen sie zur Anwendung kommen, kurz erläutert.

## II. GEWINNUNG UND AUFBEREITUNG DER AUSGANGSDATEN DER UNTERSUCHUNG

### 1. Testfeld Rheidt

Das für die Untersuchung gewählte Testfeld Rheidt liegt nordöstlich von Bonn in der Nähe der Ortschaft Rheidt und wurde vom Institut für Photogrammetrie der Universität Bonn unter der Leitung von Prof. Kupfer zum Zwecke der Überprüfung und Kalibrierung von Luftbildkamern eingerichtet.

Das Testfeld hat eine Ausdehnung von ca. 2 km x 2 km und enthält 41 Punktgruppen, die in Form eines dichten, nahezu regelmäßigen Rasters gleichmäßig über das gesamte Gelände verteilt sind (vgl. Abb. 2.1). Eine Punktgruppe besteht in der Regel aus einem Hauptpunkt und 2 Beipunkten im Abstand von 3 - 5 m. Insgesamt stehen damit über 120 Punkte, die mit 30 cm x 30 cm großen Plastikscheiben signalisiert sind, als Paß- und Vergleichspunkte zur Verfügung.

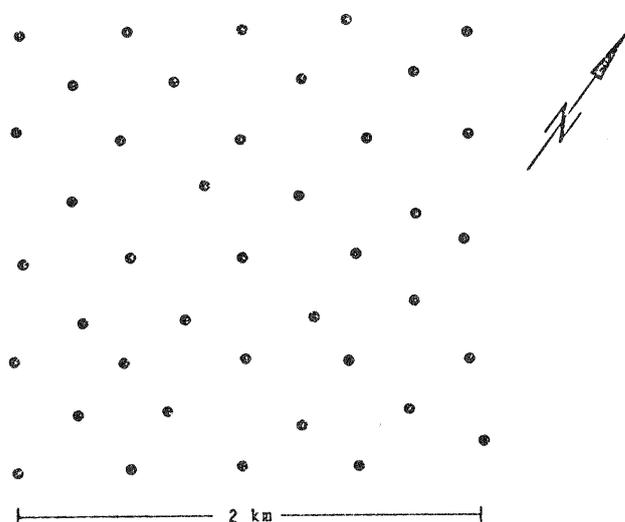


Abb. 2.1 Testfeld Rheidt  
Verteilung der Punktgruppen

Das vorwiegend landwirtschaftlich genutzte Gelände des Testgebietes ist mit maximalen Höhenunterschieden von < 3 m relativ eben. Die Bestimmung der inneren Orientierung von Meßkammern (Kammerkonstante, Hauptpunktlage) aus senkrechten Testfeldaufnahmen ist daher nicht möglich.

Die mittleren Fehler der signalisierten Kontrollpunkte betragen nach Angaben von KUPFER [50] sowie MAUELSHAGEN [58] 6 - 8 mm für die Lagekoordinaten und sind in der Höhe sicher < 10 mm. Ausgehend von den bisherigen Erfahrungswerten für die Genauigkeit der photogrammetrischen Einzelpunktbestimmung, sie liegen bei dem geplanten Bildmaßstab von 1:10 500 um 3 - 5 cm, ist diese Genauigkeit der Paßpunktkoordinaten ausreichend, um sie in den folgenden Untersuchungen als fehlerfreie Größen betrachten zu können.

## 2. Flugplanung und Befliegung

### 2.1 Flugplanung

Aus Vergleichsgründen war zunächst eine Befliegung des Testfeldes Rheidt mit 2 Kammern (Weitwinkel und Überweitwinkel) an einem Tag geplant. Für beide Bildflüge war ein Bildmaßstab von 1:10 500 und eine Längsüberdeckung von 60 % vorgesehen. Bei dieser Fluganordnung wird das Testgebiet auf insgesamt 3 benachbarten Bildern eines Flugstreifens abgebildet, wobei das mittlere Bild das gesamte Testgebiet deckt (vgl. Abb. 2.2). Die Befliegung sollte in 4 verschiedenen Flugrichtungen nach dem in Abb. 2.2 skizzierten Schema stattfinden. Um genügend Datenmaterial für statistische Analysen zu bekommen, war eine 5malige Wiederholung der Befliegung geplant.

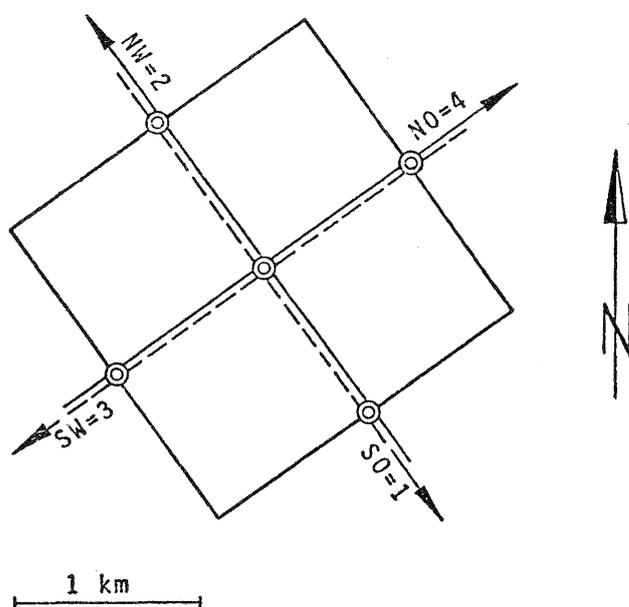


Abb. 2.2 Anordnung der Flugstreifen und Bildmittenübersicht

Aus diesen Forderungen ergeben sich pro Bildflug jeweils 20 Flugstreifen zu je 3 Bildern, insgesamt also 60 Bilder.

Leider war es nicht möglich, aus den in den Jahren 1973 und 1974 in Auftrag gegebenen Testfeldbefliegungen eine ausreichende Anzahl von WW- und OWW-Bildern zu bekommen, die den geforderten Spezifikationen genügt hätten. Für die Untersuchung von Weitwinkelaufnahmen mußte deshalb auf einen Bildflug aus dem Jahre 1969 zurückgegriffen werden, der bereits mit der gewünschten Aufnahmeanordnung geflogen worden war, während das OWW-Bildmaterial aus einer Neubefliegung des Testfeldes im Jahre 1975 stammt.

## 2.2 Weitwinkelbefliegung

Die Befliegung des Testfeldes mit der WW-Kammer ZEISS RMK A 15/23 erfolgte am 12. Juni 1969 durch die Fa. Häusermann, Waiblingen (Technische Daten siehe Tabelle 2.1).

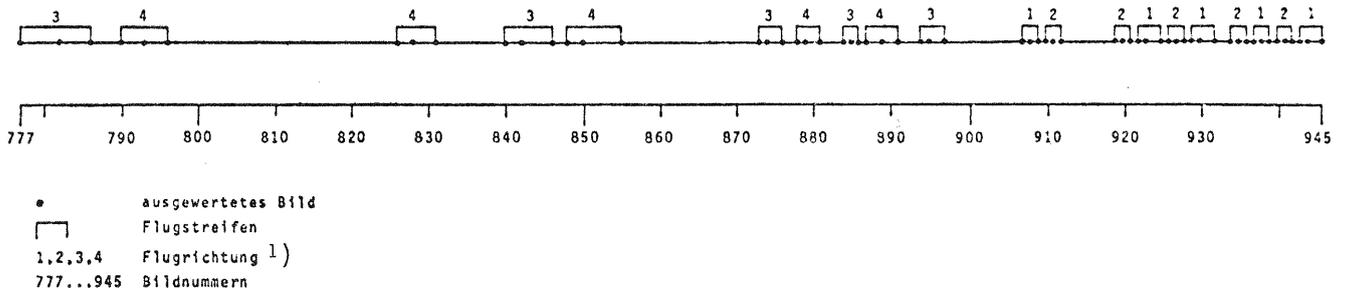


Abb. 2.3 Weitwinkelaufnahmen  
Abstände der ausgewerteten Bilder auf dem Film  
1) Definition der Flugrichtungen siehe Abb. 2.2

Wie Abbildung 2.3 zeigt, entstanden die ersten Bilder der Flugrichtungen 3 und 4 vermutlich durch automatische oder manuelle Auslösung in kurzen Zeitabständen, wobei die für die geforderte Längsüberdeckung von 60 % notwendigen Aufnahmen nachträglich aussortiert wurden. Die Bilder der Flugrichtungen 1 und 2 am Ende des Bildfluges entstanden dann ausschließlich durch gezieltes Auslösen. Sie liegen deshalb auf dem Film fast geschlossen hintereinander, während die Abstände zwischen den ausgewerteten Bildern am Anfang des Bildfluges ungleichmäßig und verhältnismäßig groß sind.

	WEITWINKEL	OBERWEITWINKEL
Flugtag	12.6.1969	6.6.1975
Flugzeug	Aero-Commander	Aero-Commander
Flughöhe	≈ 1650 m	≈ 940 m
Fluggeschwindigkeit	nicht bekannt	220 - 240 km/h
Überdeckung	60 %	90 %
Bildmaßstab	1:10 500	1:11 000
Kammer	ZEISS RMK 15/23 Nr. 111 680	ZEISS RMK A 8.5/23 Nr. 113 510
Objektiv	Pleogon A2 Nr. 112 647	S-Pleogon A Nr. 111 575
Brennweite	153.25 mm	85.54 mm
Belichtungszeit	1/380 sec	1/300 sec
Filter	B(gelb) Nr. 114 065	B(leichtes gelb)
Film	Kodak-Plus-X	Kodak-Plus-X

Tabelle 2.1 Technische Daten zu den Bildflügen über dem Testgebiet Rheidt

### 2.3 Überweitwinkelbefliegung

Der Bildflug mit der ÜWW-Kammer ZEISS RMK A 8.5/23 wurde am 6. Juni 1975 von der Fa. Hansa Luftbild, Münster, durchgeführt (Technische Daten siehe Tabelle 2.1).

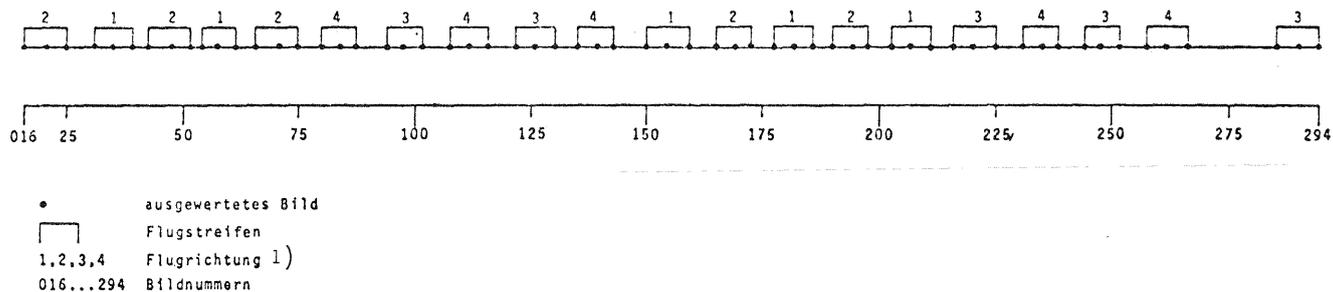


Abb. 2.4 Überweitwinkel­aufnahmen  
 Abstände der ausgewerteten Bilder auf dem Film  
 1) Definition der Flugrichtungen siehe Abb. 2.2

Aus dem Abstand der ausgewerteten Bilder in Abbildung 2.4 ist zu erkennen, daß die Aufnahmen nicht gezielt sondern innerhalb jedes Streifens automatisch mit einer Längsüberdeckung von ca. 90 % ausgelöst wurden.

Die für die Untersuchung gewünschten 60 Bilder konnten so nachträglich aus insgesamt 278 Aufnahmen aussortiert werden. Die gegenseitigen Abstände der ausgewerteten Bilder auf dem Film betragen innerhalb der Flugstreifen 4 bis 5 Bilder, während zwischen benachbarten Flugstreifen in der Regel etwa 5 - 6 Aufnahmen liegen. Verglichen mit den WW-Aufnahmen sind die Abstände der ausgewerteten ÜWW-Bilder wesentlich gleichmäßiger verteilt.

Diesen Einzelheiten der Befliegung und Auswahl des Bildmaterials wird normalerweise kaum größere Beachtung geschenkt, für die geplante Untersuchung der stochastischen Zusammenhänge zwischen Nachbarbildern (in Kapitel IV) sind sie jedoch von grundlegender Bedeutung.

## 3. Auswertung des Bildmaterials

### 3.1 Überprüfung des Auswertegerätes

Die Ausmessung der Bilder erfolgte am Stereokomparator ZEISS PSK 2 des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart. Wegen der Anforderungen der geplanten Genauigkeitsuntersuchungen wurde das Gerät vorweg einer gründlichen Überprüfung unterzogen. Ein durchgreifender Gerätetest sollte neben Hinweisen über die Meßgenauigkeit des Komparators vor allem Aufschluß darüber geben, ob eventuell auch mit dem Einfluß systematischer Gerätefehler bei der Bildkoordinatenmessung zu rechnen ist.

Testverfahren: Für eine derartige Überprüfung eignet sich besonders ein von der Kommission II der Internationalen Gesellschaft für Photogrammetrie vorgeschlagenes integrales Testverfahren (DÖHLER |16|, SCHÜRER |79|). Als Prüfnormale dienen Gitterplatten, die leicht verkantet gegen die Koordinatenrichtungen des Komparators eingelegt werden. Bei dieser Meßanordnung lassen sich auch kurzperiodische Gerätefehler (Spindeln, Mikrometer) erfassen (MARK |56|).

Mit diesem Gerätetest sind im wesentlichen folgende Kontrollen und Berechnungen möglich:

- Überprüfung des Zustandes des Koordinatenzählwerkes durch statistische Analyse der letzten registrierten Ziffern,
- Berechnung der Einstellgenauigkeit aus Doppelmessungen,
- Berechnung der äußeren Genauigkeit durch Ähnlichkeits- und Affintransformation der Komparatormessungen auf die Sollwerte der Gitterplatte.

Genauigkeit der Gitterplatten: Die Kalibrierungsgenauigkeit der zum PSK2 mitgelieferten Gitterplatten beträgt nach Angaben der Fa. ZEISS Oberkochen  $\pm 2 \mu\text{m}$ . Dieser Wert erschien angesichts der zu erwartenden Meßgenauigkeit des PSK2 von 1 - 2  $\mu\text{m}$  nicht ausreichend für eine genaue Überprüfung bzw. für eine eventuell notwendige Kalibrierung des Gerätes. Deshalb wurden zunächst genauere Sollwerte für die Gitterpunkte durch Kalibrierung am ASCORECORD (Meßgenauigkeit 0.5  $\mu\text{m}$ ) des Geodätischen Instituts der Universität Karlsruhe bestimmt. Eine anschließende Transformation der ASCORECORD-Messungen auf das Idealgitter ergab als Herstellungsgenauigkeit für die Gitterplatten einen mittleren Koordinatenfehler von  $\pm 1.0 \mu\text{m}$ .

Ergebnisse der Geräteüberprüfung: Die Ergebnisse der Geräteüberprüfung sind in der Tabelle 2.2 dargelegt. Sie bestätigen allgemein die bekannt hohe Präzision von Komparatoren.

Bildträger	Einstellgenauigkeit		Gitter-Transformation		Rechtwinkel- fehler $\Delta w$  mgon	Maßstabs- differenzen $\Delta m$ ( $m_x - m_y$ )   $10^{-6}$
	$\sigma_x$   $\mu\text{m}$	$\sigma_y$   $\mu\text{m}$	Helmert $\sigma_o$   $\mu\text{m}$	Affin $\sigma_o$   $\mu\text{m}$		
rechts (Gitterplatte 624)	1.4	1.3	1.5	1.4	0.11	-2.0
links (Gitterplatte 630)	1.9	1.7	1.7	1.7	-0.13	-4.6

Tabelle 2.2 Ergebnisse der Geräteüberprüfung des Stereokomparators ZEISS PSK2

Bei beiden Bildträgern liegt die äußere Genauigkeit des PSK2, angegeben durch die mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\hat{\sigma}_0$  der Helmert- und Affintransformation, in derselben Größenordnung wie die innere Genauigkeit der Messungen, die sich aus den mittleren Einstellfehlern  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  ergibt. Vergleichen wir die Genauigkeiten für die beiden Bildträger miteinander, so ist eine gewisse Abhängigkeit der Absolutgenauigkeit von der Meßgenauigkeit unverkennbar. Berücksichtigen wir ferner, daß in den mittleren Fehlern der Helmert- und Affintransformation auch die Ungenauigkeit der Gitter-Sollkoordinaten mit enthalten ist, dann müssen wir folgern, daß der Anteil der Gerätefehler nur noch sehr gering sein kann. Daß keine Affinitäten vorhanden sind, beweisen neben der Übereinstimmung der  $\sigma_0$ -Werte für beide Transformationsansätze auch die geringen Maßstabsdifferenzen  $\Delta m$  in der Tabelle 2.2.

Bei der Überprüfung des Koordinatenzählwerkes konnten ebenfalls keine regelmäßigen Fehler festgestellt werden. Eine Untersuchung über das Temperaturverhalten des PSK2 war nicht notwendig, da aufgrund des Konstruktionsprinzips nur geringe temperaturabhängige Fehlereinflüsse zu erwarten sind. Dies ergab auch ein entsprechender Versuch von SCHÜRER [78], der für einen Temperaturbereich zwischen 5°C und 40°C nur eine geringe Veränderung der Genauigkeitseigenschaften feststellen konnte.

Folgerungen: Die Ergebnisse der Geräteüberprüfung zeigen, daß eine Korrektur der Komparatormessungen wegen systematischer Gerätefehler nicht erforderlich ist. Die Genauigkeit der Bildkoordinatenmessung hängt wesentlich von der Einstellgenauigkeit ab.

### 3.2 Messung der Bildkoordinaten

Die Messung der Bildkoordinaten erfolgte wie bereits erwähnt am Stereokomparator PSK2, der allerdings, um zusätzliche Korrelationen zwischen den Bildern zu vermeiden, als Monokomparator eingesetzt wurde. Für die Ausmessung fanden auf Glas kopierte Diapositive Verwendung. Die gewählte Betrachtungsvergrößerung der Bilder war 16-fach. Zur Ausschaltung grober Meßfehler wurden die Koordinaten der Rahmenmarken und Bildpunkte in zwei unabhängigen Durchgängen bestimmt (Reihenfolge: Rahmenmarken-Bildpunkte-Bildpunkte-Rahmenmarken). Die gesamten Auswertarbeiten wurden vom Verfasser selbst ausgeführt.

Qualität des Bildmaterials: Die Abbildungsgüte der Aufnahmen ist bei beiden Kammern schwankend, wobei allerdings keine regelmäßig auftretenden Einflüsse erkennbar sind. Bei beiden Bildflügen wurde die Identifizierung der Signale teilweise durch mangelhaften Kontrast der Punktgruppen zur Umgebung (z.B. Feldwege) erschwert bzw. durch Überstrahlung in einigen Fällen sogar unmöglich gemacht.

Weitwinkel: Die Qualität der Aufnahmen ist insgesamt als gut bis zufriedenstellend zu bezeichnen. Die Erkennbarkeit der Punkte ist, von wenigen Ausnahmen abgesehen, jeweils über das gesamte Bild gleichmäßig gut.

Überweitwinkel: Bei den ÜWW-Bildern tritt sehr deutlich das Problem der Scharfabbildung in den Bildecken zutage. Bei nahezu allen Aufnahmen ist eine deutliche Abnahme der Bildqualität zu den Bildrändern hin festzustellen. In diesen Bereichen sind die Bildpunkte häufig nur unscharf oder verschwommen abgebildet. Teilweise werden diese Mängel durch deutliche Bewegungsunschärfen noch verstärkt. Die Abbildungsqualität des ÜWW-Materials ist deshalb trotz eines bei der Fa. Hansa Luftbild angewandten Spezialentwicklungsverfahrens, das eine bessere Identifizierung der signalisierten Punkte gewährleisten sollte, nur mit mäßig bis schlecht zu klassifizieren. Die schlechte Abbildungsqualität hatte zur Konsequenz, daß in einzelnen Bildern ein Punktausfall von 5 - 10 % zu verzeichnen war.

Zeitaufwand: Die Messung der Bildkoordinaten erforderte für die insgesamt 120 Bilder einen Zeitaufwand von rund 240 Stunden (Einlegen der Bilder + Meßzeit, ohne Vorbereitung). Bei etwas über 21 000 Registrierungen entspricht dies einer durchschnittlichen Meßzeit von etwa 40.5 Sekunden pro (signalisiertem) Einzelpunkt. Die Auswertung eines Bildes mit über 120 Punkten nahm für 2 Durchgänge ca. 2 1/2 Stunden in Anspruch.

Die angegebene Meßzeit pro Bildpunkt befindet sich in guter Übereinstimmung mit dem Wert von 37 Sekunden, den STARK [88] für die Auswertung signalisierter Punkte am Monokomparator ZEISS PK1 ermittelt hat.

### 3.3 Genauigkeit der Komparatormessungen

Die Meß- oder Einstellgenauigkeit der PSK-Auswertung wurde für die Bildpunkte und Rahmenmarken aus den Differenzen der Doppelmessungen berechnet. Die mittleren Fehler, die Auskunft über die Präzision der gemessenen Bildkoordinaten geben, sind für beide Bildflüge in der Tabelle 2.3 angegeben.

Kammer	Einstellgenauigkeit					
	Rahmenmarken			Bildpunkte		
	Anzahl n	$\sigma_x$   $\mu\text{m}$	$\sigma_y$   $\mu\text{m}$	Anzahl n	$\sigma_x$   $\mu\text{m}$	$\sigma_y$   $\mu\text{m}$
WW / RMK A 15/23	239	1.6	1.8	5079	1.4	1.4
ÜWW / RMK A 8.5/23	240	1.5	1.6	4769	1.7	1.7

Tabelle 2.3 Genauigkeit einer einzelnen Komparatormessung, aus Doppelmessungen abgeleitet

Die Einstellgenauigkeit der signalisierten Bildpunkte beträgt bei WW  $1.4 \mu\text{m}$ ; sie ist damit um den Faktor 1.2 größer als die der ÜWW-Bilder, deren mittlere Fehler  $1.7 \mu\text{m}$  betragen. Der Grund für den Genauigkeitsunterschied ist eindeutig in der schlechteren Bildqualität der ÜWW-Aufnahmen zu suchen. Die Messung der x- und y-Koordinaten ist in beiden Fällen jeweils gleich genau. Die mittleren Fehler der Rahmenmarkenmessungen stimmen mit denjenigen der signalisierten Punkte gut überein. Die geringfügig genaueren Werte für die Rahmenmarkenmessung bei ÜWW sind auf kleinere Rahmenmarken zurückzuführen, die mit der Ringmarke am PSK2 günstiger einzustellen waren.

Für die weiteren Untersuchungen werden die Mittelwerte der Bildkoordinaten aus beiden Durchgängen verwendet, deren mittlere Fehler bei WW  $1.0 \mu\text{m}$  und bei ÜWW  $1.2 \mu\text{m}$  betragen. Diese Genauigkeiten entsprechen den allgemeinen Erwartungen für Komparatormessungen und unterstreichen die Brauchbarkeit des vorhandenen Materials für die vorgesehenen Genauigkeitsuntersuchungen.

#### 4. Aufbereitung der Meßdaten

##### 4.1 Transformation in das Bildkoordinatensystem

Die gemessenen Koordinaten der Bildpunkte beziehen sich zunächst auf das Geräte-Koordinatensystem des Komparators. Der Übergang auf das durch die kalibrierten Rahmenmarken definierte Bildkoordinatensystem erfolgt mit Hilfe einer Ähnlichkeits- oder Affintransformation. Mit der Transformation wird zugleich eine konstante bzw. beim Vorliegen einer affinen Filmdeformation eine affine Maßstabskorrektur berücksichtigt. Die Zweckmäßigkeit des Transformationsansatzes orientiert sich an den jeweiligen Gegebenheiten des Bildmaterials und ist im Vorhinein nicht bekannt.

Im vorliegenden Fall wurden die Komparatormessungen zunächst nach beiden Transformationsansätzen in das Bildkoordinatensystem übergeführt. Die endgültige Entscheidung darüber, mit welchen Ergebnissen die geplanten Untersuchungen fortgesetzt werden sollten, fiel dann erst nach einer absoluten Orientierung der Einzelbilder durch räumlichen Rückwärtsschnitt. Auf weitere Untersuchungen mit verfeinerten Ansätzen für die Rahmenmarkentransformation wurde verzichtet, da hierüber bereits Erfahrungen aus anderen Untersuchungen vorliegen (KUPFER [50], SCHÜRER [80]).

Ergebnisse der Rahmenmarkentransformation: Die Tabelle 2.4 zeigt für beide Bildflüge die aus jeweils 60 Bildern berechneten durchschnittlichen Maßstabsfaktoren der Affintransformation sowie die Maßstabsunterschiede  $\Delta m$  zwischen x und y. Aus den angegebenen Werten geht hervor, daß die Maßstabsfehler bei WW in x und y zwar etwas geringer sind als bei ÜWW, der Maßstabsunterschied  $\Delta m$  dagegen einen wesentlich größeren Betrag annimmt als bei ÜWW. Die Maßstabsdifferenz  $\Delta m$  beträgt bei ÜWW im Durchschnitt nur  $3.3 \cdot 10^{-5}$ , bei WW erreicht sie mit  $15.7 \cdot 10^{-5}$  einen um das 5-fache höheren Wert.

Da eine Maßstabsdifferenz bei der Rahmenmarkentransformation allein noch kein Beweis für einen affinen Filmverzug sein muß - beispielsweise könnten durch eine Veränderung der Rahmenmarken zwischen Kalibrierung und Bildflug Affinitäten nur vorgetäuscht werden -, erfolgte zusätzlich noch eine absolute Orientierung der Bilder durch räumlichen Rückwärtsschnitt.

Kammer	Maßstabsfaktoren der Affintransformation <sup>1)</sup>		Maßstabsdifferenz $\Delta m$ ( $m_x - m_y$ )
	$m_x$	$m_y$	
Weitwinkel	1.00007037	0.99991350	$15.687 \cdot 10^{-5}$
Überweitwinkel	0.99960658	0.99957381	$3.277 \cdot 10^{-5}$

<sup>1)</sup> x-Koordinate entspricht der Flugrichtung

Tabelle 2.4 Durchschnittliche Maßstabsfaktoren der affinen Rahmenmarkentransformation

Genauigkeit der räumlichen Rückwärtsschnitte: Die für die Wahl der Rahmenmarkentransformation wichtigen Ergebnisse sind in der Tabelle 2.5 zusammengestellt. Eine ausführliche Darstellung und Diskussion der Einzelergebnisse erfolgt im folgenden Kapitel III bei den Untersuchungen zum Funktionalmodell des Einzelbildes.

Kammer	Anzahl Bilder	Bildmaßstab $m_b$	Anzahl Paßpunkte	mittl. Gewichtseinheitsfehler	
				Ähnlichkeits- transformation $\hat{\sigma}_o$   $\mu m$	Affintrans- formation $\hat{\sigma}_o$   $\mu m$
WW -RMK A 15/23	60	10 700	69/123 <sup>1)</sup>	5.1	3.5
ÜWW-RMK A 8.5/23	60	10 800	69/123 <sup>1)</sup>	5.3	5.4

Tabelle 2.5 Vergleich der Genauigkeit der Einzelbildorientierungen bei unterschiedlichem Ansatz der Rahmenmarkentransformation

<sup>1)</sup> für Halb- bzw. Vollbilder

Die in der Tabelle 2.5 angegebenen Werte für  $\hat{\sigma}_o$  repräsentieren das quadratische Mittel aus jeweils 60 Bildern eines Bildfluges. Bei den WW-Bildern zeigt sich ein Unterschied zwischen den  $\hat{\sigma}_o$ -Werten beider Rahmenmarkentransformationen von 1.6  $\mu m$  (Faktor 1.5) zugunsten der affinen Filmkorrektur. Damit wird das Ergebnis der Rahmenmarkentransformation bestätigt, das bereits starke Affinitäten vermuten ließ. Bei den ÜWW-Bildern dagegen sind die mittleren Gewichtseinheitsfehler der Bildkoordinaten bei beiden Transformationsansätzen praktisch gleich; für die Ähnlichkeitstransformation ergibt sich sogar ein geringfügig kleinerer Wert.

Als Ergänzung zur Bildkoordinatengenauigkeit wurden zusätzlich auch noch die systematischen Bildfehler für beide Transformationsansätze untersucht. Die Ergebnisse dieser Analyse sind in der Tabelle 2.6 dargelegt. Auf Einzelheiten der Bestimmung der systematischen Bildfehler wird im nächsten Kapitel III, Abschnitt 2 näher eingegangen.

Kammer	Anzahl Bilder	Systematische Bildfehler			
		Ähnlichkeits- transformation		Affintrans- formation	
		$s_x$   $\mu\text{m}$	$s_y$   $\mu\text{m}$	$s_x$   $\mu\text{m}$	$s_y$   $\mu\text{m}$
WW -RMK A 15/23	60	3.5	3.7	1.7	1.6
ÜWW-RMK A 8.5/23	60	4.0	2.3	4.2	2.6

Tabelle 2.6 Systematische Bildfehler in Abhängigkeit von der Rahmenmarkentransformation

Die angegebenen Werte für die systematischen Bildfehler stellen jeweils das quadratische Mittel der für 41 Bildpunkte über das gesamte Bildmaterial berechneten systematischen Anteile dar. Bei WW sind die systematischen Bildfehler bei der Ähnlichkeitstransformation wegen der nicht erfaßten affinen Fehlereinflüsse um den Faktor 2 größer als bei der affinen Maßstabskorrektur. Bei ÜWW ergeben sich dagegen bei einer Ähnlichkeitstransformation in beiden Koordinaten sogar kleinere systematische Fehler als bei einer Affintransformation.

Nach diesen Erkenntnissen wurde entschieden, daß die weiteren Untersuchungen in den nachfolgenden Kapiteln III - V bei WW mit den Ergebnissen der Affintransformation und bei ÜWW mit denjenigen der Ähnlichkeitstransformation fortgesetzt werden.

#### 4.2 Reduktion der Bildkoordinaten

Die vorläufigen Bildkoordinaten nach der Rahmenmarkentransformation erfüllen die Bedingungen der perspektiven Abbildung nur genähert. Zur besseren Anpassung an das gegebene Funktionalmodell werden sie üblicherweise um die a priori bekannten systematischen Fehlereinflüsse der Objektiv-Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung korrigiert.

Objektiv-Verzeichnung: Da für beide Kammern radiale Verzeichnungswerte entlang der 4 Halbdiaagonalen des Bildes bekannt waren, erfolgte die Verzeichnungskorrektur der Bildpunkte nach dem von KRAUS/STARK [48] vorgeschlagenen flächenhaften Interpolationsverfahren. Damit lassen sich auch asymmetrische Anteile der radialen Verzeichnung erfassen. (Die Genauigkeit der Verzeichnungswerte wird von ZEISS Oberkochen mit 2  $\mu\text{m}$  angegeben; der zeitliche Abstand zwischen Kalibrierung und Bildflug beträgt bei WW rund 3 Monate, bei ÜWW 4 Monate.)

Refraktion und Erdkrümmung: Der Einfluß der atmosphärischen Refraktion wurde nach der von SCHUT [81] angegebenen Formel berücksichtigt. Die Erdkrümmungskorrektur erfolgte im Bild, radialsymmetrisch vom Bildhauptpunkt aus, nach der in SCHWIDEFSKY/ACKERMANN [85], S. 277 aufgeführten Formel. Auf eine Korrektur im Geländesystem (Berücksichtigung unterschiedlicher Geländehöhen) konnte wegen der Ebenheit des Testfeldes Rheidt verzichtet werden.

Nach diesen Korrekturen stehen reduzierte Bildkoordinaten zur Verfügung, welche die für die Herstellung von Transformationsbeziehungen zwischen zugeordneten Bild- und Geländepunkten notwendigen Voraussetzungen erfüllen.

## 5. Räumlicher Rückwärtsschnitt

### 5.1 Mathematische Grundlagen

Die grundsätzlichen mathematischen Probleme der analytischen Verfahren zur photogrammetrischen Punktbestimmung beim Einzelbild, Bildpaar oder Bildverband sind allgemein bekannt und haben bereits Eingang in die neueren Lehrbücher der Photogrammetrie gefunden, z.B. in SCHWIDEFSKY/ACKERMANN [85]. Die mathematische Beschreibung des räumlichen Rückwärtsschnittes kann sich deshalb auf eine kurze Wiedergabe und Erläuterung der für die vorliegende Untersuchung verwendeten Formeln beschränken. Die Darstellung des Lösungsprinzips erfolgt dabei entsprechend dem dafür erstellten Rechenprogramm.

Problemstellung: Der räumliche Rückwärtsschnitt stellt die rechnerische Form der Bestimmung von Geländekoordinaten aus den Bildkoordinaten eines einzelnen Bildes dar. Das zu lösende Problem läßt sich in zwei Teile gliedern:

- a) Bestimmung der äußeren Orientierung eines Bildes
- b) Bestimmung der unbekanntenen Geländepunkte.

Die innere Orientierung wird im allgemeinen als bekannt vorausgesetzt.

Bestimmung der äußeren Orientierung: Die äußere Orientierung umfaßt die 6 Orientierungselemente eines Bildes: 3 Rotationen (Drehwinkel  $\omega$ ,  $\phi$ ,  $\kappa$ ) sowie 3 Translationen (Geländekoordinaten des Aufnahmeortes  $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$ ).

Die Grundlage für die Herstellung funktionaler Beziehungen zwischen Bild- und Geländekoordinaten bilden die Abbildungsgleichungen der Zentralperspektive. Diese lauten bei Umkehr der Projektionsbeziehungen nach [12]:

$$\frac{x-x_0}{z-z_0} = \frac{a_{11}(X-X_0) + a_{21}(Y-Y_0) + a_{31}(Z-Z_0)}{a_{13}(X-X_0) + a_{23}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)} \quad (2.1a)$$

$$\frac{y-y_0}{z-z_0} = \frac{a_{12}(X-X_0) + a_{22}(Y-Y_0) + a_{32}(Z-Z_0)}{a_{13}(X-X_0) + a_{23}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)} \quad (2.1b)$$

Werden die Koordinaten  $x_0, y_0, z_0$  zu Null angenommen, wie im vorliegenden Fall geschehen, und setzt man bei Positivstellung des Bildes  $z = -c$ , dann ergibt dies

$$x = -c \frac{a_{11}(X-X_0) + a_{21}(Y-Y_0) + a_{31}(Z-Z_0)}{a_{13}(X-X_0) + a_{23}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)} \quad (2.2a)$$

$$y = -c \frac{a_{12}(X-X_0) + a_{22}(Y-Y_0) + a_{32}(Z-Z_0)}{a_{13}(X-X_0) + a_{23}(Y-Y_0) + a_{33}(Z-Z_0)} \quad (2.2b)$$

Dabei bedeuten

$X, Y, Z$  ... Geländekoordinaten der Paßpunkte

$X_0, Y_0, Z_0$  ... Geländekoordinaten des Projektionszentrums

$x, y$  ... gemessene, auf den Bildhauptpunkt reduzierte Bildkoordinaten

$x_0, y_0, z_0$  ... Koordinaten des Projektionszentrums im Bildkoordinatensystem

$a_{11} \dots a_{33}$  .. Elemente einer orthogonalen Drehmatrix (trigonometrische Funktionen der 3 Drehgrößen  $\omega, \phi, \kappa$ )

Bei Annahme von  $\omega$  als Primär-,  $\phi$  als Sekundär- und  $\kappa$  als Tertiärdrehung lauten die Koeffizienten der Drehmatrix:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos\phi\cos\kappa \\ a_{12} &= -\cos\phi\sin\kappa \\ a_{13} &= \sin\phi \\ a_{21} &= \sin\omega\sin\phi\cos\kappa + \cos\omega\sin\kappa \\ a_{22} &= -\sin\omega\sin\phi\sin\kappa + \cos\omega\cos\kappa \\ a_{23} &= -\sin\omega\cos\phi \\ a_{31} &= -\cos\omega\sin\phi\cos\kappa + \sin\omega\sin\kappa \\ a_{32} &= \cos\omega\sin\phi\sin\kappa + \sin\omega\cos\kappa \\ a_{33} &= \cos\omega\cos\phi \end{aligned} \quad (2.3)$$

Die Gleichungen (2.2a), (2.2b) liefern den Ansatz zur analytischen Bestimmung der äußeren Orientierung. Fassen wir die reduzierten Bildkoordinaten  $x$  und  $y$  als Beobachtungen im Sinne der Ausgleichsrechnung auf, dann ergeben sich für jeden Paßpunkt zwei Fehlergleichungen, in denen die Parameter der äußeren Orientierung als Unbekannte enthalten sind. Zur eindeutigen Bestimmung der 6 Orientierungselemente genügen somit 3 Vollpaßpunkte mit bekannten Lage- und Höhenkoordinaten.

Sind mehr als 3 Paßpunkte gegeben, dann liegt ein überbestimmtes, nicht-lineares Gleichungssystem vor, das durch eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate zu lösen ist. Führen wir Näherungswerte für die unbekannten Orientierungsparameter ein, dann lassen sich nach der Taylorentwicklung folgende linearisierte Fehlergleichungen angeben:

$$v_x = \left(\frac{\partial x}{\partial \omega}\right)d\omega + \left(\frac{\partial x}{\partial \phi}\right)d\phi + \left(\frac{\partial x}{\partial \kappa}\right)d\kappa + \left(\frac{\partial x}{\partial X_0}\right)dX_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial Y_0}\right)dY_0 + \left(\frac{\partial x}{\partial Z_0}\right)dZ_0 + (x)^0 - x \quad (2.4a)$$

$$v_y = \left(\frac{\partial y}{\partial \omega}\right)d\omega + \left(\frac{\partial y}{\partial \phi}\right)d\phi + \left(\frac{\partial y}{\partial \kappa}\right)d\kappa + \left(\frac{\partial y}{\partial X_0}\right)dX_0 + \left(\frac{\partial y}{\partial Y_0}\right)dY_0 + \left(\frac{\partial y}{\partial Z_0}\right)dZ_0 + (y)^0 - y \quad (2.4b)$$

In Matrixschreibweise lautet das Fehlergleichungssystem allgemein wie folgt

$$v = A \, dx - f \quad (2.5)$$

wobei  $v$  = Vektor der Verbesserungen der reduzierten Bildkoordinaten

$A$  = Koeffizientenmatrix für die Orientierungsunbekannten

$dx$  = Lösungen für die Unbekannten

$f$  = Vektor der Absolutglieder  $(x - (x)^0, y - (y)^0)$

Unter Annahme gleichgenauer und unkorrelierter Bildkoordinaten erhalten wir als Lösung der Normalgleichungen

$$dx = (A^t A)^{-1} A^t f \quad (2.6)$$

Da es sich um ein nichtlineares Problem handelt, sind in der Regel mehrere Iterationsschritte für die Bestimmung der Orientierungsunbekannten erforderlich. Nach jedem Iterationsschritt werden die Näherungswerte um die Lösungen nach Gleichung (2.6) verbessert und damit erneut Fehlergleichungen und Normalgleichungen gebildet. Der Ausgleichungsprozeß wird beendet, sobald ein vorgegebenes Konvergenzkriterium unterschritten ist.

Bestimmung der Geländekoordinaten: Sind die Elemente der äußeren Orientierung bekannt, lassen sich die Lagekoordinaten von Geländepunkten, deren Höhe vorgegeben sein muß, nach folgenden Abbildungsgleichungen berechnen:

$$X = X_0 + (Z - Z_0) \frac{a_{11}x + a_{12}y - a_{13}c}{a_{31}x + a_{32}y - a_{33}c} \quad (2.7a)$$

$$Y = Y_0 + (Z - Z_0) \frac{a_{21}x + a_{22}y - a_{23}c}{a_{31}x + a_{32}y - a_{33}c} \quad (2.7b)$$

## 5.2 Rechenprogramm

Für die Berechnung von räumlichen Rückwärtsschnitten wurde vom Verfasser ein Rechenprogramm in Fortran IV für die Rechenanlagen CDC 6600 / CYBER 74 geschrieben. Im folgenden sollen kurz die wesentlichen operationellen Gesichtspunkte dieses Programmes angesprochen werden, dem für die Durchführung der Untersuchungen zentrale Bedeutung zukam.

Organisation: Das Programm ist so konzipiert, daß als Eingangsdaten sowohl Komparatormessungen als auch reduzierte Bildkoordinaten eingegeben werden können. Für den Ansatz des stochastischen Modells sind folgende Möglichkeiten vorgesehen:

- Konventioneller Ansatz unter Annahme gleichgenauer und unkorrelierter Bildkoordinaten, d.h. Gewichtsmatrix  $P =$  Einheitsmatrix.
- Erweiterter Ansatz des stochastischen Modells mit vollbesetzter Varianz-Kovarianz-Matrix (gegenwärtig bis zur Dimension  $(82 \times 82)$ , also für 41 Punkte pro Bild). Die mathematischen Grundlagen sind hierfür im Kapitel V, Abschnitt 3 dargelegt.

Durch Steuerung über Programmvorlaufdaten besteht die Möglichkeit, entweder nur die Orientierungsparameter und die Verbesserungen der Bildkoordinaten zu bestimmen oder zusätzlich Paßpunkte und/oder Vergleichspunkte in das Geländesystem zu transformieren.

Bestimmung von Näherungswerten: Für die Bestimmung von Näherungswerten für die Orientierungsunbekannten wird eine ebene Ähnlichkeitstransformation der Bildkoordinaten  $(x, y)$  in das Geländesystem  $(X, Y)$  der Paßpunkte berechnet. Hieraus ergeben sich Näherungswerte für  $\kappa$  (Drehwinkel),  $X_0, Y_0$  (Nullpunktverschiebungen) und den Bildmaßstab  $m_b$ . Die Höhe  $Z_0$  wird aus der Summe der durchschnittlichen Geländehöhe der Paßpunkte und der relativen Flughöhe  $h_g$  berechnet. Die Näherungswerte für  $\omega$  und  $\phi$  werden bei Senkrechtaufnahmen zu Null angenommen.

Abbruchkriterien: Die Abbruchschranken für die Beendigung des Ausgleichsprozesses sind für die Rotationen  $d\omega, d\phi, d\kappa$  auf  $< 1 \cdot 10^{-6} = 0.000064$  gon bzw. für die Translationen  $dX_0, dY_0, dZ_0$  auf  $< 0.01$  m festgesetzt. Damit führten beim vorliegenden Bildmaterial 3 bis 4 Iterationen zum endgültigen Ergebnis der Ausgleichung.

Ausgabe von Ergebnissen: Die Ausgabe von Resultaten umfaßt neben den Werten für die Orientierungsparameter und den Verbesserungen der Bildkoordinaten noch folgende Informationen zur Genauigkeit der räumlichen Rückwärtsschnitte:

- Theoretische Genauigkeit der Orientierungsparameter in Form der Gewichtskoeffizientenmatrix sowie die daraus abgeleiteten mittleren Fehler,
- durchschnittliche Absolutgenauigkeit  $\bar{\mu}_x, \bar{\mu}_y$  für die Vergleichspunkte aus dem Vergleich der transformierten photogrammetrischen Geländekoordinaten mit den terrestrischen Sollkoordinaten.

### III. BESTIMMUNG UND KORREKTUR SYSTEMATISCHER BILDFEHLER

#### 1. Übersicht

Die Untersuchungen dieses Kapitels gelten dem Funktionalmodell der photogrammetrischen Punktbestimmung im Einzelbild. Hauptziel ist die Bestimmung und Analyse der systematischen Bildfehler. Neben der Darstellung systematischer Bildfehler und ihrer Eigenschaften wird auch auf die Möglichkeit ihrer Korrektur hingewiesen, weil sich damit die für die Praxis entscheidende Frage nach der erreichbaren Genauigkeitssteigerung am besten beantworten läßt.

Die Bestimmung der systematischen Bildfehler erfolgt durch eine Kalibrierung der gemessenen photogrammetrischen Ist-Koordinaten mit den bekannten Soll-Werten der signalisierten Punkte. Dazu wird jedes Bild einzeln durch räumlichen Rückwärtsschnitt absolut orientiert, wobei jeweils alle gemessenen Punkte als Paßpunkte benützt werden. Dieses Vorgehen gewährleistet, daß die Restfehler an den Bildpunkten den tatsächlichen Bildfehlern sehr weitgehend entsprechen. Das stochastische Modell ist für diesen Zweck in der üblichen Vereinfachung angesetzt, wonach die Bildkoordinaten als gleichgenau und unkorreliert behandelt werden.

Die Ausgleichung der jeweils überbestimmten Rückwärtsschnitte liefert für jeden Bildpunkt Verbesserungen in  $x$  und  $y$ , und diese Werte bilden schließlich die Grundlage für die Untersuchung systematischer Bildfehler. Abgesehen von dem in erster Näherung vernachlässigbaren Einfluß der Bildorientierung können die Verbesserungen  $v_x$  und  $v_y$  der Bildkoordinaten, falls die geodätischen Koordinaten der Paßpunkte so genau sind, daß ihre Fehler vergleichsweise unwesentlich sind, hinreichend als wahre oder absolute Fehler der photogrammetrischen Punktbestimmung interpretiert werden (ACKERMANN |3|, HÖPCKE |40|). Diese Forderung dürfte für das Testfeld Rheidt nach den in Kapitel II, Abschnitt 2 gemachten Angaben über die geodätische Genauigkeit der signalisierten Punkte erfüllt sein.

Die Ermittlung und Analyse der systematischen Bildfehler bildet den Hauptinhalt dieses Kapitels. Dabei werden besonders Fragen wie Typ, Ausdehnung und Homogenität, geometrische Erfassbarkeit sowie die Variabilität der Bildfehler bzw. der Bilddeformation innerhalb eines Bildfluges näher untersucht. Vorab werden zunächst einige Angaben zur Genauigkeit des räumlichen Rückwärtsschnittes bei Anwendung des konventionellen mathematischen Modells gemacht.

## 2. Räumliche Rückwärtsschnitte

### 2.1 Mathematisches Modell des räumlichen Rückwärtsschnittes

Funktionalmodell: Die mathematischen Grundlagen der Einzelbildorientierung sind ebenso wie das hierfür entwickelte Rechenprogramm bereits in Kapitel II, Abschnitt 5 beschrieben.

Beobachtungen im Sinne der Ausgleichung bilden reduzierte, um die a priori Korrekturen (Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung) verbesserte Bildkoordinaten. Um möglichst optimale Voraussetzungen für die spätere Bestimmung der systematischen Bildfehler zu schaffen (Ausnutzung aller vorhandenen Informationen bei gleichzeitig möglichst geringer Beeinflussung der Genauigkeitsstruktur des Bildes durch die Orientierungsparameter), wurden sämtliche im Bild gemessenen Punkte als Paßpunkte verwendet.

Die Zahl der Paßpunkte schwankt zwischen maximal 123 Punkten (= 41 x 3 Punktgruppen) für "Voll"-Bilder, auf denen das Testfeld vollständig abgebildet ist, und 69 Punkten (= 23 x 3 Punktgruppen) für "Halb"-Bilder in denen, der gewählten Längsüberdeckung entsprechend, nur etwa 60 % der signalisierten Punkte enthalten sind.

Die Elemente der inneren Orientierung wurden als gegeben angenommen, zumal die geringen Höhenunterschiede des Testfeldes Rheidt eine vollständige Bestimmung der inneren Orientierung im Zuge der Ausgleichung ohnehin nicht zugelassen hätten.

Fehlermodell: Von den gegebenen Größen werden nur die gemessenen und reduzierten Bildkoordinaten als stochastische Variable behandelt. Die terrestrischen Koordinaten der Paßpunkte gelten hier als fehlerfrei. Da den Bildkoordinaten gleiche Genauigkeit und stochastische Unabhängigkeit unterstellt wird, ist die Gewichtsmatrix P der Beobachtungen mit der Einheitsmatrix E identisch.

### 2.2 Genauigkeit der räumlichen Rückwärtsschnitte

Die Ausgleichung der überbestimmten räumlichen Rückwärtsschnitte ergibt für jedes der 120 Bilder einen mittleren Gewichtseinheitsfehler  $\hat{\sigma}_0$ , der bei dem gewählten stochastischen Ansatz die Genauigkeit der Bildkoordinaten repräsentiert. Da eine vollständige Darstellung aller Einzelergebnisse hier nicht möglich ist, sind in der Tabelle 3.1 quadratische Mittelwerte  $\overline{\sigma}_0$  für die jeweils 60 Aufnahmen eines Bildfluges (WW und ÜWW) angegeben.

Kammer	Anzahl Bilder	Mittlerer Bildmaßstab $m_b$	Anzahl Paßpunkte	durchschnittl. mittl. Gewichts- einheitsfehler $\hat{\sigma}_o$ in $ \mu\text{m} $
WW RMK A 15/23	60	10700	69/123	3.5
ÖWW RMK A 8.5/23	60	10800	69/123	5.3

Tab. 3.1 Genauigkeit der Bildkoordinaten, ermittelt aus räumlichen Rückwärtsschnitten

Die für den konventionellen Ansatz des mathematischen Modells erzielten durchschnittlichen Genauigkeiten von  $3.5 \mu\text{m}$  bei WW sowie  $5.3 \mu\text{m}$  bei ÖWW weisen auf eine hohe Genauigkeit des vorliegenden Bildmaterials hin und unterstreichen noch einmal die Brauchbarkeit der Daten für die nachfolgenden Untersuchungen.

Die Minimal- bzw. Maximalwerte der mittleren Gewichtseinheitsfehler liegen in einzelnen Bildern bei WW zwischen  $2.5 \mu\text{m}$  und  $5.8 \mu\text{m}$ , bei ÖWW zwischen  $3.4 \mu\text{m}$  und  $7.3 \mu\text{m}$ . Diese Genauigkeitsunterschiede innerhalb eines Bildfluges sind in der Hauptsache auf den Einfluß systematischer Fehler zurückzuführen.

### 3. Bestimmung und Analyse der systematischen Bildfehler

#### 3.1 Vorbemerkungen

Bei einer detaillierteren Betrachtung von Einzelergebnissen der räumlichen Rückwärtsschnitte ist bei beiden Bildflügen der Einfluß systematischer Fehler deutlich feststellbar. Auswirkungen dieser Fehler sind neben der bereits erwähnten Streuung der  $\hat{\sigma}_o$ -Werte besonders an der starken lokalen Ähnlichkeit der Verbesserungen bei Punktgruppen zu erkennen, die über alle Aufnahmen eines Bildfluges hinweg sehr konstant wirken.

Das Auftreten solcher systematischer Effekte liegt in den Unzulänglichkeiten des mathematischen Modells begründet und war zu erwarten. Dies gilt vor allem für das Funktionalmodell der perspektiven Abbildung, das trotz der a priori Korrekturen die physikalische Wirklichkeit in diesem Genauigkeitsbereich nur unvollkommen zu beschreiben vermag.

Es ist nun das Ziel dieser Untersuchung, die Größe sowie die für eine Korrektur entscheidenden Eigenschaften der systematischen Bildfehler zu bestimmen. Dabei ist nicht beabsichtigt, einzelne physikalische Ursachen der systematischen Fehler aufzufindig zu machen. Die Untersuchung will und kann lediglich statistisch abgesicherte Feststellungen über die angetroffenen Phänomene der systematischen Fehler treffen.

### 3.2 Zur Definition systematischer Bildfehler

Während der Begriff der systematischen Bildfehler früher nur Ursache und Wirkung bekannter Einzelfehler charakterisierte, steht hier, und dies gilt allgemein für die modernen Strategien, eindeutig die Feststellung der Gesamtwirkung aller Fehlereinflüsse im Vordergrund.

Demzufolge verstehen wir unter systematischen Bildfehlern Fehler, die als Funktion der Lage eines Punktes im Bild dargestellt werden können und die für einen gegebenen Ort im Bild über alle Bilder oder über eine größere Gruppe von Bildern konstant sind.

Obwohl begrifflich somit klar definiert, ergibt sich in der Praxis doch die Schwierigkeit der eindeutigen Unterscheidung zwischen den Fehleranteilen des Funktionalmodells und den korrelierten oder lokalsystematischen Anteilen des stochastischen Modells. Bedingt durch eine gewisse Dualität funktionaler und stochastischer Modelle ist bei begrenztem Datenmaterial eine strikte Trennung der Anteile praktisch nicht möglich.

Dasselbe Zuordnungsproblem der systematischen Bildfehler taucht deshalb auch bei einer statistischen Betrachtungsweise auf. Und zwar sind hier unterschiedliche Auffassungen darüber möglich, ob die systematischen Bildfehler als Trend- oder als Signalfunktion zu verstehen sind. Erstere Ansicht geht davon aus, daß die systematischen Fehler durch Mängel des Funktionalmodells, d.h. durch eine unvollständige Beschreibung der physikalischen Verhältnisse entstehen und demzufolge als Trendfunktion darstellbar sind. Im zweiten Fall denkt man sich den stochastischen Anteil in zwei Komponenten - Rauschen und Signal (Korrelation) - zerlegt und kann dann lokalsystematische Fehler als Signalanteile mit dem Erwartungswert  $E=0$  behandeln.

Beide Auffassungen sind nach WOLF [97] und MORITZ [69] ineinander überführbar, weshalb es für die vorgesehene Untersuchung ausreichend ist, die systematischen Bildfehler zunächst als Bestandteil des Funktionalmodells, d.h. als Trendfunktion zu betrachten.

### 3.3 Methode der empirischen Analyse systematischer Fehler

Das Prinzip der empirischen Analyse systematischer Bildfehler lehnt sich eng an die oben genannte Definition an. Nach einer (vorläufigen) Ausgleichung durch räumlichen Rückwärtsschnitt ohne vorherige Korrektur werden aus einer Analyse der Verbesserungen  $v_x$  und  $v_y$  an den Bildpunkten systematische Bildfehler durch Superpositionierung<sup>1)</sup> der Bilder abgeleitet.

---

<sup>1)</sup> "Übereinanderlegen" der Bilder und Addition der auf das Bildkoordinatensystem bezogenen Verbesserungen.

Der Vorschlag, systematische Fehler auf diese Weise zu bestimmen, stammt ursprünglich von MASSON d'AUTUME [57]. Diese Methode, die sich auch auf die Bestimmung systematischer Modellfehler anwenden läßt, kann im Prinzip zu den selbstkalibrierenden Verfahren gezählt werden, da sich die verwendeten Informationen direkt und ausschließlich auf die Ausgleichung beziehen.

Dieses Verfahren wurde vom Verfasser zunächst in der Hauptsache für die Untersuchung praktischer Blockausgleichungsergebnisse aufgegriffen und entsprechend modifiziert (SCHILCHER [75], [76]). Dabei hat sich gezeigt, daß die empirische Analyse der Restfehler eine sehr anpassungs- und leistungsfähige Methode zur Kompensation systematischer Fehler darstellt. Die mit diesem Verfahren erzielten Genauigkeitssteigerungen stimmen beispielsweise mit denjenigen der simultanen Selbstkalibrierung (Ansatz nach EBNER [22]) recht gut überein (HAUG [39], SCHILCHER [76], EBNER [21]).

Die Analysenmethode wurde hier anderen Verfahren deshalb vorgezogen, weil sie relativ voraussetzungslos anwendbar ist und bei den Gegebenheiten des Bildmaterials Vorzüge für die Detailanalyse der systematischen Bildfehler erwarten läßt.

### 3.4 Ermittlung der systematischen Bildfehler

#### 3.4.1 Einteilung des Bildes in Bereiche

Das primäre Ziel der Untersuchung bildet die Bestimmung systematischer Bildfehler  $s_x$  und  $s_y$  als Funktion ihrer Lage im Bild ( $s = f(x,y)$ ). Dafür stehen als Ausgangsdaten pro Bild von jeweils allen gemessenen Punkten Verbesserungen bzw. quasiwahre Fehler nach dem räumlichen Rückwärtsschnitt zur Verfügung, die sich bereits einheitlich auf das durch die Rahmenmarken definierte Bildkoordinatensystem beziehen. Deshalb wird das Bildkoordinatensystem als Bezugssystem für die Berechnung der systematischen Bildfehler beibehalten; eine Drehung oder Transformation von Bildern unterschiedlicher Flugrichtung ist nicht erforderlich.

Für die Superpositionierung wurden die Bilder der Verteilung der Punktgruppen im Gelände entsprechend in 41 Bereiche unterteilt, um Punkte aus verschiedenen Aufnahmen, deren Bildkoordinaten  $x, y$  annähernd identisch sind, eindeutig zuzuordnen zu können. Theoretisch läßt sich diese Maßnahme damit begründen, daß im Bild eng benachbarte Punkte in hinreichendem Maße gleiche Genauigkeitseigenschaften aufweisen.



## ÜBERWEITWINKEL

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)

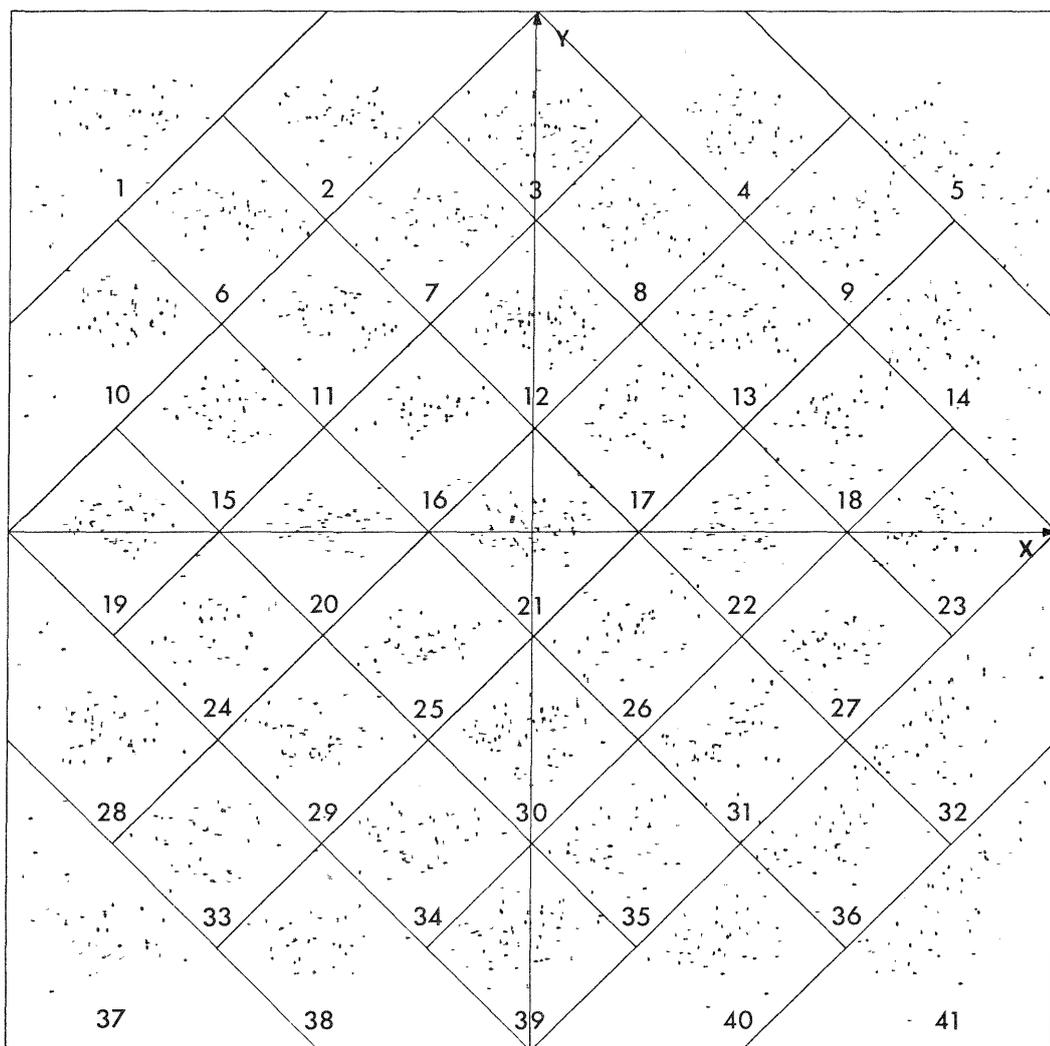


Abb. 3.2 Einteilung des Bildes in Bereiche und Verteilung der Punkte nach der Superposition der Bilder

in 4 senkrechten Flugachsen zwangsläufig radialsymmetrische Auswirkungen mit sich bringt. (Die Abweichungen betragen im Gelände bis zu 100 m.) Berücksichtigen wir jedoch die geringe flächenmäßige Ausdehnung der Bildbereiche von nur 3.2 cm x 3.2 cm, so ist die Annahme homogener Genauigkeitsverhältnisse innerhalb der Felder sicherlich gerechtfertigt, zumindest hinsichtlich der hier gegebenen Aufgabenstellung.

Die hier beschriebene Feldereinteilung bildet somit die Grundlage für alle folgenden Untersuchungen der Kapitel III - V dieser Arbeit.

### 3.4.2 Berechnung der systematischen Bildfehler für verschiedene Gruppen von Bildern

Nach Einsortierung der Bildpunkte in die zugehörigen Felder und nach Superpositionierung der Bilder lassen sich im Sinne unserer operationellen Definition die systematischen Fehler einfach in der Weise bestimmen, daß für jeden der 41 Bereiche das arithmetische Mittel der Verbesserungen gebildet wird. Dieser Mittelwert stellt dann den konstanten systematischen Fehler des jeweiligen Bereiches dar, je nach Ansatz entweder für alle Bilder eines Bildfluges oder nur für Teilgruppen davon.

Die Gleichungen für die Berechnung der systematischen Fehler der Bildkoordinaten  $x$  und  $y$  lauten explizit:

$$s_{x_j} = \frac{1}{\sum_k} \sum_i \sum_k v_{x_{ijk}} \quad (3.1)$$

$$s_{y_j} = \frac{1}{\sum_k} \sum_i \sum_k v_{y_{ijk}} \quad (3.2)$$

- $i$  = Index des Bildes ( $i=1\dots 60$ , bzw. Teilgruppen davon)
- $j$  = Index des Bildbereiches ( $j=1\dots 41$ )
- $k$  = Anzahl der Punkte im Bereich  $j$  des Bildes  $i$  ( $k=1\dots 3$ )

Wie den Gleichungen (3.1) und (3.2) zu entnehmen ist, läßt sich das Analyseverfahren leicht in der Weise modifizieren, daß die Bestimmung der systematischen Anteile nicht nur über den gesamten Bildflug, sondern lediglich für bestimmte ausgewählte Bildgruppen durchgeführt wird. Diese Möglichkeit wurde dazu verwendet, um die Konstanz der systematischen Bildfehler im gesamten Bildmaterial bzw. Abhängigkeiten von äußeren Parametern, wie Flugrichtung usw., feststellen zu können. Insgesamt wurden für beide Befliegungen jeweils 7 Varianten berechnet: (In Klammern Zahl der gemeinsam analysierten Bilder.)

- Version 1: Gesamtflug (60 Bilder) <sup>1)</sup>
- Version 2: jeweils Bilder einer Flugrichtung (15) <sup>1)</sup>
- Version 3: jeweils 15 auf dem Film benachbarte Bilder <sup>1)</sup>
- Version 4: jeweils 12 auf dem Film benachbarte Bilder <sup>1)</sup>
- Version 5: jeweils 6 auf dem Film benachbarte Bilder <sup>1)</sup>
- Version 6: jeweils Bilder eines Flugstreifens (3) <sup>1)</sup>
- Version 7: Einzelbild

---

<sup>1)</sup> siehe Abbildung 2.3 und Abbildung 2.4 in Kapitel II

Von der Zielsetzung her lassen sich die zusätzlich untersuchten Versionen 2-6 im wesentlichen nach zwei Gesichtspunkten unterscheiden:

- a) Bildgruppen, bei denen die atmosphärischen Bedingungen bei der Aufnahme ähnlich sind (Version 2: Flugrichtung, Version 6: Flugstreifen).
- b) Bildgruppen, die auf dem Film benachbart sind und so Hinweise über den Einfluß des Filmes auf die systematischen Fehler geben können (Versionen 3 - 5; die Bildanzahl beträgt jeweils das Vielfache derjenigen eines Flugstreifens).

Eine Untersuchung aller Bilder einzeln (Version 7) war aufgrund der signalisierten Punktgruppen (3 Punkte je Bereich) möglich. Diese Version ist insofern interessant, weil sich mit ihr der Gesamtanteil systematischer und lokal-systematischer Fehler erfassen läßt.

### 3.5 Ergebnisse der Bestimmung systematischer Bildfehler

Die Berechnungen nach den Gleichungen (3.1) und (3.2) liefern bei jeder Version bzw. Bildgruppe systematische Bildfehler  $s_x$  und  $s_y$  für jeweils alle der 41 Bildbereiche. Aus der Fülle von Einzelwerten werden in dieser Arbeit folgende Ergebnisse ausführlich dargestellt und erläutert:

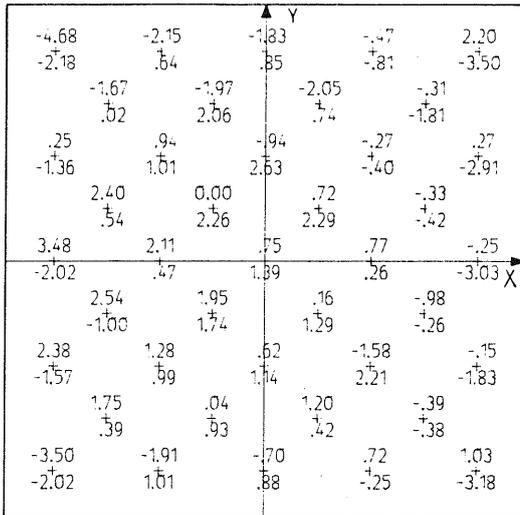
- Systematische Bildfehler des Gesamtfluges (Version 1). Die Ergebnisse dieser Version sind in Abbildung 3.3 für WW und ÜWW sowohl zahlenmäßig als auch graphisch durch Vektorbilder dargestellt. Zur Verdeutlichung der Eigenschaften sind die Bildfehler in Abbildung 3.4 zusätzlich in Form von Isolinien gezeichnet worden. Die Diskussion der Ergebnisse erfolgt in den Abschnitten 3.6.1 - 3.6.2.
- Für die übrigen Versionen 2 - 7 ist hier nur eine zusammengefaßte Darstellung der Ergebnisse möglich.

Die Tabelle 3.2 enthält hierzu die aus jeweils 41 Punkten berechneten quadratischen Mittelwerte der systematischen Bildfehler für die verschiedenen Bildgruppen. In Abbildung 3.5 sind die systematischen Fehler für beide Befliegungen in Abhängigkeit von der Anzahl gemeinsam analysierter Bilder dargestellt. Zur Variabilität der Bildfehler zeigt die Abbildung 3.6 eine Gegenüberstellung von Vektorbildern für verschiedene Bildgruppen einer Befliegung. Die Ergebnisse der Versionen 2 - 7 sind in Abschnitt 3.6.3 zu finden, in dem die Variation der Bildfehler behandelt wird.

# SYSTEMATISCHE BILDFEHLER

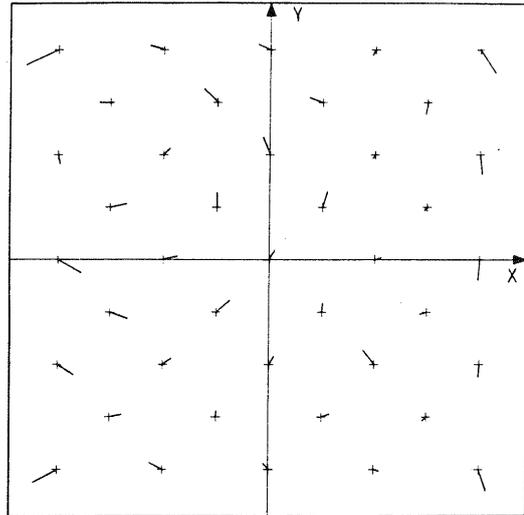
## WEITWINKEL

RMK A 15/23 (12.6.1969)



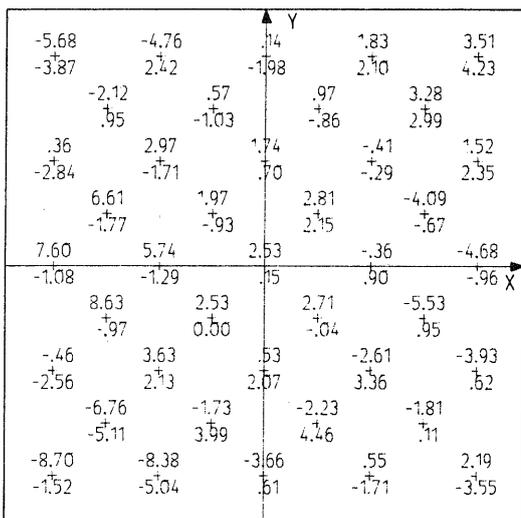
X-Wert  
+  
Y-Wert  
in  $\mu\text{m}$

RMK A 15/23 (12.6.1969)

5  $\mu\text{m}$ SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
GESAMTFLUG

## ÜBERWEITWINKEL

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)



X-Wert  
+  
Y-Wert  
in  $\mu\text{m}$

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)

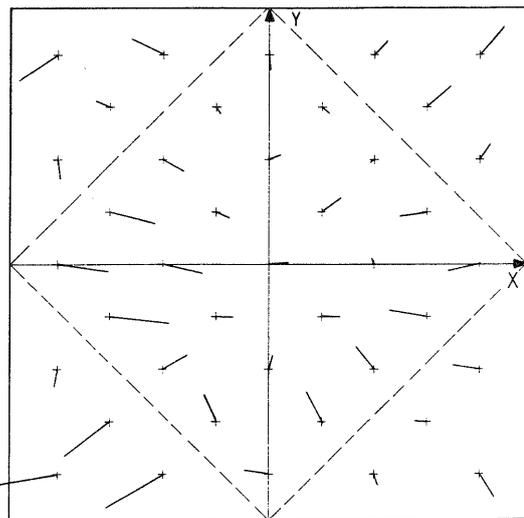
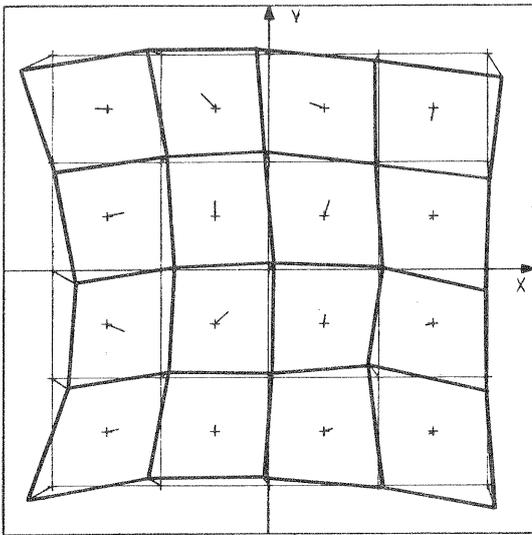
5  $\mu\text{m}$ SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
GESAMTFLUG

Abb. 3,3 Systematische Bildfehler der 41 Bildbereiche  
(Version 1, gesamtflugweise Analyse)

## WEITWINKEL

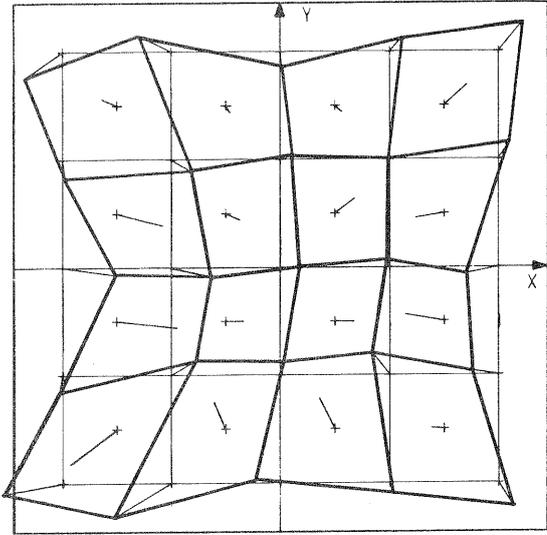
RMK A 15/23



5 μm

## ÜBERWEITWINKEL

RMK A 8.5/23



5 μm

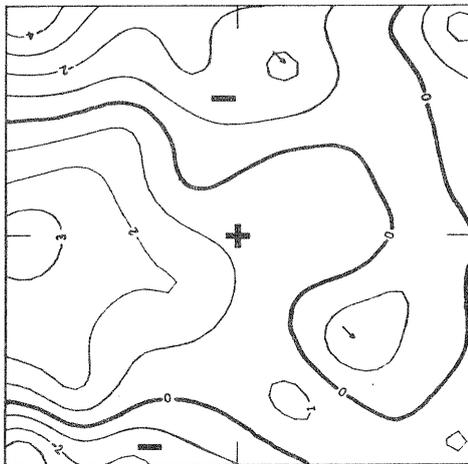
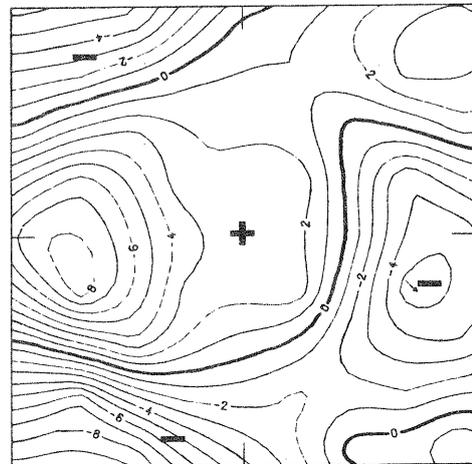
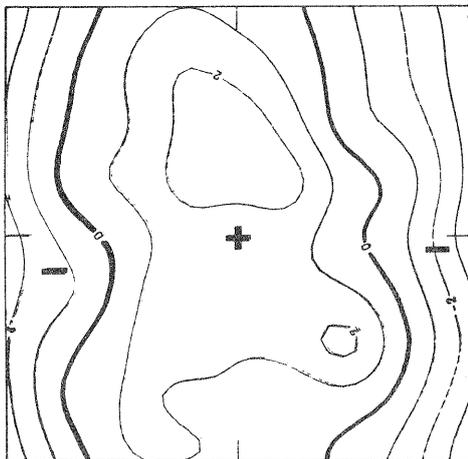
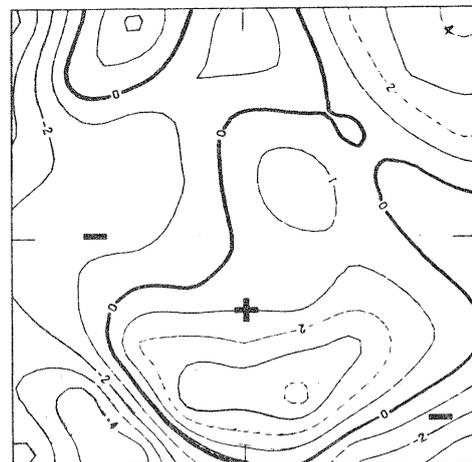
 $S_x$  (in  $\mu\text{m}$ ) $S_x$  (in  $\mu\text{m}$ ) $S_y$  (in  $\mu\text{m}$ ) $S_y$  (in  $\mu\text{m}$ )

Abb. 3.4 Vektor- und Isolinien­darstellung der systematischen Bildfehler (Version 1, gesamtflugweise Analyse)

### 3.6 Diskussion der Ergebnisse

Die im vorigen Abschnitt dargelegten Ergebnisse erlauben eine Reihe interessanter Feststellungen bezüglich der Eigenschaften systematischer Bildfehler. Für die allgemeine Wertung der Ergebnisse ist grundsätzlich wichtig, daß es sich um die nach der absoluten Orientierung erfaßbaren Anteile der systematischen Fehler handelt.

Die Aussagen in den folgenden zwei Abschnitten 3.6.1 und 3.6.2 beziehen sich auf die Ergebnisse der Version 1 für die bildfluginvariante Bestimmung der systematischen Fehler.

#### 3.6.1 Größe der systematischen Bildfehler

Die systematischen Bildfehler treten bei beiden Bildflügen - WW und ÖWW - jeweils deutlich in Erscheinung. Dies zeigt anschaulich die Darstellung der Ergebnisse in Abbildung 3.3. Dabei sind die für WW ermittelten systematischen Fehler generell etwas kleiner als bei ÖWW, was auch durch die in der Tabelle 3.2 angegebenen Mittel- und Maximalwerte der Bildfehler zum Ausdruck kommt.

Kammer	Analyse- version	Bild- punkte	Systematische Bildfehler			
			Mittelwerte <sup>1)</sup>		Maximalwerte	
			$\bar{s}_x$  µm	$\bar{s}_y$  µm	$s_{x_{max}}$  µm	$s_{y_{max}}$  µm
WW RMK A 15/23	Gesamtflug (60 Bilder)	4891	1.7	1.6	4.7	3.5
ÖWW RMK A 8.5/23	Gesamtflug (60 Bilder)	4858	4.0	2.3	8.7	4.2

<sup>1)</sup> quadratisches Mittel aus 41 Punkten

Tab. 3.2 Systematische Bildfehler nach dem räumlichen Rückwärtsschnitt (Version 1, gesamtflugweise Analyse)

Danach betragen die über 41 Punkte quadratisch gemittelten Fehler für  $\bar{s}_x$  und  $\bar{s}_y$  bei WW 1.7 µm bzw. 1.6 µm, bei ÖWW 4.0 µm bzw. 2.3 µm. Während die systematischen Anteile in beiden Koordinatenrichtungen bei WW etwa gleich sind, ist bei ÖWW überraschenderweise ein erheblicher Unterschied (Faktor 1.7) zwischen  $\bar{s}_x$  und  $\bar{s}_y$  zu verzeichnen.

Die Maximalwerte der systematischen Bildfehler treten bei beiden Bildflügen in den Bildecken auf und erreichen bei WW 4.7 µm und bei ÖWW sogar 8.7 µm (vgl. Abb. 3.3). Dennoch läßt sich für die Größe der systematischen Bildfehler keine generelle Abhängigkeit vom Bildradius ableiten, wenngleich bei ÖWW ein leicht konzentrisches Verhalten der Bildfehler zu erkennen ist.

Hinsichtlich der Signifikanz der berechneten Einzelwerte  $s_x$  und  $s_y$  ist zu sagen, daß die Bestimmungsgenauigkeit der systematischen Fehler bei den 41 Punkten bei WW zwischen  $0.2 \mu\text{m}$  und  $0.6 \mu\text{m}$  beträgt und bei ÜWW mit  $0.2 \mu\text{m}$  bis  $0.7 \mu\text{m}$  in derselben Größenordnung liegt. Damit sind die für beide Bildflüge ermittelten systematischen Fehler als hochsignifikant zu bezeichnen.

### 3.6.2 Typ, Ausdehnung und Erfäßbarkeit der systematischen Bilddeformation

Aus den in den Abbildungen 3.3 und 3.4 dargestellten Ergebnissen der beiden Bildflüge geht hervor, daß die Homogenität der Bildfehler innerhalb des Bildes geringer ist als bisher angenommen. Der Typ der Bilddeformationen ist weder bei WW (wo die Werte der systematischen Fehler relativ klein sind) noch bei ÜWW über das gesamte Bild einheitlich.

Weitwinkel: Betrachten wir nur die Zahlenangaben und Vektoren der systematischen Fehler in Abbildung 3.3, so sind zunächst keine regelmäßigen Konturen zu erkennen. Die betraglichen Unterschiede zwischen verschiedenen Bildpunkten sind relativ gering, das Gesamtbild der Vektoren ist eher uneinheitlich. Genauere Einzelheiten vermitteln deshalb erst die Isolinienbilder für  $s_x$  und  $s_y$  sowie das für 25 Bildpunkte gezeichnete Deformationsbild in Abbildung 3.4.

Das Isolinienbild weist für  $s_y$  eine eindeutige Symmetrie zur  $y$ -Achse aus, während in der  $x$ -Richtung überraschenderweise nur in der linken Bildhälfte größere Deformationen in Erscheinung treten, die dann zur  $x$ -Achse ebenfalls symmetrisch verlaufen.

Diese Eigenschaften prägen entscheidend auch das Deformationsbild in Abbildung 3.4. Die Fehler  $s_y$  zeigen am linken und rechten Bildrand durchweg negative, in der Bildmitte dagegen positive Werte. Dem entspricht eine Durchbiegung der Linien  $y = \text{const.}$ , die für das gesamte Bild typisch ist. Die systematischen Fehler in  $x$ -Richtung bewirken in der linken Bildhälfte ein Einknicken der Linien  $x = \text{const.}$  zur Bildmitte hin, in der rechten Bildhälfte ist dieser Effekt gering bzw. lediglich in den Bildecken zu erkennen.

Trotz des im Detail recht unterschiedlichen Verhaltens der Koordinatenfehler in  $x$  und  $y$  ist das für 25 Punkte gezeichnete Gesamtbild der Deformation eher gleichförmig. Die zwischen den Maschen liegenden Punkte fügen sich in dieses Gesamtbild mit Abweichungen von  $\pm 2 \mu\text{m}$  ein, so daß bereits 9 Punkte ausreichen, um eine hinreichend repräsentative Bestimmung der systematischen Bildfehler zu gewährleisten.

Derweitwinkel: Bei ÖWW sind nicht nur die Fehlervektoren im Durchschnitt wesentlich größer, auch das Gesamtbild der Bilddeformationen ist teilweise von demjenigen bei WW deutlich verschieden. Auffallendste Charakteristik ist der deutliche Richtungswechsel der Vektoren zwischen Punkten im Bildinnern und Punkten im Bereich der Bildecken (Abb. 3.3). Während die Vektoren in den Bildecken durchweg nach außen gerichtet sind, zeigen sie innerhalb des gestrichelt dargestellten Quadrats von wenigen Ausnahmen abgesehen zur Bildmitte.

Diese Eigenheit spiegelt sich natürlich auch in den Isolinienbildern für  $s_x$  und  $s_y$  in Abbildung 3.4 wieder und entspricht einer radial gerichteten Deformation. Bezeichnenderweise sind in  $y$  im Bildinnern nur geringe systematische Fehler ( $< 1 \mu\text{m}$ ) zu erkennen, während die Bildecken in allen 4 Quadranten relativ stark und jeweils gleich typisch deformiert sind. In  $x$ -Richtung ist ähnlich wie bei WW die linke Bildhälfte stärker deformiert.

Die geringere Homogenität der Bildkoordinatenfehler bei ÖWW kommt auch im Deformationsbild der Abbildung 3.4 klar zum Ausdruck, das aus Übersichtsgründen nur für 25 Punkte gezeichnet wurde, im übrigen aber für die nicht berücksichtigten Zwischenpunkte nicht immer repräsentativ ist. Das Bild wird klar erkennbar geprägt durch die gegensätzliche Deformation der Linien  $x = \text{const.}$  zwischen Bildmitte und oberem sowie unterem Bildrand, was ein deutliches Einknicken dieser Linien jeweils zur Bildmitte hin zur Folge hat. Die Deformation der Linien  $y = \text{const.}$  ist schwächer und läßt keine deutliche Abhängigkeit von der Lage im Bild erkennen.

Insgesamt verdeutlicht dieses Deformationsbild, daß mit den üblichen 9 Standardpunkten eines Bildes nur Teile der aufgetretenen Systematik bestimmbar sind. Selbst bei einem Raster von 25 Punkten wie in Abbildung 3.4 treten an einzelnen der 16 Zwischenpunkte noch Abweichungen bis zu  $4 \mu\text{m}$  auf. Diese Ergebnisse der Analyse unterscheiden sich von den bisher bekannten dadurch, daß wesentlich mehr Punkte pro Bild zur Verfügung standen als dies bei praktischen Beispielen der Aerotriangulation der Fall ist. Im übrigen sehen die neueren Ansätze der simultanen Selbstkalibrierung bereits Parameteransätze für maximal 25 Punkte/Bild vor.

### 3.6.3 Variabilität der systematischen Bildfehler

Die Betrachtungen zur Variabilität basieren auf den Ergebnissen der Versionen 2 - 7, bei denen die systematischen Bildfehler sowohl in Abhängigkeit von äußeren Gegebenheiten des Bildfluges als auch in Abhängigkeit von der Lage der Bilder auf dem Film untersucht worden sind. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Teiluntersuchung sind zusammengefaßt in der Tabelle 3.3 (quadratische Mittelwerte der systematischen Bildfehler), in Abbildung 3.5 (systematische Bildfehler der verschiedenen Bildgruppen in Abhängigkeit von der Anzahl gemeinsam analysierter Bilder) sowie in Abbildung 3.6 (Fehlervektoren der Bildfehler für verschiedene Bildgruppen).

Kammer	Analyseversion bzw. Bildgruppe	quadratische Mittelwerte der systematischen Bildfehler		Signifikanztest	
		$\bar{s}_x$   $\mu\text{m}$	$\bar{s}_y$   $\mu\text{m}$	$H_A: \bar{s}_i \neq \bar{s}_{i+1}$ <sup>1)</sup> x	y
WW RMK A 15/23	(1) Gesamtflug	1.68	1.62	-	-
	(2) Flugrichtungen	2.14	2.00	ja	ja
	(3) 15 Bilder	1.93	1.88	ja	ja
	(4) 12 Bilder	1.91	1.84	nein	ja
	(5) 6 Bilder	2.15	2.12	ja	ja
	(6) Flugstreifen	2.54	2.46	ja	ja
	(7) Einzelbild	3.15	3.04	ja	ja
ÖWW RMK A 8.5/23	(1) Gesamtflug	4.04	2.34	-	-
	(2) Flugrichtungen	4.33	2.68	ja	ja
	(3) 15 Bilder	4.21	2.59	ja	ja
	(4) 12 Bilder	4.19	2.59	nein	nein
	(5) 6 Bilder	4.33	2.80	ja	ja
	(6) Flugstreifen	4.70	3.26	ja	ja
	(7) Einzelbild	5.21	4.10	ja	ja

1) geprüft wird die Alternativhypothese auf Ungleichheit zweier Mittelwerte

Tab. 3.3 Systematische Bildfehler für verschiedene Bildgruppen (quadratische Mittelwerte aus jeweils 41 Punkten)

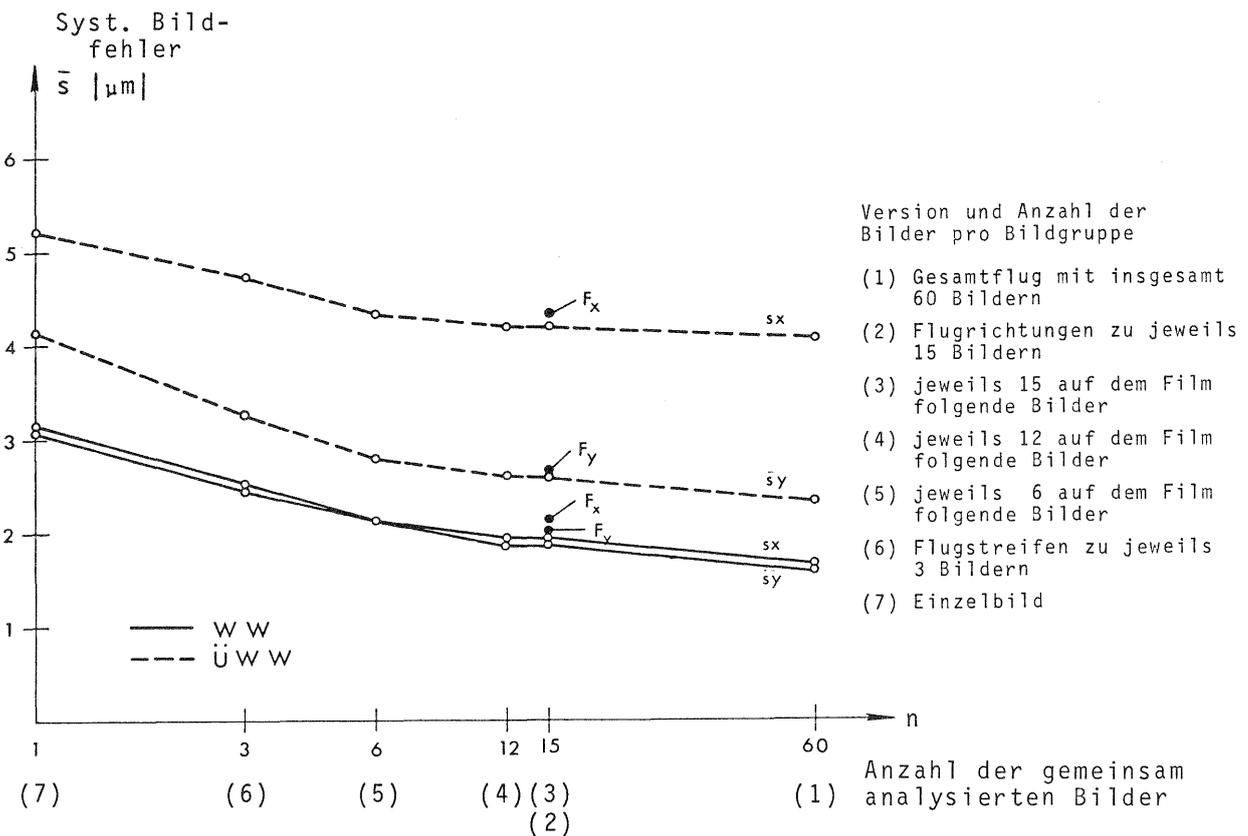


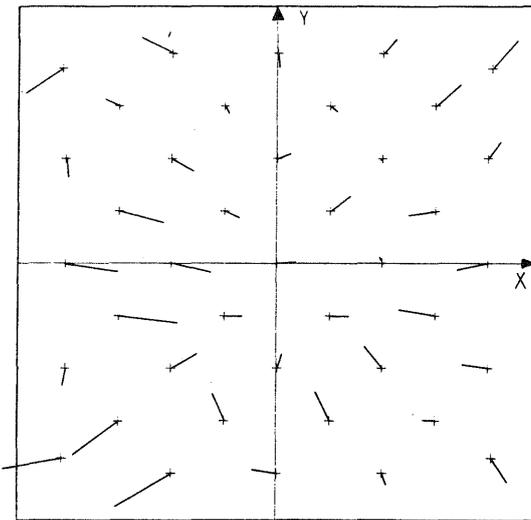
Abb. 3.5 Systematische Bildfehler für verschiedene Bildgruppen in Abhängigkeit von der Anzahl gemeinsam analysierter Bilder (quadratische Mittelwerte aus jeweils 41 Punkten)

# VARIATION SYSTEMATISCHER BILDFEHLER

## ÜBERWEITWINKEL

### a. Gesamtflug

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)

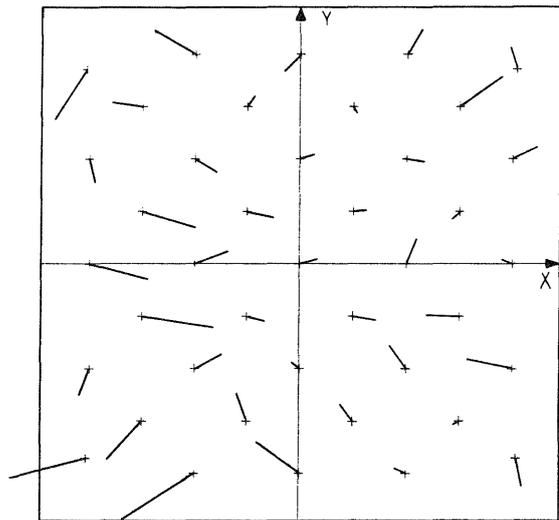


5  $\mu\text{m}$

SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
GESAMTFLUG

### b. Flugrichtung

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)

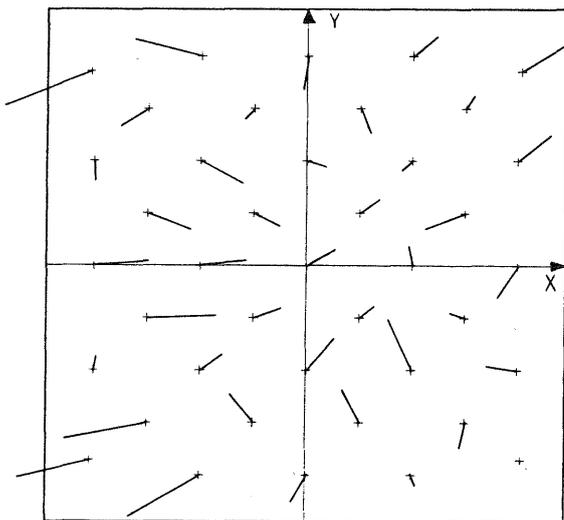


5  $\mu\text{m}$

SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
FLUGRICHTUNG 2

### c. Flugstreifen

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)

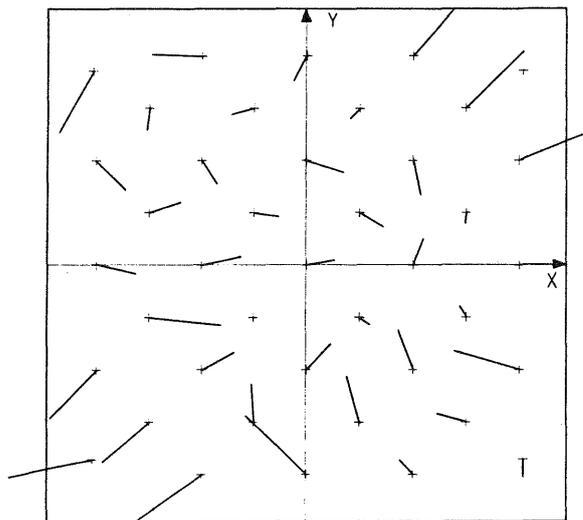


5  $\mu\text{m}$

SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
STREIFEN 20

### d. Einzelbild

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)



5  $\mu\text{m}$

SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
BILD 2194

Abb. 3,6 Beispiele systematischer Bildfehler für verschiedene Bildgruppen

Für die in Tabelle 3.3 und Abbildung 3.5 dargestellten Ergebnisse lassen sich folgende Feststellungen treffen:

- Die Beträge der systematischen Bildfehler sind umso größer, je kleiner die Anzahl der gemeinsam zu einer Subgruppe zusammengefaßten Bilder ist. Die Unterschiede der über 41 Bildbereiche (quadratisch) gemittelten Bildfehler sind von Version zu Version absolut gesehen zwar nicht sehr groß, aber dennoch bei beiden Bildflügen bis auf jeweils eine Ausnahme statistisch signifikant. Die Größe der Abweichungen zwischen den einzelnen Analysestufen stimmt bei x und y sowohl bei WW als auch bei ÜWW gut überein. Dies zeigt anschaulich der annähernd parallele Verlauf der entsprechenden Kurven für  $\bar{s}_x$  und  $\bar{s}_y$  in Abbildung 3.5.
- Die Vektoren der systematischen Fehler zeigen bei allen Versionen 1 - 7 einer Kammer starke Ähnlichkeit. Die Darstellungen für Bilder einzeln oder für Bildgruppen unterscheiden sich vor allem nur durch die Größe der Vektoren, was auf eine gewisse Variation der Bildfehler hindeutet (s. Vektorbilder für ÜWW in Abb. 3.6 für Gesamtflug, Flugrichtung, Flugstreifen und Einzelbild).

Aus diesen Erkenntnissen ist zu schließen, daß nur der Typ der Systematik innerhalb einer Befliegung einigermaßen konstant ist, nicht jedoch die Beträge der systematischen Fehler selbst.

#### Einzelergebnisse:

Das interessanteste Einzelergebnis bildet die Abweichung der bei Version 2 für die flugrichtungsweise Analyse ermittelten systematischen Fehler gegenüber der Version 3 mit der gleichen Anzahl von Aufnahmen pro Bildgruppe. Die quadratischen Mittelwerte  $\bar{s}_x$  und  $\bar{s}_y$  der Flugrichtungen - jeweils 15 Bilder aus 5 Streifen zu je 3 Bildern, die auf dem Film nicht hintereinander liegen - sind bei WW und ÜWW jeweils signifikant größer, als diejenigen der Version 3 mit 15 auf dem Film benachbarten Bildern. Sie übersteigen darüber hinaus bei WW und ÜWW sogar die Beträge der systematischen Fehler, die sich bei Version 4 für nur 12 auf dem Film aufeinanderfolgende Aufnahmen ergeben, und sie liegen nur gering unter den Werten der Version 5, wo nur mehr 6 auf dem Film benachbarte Aufnahmen eine Bildgruppe bilden.

Aus dieser Tatsache ist zu schließen, daß die Flugrichtung und damit die äußeren Gegebenheiten des Bildfluges allgemein einen stärkeren Einfluß auf die systematischen Bildfehler haben, als die Lage der Bilder auf dem Film.

Die für die Version 7 erhaltenen Werte für die systematischen Fehler  $\bar{s}_x$  und  $\bar{s}_y$  lassen sich als Gesamtsystematik - bestehend aus konstantem + lokalsystematischem Anteil - interpretieren. Vergleichen wir die Größe dieser Fehleranteile

$$\text{WW} : \bar{s}_x = 3.2 \mu\text{m}, \quad \bar{s}_y = 3.0 \mu\text{m}$$

$$\text{ÜWW} : \bar{s}_x = 5.2 \mu\text{m}, \quad \bar{s}_y = 4.1 \mu\text{m}$$

mit den durchschnittlichen  $\bar{\sigma}_0$ -Werten der räumlichen Rückwärtsschnitte

$$\text{WW} : \bar{\sigma}_0 = 3.5 \text{ } \mu\text{m}$$

$$\text{ÜWW} : \bar{\sigma}_0 = 5.3 \text{ } \mu\text{m}$$

dann erkennen wir, daß der überwiegende Teil der Koordinatenfehler aus systematischen Bilddeformationen resultiert. Der zufällige Fehleranteil - aus der Differenz zwischen dem Gesamtfehler  $\bar{\sigma}_0$  der Bildkoordinaten und dem systematischen Anteil berechnet - beträgt für WW nur 1.7  $\mu\text{m}$  und für ÜWW nur 2.5  $\mu\text{m}$ .

### 3.6.4 Interpretation systematischer Bildfehler als stochastischer Prozeß

Vor der Interpretation der Ergebnisse sei noch einmal auf die Definitionsmöglichkeit systematischer Bildfehler im Sinne der Statistik eingegangen. Wenn wir davon ausgehen, daß eine vollständige Elimination systematischer Fehlerinflüsse in praktischen Fällen nicht erreichbar ist, dann ist zu erwarten, daß sich die Fehler der Beobachtungen aus unterschiedlich großen Anteilen des Trends, des Signals und des Rauschens zusammensetzen.

Obwohl Trend und Signal theoretisch eindeutig definiert sind, tritt bei empirischem Datenmaterial dennoch die Schwierigkeit auf, daß eine exakte Trennung zwischen Trend bzw. Deterministik und Signal, d.h. zwischen funktionalem und stochastischem Anteil nicht möglich ist. Die Größe des Signals ist in praktischen Fällen von der Definition bzw. der durchgeführten Korrektur des Trends abhängig. (Es kann in der Aerotriangulation eine Trendkorrektur gemeinsam für sämtliche Aufnahmen eines Bildfluges erfolgen, sie kann aber ebenso nur auf eine gemeinsame Korrektur für sämtliche Bilder einer Flugrichtung oder eines Flugstreifens beschränkt werden. Der Trend kann sich aber auch auf sämtliche Bilder einer Kammer, die in einem bestimmten Zeitraum erflogen worden sind, beziehen.) In diesem Ermessensspielraum liegt die Bedeutung der Dualität funktionaler und stochastischer Modelle begründet.

Um die systematischen Bildfehler im Sinne eines stochastischen Prozesses beschreiben und interpretieren zu können, wurden zunächst die Abweichungen zwischen dem über den Bildflug konstanten Anteil der Systematik bei Version 1 (= Trend) und den Versionen 2 - 7 berechnet:

$$d_i = \sqrt{\bar{s}_i^2 - \bar{s}_1^2} \quad (3.3)$$

wobei

$\bar{s}_i$  = Mittelwert der systematischen Bildfehler der Version  $i$  ( $i = 2-7$ )

$\bar{s}_1$  = Mittelwert der systematischen Bildfehler bei Version 1  
(Gesamtflug = Trend)

Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind für WW und ÖWW in der Tabelle 3.4 dargelegt.

Kammer	Analyseversion bzw. Bildgruppe	mittlere Abweichungen gegenüber Version 1	
		$d_x$ [µm]	$d_y$ [µm]
WW RMK A 15/23	(2) Flugrichtungen	1.3	1.2
	(3) 15 Bilder	1.0	1.0
	(4) 12 Bilder	0.9	0.9
	(5) 6 Bilder	1.3	1.4
	(6) Flugstreifen	1.9	1.9
	(7) Einzelbild	2.7	2.6
	ÖWW RMK A 8.5/23	(2) Flugrichtungen	1.6
(3) 15 Bilder		1.2	1.1
(4) 12 Bilder		1.1	1.1
(5) 6 Bilder		1.6	1.5
(6) Flugstreifen		2.4	2.3
(7) Einzelbild		3.3	3.4

Tab. 3.4 Mittlere Abweichungen der systematischen Bildfehler bei verschiedenen Bildgruppen gegenüber dem Trendanteil bei Version 1

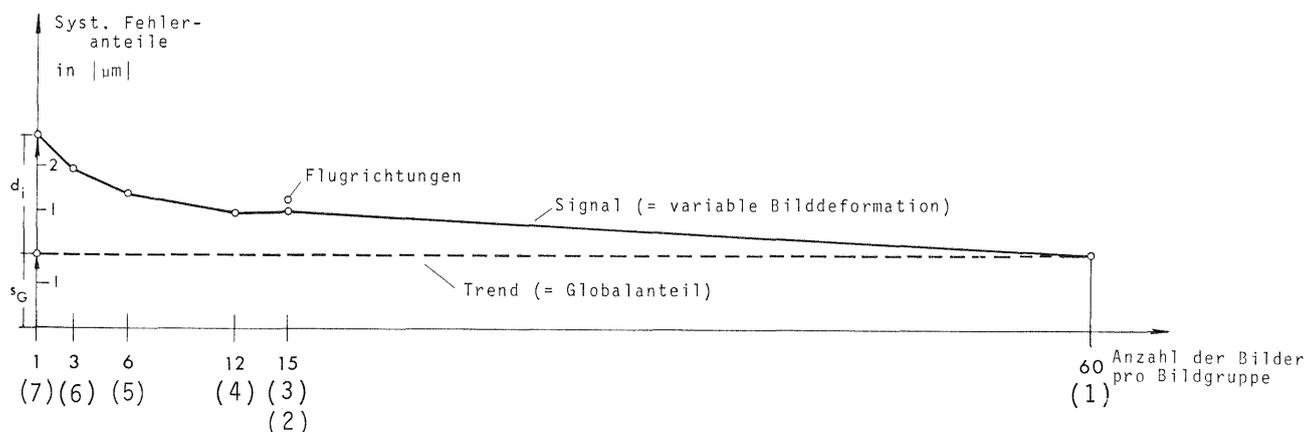
In Abbildung 3.7 sind die Ergebnisse der Analyse systematischer Fehler als stochastischer Prozeß in Abhängigkeit von der Anzahl von Bildern, die gemeinsam eine Subgruppe bilden, dargestellt.

Der gesamtflugweise Anteil der Version 1 ist als Globalanteil  $s_G$  gekennzeichnet und repräsentiert im Sinne der Statistik den konstanten Trendanteil. Die in Tabelle 3.4 berechneten Differenzen  $d_i$  der einzelnen Subgruppen gegenüber der Version 1 beschreiben den variablen Anteil der Bilddeformation und lassen sich als Signalfunktion auffassen.

Mit Hilfe des Sonderfalls der Version 7, die als Ergebnis den Gesamtanteil aus Trend + Signal liefert, sind Aussagen über die Größenverhältnisse von Trend/Signal/Noise möglich:

	WW	ÖWW
Gesamtfehler $\hat{\sigma}_0$ (ohne Korrektur syst. Fehler)	3.5 µm	5.3 µm
Trend + Signal (nach Version 7)	3.1 µm	4.7 µm
Noise	1.7 µm	2.5 µm
Signal	2.7 µm	3.3 µm
Trend	1.6 µm	3.4 µm

## WEITWINKEL



Version und Anzahl der Bilder pro Bildgruppe

- (1) Gesamtflug mit insgesamt 60 Bildern
- (2) Flugrichtungen zu jeweils 15 Bildern
- (3) jeweils 15 auf dem Film folgende Bilder
- (4) jeweils 12 auf dem Film folgende Bilder
- (5) jeweils 6 auf dem Film folgende Bilder
- (6) Flugstreifen zu jeweils 3 Bildern
- (7) Einzelbild

## ÜBERWEITWINKEL

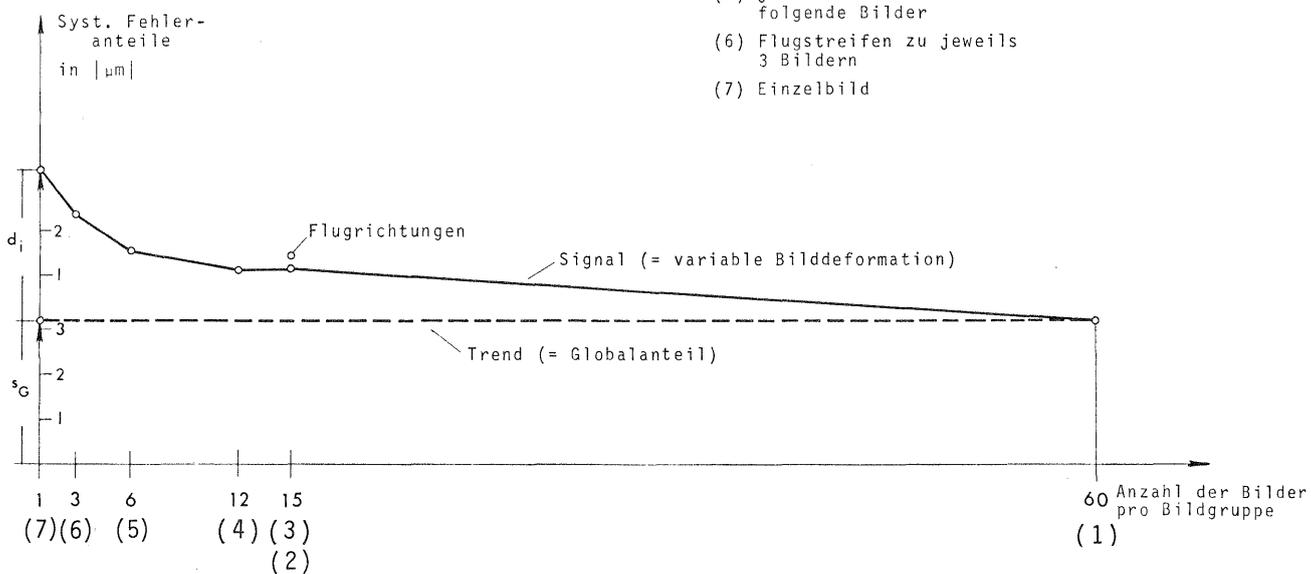


Abb. 3.7 Variation der systematischen Bildfehler bei verschiedenen Bildgruppen gegenüber dem Trendanteil bei Version 1 (Mittelwerte der Abweichungen  $d_x$  und  $d_y$  aus Tabelle 3.4)

### Folgerungen:

Systematische Bildfehler sind statistisch durch einen über den Bildflug konstanten Trendanteil (= Globalanteil) und einem Signalanteil (= variable Bilddeformationen) darstellbar.

Der Anteil des Signals ist umso größer, je kleiner die Anzahl von Bildern gewählt wird, die für die Analyse der Bildfehler eine gemeinsame Subgruppe bilden. In Extremfällen kann der Anteil des Signals denjenigen des Trends sogar übersteigen, bei WW ab Version 6 (streifenweise Analyse) und bei ÖWW bei Version 7 (Einzelbild).

Der Anteil Trend + Signal übertrifft den Noise der Bildkoordinaten bei WW und ÖWW um den Faktor 1.9, der Signalanteil für sich betrachtet ist bei WW um den Faktor 1.7 größer als der Noise, bei ÖWW erreicht das Verhältnis Signal zu Noise den Faktor 1.3.

Diese Zahlenwerte verdeutlichen, daß im Falle eines Verzichtes auf eine Korrektur systematischer Fehler nicht nur deutlich schlechtere Genauigkeiten erreicht werden, sondern auch mit einer starken Korrelation der Bildkoordinaten zu rechnen ist.

#### 3.6.5 Mögliche Ursachen systematischer Bildfehler

Obwohl es nicht Ziel dieser Untersuchung ist, ursächliche Fehlerkomponenten für die systematischen Bildfehler ausfindig zu machen, bieten die verschiedenen Einzelergebnisse doch Gelegenheit für eine kurze Stellungnahme zu dieser Frage.

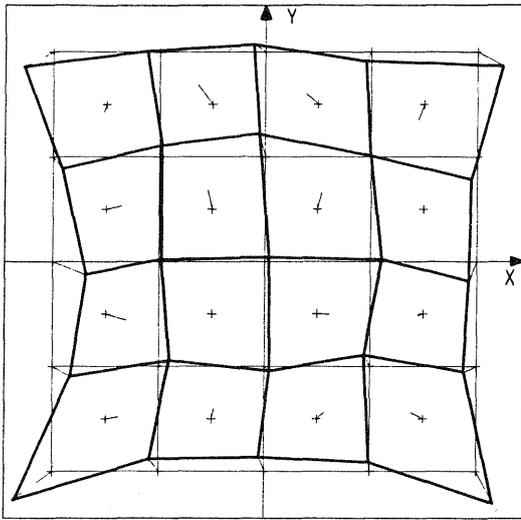
Nach den vorliegenden Erkenntnissen kommen von den in Kapitel I genannten Hauptfehlerquellen des photogrammetrischen Prozesses nur das Aufnahmesystem mit seinen Teilkomponenten Bildflugzeug, Meßkammer, Filter, Kassette, Filmtransport bei der Aufnahme, Andruckplatte etc., sowie die Einflüsse des photographischen Prozesses als mögliche physikalische Ursachen der systematischen Bildfehler in Frage. Als Indiz hierfür spricht die starke Kammerbezogenheit der systematischen Bildfehler. Gerätefehler sind nach dem Ergebnis der Überprüfung des Komparators ebenso auszuschließen wie Signalisierungsfehler der terrestrischen Kontrollpunkte.

Um nun herauszufinden, inwieweit die Abhängigkeit der systematischen Bildfehler von der Meßkammer auf eine unvollständige Berücksichtigung der Objektivverzeichnung zurückzuführen ist, wurden die Berechnungen der räumlichen Rückwärtsschnitte nachträglich ohne a priori Korrektur der Bildkoordinaten wiederholt und die Restfehler nach der Ausgleichung ebenfalls einer Analyse auf systematische Fehler unterzogen. Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind hier nur in dem Umfang dargestellt, wie sie für die Klärung der vermeintlichen Fehlerursache von Interesse sind. Es sind dies in der Tabelle 3.5 die quadratischen Mittelwerte der systematischen Fehler mit und ohne a priori Korrektur, sowie in Abbildung 3.8 die Deformationsbilder und Isolinienbilder der Bildfehler für WW und ÖWW ohne a priori Korrektur.

# SYSTEMATISCHE BILDFEHLER (ohne a priori Korrekturen)

## WEITWINKEL

RMK A 15/23 (12.6.1969)

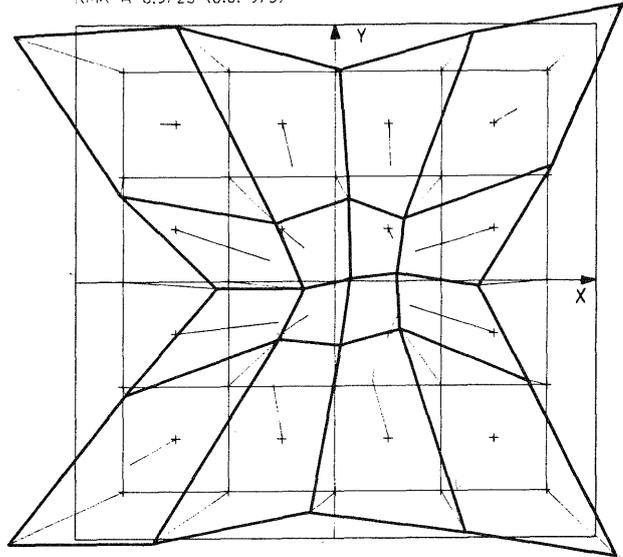


5 μm

SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
GESAMTFLUG

## ÜBERWEITWINKEL

RMK A 8.5/23 (6.6.1975)



5 μm

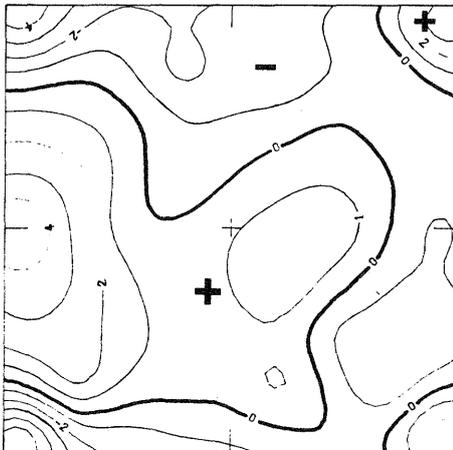
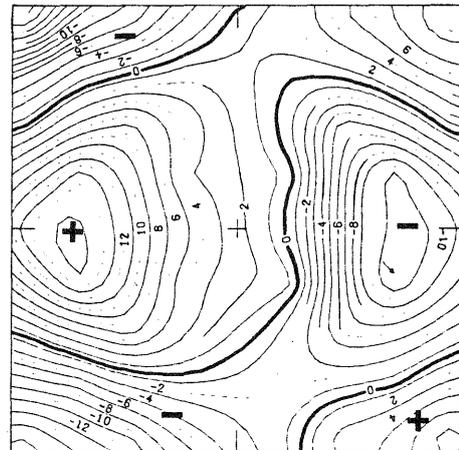
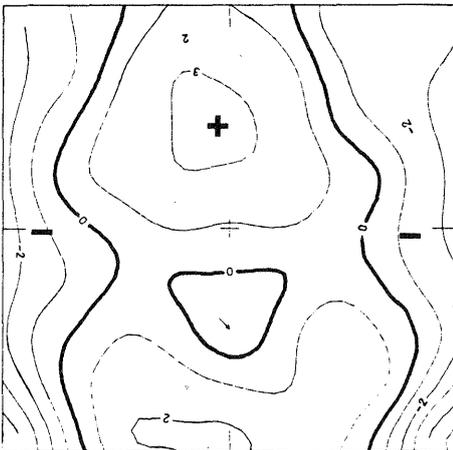
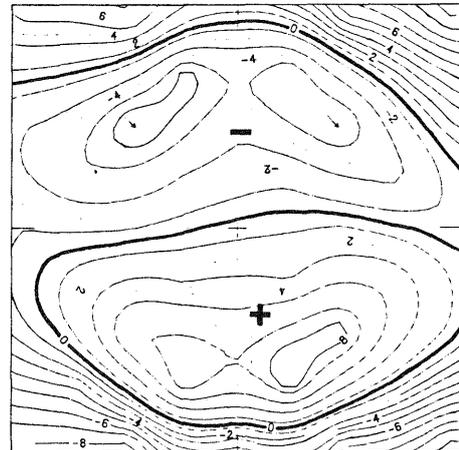
SYSTEMATISCHE BILDFEHLER  
GESAMTFLUG $S_x$  (in  $\mu\text{m}$ ) $S_x$  (in  $\mu\text{m}$ ) $S_y$  (in  $\mu\text{m}$ ) $S_y$  (in  $\mu\text{m}$ )

Abb. 3.8 Systematische Bildfehler ohne a priori Korrekturen der Verzeichnung

Kammer	Analyse- version	mittl. Fehler der Gewichtseinheit a priori Korrektur:		Systematische Bildfehler mit und ohne a priori Korrektur							
				Mittelwerte				Maximalwerte			
		mit	ohne	mit		ohne		mit		ohne	
		$\hat{\sigma}_o$	$\hat{\sigma}_o$	$\bar{s}_x$	$\bar{s}_y$	$\bar{s}_x$	$\bar{s}_y$	$s_x$	$s_y$	$s_x$	$s_y$
		$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	$ \mu\text{m} $	
WW RMK A 15/23	Gesamtflug (60 Bilder)	3.5	3.7	1.7	1.6	2.0	1.9	4.7	3.5	5.7	4.8
OWW RMK A 8.5/23	Gesamtflug (60 Bilder)	5.3	8.2	4.0	2.3	7.8	5.1	8.7	4.2	17:0	10.1

Tab. 3.5 Vergleich systematischer Bildfehler mit und ohne a priori Korrektur der Verzeichnung

Weitwinkel<sup>1)</sup>: Die Abweichungen der systematischen Bildfehler mit und ohne a priori Korrekturen sind sehr gering. Dieses Verhalten überrascht nicht, da die bei der Kalibrierung festgestellten Verzeichnungswerte des Objektivs maximal nur 5  $\mu\text{m}$  betragen und im Falle ihrer Vernachlässigung allgemein nur geringe Auswirkungen auf die systematischen Fehler erwarten lassen. Diese Aussage wird neben den Mittelwerten und Maximalwerten der systematischen Fehler in Tabelle 3.5 auch durch das Deformationsbild sowie die Isolinienbilder für  $s_x$  und  $s_y$  in Abbildung 3.8 bestätigt. Die Isolinienbilder sind, wenn man von Einzelheiten absieht, mit und ohne Verzeichnungskorrektur nahezu identisch. Hinweise für eine unvollständige Verzeichnungskorrektur sind aus den geringen betraglichen Unterschieden der systematischen Fehler allein nicht abzuleiten. Die Ergebnisse können vielmehr als Beweis für eine ausgezeichnete geometrische Qualität der hier verwendeten Kammer angesehen werden.

Überweitwinkel: Für die eingesetzte OWW-Kammer ergaben sich bei der Kalibrierung im Labor wesentlich größere Fehler für die Objektivverzeichnung als bei der verwendeten WW-Kammer. Die Verzeichnungswerte erreichen auf allen 4 Halbdiaagonalen Beträge zwischen maximal +10  $\mu\text{m}$  und -10  $\mu\text{m}$  und lassen bei einer Nichtberücksichtigung deutliche systematische Auswirkungen erwarten. Tatsächlich zeigen sich bei einer Ausgleichung ohne a priori Korrektur enorme systematische Bildfehler, die mit Werten bis zu 17  $\mu\text{m}$  (!) die Erwartungen noch deutlich übertreffen. Derart große systematische Fehler sind auch nach Auskunft der Herstellerfirma für Präzisionsmessungen ungewöhnlich und vermutlich nicht allein durch die fehlende Verzeichnungskorrektur erklärbar.

Vergleichen wir die Darstellungen der systematischen Bildfehler mit und ohne a priori Korrektur (Abb. 3.3 und Abb. 3.8), so sind in beiden Fällen dieselben typischen Merkmale anzutreffen. Bei den Vektorbildern ist die Übereinstimmung an den radial gerichteten Deformationen und an den Symmetrieeigenschaften der Fehler besonders gut zu erkennen. Bei den Isolinienbildern zeigt sich die Ähnlichkeit der Fehler vor allem am identischen Verlauf der Null-Linie  $s_x=0$ . Die a priori Korrektur verringert in erster Linie nur den Betrag, nicht jedoch Typ und Form der Systematik.

<sup>1)</sup> zu vergleichen sind Abb. 3.4 und Abb. 3.8 dieses Kapitels

Aus der starken Ähnlichkeit der systematischen Fehler mit und ohne a priori Korrektur ist zu schließen, daß bei ÜWW mit der a priori Korrektur nur ein Teil der tatsächlich wirksamen Verzeichnungseinflüsse erfaßt werden konnte. Ob als Ursache dafür eine ungenaue Kalibrierung im Labor oder eine zeitliche Veränderung der Kalibrierungsdaten in Frage kommt, läßt sich hier nicht zweifelsfrei klären, da eine Überprüfung der Kammer nach dem Bildflug nicht stattgefunden hat. Im Prinzip sind auch andere gleichartige Fehlereinflüsse denkbar (z.B. Durchbiegung der Andruckplatte usw.).

Als Folgerung sollte künftig den technischen Daten des Aufnahmesystems generell größere Beachtung geschenkt werden (Einbau der Kammer im Bildflugzeug, Zeitpunkt der Kammerkalibrierung, Filter/Abdeckglas, Kassette bzw. Kassettenwechsel usw.).

#### 4. Wirksamkeit der Korrektur systematischer Bildfehler

Die bei beiden Bildflügen festgestellten systematischen Bildfehler lassen im Falle ihrer Korrektur eine deutliche Genauigkeitssteigerung erwarten. Wie groß dieser für die Praxis interessante Genauigkeitsgewinn tatsächlich ist und welche Besonderheiten der Bildfehler für eine möglichst optimale Ausnutzung des Genauigkeitspotentials zu beachten sind, darüber gibt die folgende Untersuchung Auskunft. Es ist dabei nicht beabsichtigt, Vorschläge für einen möglichst umfassenden Parameteransatz zur simultanen Selbstkalibrierung zu unterbreiten bzw. in der Praxis übliche Ansätze auf ihre Vollständigkeit hin zu überprüfen oder zu beurteilen.

##### 4.1 Korrekturverfahren

Die Korrektur der systematischen Bildfehler läßt sich in Analogie zu dem für ihre Ermittlung angewandten Analyseverfahren relativ einfach durchführen. Da bei der Bestimmung der systematischen Bildfehler jeder Punkt einem bestimmten Bildbereich zugeordnet ist, kann die Korrektur der Bildkoordinaten durch einfache Addition der für diesen Bereich berechneten systematischen Fehleranteile erfolgen.

Berücksichtigen wir, daß die systematischen Fehler  $s_x$  und  $s_y$  das Vorzeichen von Verbesserungen tragen, dann erhalten wir die korrigierten Bildkoordinaten aus folgender Gleichung

$$\bar{x}_j = x_j + s_{xj} \quad (3.4a)$$

$$\bar{y}_j = y_j + s_{yj} \quad (3.4b)$$

- $j$  = Index des Bildbereiches ( $j = 1 \dots 41$ )
- $x, y$  = ursprüngliche reduzierte Bildkoordinaten
- $\bar{x}, \bar{y}$  = korrigierte Bildkoordinaten
- $s_x, s_y$  = systematische Bildfehler

Mit den nach den Gleichungen (3.4a) und (3.4b) verbesserten Bildkoordinaten wird die Berechnung der räumlichen Rückwärtsschnitte wiederholt, die Restfehler werden erneut auf systematische Fehler analysiert und falls notwendig, wird eine erneute Ausgleichung berechnet. Die Korrektur erfolgt hier iterativ, weil die systematischen Fehler nicht wie bei der simultanen Selbstkalibrierung direkt in den Ausgleichungsansatz eingehen und so auch nicht der Minimumsbedingung bei der Ausgleichung unterliegen. Beim vorliegenden Datenmaterial genügte jedoch bereits eine Iteration; die nach einer weiteren Iteration aufgetretenen Änderungen waren nicht mehr signifikant.

#### 4.2 Genauigkeit nach der Korrektur systematischer Bildfehler

Die Kompensation der systematischen Bildfehler wurde bei beiden Befliegungen jeweils getrennt nach sämtlichen der in Abschnitt 3.4.2 beschriebenen Analyseversionen durchgeführt. Als Vergleichskriterium für die Genauigkeit mit und ohne Berücksichtigung der systematischen Fehler dient der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $\hat{\sigma}_0$  der Einzelbildorientierung, der hier mit dem Mittelwert der Restfehler  $\mu_{x,y}$  gleichzusetzen ist, da alle Punkte Paßpunkte sind. Die Darstellung der Ergebnisse beschränkt sich hier auf die quadratischen Mittelwerte für  $\bar{\sigma}_0$  aus jeweils allen Bildern einer Befliegung. Die Werte sind in Tabelle 3.6 für WW und ÜWW für jeweils sämtliche Versionen 1 - 7 zusammengestellt. Als Ergänzung zeigt die Abbildung 3.9 die für verschiedene Bildgruppen erzielten Genauigkeitssteigerungen in Abhängigkeit von der Anzahl der gemeinsam untersuchten Bilder.

Gesamtflugweise Korrektur: Bei einer Korrektur der über den Bildflug konstanten systematischen Fehler (= Trend) wird die Bildkoordinatengenauigkeit im Mittel bei WW von 3.5  $\mu\text{m}$  auf 3.0  $\mu\text{m}$  und bei ÜWW von 5.2  $\mu\text{m}$  auf 4.1  $\mu\text{m}$  verbessert. Dies entspricht einer mittleren Genauigkeitssteigerung um den Faktor 1.2 bei WW und dem Faktor 1.3 bei ÜWW.

Die hier erzielten Bildkoordinatengenauigkeiten stehen in Einklang mit Ergebnissen die bei vergleichbaren Untersuchungen erreicht worden sind (KUPFER [51], MAUELSHAGEN [58]).

Korrektur systematischer Bildfehler für verschiedene Bildgruppen: Die in Tabelle 3.6 sowie in Abbildung 3.9 dargestellten Ergebnisse lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

- Bei einer Korrektur der für verschiedene Bildgruppen ermittelten systematischen Bildfehler (Trend + variabler Signalanteil) ergeben sich bei WW und ÜWW durchweg noch größere Genauigkeitssteigerungen als bei einer gesamtflugweisen (Trend-)Korrektur nach Version 1.
- Die Genauigkeitsverbesserungen sind umso größer, je kleiner die Anzahl der Aufnahmen einer Subgruppe gewählt wird. Sie bestätigen damit die in Abschnitt 3.6.3 festgestellten Phänomene über die Variation der Bildfehler. Insgesamt zeigt sich eine bemerkenswert gute Übereinstimmung des Genauigkeitsverhaltens zwischen WW und ÜWW. Die entsprechenden Kurven für die relative Genauigkeits-

steigerung in Abbildung 3.9 verlaufen genau parallel und weisen für ÜWW eine geringfügig höhere Effektivität der Kompensation systematischer Fehler aus (die Differenz der relativen Genauigkeitsverbesserung beträgt konstant 0.1).

- Die größte Genauigkeitssteigerung ist erwartungsgemäß bei Version 7 (Einzelbild) zu verzeichnen, wenn der Gesamtanteil aller systematischen Fehlereinflüsse (Trend + Signal) eliminiert wird. Gegenüber der Ausgleichung ohne Korrektur systematischer Bildfehler wird die Bildkoordinatengenauigkeit bei WW von  $3.5 \mu\text{m}$  auf  $1.8 \mu\text{m}$  verbessert (Faktor 1.9) und bei ÜWW von  $5.3 \mu\text{m}$  auf  $2.7 \mu\text{m}$  (Faktor 2.0).
- Die bei Version 7 erreichten Genauigkeiten von  $1.8 \mu\text{m}$  bei WW sowie  $2.7 \mu\text{m}$  bei ÜWW signalisieren gleichzeitig den Noise der Bildkoordinaten. Beide Werte dürften in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel der Kammern aus betrachtet, den Grenzwert der für die Auswertung von Luftbildern erreichbaren Genauigkeit darstellen. (Die Minimalwerte für  $\hat{\sigma}_0$  betragen in einzelnen Bildern bei WW  $1.4 \mu\text{m}$  und bei ÜWW  $2.0 \mu\text{m}$ .)

Bezeichnenderweise zeigt sich bei dieser Version eine deutlich bessere Homogenität der Bildkoordinatengenauigkeit. Während die maximale Differenz zwischen kleinstem und größtem  $\hat{\sigma}_0$ -Wert der 60 Bilder einer Befliegung ohne Korrektur systematischer Fehler bei WW (ÜWW)  $3.3 \mu\text{m}$  ( $3.9 \mu\text{m}$ ) erreicht, geht sie nach der Korrektur auf  $1.0 \mu\text{m}$  ( $2.0 \mu\text{m}$ ) zurück.

- Bei den Einzelergebnissen fällt besonders die für die flugrichtungsweise Korrektur der systematischen Fehler erzielte Genauigkeitssteigerung auf, die für beide Befliegungen diejenige von Version 3 mit der gleichen Anzahl von Aufnahmen pro Bildgruppe übertrifft. Die für die Flugrichtungen erzielte Genauigkeitszunahme übersteigt ebenfalls bei WW und ÜWW das Ergebnis bei Version 4 (jeweils 12 auf dem Film folgende Bilder) und erreicht den gleichen Wert wie die Version 5 (nur jeweils 6 auf dem Film benachbarte Bilder).

Eine Verkleinerung der Bildgruppen von 15 über 12 auf 6 auf dem Film hintereinanderliegende Bilder (Versionen 3, 4, 5) brachte keine nennenswerten zusätzlichen Genauigkeitsverbesserungen.

- Das Genauigkeitsverhältnis zwischen WW und ÜWW bleibt von der Korrektur systematischer Bildfehler weitgehend unbeeinflusst (vgl. Tabelle 3.6). Die Genauigkeit der WW-Aufnahmen ist bei allen Versionen um den Faktor 1.4 - 1.5 höher als diejenige der ÜWW-Aufnahmen.

Analyse-/Korrektur- version (60 Bilder, 1:10800, 69/123 Paßpunkte)	mittl. Gewichts- einheitsfehler <sup>1)</sup>		Genauigkeits- steigerung für $\bar{\sigma}_0$		Vergleich WW - ÖWW $\frac{\bar{\sigma}_{0\text{ÖWW}}}{\bar{\sigma}_{0\text{WW}}}$
	WW	ÖWW	WW	ÖWW	
	$\bar{\sigma}_0$	$\bar{\sigma}_0$			
	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$			
ohne Korrektur syst. Bildfehler	3.5	5.3	-	-	1.5
mit Korrektur syst. Bildfehler					
(1) Gesamtflug	3.0	4.1	1.2	1.3	1.4
(2) Flugrichtungen	2.8	3.9	1.3	1.4	1.4
(3) 15 Bilder	2.9	4.0	1.2	1.3	1.4
(4) 12 Bilder	2.9	4.0	1.2	1.3	1.4
(5) 6 Bilder	2.7	3.9	1.3	1.4	1.4
(6) Flugstreifen	2.4	3.5	1.4	1.5	1.4
(7) Einzelbild	1.8	2.7	1.9	2.0	1.5

<sup>1)</sup> quadratische Mittelwerte aus jeweils 60 Bildern

Tab. 3.6 Wirksamkeit der Kompensation systematischer Bildfehler auf die Genauigkeit der räumlichen Rückwärtsschnitte bei verschiedenen Bildgruppen

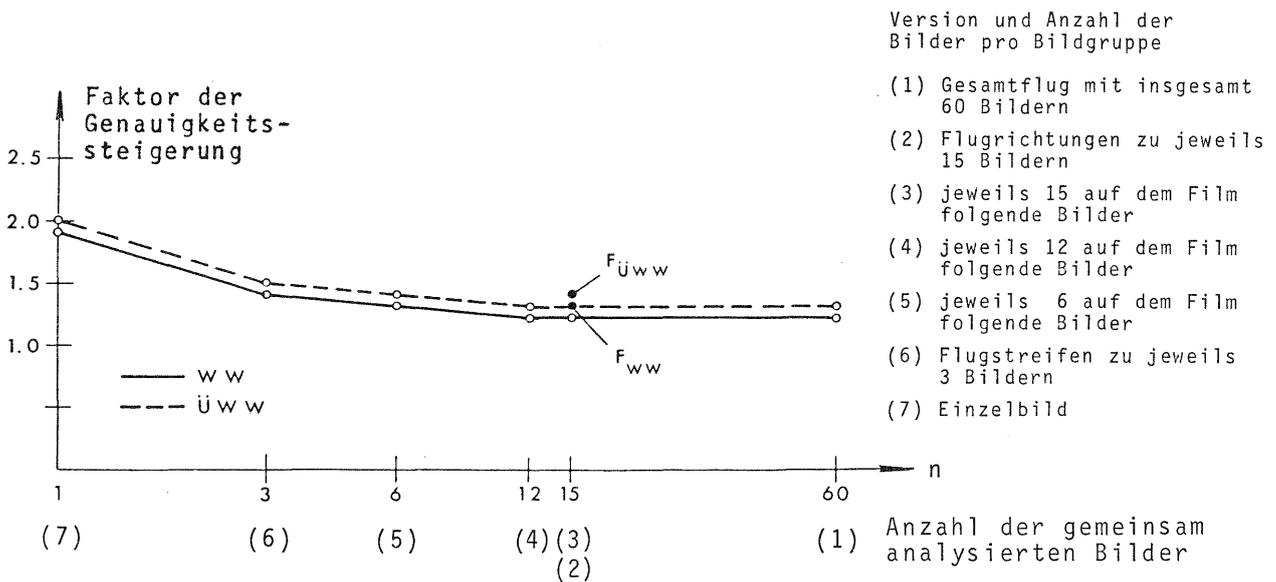


Abb. 3.9 Wirksamkeit der bildgruppenweisen Kompensation systematischer Bildfehler in Abhängigkeit von der Anzahl gemeinsam analysierter Bilder

## 5. Auswirkungen der systematischen Bildfehler auf das photogrammetrische Modell

Das photogrammetrische Modell bildet die Grundeinheit für die Stereoauswertung und hat nach wie vor große praktische Bedeutung. Deswegen soll im folgenden kurz der Einfluß der bei dieser Untersuchung festgestellten systematischen Bildfehler auf das Einzelmodell abgeschätzt werden.

Eine derartige Untersuchung bot sich an, weil mit dem vorliegenden Bildmaterial wesentlich mehr Punkte pro Modell zur Verfügung stehen, als dies bei den bislang empirisch untersuchten Aerotriangulationsbeispielen der Fall war. Anhand der Ergebnisse ist eine Aussage darüber möglich, ob die im Standardfall der Aerotriangulation mit Modellen üblichen 6 Punkte pro Modell für eine Beschreibung der Modelldeformation ausreichend sind oder nicht.

Untersuchungen: Für die Berechnung der Modelldeformationen wurden sämtliche 41 Bildpunkte herangezogen, für die die systematischen Bildfehler bekannt sind. Bei einer angenommenen Längsüberdeckung der Bilder von 60 % wird das Bildpaar dementsprechend durch 23 Punkte realisiert (die Verteilung der Punkte ist aus Abb. 3.10 zu ersehen).

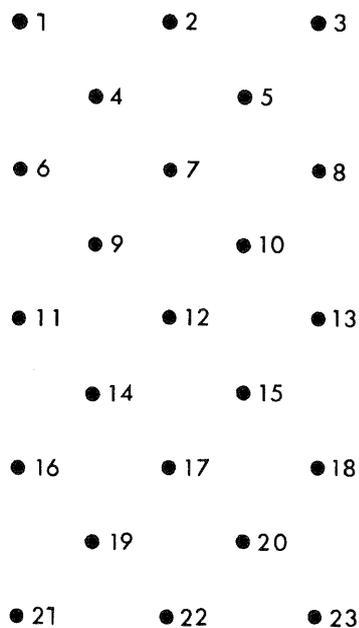


Abb. 3.10

Verteilung der Punkte im photogrammetrischen Modell

Die Bestimmung der systematischen Modellfehler gliedert sich in folgende Schritte:

- Überlagerung der fehlerfrei angenommenen Bildkoordinaten der 41 Bildpunkte mit den aus der Gesamtfluganalyse vorliegenden systematischen Bildfehlern (Version 1, s. Abschnitt 3.6.1),
- relative und absolute Orientierung des Modells, wobei alle Punkte Paßpunkte sind.

Die systematischen Modellfehler ergeben sich dann in Lage und Höhe direkt als Verbesserungen (Restfehler) der Modellpunkte nach der absoluten Orientierung.

Die Untersuchung der Modelldeformationen erfolgt bei WW und ÜWW jeweils mit den systematischen Bildfehlern, die sich mit und ohne a priori Korrektur der Bildkoordinaten ergeben haben.

Ergebnisse: Die Hauptergebnisse dieser Untersuchung sind in den Tabellen 3.6 und 3.7 sowie in Abbildung 3.11 dargestellt. Die Tabelle 3.6 enthält jeweils für WW und ÜWW die Mittel- und Maximalwerte der systematischen Modellfehler in Lage und Höhe, sowie die systematischen Fehler der Projektionszentren. In Tabelle 3.7 sind die systematischen Modelldeformationen in der Höhe wegen ihrer Besonderheiten vollständig für alle 23 Punkte aufgeführt. Die Abbildung 3.11 zeigt die Modellfehler in Form von Deformationsbildern, die allerdings aus Gründen der besseren Übersichtlichkeit nur für 15 Modellpunkte gezeichnet wurden.

Diskussion der Ergebnisse: Die erhaltenen Ergebnisse bedeuten in verschiedenen Punkten eine Ergänzung des bisherigen Wissens über die Eigenschaften der systematischen Modellfehler. Die interessantesten Resultate sind nachfolgend aufgeführt:

- Die Auswirkungen der systematischen Bildfehler auf das photogrammetrische Modell sind in Lage und Höhe jeweils klar zu erkennen. Dabei sind die Modelldeformationen in der Höhe generell größer als die der Lage. Dies gilt für WW und ÜWW gleichermaßen.
- Die radialsymmetrischen Korrekturen der Bildkoordinaten kommen ausschließlich einer Verbesserung der systematischen Modellfehler in der Höhe zugute, die Lagefehler werden davon nicht oder nur in ganz geringem Maße beeinflusst. Dieses Verhalten ist ebenfalls bei beiden Kammeren festzustellen.
- In der Höhe können systematische Modelldeformationen auftreten, die mit den bisher gebräuchlichen, auf den Standardfall der Aerotriangulation mit 6 Punkten pro Modell abgestimmten Parameteransätzen nicht vollständig kompensierbar sind.
- Für die systematischen Fehler an den Projektionszentren sind keine einheitlichen Aussagen möglich. Während sich bei WW in der Lage im Verhältnis zu den Modellpunkten unerwartet große systematische Fehler ergeben, unterscheiden sich die systematischen Fehler der Projektionszentren bei ÜWW generell nur gering von denjenigen der Modellpunkte.

# SYSTEMATISCHE MODELLFEHLER

## WEITWINKEL

a priori  
Korrektur:

mit

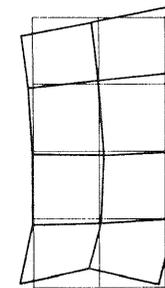
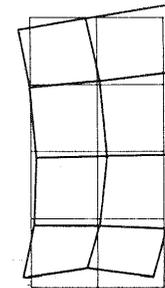
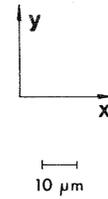
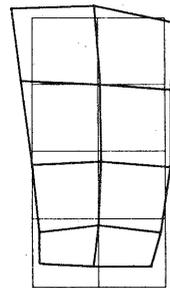
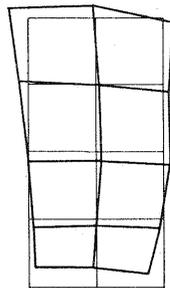
ohne

## ÜBERWEITWINKEL

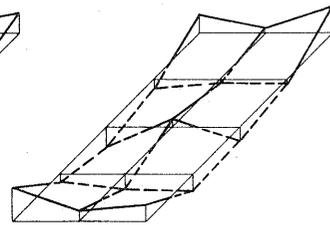
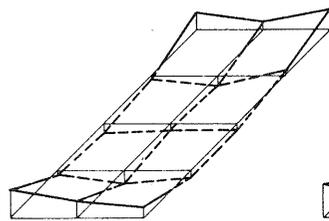
mit

ohne

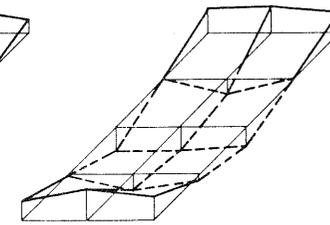
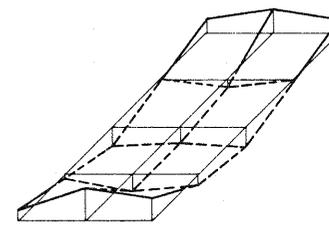
## LAGE



## HÖHE



10 μm



10 μm

20 μm (!)

Abb. 3.11 Auswirkungen der systematischen Bildfehler auf das photogrammetrische Modell

Kammer	Systematische Bildfehler Mittelwerte		Absolute Orientierung des Modells		Systematische Modellfehler						Syst. Fehler der Projektionszentren		
	$s_x$	$s_y$	$\sigma_{oL}$	$\sigma_{oH}$	Mittelwerte			Maximalwerte			$X_o$	$Y_o$	$Z_o$
	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	x	y	z	x	y	z	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$	$\mu\text{m}$
WW RMK A 15/23 a priori Korrektur:													
mit	1.7	1.6	3.0	4.0	2	3	3	6	6	8	5	24	2
ohne	2.0	1.9	3.0	4.0	2	3	4	6	7	10	35	26	3
ÖWW RMK A 8.5/23 a priori Korrektur:													
mit	4.0	2.3	3.0	5.0	2	2	5	4	5	10	4	5	5
ohne	7.8	5.1	3.0	11.0	2	2	10	5	6	18	6	3	11

Tab. 3.7 Auswirkungen der systematischen Bildfehler auf das photogrammetrische Modell

Systematische Modellfehler in der Lage: Der aus den systematischen Bildfehlern resultierende mittlere Gewichtseinheitsfehler der Modellkoordinaten beträgt in der Lage unabhängig von der Größe der systematischen Bildfehler bei WW und ÖWW jeweils  $3 \mu\text{m}$ . Dieses konstante Verhalten ist auch bei den Maximalwerten festzustellen, die in allen Fällen deutlich unter  $10 \mu\text{m}$  bleiben (s. Tab. 3.7). Interessanterweise sind bei ÖWW die Maximalwerte generell und die Mittelwerte der Modelldeformationen teilweise kleiner als bei WW, obwohl die systematischen Bildfehler erheblich größere Beträge aufweisen (s. Tab. 3.7).

Die in Abbildung 3.11 dargestellten Modelldeformationen lassen sowohl bei WW als auch bei ÖWW nur geringe Abweichungen zwischen den Versionen mit und ohne a priori Korrekturen erkennen. Der Deformationstyp ist bei WW eine typische Trapezform, bei ÖWW sind zusätzlich leichte Ansätze einer Verwindung und Durchbiegung zu erkennen. Die geometrische Form der Deformation ist über das gesamte Modell betrachtet bei beiden Kammer relativ einfach und dürfte, was besonders wichtig ist, bereits mit den 6 Standardpunkten hinreichend genau zu erfassen sein.

Die hier ermittelten Modelldeformationen weisen eine gute Übereinstimmung mit Ergebnissen auf, die sich bei empirischen Untersuchungen von photogrammetrischen Blöcken ergeben haben (Oberschwaben, Appenweier, SCHILCHER [76], HAUG [39], EBNER [21]).

Systematische Modellfehler in der Höhe: Die systematischen Modellfehler in der Höhe sind bei beiden Kammern eindeutig größer als die in der Lage (s. Tab. 3.7). Als weiterer Gegensatz zur Lage zeigen die Höhenfehler eine wesentlich stärkere Abhängigkeit von der Größe der systematischen Bildfehler. Dies verdeutlichen sowohl die Mittelwerte als auch die Maximalfehler in Tabelle 3.7, die bei WW Beträge bis zu 10  $\mu\text{m}$  und bei WW sogar bis zu 18  $\mu\text{m}$  ausweisen.

Die Notwendigkeit radialsymmetrischer Korrekturen wird durch die teilweise erheblich größeren Fehler im Falle der Nichtberücksichtigung nachdrücklich unterstrichen. Welche Wirkung im einzelnen durch die a priori Korrektur zu erzielen ist, zeigt anschaulich die Gegenüberstellung der Deformationsbilder in Abbildung 3.11.

Der aus Abbildung 3.11 erkennbare Typ für die Modelldeformationen in der Höhe zeigt, falls wir uns auf die 6 Standardpunkte beschränken, die bereits aus anderen Untersuchungen bekannte starke Durchbiegung in der Modellmitte (SCHILCHER [76], HAUG [39]). Die systematischen Fehler an den Zwischenpunkten weisen jedoch darauf hin, daß innerhalb des Modells in erheblichem Maße zusätzliche Deformationen wirksam sind, die sich in den meisten Fällen deutlich von den Werten unterscheiden, die sich aus einer linearen Interpolation zwischen den 6 Standardpunkten ergeben würden. Hieraus folgt, daß sich die Modellverbiegungen in der Höhe durch die 6 Standardpunkte des Modells nur ungenügend charakterisieren lassen (vgl. hierzu auch die Einzelwerte der 23 Punkte in Tab. 3.8 mit der zugehörigen Abb. 3.11).

Modellpunkt	Systematische Modellfehler in der Höhe in $\mu\text{m}$			
	Mit und ohne radialsymmetrische Korrekturen			
	Weitwinkel		Überweitwinkel	
	mit	ohne	mit	ohne
1	5	5	4	14
2	2	1	7	15
3	6	8	4	11
4	-1	-2	3	4
5	2	1	4	5
6	-1	-3	-0	0
7	-3	-1	-2	-8
8	1	-1	0	0
9	-3	-2	-3	-11
10	-1	1	-4	-11
11	-3	-6	-6	-13
12	-2	2	-5	-13
13	-2	-4	-6	-11
14	-3	-1	-5	-11
15	-5	-2	-6	-12
16	-1	-2	-1	-1
17	-4	-4	-5	-9
18	-2	-5	-3	-3
19	1	-0	5	6
20	-1	-3	1	4
21	8	10	3	11
22	5	3	10	18
23	3	5	7	14

Dieses Verhalten der systematischen Modellfehler in der Höhe bildet auch einen Grund dafür, daß die bislang auf der Basis von nur 6 Punkten pro Modell erzielten Genauigkeitssteigerungen in der Höhe teilweise deutlich hinter denen in der Lage zurückbleiben (HAUG [39], SCHILCHER [76]).

Tab. 3.8  
Systematische Modellfehler in der Höhe

## 6. Zusammenfassung und Wertung der Ergebnisse über die Bestimmung und Korrektur systematischer Bildfehler

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die Ergebnisse dieser Untersuchung eine Ergänzung bisheriger Kenntnisse über Eigenschaften systematischer Bildfehler darstellen. Da das Meßbild die Grundlage aller photogrammetrischen Auswertungen bildet, sind die erhaltenen Resultate auch für das Einzelmodell sowie für die Aerotriangulation im Bildverband von großer Wichtigkeit. Aus den teilweise sehr klaren Hinweisen über das Verhalten der systematischen Fehler ergeben sich beispielsweise nützliche Informationen für die Entwicklung leistungsfähiger Korrekturansätze für die simultane Selbstkalibrierung.

Für die allgemeine Wertung der hier gewonnenen Erfahrungen ist wichtig, daß sie auf der Untersuchung von zwei voneinander unabhängigen Beispielen beruhen, deren Stichprobenumfang bei jeweils 5000 gemessenen Punkten liegt. Als wertvoll hat sich der Umstand erwiesen, daß bei dem untersuchten Datenmaterial pro Bild wesentlich mehr Punkte zur Verfügung standen, als dies normalerweise in der Aerotriangulation der Fall ist.

Die folgende Zusammenstellung soll noch einmal die wichtigsten Punkte herausstellen:

- Bei Anwendung des konventionellen mathematischen Modells ist damit zu rechnen, daß systematische Bildfehler in Erscheinung treten, die den Anteil der zufälligen Fehler erheblich übersteigen. Eine Verfeinerung des Funktionalmodells zur Elimination systematischer Fehlereinflüsse führt deshalb zu einer Genauigkeitssteigerung von beachtlicher Größe. Die Kompensation systematischer Fehler ist als Standardverfahren zu empfehlen.
- Im Sinne der Statistik setzen sich die systematischen Bildfehler zusammen aus einem Trendanteil der über den Bildflug konstant ist, und einem Signalanteil der die Variation der Bilddeformation beschreibt. Der Signalanteil (= korrelierte Anteil) ist umso größer, je kleiner die Anzahl der Aufnahmen pro Subgruppe gewählt wird und kann im Einzelfall sogar den Trendanteil übersteigen. Trend- und Signalanteil zusammen sind bei dem hier untersuchten Datenmaterial zweier Befliegungen jeweils erheblich größer als der Noise der Bildkoordinaten und selbst der Signalanteil für sich betrachtet überwiegt noch deutlich den Noise.
- Der Noise der Bildkoordinaten beträgt bei WW im Mittel für x und y (aus 60 Bildern) 1.8  $\mu\text{m}$ , für ÜWW 2.7  $\mu\text{m}$ . Auch wenn diese Werte unter besonders günstigen, für die Praxis nicht unbedingt typischen Bedingungen erzielt worden sind, können sie dennoch als Richt- und Grenzwert für die Leistungsfähigkeit der photogrammetrischen Punktbestimmung gelten.
- Die systematischen Bildfehler sind an das Kamera-System gebunden und deshalb in Größe und Typ zwischen WW und ÜWW verschieden. Die Homogenität der Bildfehler in Abhängigkeit von ihrer Lage im Bild ist geringer als angenommen. Für die praktische Anwendung ist wichtig, daß Bilddeformationen auftreten können, die mit den üblichen, für den Standardfall der Bündeltriangulation mit 9 Punkten pro Bild konzipierten Parameteransätzen nur unzureichend erfaßbar sind.

- Die Konstanz der systematischen Bildfehler innerhalb einer Befliegung ist keineswegs so groß, wie nach den Erfahrungen anderer empirischer Untersuchungen zu erwarten war (HAUG [39], u.a.). Zwar läßt sich mit einer bildfluginvarianten Korrektur bereits ein wesentlicher Teil der systematischen Fehler erfassen, darüber hinaus scheint jedoch vor allem die Einführung flugrichtungsbezogener Parametergruppen weiteren Erfolg zu versprechen. Ob sich in der Praxis die Berücksichtigung eigener Parametergruppen auch für einzelne Flugstreifen realisieren läßt, dürfte nicht zuletzt weitgehend davon abhängen, ob für eine geometrisch ausreichende Bestimmbarkeit genügend Bilder bzw. Bildpunkte vorhanden sind.
  - Systematische Fehlereinflüsse sollten, wenn möglich, bereits im Meßbild erfaßt werden. Denn Fehler, die im Bild mit 9 Punkten genügend genau zu lokalisieren sind, können im Einzelmodell zu Deformationen in der Höhe führen, die im Standardfall der Aerotriangulation mit 6 Punkten pro Modell und 20 % Querüberdeckung nicht vollständig erfaßbar sind. Die durch Bildfehler hervorgerufenen Modelldeformationen in der Lage sind allerdings auch im Stereomodell hinreichend genau bestimmbar.
  - Die Kompensation systematischer Bildfehler bewirkt bei einem bildfluginvarianten Ansatz eine Steigerung der Bildkoordinatengenauigkeit um den Faktor 1.2 bzw. 1.3 (WW: von 3.5  $\mu\text{m}$  auf 3.0  $\mu\text{m}$ ; ÜWW: von 5.3  $\mu\text{m}$  auf 4.1  $\mu\text{m}$ ). Gelingt es, alle systematischen und lokalsystematischen Einflüsse zu beseitigen, erreicht der Genauigkeitszuwachs trotz des bereits vorhandenen hohen Genauigkeitsniveaus sogar den Faktor 2.
- Das für die Erfassung und Korrektur systematischer Fehler angewandte Analyseverfahren hat sich als sehr leistungsfähig und für die Untersuchungen geeignet erwiesen. Dennoch ist denkbar, daß diese Methode in besonderen Fällen lediglich als Komponente eines strengeren Korrekturverfahrens eingesetzt wird. Mit den Ergebnissen der Analyse kann z.B. die Wahl geeigneter Parametergruppen für eine simultane Selbstkalibrierung erleichtert werden. Gegebenenfalls können die Ergebnisse auch als a priori bekannte Korrekturwerte in eine Ausgleichung mit zusätzlichen Parametern mit eingeführt werden.
- Das Genauigkeitsverhältnis zwischen WW und ÜWW ist von der Korrektur systematischer Fehler unabhängig. Die Untersuchungsergebnisse zeigen eine konstante Überlegenheit der WW-Kammer um den Faktor 1.5. Der hier festgestellte Genauigkeitsunterschied bildet keineswegs eine Ausnahme, sondern reiht sich ein in die Erfahrungen anderer empirischer Untersuchungen. Die theoretischen Genauigkeitserwartungen für ÜWW sind offensichtlich zu optimistisch, fehlt ihnen doch bislang die entsprechende Bestätigung bei empirischen Versuchen.

Nach den Untersuchungen dieses Kapitels, die sich mit der Erfassung und Korrektur systematischer Bildfehler vorwiegend auf das Funktionalmodell des Meßbildes konzentrierten, befaßt sich das folgende Kapitel IV mit der Genauigkeitsstruktur des Bildes, d.h. mit den stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten. Im Vordergrund steht dabei die Genauigkeitsverteilung im Bild und die Bestimmung der Korrelation innerhalb des Bildes und zwischen Nachbarbildern.

#### IV. STOCHASTISCHE EIGENSCHAFTEN DER BILDKOORDINATEN

##### 1. Übersicht und Grundlagen zur empirischen Korrelationsanalyse

###### 1.1 Vorbemerkungen

Die Untersuchungen dieses Kapitels gelten dem stochastischen Modell, das heißt der empirischen Schätzung von Varianzen und Kovarianzen der Bildkoordinaten beliebiger Punkte im Bild und zwischen verschiedenen Bildern. Wünschenswert wären Informationen über die stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten nach der inneren Orientierung der Bilder, so wie sie als Beobachtungen im Sinne der Ausgleichung Verwendung finden für die analytische Orientierung von Bildern einzeln oder im Bildverband. Eine direkte Schätzung der gesuchten Parameter ist jedoch nicht realisierbar, da die vorliegenden empirischen Vergleichsdaten nach der inneren Orientierung noch den Einfluß der äußeren Orientierung enthalten. Die Bestimmung von Varianzen und Kovarianzen ist deshalb erst mit den nach der äußeren Orientierung verfügbaren Fehlern der Bildkoordinaten möglich.

Der experimentelle Versuch ist nun so angelegt, daß durch eine hohe Redundanz bei der Ausgleichung der überbestimmten Einzelbildorientierungen die Abweichungen zwischen den tatsächlichen Fehlern der Meßgrößen und den nach der Orientierung vorliegenden Restfehlern nur sehr klein sind. Konkret stehen pro Bild zwischen 70 und 120 Paßpunkte zur Verfügung, so daß sich bei 6 unbekanntem Orientierungsparametern im Einzelfall eine Redundanz zwischen etwa 130 und 230 ergibt. Der Einfluß der Unbekannten auf die einzelnen Beobachtungen bzw. Verbesserungen ist somit gering. Durch die große Anzahl von Paßpunkten pro Bild ist gleichzeitig auch sichergestellt, daß sich eventuelle Ungenauigkeiten einzelner Paßpunkte und sonstige Fehler nur sehr gering auf die Genauigkeitsstruktur des Bildes auswirken können.

Durch die Schätzung der stochastischen Parameter nach der analytischen Einzelbildorientierung beziehen sich die Ergebnisse auf das der Ausgleichung zugrundegelegte Funktionalmodell. Der Dualität funktionaler und stochastischer Modelle entsprechend wird die Untersuchung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten jedoch nicht auf ein bestimmtes Funktionalmodell beschränkt, sondern auf verschiedene Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells ausgedehnt. Die Analyse erstreckt sich

1. auf den Fall des besonders einfachen Funktionalmodells ohne a priori Berücksichtigung radialsymmetrischer Fehlereinflüsse an den Bildkoordinaten,
2. auf den bisherigen Standardfall der analytischen Auswertung unter a priori Berücksichtigung der radialen Bildfehler, jedoch ohne weitergehende Korrekturen wegen systematischer Bildfehler und
3. auf den Fall der zusätzlichen Korrektur systematischer Bildfehler durch Selbstkalibrierung.

Die Darstellung der stochastischen Parameter der Bildkoordinaten erfolgt in Form einer Varianz-Kovarianz-Matrix für diskrete, das Bild repräsentierende Punkte.

In Anlehnung an die in der Praxis auftretenden Fälle der photogrammetrischen Punktbestimmung werden die stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten im Einzelbild, beim Bildpaar sowie im Bildverband als Funktion des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film untersucht.

## 1.2 Grundlagen und Methode der Korrelationsanalyse

### 1.2.1 Definitionen

Die stochastischen Größen Varianz, Kovarianz und Korrelationskoeffizient sind in der Statistik wie folgt definiert (Literatur: MIKHAIL/ACKERMANN [66], SACHS [74]):

Varianz:

$$\text{var}(x) = \sigma_x^2 = E\{(X-E(x))^2\} \quad (4.1)$$

Kovarianz:

Für die Kovarianz zweier Zufallsvariablen  $x$  und  $y$  gilt

$$\text{cov}(x,y) = \sigma_{xy} = E\{(X-E(x))(Y-E(y))\} \quad (4.2)$$

Korrelationskoeffizient:

$$r_{xy} = E\left\{\frac{(X-E(x))}{\sigma_x} \cdot \frac{(Y-E(y))}{\sigma_y}\right\} \quad (4.3a)$$

$$= \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (4.3b)$$

Für den Korrelationskoeffizienten  $r$  gilt:

a)  $-1 \leq r \leq +1$

b) für  $r=0$  folgt die stochastische Unabhängigkeit von zweidimensional normalverteilten Zufallsvariablen  $x$  und  $y$ .

Die zufälligen Variablen  $x$  und  $y$  sind also umso stärker korreliert, je näher  $|r|$  bei 1 liegt. Der Unterschied zwischen positiver und negativer Korrelation besteht nicht in der Stärke des stochastischen Zusammenhangs, sondern in der Richtung.

Im vorliegenden Falle erfolgt die Schätzung der stochastischen Parameter nicht mit den ursprünglichen Meßwerten  $X_i$ , sondern mit den nach der Ausgleichung der überbestimmten Einzelbildorientierungen vorliegenden Verbesserungen  $v_i$  der Paßpunkte. Diese Werte können unter den gegebenen Umständen hinreichend als wahre bzw. quasiwahre Fehler,  $\varepsilon_i$  ( $\varepsilon_i = -v_i$ ) interpretiert werden (s. Ausführungen in Kap. III, Abschn. 1).

Für wahre Fehler  $\varepsilon_i$  gilt

$$\varepsilon_i = X_i - x . \quad (4.4)$$

Können wir nun voraussetzen, daß die Meßwerte  $X_i$  trendfrei (biasfrei) sind, dann gilt für den Erwartungswert

$$E(X) = x \quad (4.5)$$

und damit für die wahren Fehler

$$E(\varepsilon) = E(X) - x , \quad (4.6)$$

d. h. wenn  $X_i$  trendfrei ist, folgt nach Gleichung (4.5) für den Erwartungswert der wahren Fehler

$$E(\varepsilon) = 0 . \quad (4.7)$$

Eingesetzt in die Gleichungen 4.1 und 4.2 ergibt dies für die Schätzung der Varianzen und Kovarianzen

Varianz:

$$\sigma_x^2 = E\{(X-x)^2\} \quad (4.8a)$$

$$= E(\varepsilon_x^2) = \frac{1}{n} \sum \varepsilon_x \varepsilon_x \quad (4.8b)$$

Kovarianz:

$$\sigma_{xy} = E\{(X-x)(Y-y)\} \quad (4.9a)$$

$$= E(\varepsilon_x \varepsilon_y) = \frac{1}{n} \sum \varepsilon_x \varepsilon_y \quad (4.9b)$$

Die Bedingung trendfreier Beobachtungen wird beim vorliegenden Datenmaterial nach der Elimination systematischer Bildfehler streng erfüllt. Die angegebenen Gleichungen (4.8b) und (4.9b) sind gültig, sowohl für den Fall der Korrektur des über den Bildflug konstanten Trendanteils als auch für den Sonderfall der Korrektur des gesamten Trend- und Signalanteils in jedem Bild einzeln (s. Beschreibung in Kap. III, Abschn. 3). Bei den berechneten Varianzen und Kovarianzen handelt es sich somit um zentrale Momente 2. Ordnung.

Wie bereits angedeutet, ist mit dieser Studie jedoch auch die Bestimmung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten ohne vorherige Trendkorrektur beabsichtigt. Dieser Fall ist von gewissem praktischen Interesse, da in der Praxis die Kompensation systematischer Fehler nicht immer möglich ist und dann bei einem strengen Ansatz des mathematischen Modells mit den entsprechen-

den Varianzen und Kovarianzen gearbeitet werden müßte. Bestimmen wir die Trendfunktion nur für das vorliegende begrenzte Datenmaterial einer Befliegung, dann wird die Bedingung  $E(\epsilon) = 0$  nicht streng erfüllt und die berechneten Varianzen und Kovarianzen müßten dementsprechend als nicht-zentrale Momente 2. Ordnung gelten.

Nun hat aber bereits die Diskussion in Kapitel III gezeigt, daß die Festlegung des Trends und damit verbunden die Abgrenzung zwischen funktionalem und stochastischem Anteil bei begrenztem Datenmaterial problematisch ist. Die Festsetzung des Trends unterliegt mehr oder weniger einer gewissen Willkür, ob wir nun die dafür maßgebende Stichprobe, wie in Kapitel III geschehen, nur auf gemeinsame Bilder jeweils eines Flugstreifens, einer Flugrichtung, oder auf alle Bilder einer Befliegung begrenzen, oder ob wir sie auf sämtliche mit einer Kammer in einem bestimmten Zeitraum erfliegenen Bilder erweitern, oder als weitere Möglichkeit sogar auf die Aufnahmen mehrerer Kammern verschiedener Bildflüge ausdehnen. EBNER [22] schlägt in diesem Zusammenhang vor, die in der analytischen Photogrammetrie auftretenden systematischen Bildfehler im Sinne der Kollokation als Signalfunktion mit dem Erwartungswert  $E(s) = 0$  aufzufassen. Er begründet seinen Vorschlag damit, daß die systematischen Fehler über mehrere Bildflüge hinweg betrachtet zufälligen Charakter besitzen und im allgemeinen nur die Größe von zufälligen Fehlern erreichen.

Machen wir uns diese Betrachtungsweise zu eigen, dann bedeutet dies, daß die wahren Fehler der Bildkoordinaten nach der Einzelbildorientierung zumindest hypothetisch die Bedingung  $E(\epsilon) = 0$  erfüllen, selbst für den Fall eines Verzichts auf eine Kompensation systematischer Fehler. Damit folgt gleichzeitig, daß auch die ohne zusätzliche Korrektur systematischer Fehler berechneten Varianzen und Kovarianzen bei dieser Untersuchung als zentrale Momente 2. Ordnung gelten können.

### 1.3 Stichproben und Zuordnung von Wertepaaren

1.3.1 Die bisher angegebenen Gleichungen für die Bestimmung der stochastischen Größen beschränken sich auf die Varianz und Kovarianz der Bildkoordinaten eines Punktes. Ziel der Untersuchung ist jedoch die Ermittlung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten zwischen beliebigen Punkten im Bild und zwischen verschiedenen Bildern.

Die Bestimmung der Kovarianzen oder Korrelationen zwischen den Bildkoordinaten zweier repräsentativer Punkte  $j$  und  $k$  in allen Bildern  $i$  läßt sich als mehrdimensionales Problem allgemein wie folgt darstellen:

$$\text{cov}(j,k) \quad \text{bzw.} \quad r_{jk} = f(x_j, y_j, x_k, y_k) \quad (4.10)$$

Um die Schätzung der Kovarianzen den angegebenen Grundgleichungen (4.8b) und (4.9b) entsprechend durchführen zu können, ist eine eindeutige Zuordnung von entsprechenden Wertepaaren ( $j$  und  $k$ ) Voraussetzung.

Gehen wir von einem ideal angelegten experimentellen Versuch aus, bei dem  $n$  Luftbilddaufnahmen  $n$  Wiederholungsmessungen unter sonst völlig identischen Voraussetzungen darstellen, dann ist die Zuordnung von Wertepaaren klar und für die Schätzung der Varianzen und Kovarianzen von zwei Punkten  $j$  ( $x_j, y_j$ ) und  $k$  ( $x_k, y_k$ ), die in  $i$  Bildern vorkommen, gelten folgende Vorschriften:

Varianzen der Bildkoordinaten des Punktes  $j$

$$\sigma_{x_j}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\epsilon_{ij}^x)^2 \quad (4.11a)$$

$$\sigma_{y_j}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\epsilon_{ij}^y)^2 \quad (4.11b)$$

mit  $i$  = Index der Bilder ( $i = 1 \dots n$ )

$n$  = Gesamtzahl der Punkte der Bereiche  $j$  und  $k$   
(sie ist mit der Anzahl der Bilder identisch)

Für die Varianzen des Punktes  $k$  gelten entsprechende Gleichungen.

Kovarianzen der Koordinaten der Bildpunkte  $j$  und  $k$

$$\sigma_{x_j x_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_{ij}^x \epsilon_{ik}^x \quad (4.12a)$$

$$\sigma_{y_j y_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_{ij}^y \epsilon_{ik}^y \quad (4.12b)$$

$$\sigma_{x_j y_k} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \epsilon_{ij}^x \epsilon_{ik}^y \quad (4.12c)$$

Korrelationskoeffizienten zwischen den Koordinaten der Bildpunkte  $j$  und  $k$

$$r_{x_j x_k} = \frac{\sigma_{x_j x_k}}{\sigma_{x_j} \sigma_{x_k}} \quad (4.13a)$$

$$r_{y_j y_k} = \frac{\sigma_{y_j y_k}}{\sigma_{y_j} \sigma_{y_k}} \quad (4.13b)$$

$$r_{x_j y_k} = \frac{\sigma_{x_j y_k}}{\sigma_{x_j} \sigma_{y_k}} \quad (4.13c)$$

Zur Unterscheidung der Kovarianz- und Korrelationsbeziehungen zwischen den Bildkoordinaten zweier Punkte werden im folgenden die Begriffe Autokovarianz und Autokorrelation sowie Kreuzkovarianz oder Kreuzkorrelation verwendet.

Die Autokovarianz oder Autokorrelation bezeichnet hier den statistischen Zusammenhang zwischen verschiedenen Punkten in jeweils der gleichen Koordinatenrichtung ( $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  oder  $r_{xx}$ ,  $r_{yy}$ ) während die Kreuzkovarianz oder Kreuzkorrelation die Beziehungen zwischen beiden Koordinatenrichtungen angibt ( $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yx}$ ,  $r_{xy}$ ,  $r_{yx}$ ).

1.3.2 Ideale experimentelle Voraussetzungen sind nun bei dem vorliegenden Bildmaterial aus der Befliegung des Testfeldes Rheidt in mehrfacher Hinsicht nicht gegeben durch

- verschiedene äußere Einflüsse während des Bildfluges (Befliegung in verschiedenen Flugrichtungen, Unterschiede im Bildmaßstab verursacht durch Schwankungen der Flughöhe, seitliche Abweichungen von der vorgesehenen Flugachse, Toleranzen bei der Bildauslösung usw.);
- unterschiedliche Orientierung der Luftbilder;
- eine unterschiedliche Anzahl an Punkten pro Bild, einmal verursacht durch Punktausfall und zum anderen auch durch die gemeinsame Verwendung von Voll- und Halbbildern.

Zugeordnete Bildpunkte liegen daher in verschiedenen Bildern nicht an identischen Stellen. Um dennoch eine sinnvolle Zuordnung von Punktepaaren zu ermöglichen, wurden die Bilder gleichmäßig in Felder unterteilt und die Punkte ihrer Lage im Bild entsprechend in die zugehörigen Felder einsortiert. Innerhalb der Bereiche wird konstantes stochastisches Verhalten vorausgesetzt und die Verbesserungen bzw. wahren Fehler ( $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_y$ ) eines Punktes gelten als repräsentativ für den jeweiligen Bereich. Die Paarung von Punkten für die Ermittlung der Kovarianzen erfolgt dann indirekt über die Bildbereiche. Dies bedeutet, daß anstelle einer kontinuierlichen Darstellung der Kovarianzen  $\text{cov} = f(x,y)$  eine diskrete Flächeneinteilung tritt.

Die Gleichungen (4.11 - 4.13) sind unverändert gültig, da sich die Schätzung der Varianzen und Kovarianzen anstatt auf diskrete Einzelpunkte jetzt auf hypothetisch gewählte Mittelpunkte der Bereiche bezieht. Die Einteilung der Bereiche ist nach Anzahl, Größe und Numerierung mit derjenigen für die Bestimmung systematischer Bildfehler in Kapitel III, Abschnitt 2 identisch (vgl. in Kap. III Abb. 3.1 und Abb. 3.2). Bezugssystem für die Korrelationsuntersuchungen ist das Bildkoordinatensystem mit dem Bildmittelpunkt als Koordinatenursprung.

1.3.3 Für das Bildmaterial des Testfeldes Rheidt kommt nun als weitere Besonderheit noch hinzu, daß nicht Einzelpunkte, sondern Punktgruppen zu je 3 Punkten signalisiert worden sind. Durch die geringe gegenseitige Entfernung der Punkte - sie beträgt im Gelände etwa 3 - 5 m, was im Bild etwa 0.3 - 0.5 mm entspricht - lassen sich die Bildkoordinaten einer Punktgruppe für diese Untersuchung als unabhängige Beobachtungen eines einzigen Objektpunktes auffassen (hier reduziert auf den Mittelpunkt eines Bereiches).

Für die Berücksichtigung der Punktgruppen bei der Bestimmung der stochastischen Parameter können wir pro Punktgruppe Mittelwerte der wahren Fehler  $\varepsilon_x$  und  $\varepsilon_y$  bilden, so daß die Rechenvorschriften für Varianzen und Kovarianzen nach den Gleichungen (4.11 - 4.13) uneingeschränkt anwendbar wären. Die Varianzen würden in diesem Fall allerdings nicht mehr die tatsächlichen Fehler der Bildkoordinaten bezogen auf ein bestimmtes Funktionalmodell wiedergeben, da die Mittelwerte der wahren Fehler einer Punktgruppe bereits um den Noise (Meßfehler) reduziert sind. Hinsichtlich der Varianzbestimmung ist es deshalb vorteilhafter, die Punktgruppen zunächst wie Einzelpunkte zu behandeln und die berechneten Varianz- und Kovarianzanteile erst nachträglich zu einem gemeinsamen Punkt zusammenzufassen.

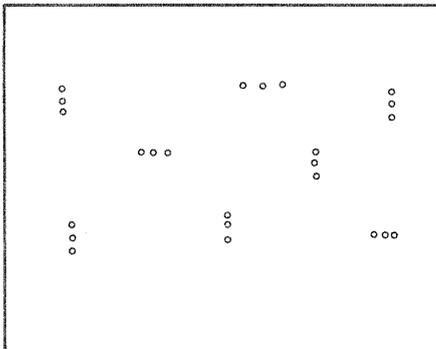


Abb. 4.1 Beispiel für die Anordnung der Punktgruppen beim Testfeld Rheidt

Wegen unterschiedlicher Anordnung der Punktgruppen (s. Abb. 4.1) und gleichzeitig fehlender eindeutiger Identifizierungsmerkmale sowie durch unterschiedliche Punktzahl in den Bereichen war eine einheitliche Paarung zwischen einzelnen Punkten verschiedener Punktgruppen prinzipiell nicht möglich. Deshalb wurde eine Modifikation der Rechenvorschriften in der Weise vorgenommen, daß pro Bild zwischen den Punkten zweier Bereiche  $j$  und  $k$  jeweils sämtliche Kombinationen berechnet wurden. Das heißt, bei  $l$  Punkten ( $l = 1 \dots 3$ ) im Bereich  $j$  und  $m$  Punkten ( $m = 1 \dots 3$ ) im Bereich  $k$  ergeben sich  $l \times m$  (allerdings abhängige) Kovarianzanteile, die bei einer Division durch  $l \times m$  zum gleichen Ergebnis wie die Schätzung mit den Mittelwerten der wahren Fehler einer Punktgruppe führen.<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> Die Auswirkungen der hier hinsichtlich der Punktgruppen getroffenen Vereinfachungen werden später in Kapitel V noch anhand einer Simulation untersucht.

Hieraus folgen die endgültigen Gleichungen für die empirische Schätzung von Varianzen und Kovarianzen.

Bedeutung der Laufvariablen:

$i$  = Index eines Bildes ( $i = 1 \dots 60$ )

$j$  bzw.  $k$  = Index eines Bildbereiches in einem Bild ( $j = k = 1 \dots 41$ )

$n_l$  = Index für die Anzahl der Punkte im Bereich  $j$  des Bildes  $i$   
( $l = 1 \dots n_l$ )

$n_m$  = Index für die Anzahl der Punkte im Bereich  $k$  des Bildes  $i$   
( $m = 1 \dots n_m$ )

Varianzen der Bildkoordinaten  $x$  und  $y$  des Bereiches  $j$

$$\sigma_{x_j}^2 = \frac{1}{\sum_i n_l} \sum_i \sum_l (\epsilon_{ijl}^x)^2 \quad (4.14a)$$

$$\sigma_{y_j}^2 = \frac{1}{\sum_i n_l} \sum_i \sum_l (\epsilon_{ijl}^y)^2 \quad (4.14b)$$

Kovarianzen zwischen den Koordinaten der Bildbereiche  $j$  und  $k$

$$\sigma_{x_j x_k} = \frac{1}{\sum_i (n_l \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m (\epsilon_{ijl}^x \epsilon_{ikm}^x) \quad (4.15a)$$

$$\sigma_{y_j y_k} = \frac{1}{\sum_i (n_l \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m (\epsilon_{ijl}^y \epsilon_{ikm}^y) \quad (4.15b)$$

$$\sigma_{x_j y_k} = \frac{1}{\sum_i (n_l \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m (\epsilon_{ijl}^x \epsilon_{ikm}^y) \quad (4.15c)$$

Die Varianz- und Kovarianzanteile werden also für jedes Bild einzeln berechnet und über alle Bilder einer Befliegung aufsummiert.

Für Auto- und Kreuzkorrelationskoeffizienten sind die Gleichungen (4.13a - 4.13c) unverändert gültig.

1.3.4 Das hier angewandte Rechenmodell für die Schätzung von Varianzen und Kovarianzen aus empirischen Daten enthält verschiedene Vereinfachungen, auf die noch einmal kurz eingegangen sei.

Das eigentliche Ziel der Untersuchung zum stochastischen Modell, die Ermittlung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten nach der inneren Orientierung der Luftbilder läßt sich nicht direkt realisieren. Die empirische Schätzung von Varianzen und Kovarianzen kann hier vielmehr nur näherungsweise mit den nach der Ausgleichung von überbestimmten Einzelbildorientierungen verfügbaren Fehlern  $v_i$  erfolgen.

Die Näherung ist jedoch durch eine entsprechende Anlage des experimentellen Versuchs gut und hinsichtlich der Zielsetzung dieser Arbeit, zunächst orientierende Angaben über die Größe und Eigenschaften der stochastischen Parameter zu liefern, ausreichend. Durch eine sehr hohe Redundanz bei der Ausgleichung der überbestimmten Einzelbildorientierung (im Einzelfall zwischen 130 und 230) wird erreicht, daß

- die Unterschiede zwischen den Verbesserungen  $v$  und den wahren Fehlern  $\epsilon$  der Beobachtungen betraglich klein sind;
- die lineare Abhängigkeit der Verbesserungen durch den Einfluß der unbekannt Parameter ebenfalls nur gering ist.

Dieser Einfluß ließe sich nach der Theorie der inneren Genauigkeit (MEISSL [65], EBNER [20]) wegrechnen, doch konnte dies nicht Gegenstand dieser empirischen Untersuchung sein.

Die Gleichsetzung der stochastischen Eigenschaften der Beobachtungen mit den stochastischen Eigenschaften der Verbesserungen bzw. den Modellfehlern der Ausgleichung ist unter diesen Umständen vertretbar.

Die Auswirkungen einzelner, wegen des nicht idealen empirischen Versuchs notwendiger Vereinfachungen - unterschiedliche geometrische Verhältnisse bei Halb- und Vollbildern, Frage der Punktgruppen - wurden speziell durch Simulation untersucht. Die Ergebnisse kommen im Kapitel V, Abschnitt 2 zur Sprache, wenn auf die für die Weiterverwendung der empirisch bestimmten Varianz-Kovarianz-Matrizen zu beachtenden Eigenschaften eingegangen wird. Vorweg sei jedoch bereits gesagt, daß die Differenzen zwischen einer theoretisch strengeren Lösung und der hier für das empirische Datenmaterial praktizierten Näherungslösung tatsächlich nur sehr gering und hinsichtlich der Beträge der geschätzten stochastischen Parameter vernachlässigbar sind. Diese Tatsache wird ferner auch noch dadurch bestätigt, daß sich bei Anwendung der hier ermittelten Varianz-Kovarianz-Matrix auf die Ausgleichung von räumlichen Rückwärtsschnitten die gleichen Genauigkeiten ergeben, wie nach einer Korrektur systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung (s. ebenfalls Kap. V, Abschn. 6, Dualität der Modelle).

Abschließend sei noch bemerkt, daß dem Verfasser zum Zeitpunkt der Konzipierung des Rechenansatzes und der Entwicklung des Rechenprogrammes (1976/77) keine brauchbaren Vorschläge für eine theoretisch strengere Behandlung der hier gegebenen differenzierten Probleme bekannt waren. Erst in jüngster Zeit wurde die Theorie zur Schätzung von Varianz- und Kovarianzkomponenten, beispielsweise durch Beiträge von GRAFAHREND [30, 1978], KOCH [43, 1978], FÖRSTNER [26, 1979]<sup>1)</sup> u.a., wesentlich verfeinert und erweitert. Doch wurde auf eine nachträgliche Einarbeitung dieser Theorien in dieser Arbeit verzichtet, da sie einmal nicht die Entstehung der hier erhaltenen Ergebnisse wiedergeben könnten, und zweitens bei den Gegebenheiten des nicht idealen empirischen Datenmaterials ebenfalls Vereinfachungen - wenn auch anderer Art - notwendig gewesen wären.

<sup>1)</sup> Bei einem späteren Vergleich konnte W. FÖRSTNER eine Übereinstimmung des hier gewählten Rechenmodells mit seinem theoretischen Ansatz feststellen.

## 1.4 Durchführung der Untersuchungen

### 1.4.1 Datenmaterial

Die Untersuchungen über die Genauigkeitsstruktur des Bildes beziehen sich wie in Kapitel III auf das gesamte WW- und ÖWW-Material aus jeweils 60 Bildern. Die Grundlage der empirischen Korrelationsanalyse bilden, wie bereits mehrfach angesprochen, die mit nur geringer Vernachlässigung als wahre oder quasiwahre Fehler interpretierbaren Verbesserungen der Bildkoordinaten nach dem räumlichen Rückwärtsschnitt.

Für beide Befliegungen wurden die stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten für jeweils 4 verschiedene Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells untersucht. Das in Abbildung 4.2 dargestellte Diagramm zeigt die Entstehung der verwendeten Daten. In der Reihenfolge der Verfeinerung des Funktionalmodells sind dies folgende 4 Versionen:

Version ORK: Ohne radialsymmetrische Korrekturen  
(der Bildkoordinaten)

An den gemessenen Maschinenkoordinaten wurden außer einer Maßstabsverbesserung bei der Rahmenmarkentransformation keine weiteren Korrekturen berücksichtigt (abgesehen von einer Drehung und Nullpunktverschiebung des Koordinatensystems, die das Punktfeld in sich nicht verändern).

Diese Version wurde in das Untersuchungsprogramm aufgenommen, weil sie hinsichtlich der Dualität der Modelle Hinweise darüber geben kann, ob sich die starken Vereinfachungen des Funktionalmodells noch vollständig durch Varianzen und Kovarianzen erfassen lassen. Eine Antwort auf diese Frage wird im nächsten Kapitel V gegeben, wenn die Einzelbildorientierungen mit den hier berechneten Varianzen und Kovarianzen wiederholt werden.

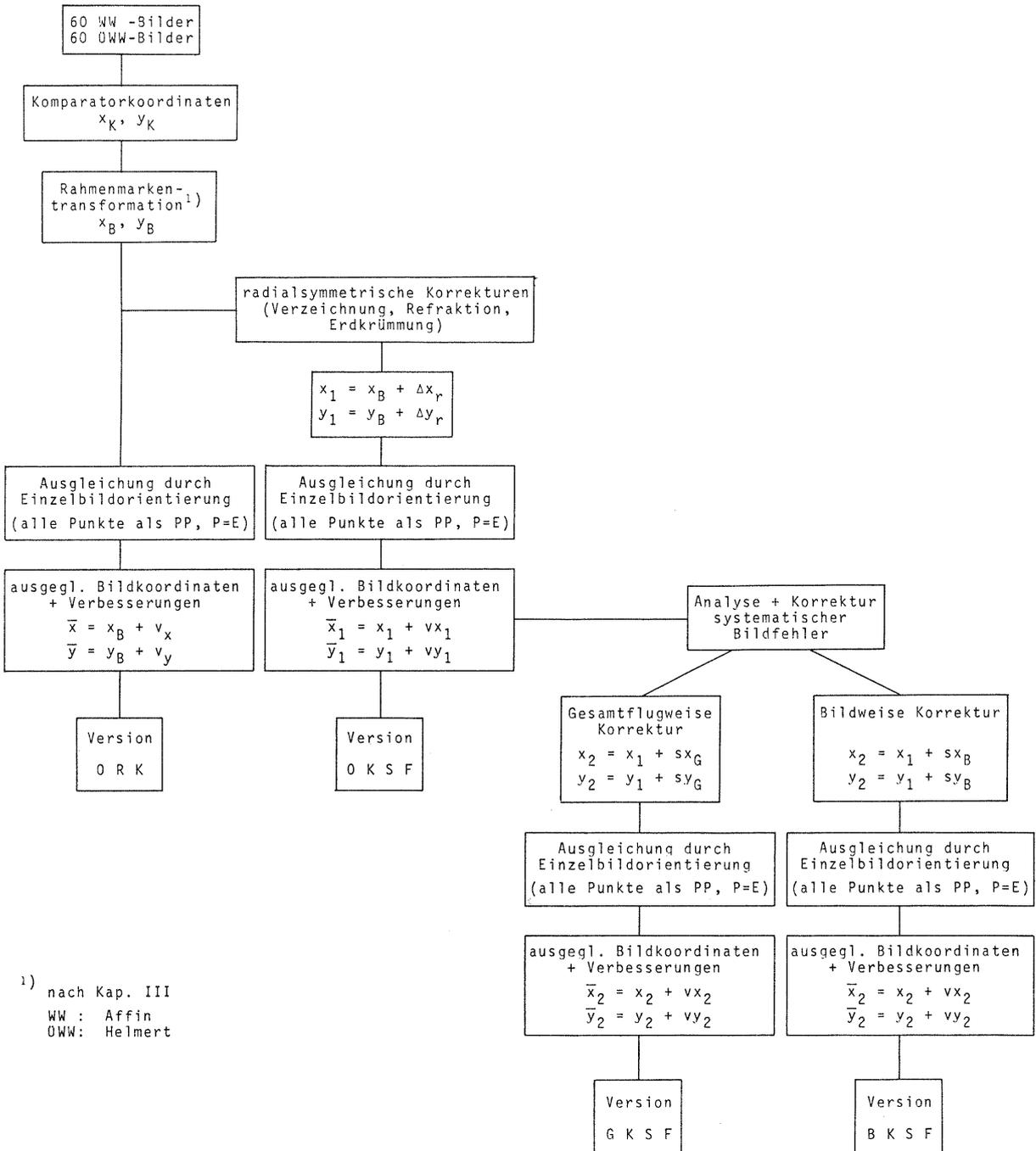
Version OKSF: Ohne (zusätzliche) Korrektur systematischer Fehler

Hier sind die Bildkoordinaten neben der Maßstabsverbesserung durch die Rahmenmarkentransformation noch wegen Objektivverzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung konventionell korrigiert worden; weitergehende Korrekturen wegen systematischer Fehler haben nicht stattgefunden.

Diese Version repräsentiert damit den bisherigen Standardfall der analytischen Auswertung.

Version GKSF: Gesamtflugweise Korrektur systematischer Fehler

Bei dieser Variante stammen die für die Korrelationsanalyse verwendeten Daten aus einem Iterationsprozeß, bei dem die ursprünglichen, um die radialsymmetrischen Einflüsse reduzierten Bildkoordinaten nach dem räumlichen Rückwärtsschnitt noch einmal um den über den Gesamtflug konstanten Trendanteil verbessert wurden. Eine erneute Ausgleichung mit den korrigierten Bildkoordinaten lieferte schließlich die für den Gesamtflug trendfreien Verbesserungen  $vx_2$ ,  $vy_2$  (vgl. Kap. III, Abschn. 3).



1) nach Kap. III  
 WW : Affin  
 OWW: Helmert

Abb. 4.2 Entstehung der für die Korrelationsanalyse verwendeten Daten

Version BKSF: Bildweise Korrektur systematischer Fehler

Die Ausgangsdaten dieser Version entstammen demselben Iterationsprozeß wie bei der Version GKSF. Der Unterschied der Daten besteht nur in der Analyse und Korrektur systematischer Fehler, die hier bildweise, d.h. für jedes Bild getrennt erfolgte. Dadurch enthalten die Verbesserungen  $v_{x_2}$ ,  $v_{y_2}$  bei dieser Version nur noch zufällige Anteile, repräsentieren also den Noise der Bildkoordinaten (vgl. Kap. III, Abschn. 3). Diese Version gilt, da keine Korrelationen auftreten dürfen, als Sonderfall.

### 1.4.2 Unterteilung der Korrelationsuntersuchungen

Mit jedem der 4 angegebenen Datensätze - ORK, OKSF, GKSF, BKSF - wurden jeweils für WW und ÜWW folgende Untersuchungen durchgeführt:

- Varianzen und Kovarianzen der Bildkoordinaten innerhalb des Bildes,
- Korrelation zwischen überlappenden Nachbarbildern,
- Korrelation zwischen verschiedenen Bildern als Funktion des Abstandes der Bilder auf dem Film.

Die Unterteilung der Korrelationsanalyse in 3 verschiedene Abschnitte erfolgte einmal aus operationellen Gründen und zum anderen in Anlehnung an die in der Praxis auftretenden Fälle der photogrammetrischen Punktbestimmung (Einzelbild, Bildpaar, Bildverband).

### 1.4.3 Varianzen und Kovarianzen innerhalb des Bildes

Mit dem vorhandenen Datenmaterial ist die Aufstellung einer vollständigen Varianz-Kovarianz-Matrix bzw. Korrelationsmatrix für die Bildkoordinaten von 41 Punkten möglich, von denen jeder für sich seinen Nachbarbereich innerhalb des Bildes repräsentiert. Als Ergebnis erhalten wir eine symmetrische Matrix der Dimension 82 x 82, so wie sie in Abbildung 4.3 schematisch dargestellt ist.

Die Matrix setzt sich zusammen aus den symmetrischen Submatrizen  $R_{xx}$  und  $R_{yy}$ , die entweder die Autokovarianzen oder die Autokorrelationskoeffizienten der x- und y-Koordinaten enthalten, sowie aus den nichtsymmetrischen Submatrizen  $R_{xy}$  und  $R_{yx}$  für die Kreuzkovarianzen oder Kreuzkorrelationskoeffizienten der Bildkoordinaten. Letztere sind durch Transponierung ineinander überführbar.

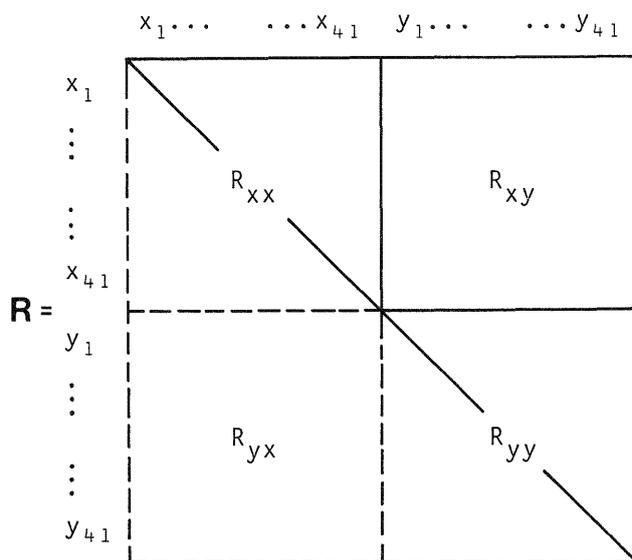


Abb. 4.3 Varianz-Kovarianz-Matrix bzw. Korrelationsmatrix für das Einzelbild für 41 Punkte

Für den Aufbau der Matrix werden sämtliche Bilder einer Befliegung als Wiederholungsmessungen aufgefaßt und den Gleichungen (4.14 - 4.15) entsprechend pro Bild Varianz- und Kovarianzanteile berechnet und über alle Bilder aufsummiert. (Die vollständigen Rechenvorschriften sind für diesen Fall bereits in Abschn. 1.3 angegeben; vgl. Gleichungen (4.14a,b,c - 4.15a,b,c).)

Fragen über die Eigenschaften der empirisch bestimmten Varianz-Kovarianz-Matrix bleiben zunächst ausgeklammert, da sie von den Anforderungen der Anwendung abhängen und das eigentliche Ziel hier zunächst nur die Datenbereitstellung ist (s. hierzu später Kap. V, Abschn. 2).

#### 1.4.4 Korrelation zwischen benachbarten sich überdeckenden Bildern

Die Korrelation zwischen überlappenden Nachbarbildern interessiert besonders hinsichtlich der Genauigkeit des Stereomodells. Bei der hier vorliegenden Längsüberdeckung der Bilder von 60 % entspricht die Korrelationsanalyse zwischen den Nachbarbildern  $i$  und  $i+1$  genau dem Standardfall des Stereo-Bildpaares in der Photogrammetrie.

Für die Bestimmung der Korrelation werden alle Bildpaare, deren Bilder die gleiche Abstandseigenschaft aufweisen, als Wiederholungsmessungen aufgefaßt. Bei 60 Bildern, die sich auf 20 Flugstreifen zu je 3 Bildern verteilen, sind dies insgesamt 40 Bildpaare. Wegen der Besonderheiten bei der Aufnahme und Auswahl der Aufnahmen (vgl. Kap. II, Abb. 2.3, 2.4) ist der Abstand der ausgewerteten Bilder allerdings nicht mit dem gegenseitigen Abstand der Bilder auf dem Film identisch. (Bei WW und ÖWW beträgt der durchschnittliche Abstand etwa 3 - 4 Aufnahmen.)

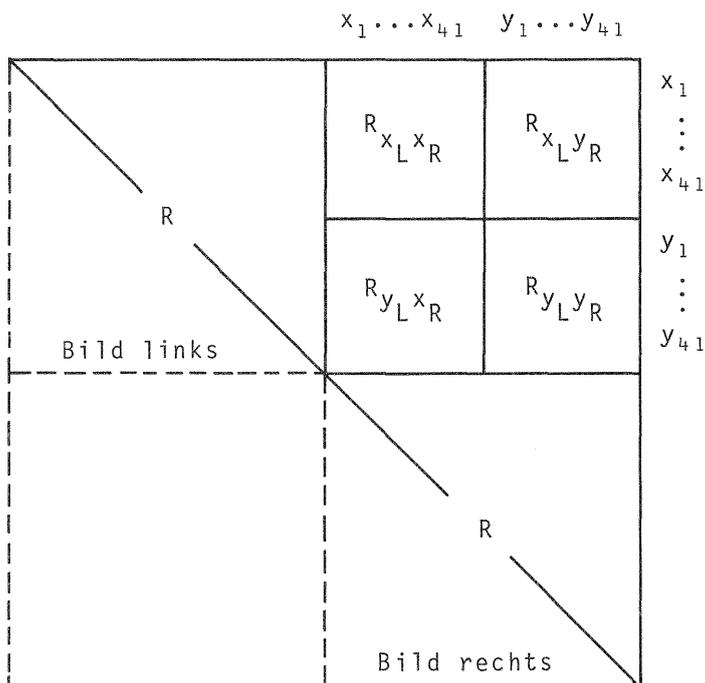


Abb. 4.4 Kovarianz- bzw. Korrelationskoeffizientenmatrix für das Bildpaar bei 41 identischen Punkten in beiden Bildern

Die Kovarianz- und Korrelationsbetrachtungen beziehen sich wie im Einzelbild auf 41 Punkte, so daß sich eine Kovarianzmatrix der Größe 82 x 82 und des in Abbildung 4.4 dargestellten Typs ergibt. Die Matrix setzt sich aus 4 nicht-symmetrischen Submatrizen (jeweils 41 x 41)  $R_{xx}$ ,  $R_{yy}$ ,  $R_{yx}$ ,  $R_{xy}$  für die Auto- und Kreuzkorrelationen zwischen den beiden Bildern zusammen.

Die Rechenvorschriften stimmen mit denen für das Einzelbild nach den Gleichungen (4.14 - 4.15) bis auf den Unterschied überein, daß die Berechnung der Kovarianzen nicht mehr bildintern sondern bildpaarweise erfolgt.

Bei teilweise geänderter Bedeutung der Laufvariablen lauten die Gleichungen für die Kovarianz- und Korrelationsbetrachtungen zwischen Bildpaaren wie folgt:

- $i$  = Index der Bildpaare mit gleichem Abstandsintervall  $d$   
(für Stereo-Bildpaare  $i = 1 \dots 40$ )
- $j$  = Index des Bildbereiches im Bild  $i$  (links) ( $j = 1 \dots 41$ )
- $k$  = Index des Bildbereiches im Bild  $i+1$  (rechts) ( $k = 1 \dots 41$ )
- $n_j$  = Index für die Anzahl der Punkte im Bereich  $j$  des Bildes  $i$   
( $l = 1 \dots n_j$ )
- $n_m$  = Index für die Anzahl der Punkte im Bereich  $k$  des Bildes  $i+1$   
( $m = 1 \dots n_m$ )

Kovarianzen zwischen den Bildkoordinaten des Bereiches  $j$  im Bild  $i$  mit demjenigen des Bereiches  $k$  im Bild  $i+1$ :

$$\sigma_{j^x k^x} = \frac{1}{\sum_i (n_j \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m \epsilon_{ijl}^x \epsilon_{ikm}^x \quad (4.16a)$$

$$\sigma_{j^y k^y} = \frac{1}{\sum_i (n_j \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m \epsilon_{ijl}^y \epsilon_{ikm}^y \quad (4.16b)$$

$$\sigma_{j^x k^y} = \frac{1}{\sum_i (n_j \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m \epsilon_{ijl}^x \epsilon_{ikm}^y \quad (4.16c)$$

$$\sigma_{j^y k^x} = \frac{1}{\sum_i (n_j \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m \epsilon_{ijl}^y \epsilon_{ikm}^x \quad (4.16d)$$

Für die Berechnung der entsprechenden Korrelationskoeffizienten gelten die Gleichungen (4.13a - 4.13c) unverändert.

Da sich die Korrelationsberechnungen zwischen Nachbarbildern allein als Funktion des Bildabstandes  $d$  darstellen lassen, wurden neben dem Fall des Stereo-Bildpaares (künftige Bezeichnung "Fall A") noch zwei weitere Varianten untersucht.

Fall B: ( $d = 1$ , bezogen auf den Abstand der ausgewerteten Bilder auf dem Film)

Im Gegensatz zum Fall A werden hier fortlaufend Bildpaare zwischen allen ausgewerteten Bildern gebildet, und zwar in der Reihenfolge der Bilder auf dem Film. Die Bedingung der gegenseitigen Überdeckung von zwei Bildern wird vernachlässigt und damit auch die Zugehörigkeit der Bilder zu gleicher Flugrichtung und gleichem Flugstreifen. Durch einen Vergleich der Ergebnisse mit dem Fall A ergeben sich Hinweise über den Einfluß von Flugrichtung und Flugstreifen und damit der äußeren Gegebenheiten des Bildfluges auf die Korrelationseigenschaften zwischen den Bildern.

Fall C: ( $d = 3$ , bezogen auf den Abstand der ausgewerteten Bilder auf dem Film)

Mit dieser Version wurden speziell die Korrelationsverhältnisse zwischen den Anfangsbildern der Flugstreifen untersucht. Mit den Ergebnissen sind Betrachtungen darüber möglich, ob das An- und Abschalten des Filmtransportes oder das Anfliegen der Streifen eine Änderung der Korrelationseigenschaften bewirkt (vgl. hierzu Kap. I, Abschn. 2).

#### 1.4.5 Korrelation zwischen Bildern als Funktion des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film

In diesem Fall wird die Korrelation der Bildkoordinaten als stochastischer Prozeß aufgefaßt und in Abhängigkeit eines kontinuierlich veränderbaren Abstandsindikators - des gegenseitigen Abstandes  $d$  der Bilder auf dem Film - untersucht. Das Interesse gilt dem Einfluß des Filmes sowie zeitabhängiger Effekte auf die stochastischen Zusammenhänge im Bildverband, d.h. der Frage wie stark sich beispielsweise die physikalischen Vorgänge des Filmtransportes bei der Aufnahme sowie die photographischen Prozesse bei der Entwicklung des Filmes auf die Korrelation zwischen den Bildern auswirken.

Der Unterschied gegenüber der vorher beschriebenen Korrelationsanalyse für überdeckende Bilder besteht im Prinzip nur darin, daß das Abstandskriterium  $d$  auf den tatsächlichen Abstand zweier Bilder auf der Filmrolle erweitert wird. Für die Ermittlung der Korrelation wurden dementsprechend Bildpaare beginnend zwischen erstem mit zweitem Bild bis maximal zwischen erstem und letztem Bild eines Filmes gebildet. Da für die 60 ausgewerteten WW-Bilder insgesamt 168 Aufnahmen gemacht wurden, lassen sich theoretisch Bildpaare zwischen  $d = 1$  und  $d = 167$  bilden, für ÜWW bei insgesamt 278 Aufnahmen sogar Bildpaare zwischen  $d = 1$  und  $d = 277$ .

Allerdings verringert sich durch die abnehmende Anzahl gleichabständiger Bilder mit wachsendem Abstand  $d$  die Sicherheit der Korrelationsanalyse, so daß nicht alle Fälle aussagefähig sind (s. hierzu Ergebnisse im Abschn. 3.4).

Um die anfallenden Datenmengen in einigermaßen überschaubaren Grenzen zu halten, wurde diese Korrelationsanalyse nicht mehr für 41 Punkte durchgeführt, sondern auf die für die Aerotriangulation interessanten 9 Standardpunkte des Bildes reduziert. Ferner wurden Auto- und Kreuzkorrelationen nur noch zwischen gleichen Bereichen eines Bildpaares berechnet. Berücksichtigen wir diese Einschränkungen an den Gleichungen (4.16) für überdeckende Bilder, so lauten die Rechenvorschriften für die Ermittlung der Kovarianzen der Bildkoordinaten in Abhängigkeit vom Abstand  $d$  zweier Bilder explizit:

$$(\sigma_{x_j x_k})_d = \frac{1}{\sum_i (n_l \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m (\epsilon_{ijl}^x \epsilon_{ikm}^x) \text{ nur für } j=k=1,3,5,19,21,23,37,39,41^{1)}$$

$$1) \text{ Nummern der 9 Standardbereiche vgl. Abb. 4.5} \quad (4.17)$$

$d$  = Abstand der Bilder eines Bildpaares

( $d_{WW} = 1 \dots 167$ ;  $d_{UWW} = 1 \dots 277$ )

$i$  = Index der Bilder mit gleichem Abstandsintervall  $d$

Die übrigen Laufvariablen sind mit denen der Gleichungen (4.16) identisch.

Die Gleichungen für die Kovarianzen  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{xy}$  und  $\sigma_{yx}$  ergeben sich in analoger Weise durch Vertauschung der Indizes für die wahren Fehler.

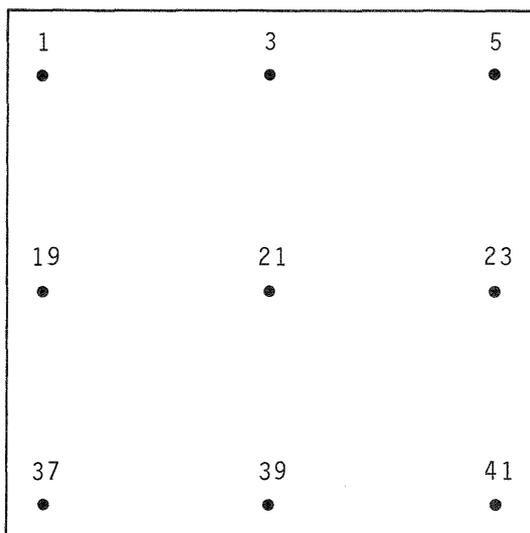


Abb. 4.5 Numerierung der 9 Standardpunkte des Bildes für die Untersuchung der Korrelation in Abhängigkeit des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film

## 2. Art und Darstellung der Ergebnisse

Für die Berechnung der Korrelationsanalyse wurden drei verschiedene Rechenprogramme entsprechend der Unterteilung der Untersuchungen (Einzelbild, Bildpaar, Bildverband) in FORTRAN für die Großcomputer CDC 6600 / CYBER 174 des Rechenzentrums der Universität Stuttgart entwickelt. Die Programme wurden auf die Spezifikationen des vorhandenen Datenmaterials abgestimmt. Auf eine Darstellung von Einzelheiten kann verzichtet werden.

Die Korrelationsanalyse wurde wie in den Abschnitten 1.4.3 - 1.4.5 dieses Kapitels beschrieben, durchgeführt. Im einzelnen liegen für die verschiedenen Fälle folgende Ergebnisse vor:

Bildinterne Korrelationsanalyse: Bei 2 Kammern - WW und ÜWW - sowie 4 verschiedenen Datensätzen - ORK, OKSF, GKSF, BKSF - ergeben die Berechnungen insgesamt 8 verschiedene Varianz-Kovarianz-Matrizen und Korrelationsmatrizen der Dimension  $82 \times 82$ .

Da die Matrizendarstellung bei den hier gegebenen Dimensionen für eine Interpretation nicht geeignet ist, wird die Analyse der Ergebnisse nach spezifischen Fragestellungen unterteilt. Zu diesem Zweck wurden die Standardabweichungen der Koordinaten der Bildpunkte, die sich aus den Elementen der Hauptdiagonalen der Varianz-Kovarianz-Matrizen ermitteln lassen, für  $x$  und  $y$  herausgegriffen und im Abschnitt 3.1 getrennt behandelt. Ferner wurden, um die Interpretation der Korrelationsergebnisse zu erleichtern, pro Matrix (= Version) jeweils normierte Häufigkeitsverteilungen für die Größe der Korrelationskoeffizienten gebildet und diese graphisch in Form von Histogrammen dargestellt. Für nähere Einzelheiten sei auf die Diskussion der Ergebnisse im Abschnitt 3.2 verwiesen.

Korrelationen beim Bildpaar: Bei 2 Kammern - WW und ÜWW -, 3 verschiedenen Stufen der Korrektur systematischer Fehler (bei der Version BKSF treten keine Korrelationen in Erscheinung) und 3 Fällen von Bildpaaren mit jeweils unterschiedlichen Abstandseigenschaften der Bilder (Fälle A, B, C) resultieren insgesamt 18 Korrelationsmatrizen der Größe  $82 \times 82$ .

Für die Darstellung der Ergebnisse wird wie beim Einzelbild auf Häufigkeitstabellen und Histogramme übergegangen (s. Abschn. 3.3).

Korrelation zwischen den Bildern eines Filmes: Die Korrelationsergebnisse dieses Falles (WW, ÜWW; Versionen ORK, OKSF, GKSF) werden direkt graphisch durch Diagramme in Abhängigkeit vom gegenseitigen Bildabstand  $d$  der Bilder dargestellt (s. Abschn. 3.4).

## 2.1 Signifikanzaussagen und statistische Tests

Zur Präzisierung bestimmter Aussagen über die Bildkoordinatengenauigkeit und um ein zusätzliches allerdings mehr pauschales Kriterium für die Beurteilung des Korrelationsverhaltens beim Vergleich verschiedener Fälle zu haben, wurden einzelne Ergebnisse der Korrelationsanalyse durch Tests auf ihre Signifikanz überprüft. Im folgenden werden die angewandten statistischen Testverfahren kurz erläutert. (Die Tests wurden grundsätzlich mit einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % durchgeführt.)

### 2.1.1 Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach COCHRAN

Mit diesem Test (SACHS [66], S. 383) werden die Varianzen der 41 Bildbereiche auf Homogenität geprüft. Hierzu wird eine Prüfgröße

$$\hat{G}_{\max} = \frac{\sigma_{\max}^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_k^2} \quad (4.18)$$

berechnet und mit einem tabellierten Wert verglichen. Dieser Vergleichswert ist für  $k$  (= Anzahl der Gruppen) und  $\nu = n_o - 1$  ( $n$  = Umfang der Gruppen) aus der in SACHS [74], S. 383 angegebenen Tabelle zu entnehmen. Ist  $\hat{G}_{\max}$  größer als der Vergleichswert, muß die Nullhypothese auf Gleichheit der Varianzen abgelehnt werden. Ausschlaggebend ist also das Verhältnis der maximalen Varianz gegenüber den anderen Varianzen einer Gruppe.

Für das Material Rheidt wurde der Test für  $k = 41$  Bereiche und  $n_o = 118$  (119) Punkte pro Bereich für WW (ÜWW) als mittlere Punktzahl durchgeführt.

### 2.1.2 Vergleich mehrerer Varianzen mit einem vorgegebenen Mittelwert

Dieser Test kommt zur Anwendung, wenn die Nullhypothese auf Homogenität der Varianzen nach COCHRAN verworfen wird. Mit ihm soll zur weiteren Verfeinerung der Varianzanalyse geprüft werden, bei welchen Bereichen die Varianz der Bildkoordinaten vom jeweiligen gemeinsamen Mittelwert aller 41 Bereiche verschieden ist. Da hierfür in der Literatur kein spezieller Test angegeben ist, wird so vorgegangen, daß zunächst für jede Varianz der 41 Bereiche einzeln ein Konfidenzintervall nach der  $\chi^2$ -Verteilung geschätzt wird. Die Gleichung hierzu lautet (SACHS [74], S. 204)

$$\frac{s^2 (n-1)}{\chi^2_{n-1; \alpha/2}} \leq \sigma^2 \leq \frac{s^2 (n-1)}{\chi^2_{n-1; 1-\alpha/2}} \quad (4.19)$$

Danach wird geprüft, ob der gemeinsame Mittelwert innerhalb des Vertrauensbereiches der jeweils zu testenden Varianz liegt. Trifft dies zu, wird die Nullhypothese auf Gleichheit mit dem Mittelwert akzeptiert.

Die statistische Unsicherheit des Mittelwertes kann bei einem Freiheitsgrad von 4800 vernachlässigt werden.

### 2.1.3 Vergleich zweier empirisch ermittelter Varianzen

Aus der Auswertung des Datenmaterials lassen sich für jede Untersuchungsversion Gesamt-Mittelwerte für die Varianzen der Bildkoordinaten in x und y über jeweils alle 41 Bildbereiche ermitteln. Mit dem folgenden Test wurden die Varianzen in x und y auf ihre Gleichheit überprüft.

Da das Ergebnis des normalerweise hierfür verwendeten F-Tests bereits durch kleine Abweichungen von der Normalverteilung stark beeinflusst werden kann, wird für den vorliegenden Fall ein verteilungsunabhängiges Testverfahren (nach SACHS [74], S. 207 ff) gewählt. Für große bis sehr große Stichprobenumfänge ( $n > 100$ ) lautet die Formel für die Berechnung der Testgröße

$$\hat{z} = \frac{|s_1 - s_2|}{\sqrt{\frac{s_1^2}{2n_1} + \frac{s_2^2}{2n_2}}} \quad (4.20)$$

Überschreitet  $\hat{z}$  den zur Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % gehörenden Wert der Normalverteilung, so gelten die Varianzen  $\sigma_1^2$  und  $\sigma_2^2$  (bzw. die Standardabweichungen  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ ) als heterogen. Die Nullhypothese auf Gleichheit ist zu verwerfen.

### 2.1.4 Signifikanz der Korrelationskoeffizienten

Die Existenz einer Korrelation testet man nach R.A. FISCHER anhand der t-Verteilung mit  $n-2$  Freiheitsgraden (SACHS [74], S. 329).

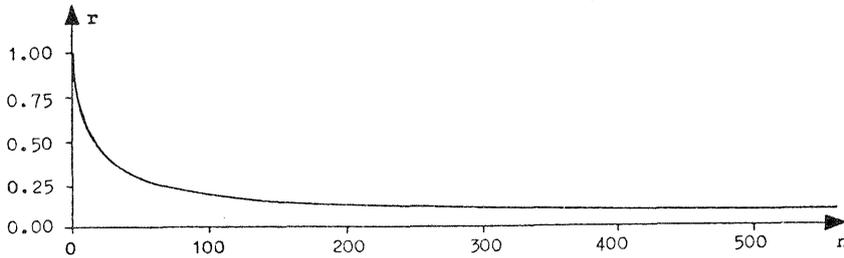
Ist die Prüfgröße

$$\hat{t} = \frac{|r|}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2} > t_{n-2,\alpha}$$

wird die Nullhypothese  $\rho=0$  zugunsten der Alternativhypothese  $\rho \neq 0$  abgelehnt. (Wegen der zweiseitigen Fragestellung ist bei einem Signifikanzniveau von 95 % für  $\alpha$  der Wert 0.025 zu wählen.)

Da die Signifikanzprüfung hier nur als Hilfsmittel für die Interpretation des Korrelationsverhaltens in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Fehler dient, interessieren weniger die Einzelwerte als vielmehr der Gesamtanteil aller signifikant von Null verschiedenen Korrelationskoeffizienten einer Matrix. Die Abbildung 4.6 zeigt die Grenzwerte der Freiheitsgrade für die Nullhypothese  $\rho=0$  für das 5 % Niveau.

Bei der Korrelationsanalyse im Einzelbild und beim Bildpaar schwankt der Freiheitsgrad zwischen etwa 100 und 180, so daß die Korrelationskoeffizienten ab etwa  $|0.15|$  signifikant sind. Bei der Korrelationsbetrachtung zwischen den Bildern eines Filmes ändert sich der Freiheitsgrad der einzelnen Koeffizienten mit dem Abstand der Bilder auf dem Film (s. hierzu Ergebnisse im Abschn. 3.5).

Abb. 4.6 Grenzwerte der Nullhypothese  $\rho=0$ 

### 3. Diskussion der Ergebnisse der Korrelationsanalyse

#### 3.1 Streuung der Bildkoordinatengenauigkeit

Als erstes Ergebnis der bildinternen Korrelationsanalyse erhalten wir nach den Gleichungen (4.14a,b) Varianzen oder Standardabweichungen der Bildkoordinatenfehler in x und y für jeden der 41 Bildbereiche. Mit dieser Information sind detaillierte Aussagen über das Genauigkeitsverhalten der Bildkoordinaten möglich, einmal als Funktion der Lage eines Punktes im Bild und zum anderen in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler.

Version	Anzahl Punkte <sup>3)</sup>	Standardabweichungen			Genauigkeitssteigerung		Signifikanztest <sup>1)</sup> $\sigma_x = \sigma_y$	Signifikante Abweichungen vom Mittelwert <sup>2)</sup>	
		$\sigma_x$   $\mu\text{m}$	$\sigma_y$   $\mu\text{m}$	$\sigma_x/\sigma_y$	$\sigma_x$	$\sigma_y$		x   $\%$	y   $\%$
WW-ORK	4891	3.71	3.60	1.03	1.0	1.0	nein	56	54
WW-OKSF	4891	3.54	3.42	1.04	1.1	1.1	nein	56	56
WW-GKSF	4891	3.04	2.97	1.02	1.2	1.2	ja	49	39
WW-BKSF	4891	1.79	1.70	1.05	2.1	2.2	nein	49	32
ÜWW-ORK	4858	9.04	7.29	1.24	1.0	1.0	nein	85	85
ÜWW-OKSF	4858	5.69	4.74	1.20	1.6	1.5	nein	73	58
ÜWW-GKSF	4858	4.13	4.04	1.02	2.2	1.8	ja	44	46
ÜWW-BKSF	4858	2.66	2.58	1.03	3.4	2.8	nein	41	41

<sup>1)</sup> Nullhypothese:  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2$  (bzw.  $\sigma_x = \sigma_y$ ); Irrtumswahrscheinlichkeit  $\alpha = 5\%$

<sup>2)</sup> Die Angaben zeigen auf, wieviele Bereiche bei einem Vertrauensintervall von 95% signifikant vom Mittelwert verschieden sind.

<sup>3)</sup> Die durchschnittliche Punktzahl pro Bereich beträgt bei WW 119 Punkte, bei ÜWW 118 Punkte.

Tab. 4.1 Mittlere Bildkoordinatengenauigkeit für WW und ÜWW in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler

Ergebnisse: Die Abbildung 4.7 zeigt die Standardabweichungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  der 41 Punkte für jeweils drei Stufen der Korrektur systematischer Bildfehler - ORK, OKSF, GKSF - direkt als Funktion der Lage der Punkte im Bild. Die Zahlenwerte der zufälligen Bildkoordinatenfehler (Noise), die sich bei der Version BKSF ergeben, sind in einer eigenen Abbildung 4.10 angegeben.

Zur Verdeutlichung ihrer Eigenschaften sind die Bildkoordinatenfehler sämtlicher Versionen zusätzlich in Form von Isolinienbildern dargestellt (WW-Ergebnisse in Abb. 4.8, ÜWW-Ergebnisse in Abb. 4.9; zufällige Fehler beider Befliegungen in Abb. 4.10).

Die interessantesten statistischen Ergebnisse dieser Teilanalyse, die quadratischen Mittelwerte der Standardabweichungen  $\bar{\sigma}_x$  und  $\bar{\sigma}_y$  für sämtliche Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells, sowie die Resultate statistischer Tests auf Homogenität der Bildkoordinatenfehler sind in der Tabelle 4.1 zusammengefaßt.

Als Hauptergebnisse lassen sich für die Genauigkeit der Bildkoordinaten festhalten:

- Die stufenweise Verfeinerung des Funktionalmodells führt bei WW und ÜWW zu einer deutlichen Verbesserung der Bildkoordinatengenauigkeit, wobei die Genauigkeitszunahme bei ÜWW jeweils deutlich über derjenigen von WW liegt.
- Die Beseitigung systematischer Fehlereinflüsse hat neben einer allgemeinen Genauigkeitssteigerung auch eine wesentlich bessere Homogenität der Bildkoordinatenfehler zur Folge (Prozentsätze der signifikanten Abweichungen vom Mittelwert nehmen ab).
- Die Mittelwerte für die zufälligen Bildkoordinatenfehler (= Meßfehler) betragen bei WW 1.8  $\mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und 1.7  $\mu\text{m}$  für  $\sigma_y$  und erreichen bei ÜWW 2.7  $\mu\text{m}$  bzw. 2.6  $\mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ .
- Die Nullhypothese auf Gleichheit der Standardabweichungen  $\sigma_x$  bzw.  $\sigma_y$  wird für den überwiegenden Teil der untersuchten Fälle statistisch signifikant abgelehnt. Dabei sind die Standardabweichungen in x größer als in y; die Größe der Unterschiede ist abhängig von der Korrektur systematischer Bildfehler (vgl. Tab. 4.1).
- Die Symmetrieeigenschaften der Koordinatengenauigkeit sind bei WW und ÜWW zwischen x und y jeweils deutlich verschieden. Ein radialsymmetrisches Verhalten ist kaum zu erkennen.

### 3.1.1 Größe der mittleren Bildkoordinatenfehler (vgl. hierzu Tabelle 4.1 und Tabelle 4.2)

Weitwinkel: Für die WW-Bilder ergibt sich bereits ohne Anbringung der a priori Korrekturen wegen Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung mit Mittelwerten von  $3.7 \mu\text{m}$  bzw.  $3.6 \mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  eine hohe Genauigkeit der Bildkoordinaten. Die Genauigkeitsverbesserungen durch die radialsymmetrischen Korrekturen (Version OKSF) sowie durch die gesamtflugweise Korrektur systematischer Fehler (Version GKSF) sind deshalb verhältnismäßig gering, sie sind allerdings dennoch deutlich sichtbar.

Die mit der vollständigen Elimination des Trend- und Signalanteils verbundene Genauigkeitssteigerung bei der Version BKSF, sie erreicht den Faktor 2 gegenüber der Version ohne Korrektur systematischer Fehler, ist deshalb als überraschend hoch zu bezeichnen. Es ergeben sich dabei zufällige Fehler der Bildkoordinaten von  $1.7 \mu\text{m}$  bzw.  $1.8 \mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ , die gleichzeitig den Grenzwert der photogrammetrischen Auswertegenauigkeit signalisieren.

Die hohe Genauigkeit der WW-Aufnahmen wird auch aus der geringen Größe der auftretenden Maximalwerte der  $\sigma_x$  bzw.  $\sigma_y$  sichtbar (vgl. Tab. 4.2). Diese liegen von Anfang an deutlich unter  $10 \mu\text{m}$  und erreichen nach der Korrektur systematischer Fehler sogar nur noch  $4 \mu\text{m}$ . Die Maximalwerte für den Noise, sie betragen nur mehr  $2.6 \mu\text{m}$  in x und y, unterstreichen nachdrücklich die ausgezeichnete geometrische Genauigkeit der verwendeten WW-Kammer.

Überweitwinkel: Bei ÜWW ist für jeden Schritt der Verfeinerung des funktionalen Modells eine erhebliche Genauigkeitssteigerung festzustellen. Dies gilt ganz besonders für die Berücksichtigung radialsymmetrischer Korrekturen, die zu einer Genauigkeitssteigerung um den Faktor 1.5 führt und die Mittelwerte der Standardabweichungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  von  $9 \mu\text{m}$  bzw.  $7 \mu\text{m}$  auf  $5.7 \mu\text{m}$  bzw.  $4.7 \mu\text{m}$  verringert. Auch die gesamtflugweise Korrektur systematischer Fehler (Version GKSF) hat eine nochmalige Genauigkeitsverbesserung um den Faktor 1.4 zur Folge. Die damit erzielte relativ gute Genauigkeit von  $4 \mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  wird nach der Beseitigung des gesamten Trend- und Signalanteils auf  $2.6 \mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  für den Noise der Bildkoordinatenfehler gesteigert.

Die positive Wirkung der Korrektur systematischer Fehler kommt bei ÜWW auch im Verhalten der maximalen Standardabweichungen sehr deutlich zum Ausdruck (vgl. Tab. 4.2). Diese erreichen bei ÜWW bei der Version ORK immerhin fast  $20 \mu\text{m}$  ( $\sigma_x$ ), liegen im Standardfall der analytischen Auswertung nach Anbringen der a priori Korrekturen noch knapp über  $10 \mu\text{m}$  ( $\sigma_x$ ) und gehen nach der Korrektur systematischer Fehler auf etwa  $6 \mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  zurück. Die Maximalwerte für den Noise betragen  $4.2 \mu\text{m}$  für  $\sigma_x$  und  $3.6 \mu\text{m}$  für  $\sigma_y$ . Damit ist die geometrische Qualität der ÜWW-Kammer ebenfalls als gut zu bezeichnen.

Version	Maximale Standardabw.		Minimale Standardabw.		Verhältnis $\sigma_{\max}:\sigma_{\min}$	
	$\sigma_x$   $\mu\text{m}$	$\sigma_y$   $\mu\text{m}$	$\sigma_x$   $\mu\text{m}$	$\sigma_y$   $\mu\text{m}$	x	y
WW-ORK	7.1	6.0	2.2	2.2	3.2	2.7
WW-OKSF	6.5	5.0	2.5	2.2	2.6	2.3
WW-GKSF	4.3	3.8	2.1	2.2	2.0	1.7
WW-BKSF	2.6	2.6	1.3	1.3	2.0	2.0
ÜWW-ORK	19.1	12.4	4.1	3.1	4.7	4.0
ÜWW-OKSF	10.9	7.0	3.2	2.9	3.4	2.4
ÜWW-GKSF	6.2	6.1	2.7	2.7	2.3	2.3
ÜWW-BKSF	4.2	3.6	2.0	1.8	2.1	2.0

Tab. 4.2 Extremwerte der Standardabweichungen ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) der Bildkoordinaten in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler

### 3.1.2 Homogenität der Bildkoordinatenfehler

Der Begriff der Homogenität hat hier zweifache Bedeutung. Er beinhaltet einmal die Konstanz der Standardabweichungen  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  innerhalb des Bildes ( $f(x,y)$ ), und zum anderen läßt er sich auch auf die Gleichheit von  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  eines einzelnen Bildpunktes anwenden.

Zum letzteren liefern die Untersuchungen das Ergebnis, daß die mittleren Fehler  $\sigma_x$  der Bildkoordinaten bei WW und ÜWW in fast allen Fällen ungenauer sind. Die Gleichheit von  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  wird mit Ausnahme der Versionen GKSF auf dem 5 % Niveau statistisch signifikant abgelehnt (Tab. 4.1). Dieser Befund deckt sich im übrigen auch mit dem Verhalten der Maximalfehler, die grundsätzlich bei allen Versionen für  $\sigma_x$  die größten Werte annehmen (Tab. 4.2).

Variation der Bildkoordinatengenauigkeit im Bild: Bei beiden Kammern, WW und ÜWW, ist eine Abhängigkeit der Bildkoordinatengenauigkeit ( $\sigma_x, \sigma_y$ ) von der Lage im Bild klar zu erkennen. Die Genauigkeitsunterschiede sind umso größer, je einfacher das Funktionalmodell gewählt wird (vgl. Abb. 4.8, 4.9, 4.10).

Weitwinkel: Bei WW (Abb. 4.8) unterscheiden sich die Isolinien Darstellungen von  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$  der Versionen ORK und OKSF nur geringfügig voneinander. In beiden Fällen sind Inhomogenitäten der Bildkoordinatengenauigkeit in beiden Koordinatenrichtungen nicht zu übersehen. Nach der Korrektur systematischer Fehler (Version GKSF) zeigt sich jedoch eine erfreuliche Zunahme der Konstanz der Bildkoordinatengenauigkeit: Bei einem Isolinienintervall von 1  $\mu\text{m}$  lassen sich die Variationen der Standardabweichungen in x und y fast vollständig durch eine einzige Isolinie (3  $\mu\text{m}$ ) darstellen. Diese Tendenz setzt sich bei den zufälligen Fehlern in Abbildung 4.10 in eindrucksvoller Weise fort, wo die Standardabweichungen praktisch nur noch innerhalb einer Intervallbreite von 0.5  $\mu\text{m}$  (!) zwischen 1.5  $\mu\text{m}$  und 2  $\mu\text{m}$  variieren.

Überweitwinkel: Bei ÜWW (Abb. 4.9) ist der Einfluß der stufenweisen Verfeinerung des Funktionalmodells auf die Homogenität der mittleren Bildkoordinatenfehler besonders augenscheinlich. Trotzdem sind die Genauigkeitsunterschiede innerhalb des Bildes in allen Fällen jeweils wesentlich größer als bei vergleichbaren WW-Versionen. Dies trifft auch auf die Version GKSF nach der Korrektur systematischer Fehler zu, wo bei ÜWW noch ein deutliches Anwachsen der mittleren Fehler zum Bildrand hin festzustellen ist. Bei den zufälligen Fehlern der Version BKSF - Abbildung 4.10 - gehen die Genauigkeitsunterschiede absolut gesehen zwar weiter zurück, die Tendenz einer Genauigkeitsabnahme zum Bildrand hin ist jedoch nach wie vor deutlich zu erkennen.

Extremwerte der Bildkoordinatenfehler: Die anhand der Isolinienbilder beschriebenen Eigenschaften der Bildkoordinatenfehler spiegeln sich auch in den in Tabelle 4.2 aufgeführten Faktoren zwischen maximalen und minimalen Standardabweichungen einer Untersuchungsversion wieder. Bei beiden Befliegungen ist eine deutliche Abnahme der maximalen Genauigkeitsunterschiede mit zunehmender Strenge des Funktionalmodells festzustellen. Dabei ist bemerkenswert, daß auch nach der Korrektur systematischer Fehler bei WW und ÜWW maximale Genauigkeitsunterschiede um den Faktor 2 bestehen bleiben.

Statistische Tests auf Homogenität der Bildkoordinatengenauigkeit: Nach dem in Abschnitt 2.1.1 dieses Kapitels beschriebenen Test wird die Gleichheit der Varianzen der Bildkoordinaten der verschiedenen Bildbereiche in allen Fällen statistisch abgelehnt. Der zweite bei dieser Untersuchung angewandte Test, bei dem die Gleichheit der einzelnen Varianzen mit dem Mittelwert aus allen 41 Punkten einer Version überprüft wird, erlaubt jedoch noch eine Differenzierung der Aussagen.

Wie die in Tabelle 4.1 aufgeführten Prozentanteile der vom Mittelwert signifikant verschiedenen Varianzen zeigen, ist die Homogenität des Weitwinkelmaterials ohne Korrektur systematischer Fehler (Versionen ORK und DKSF) jeweils deutlich besser als bei ÜWW. Nach der Korrektur systematischer Bildfehler (Versionen GKSF sowie BKSF) kommt es zu einer Annäherung der Homogenität zwischen beiden Kammern. Vergleichen wir die Einzelwerte des Signifikanztests in Tabelle 4.1, dann fällt auf, daß die Verfeinerung des Funktionalmodells bei WW lediglich die Homogenität der  $\sigma_y$ -Werte zu verbessern vermag, während sich die Werte in  $\sigma_x$  nur geringfügig ändern. Bei ÜWW tritt überraschenderweise nach der Anbringung der radialsymmetrischen Korrekturen ein deutlicher Unterschied in der Homogenität zwischen x und y zu Tage, der auf einen unvollständigen Ansatz bei den a priori Korrekturen schließen läßt. Dieser Effekt - er zeigt sich auch noch bei anderen Ergebnissen - kann allerdings nach der Korrektur systematischer Fehler wieder kompensiert werden.

Auch wenn die Ergebnisse der statistischen Tests die positive Wirkung der Korrektur systematischer Bildfehler deutlich unter Beweis stellen, bleibt dennoch festzuhalten, daß auch nach der Korrektur immer noch knapp die Hälfte aller Varianzen statistisch signifikant von einem gemeinsamen Mittelwert verschieden ist.

### 3.1.3 Symmetrieeigenschaften der Bildkoordinatengenauigkeit

Zu den Symmetrieeigenschaften der Standardabweichungen der Bildkoordinaten ist generell zu sagen, daß sie bei WW und ÖWW zwischen x und y jeweils klar erkennbar verschieden sind. Ein radialsymmetrisches Verhalten der mittleren Fehler, wie es theoretischen Fehlerannahmen häufig zugrundegelegt wird, tritt, von Einzelfällen abgesehen, nicht in Erscheinung.

Weitwinkel: Bei WW (Abb. 4.8) sind Symmetrien der Bildkoordinatenfehler überhaupt nur schwach ausgeprägt. Eine Ausnahme bildet lediglich die Version BKSF (Abb. 4.10) mit nur zufälligen Fehlern, bei der die Standardabweichungen  $\sigma_x$  eindeutig zur y-Achse symmetrisch sind, während die Standardabweichungen  $\sigma_y$  ebenso deutlich eine Symmetrie zur x-Achse aufweisen. Überraschenderweise treten dabei die größten  $\sigma_y$ -Werte entlang der x-Achse auf.

Überweitwinkel: Die bei WW nur für die zufälligen Fehler festgestellten Symmetrieeigenschaften bilden bei ÖWW das hervorstechende Merkmal aller Versionen: Die  $\sigma_x$ -Werte besitzen eine eindeutige Symmetrie zur y-Achse, während sich die  $\sigma_y$ -Werte genau umgekehrt verhalten und zur x-Achse symmetrisch sind (vgl. Abb. 4.9).

Auf welche physikalischen Ursachen dieses Phänomen der Bildkoordinatengenauigkeit zurückzuführen ist, kann mit Hilfe des vorliegenden Datenmaterials nicht weiter geklärt werden.

**WW-ORK**

6.30	3.95	4.42	2.93	4.96
3.78	2.78	3.76	3.70	3.89
	3.32	3.70	3.25	3.76
	3.34	3.95	3.31	4.20
3.54	2.28	2.88	2.45	3.57
3.72	3.06	4.87	2.24	4.55
	3.64	2.60	2.70	2.99
	3.32	3.94	3.50	2.94
5.82	2.52	2.93	3.05	3.17
4.06	2.78	3.72	2.53	4.43
	4.13	2.17	3.42	2.85
	3.21	3.02	2.27	3.25
4.71	3.37	3.77	2.52	3.32
3.61	2.95	2.91	3.23	3.74
	3.56	3.56	3.07	3.08
	2.67	2.98	3.12	3.43
7.09	3.69	3.92	3.26	4.57
5.79	3.77	3.97	3.09	6.00

**ÜWW-ORK**

17.25	9.04	4.28	6.43	13.80
9.67	8.36	8.21	7.97	12.14
	5.97	4.19	4.08	6.46
	4.86	8.75	8.74	5.04
7.39	8.20	4.74	7.05	7.68
5.68	7.78	5.79	7.33	5.87
	14.51	5.09	4.15	12.51
	6.79	4.71	4.62	4.82
15.60	12.19	4.20	8.26	11.87
3.70	4.03	3.12	4.22	3.56
	15.95	5.57	4.36	13.20
	3.62	4.73	4.55	5.83
8.72	8.79	5.21	7.51	7.47
5.60	8.02	8.73	9.45	5.29
	9.01	4.37	4.60	4.59
	6.99	9.97	10.10	5.28
19.06	12.14	6.20	6.04	11.33
11.49	9.47	8.50	8.43	12.39

**WW-OKSF**

6.46	4.22	4.50	2.85	3.86
3.80	2.73	2.98	2.69	5.04
	3.68	3.58	3.42	3.78
	3.74	3.30	3.03	3.99
3.23	2.48	2.92	2.47	3.55
3.54	2.80	3.77	2.23	4.27
	3.62	2.57	2.72	3.01
	3.31	3.51	3.39	2.89
4.65	3.24	2.82	2.69	2.89
4.04	2.75	3.82	2.53	4.45
	3.80	2.89	2.88	2.82
	3.77	3.44	2.52	3.34
4.48	3.20	3.81	2.71	2.84
3.59	2.96	3.03	3.49	4.05
	3.38	3.56	3.14	2.66
	2.57	2.47	3.02	3.39
5.34	3.92	3.96	3.33	3.63
4.27	3.22	3.28	2.80	4.79

**ÜWW-OKSF**

7.48	6.13	3.91	4.96	6.60
6.64	5.22	5.97	5.27	5.84
	5.17	3.24	3.87	5.42
	4.61	4.25	4.81	4.54
5.23	4.40	4.09	3.63	5.67
4.59	3.39	3.54	3.43	5.72
	7.75	3.77	4.40	5.69
	4.74	2.92	4.47	3.22
9.03	6.74	4.00	4.01	6.69
3.69	4.09	3.10	4.21	3.65
	9.66	4.36	3.86	6.88
	2.96	3.30	2.90	3.88
6.22	5.46	4.58	4.33	6.33
5.02	4.23	4.88	4.73	4.21
	8.34	4.15	3.83	4.54
	6.75	6.53	5.99	4.50
10.92	9.46	5.39	4.36	4.21
6.79	7.02	5.70	5.53	5.57

**WW-GKSF**

4.32	3.44	3.51	2.80	3.19
3.74	2.66	2.73	2.61	3.54
	3.15	2.81	2.66	3.66
	3.78	2.55	2.92	3.49
3.16	2.21	2.70	2.46	3.54
3.29	2.57	2.57	2.77	3.04
	2.63	2.52	2.60	3.00
	3.78	2.57	2.52	2.87
3.13	2.47	2.71	2.56	2.90
3.48	2.65	3.52	2.52	3.20
	2.85	2.15	2.84	2.69
	2.92	2.76	2.76	3.36
3.78	2.89	3.46	2.11	2.82
3.23	2.71	2.72	2.73	3.55
	2.77	3.51	2.94	2.64
	2.54	2.44	2.97	3.37
3.97	3.30	3.33	3.13	3.42
3.85	2.99	3.09	3.03	3.34

**ÜWW-GKSF**

4.78	3.81	3.82	4.50	5.48
5.32	4.45	4.74	4.52	4.75
	4.64	3.15	3.74	4.32
	4.48	4.04	4.56	3.37
5.28	3.25	3.67	3.62	5.13
3.48	2.96	3.71	3.71	4.45
	4.06	3.27	3.42	3.89
	3.70	2.78	4.06	3.21
4.48	3.48	3.07	3.97	4.68
3.51	3.96	2.97	4.04	3.55
	3.87	3.62	2.68	4.13
	2.75	3.28	2.76	3.78
5.40	3.88	4.53	3.44	4.88
4.07	3.55	4.02	3.30	4.73
	4.62	3.66	3.04	4.18
	4.04	4.92	3.91	4.47
6.18	4.37	3.66	4.35	3.66
6.07	4.75	5.22	5.41	4.74

Abb. 4.7 Standardabweichungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  der Bildkoordinaten bei WW und ÜWW in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler (Angaben in  $\mu\text{m}$ , oberer Wert =  $\sigma_x$ , unterer Wert =  $\sigma_y$ )

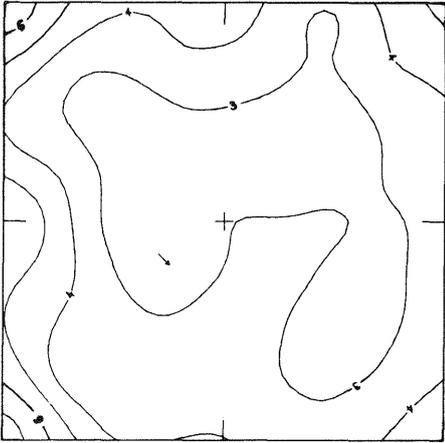
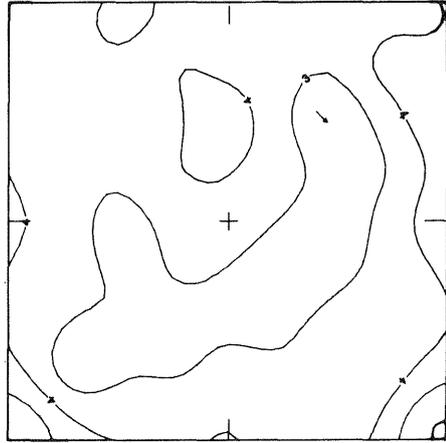
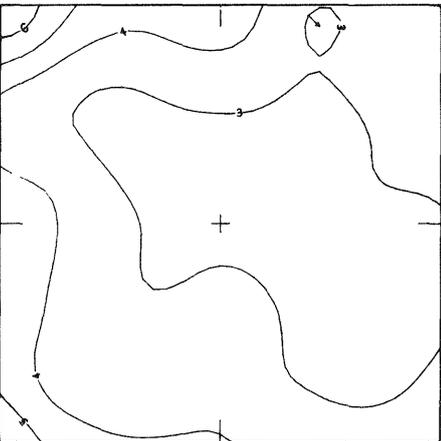
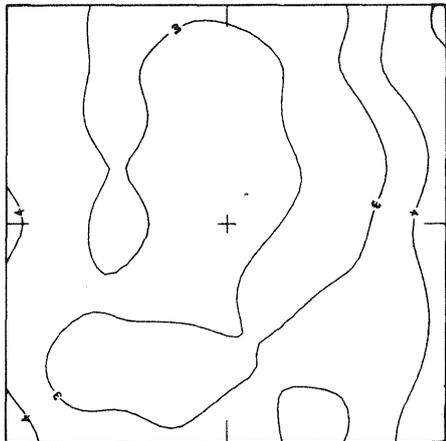
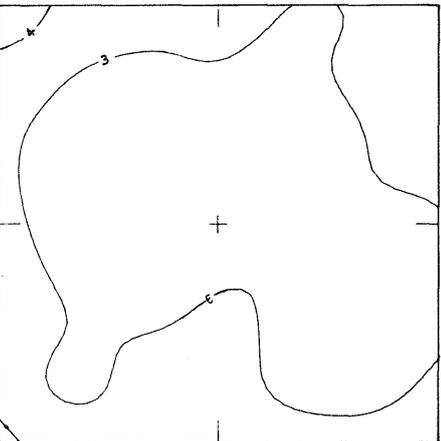
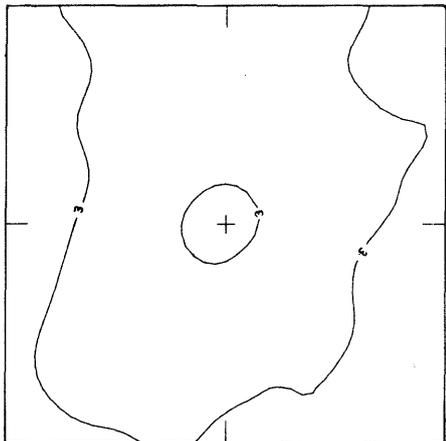
**WW-ORK** $\sigma_x$  $\sigma_y$ **WW-OKSF** $\sigma_x$  $\sigma_y$ **WW-GKSF** $\sigma_x$  $\sigma_y$ 

Abb. 4.8 Weitwinkel: Verteilung der Standardabweichungen der Koordinaten im Bild in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler  
(Angaben in  $\mu\text{m}$ ; Isolinienintervall 1  $\mu\text{m}$ )

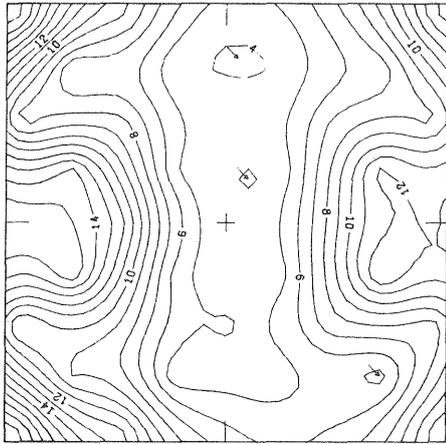
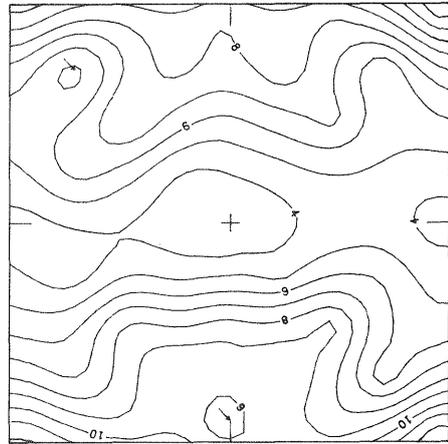
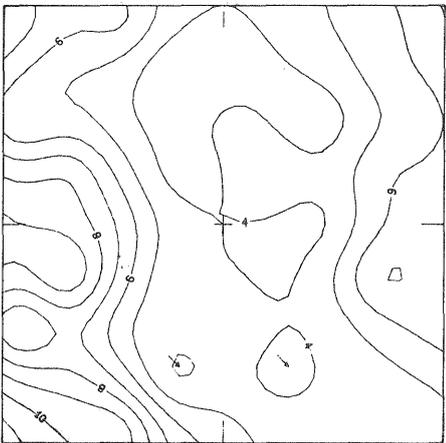
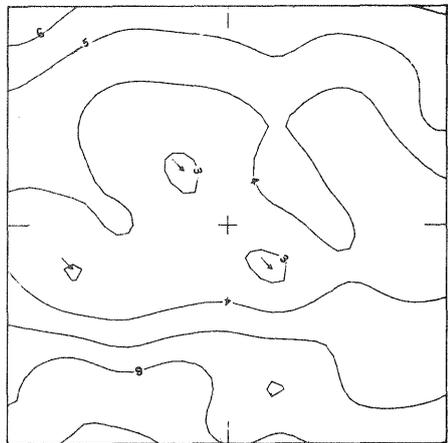
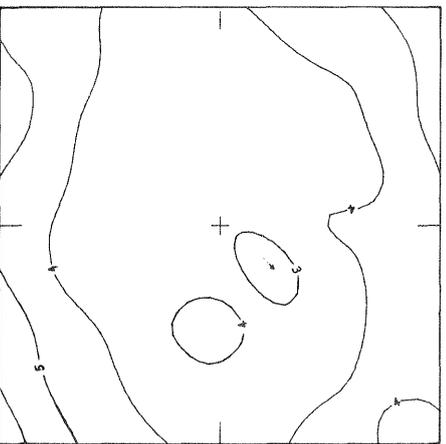
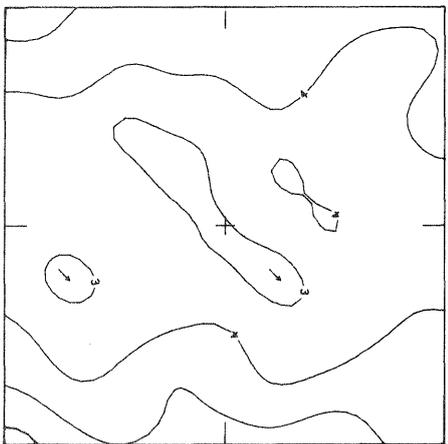
**ÜWW-ORK** $\sigma_x$  $\sigma_y$ **ÜWW-OKSF** $\sigma_x$  $\sigma_y$ **ÜWW-GKSF** $\sigma_x$  $\sigma_y$ 

Abb. 4.9 Überweitwinkel: Verteilung der Standardabweichungen der Koordinaten im Bild in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler  
(Angaben in  $\mu\text{m}$ ; Isolinienintervall  $1 \mu\text{m}$ )

WW - BKSF

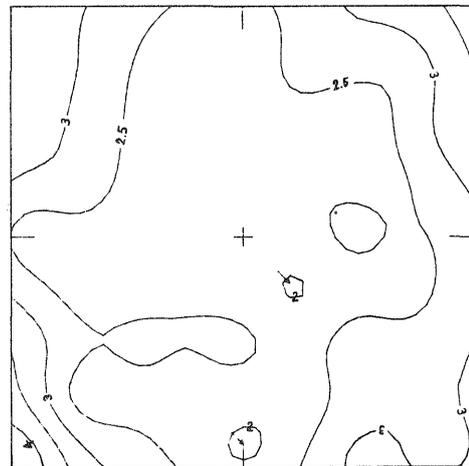
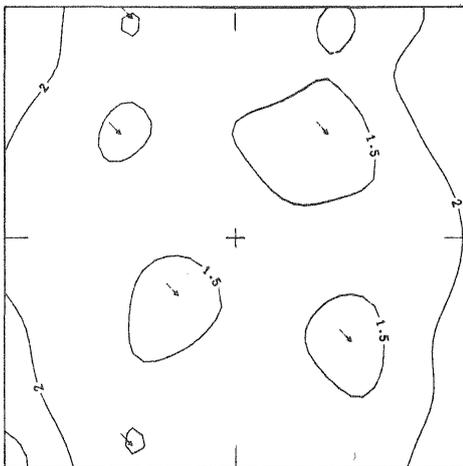
ÜWW - BKSF

2.33	1.48	1.99	1.44	2.13
1.78	1.68	1.58	1.75	1.81
	1.88	1.79	1.58	2.04
	1.84	1.67	1.71	1.44
1.98	1.41	1.49	1.32	2.30
1.45	1.36	1.47	1.26	1.70
	1.60	1.87	1.43	1.61
	1.76	1.42	1.71	1.52
1.72	1.65	1.75	1.64	1.94
2.64	1.53	2.58	1.46	2.35
	1.82	1.29	1.67	1.65
	1.53	1.49	1.50	1.60
2.06	1.51	1.67	1.26	2.19
1.79	1.63	1.53	1.63	1.60
	1.74	1.63	1.88	1.68
	1.44	1.28	1.81	1.66
2.56	1.50	1.83	1.55	2.38
1.75	1.95	1.60	1.69	1.68

3.38	2.65	2.25	2.97	3.56
3.65	2.41	2.79	2.85	3.09
	2.98	2.02	2.58	2.66
	2.57	2.56	2.08	2.56
3.29	2.41	2.18	2.26	3.35
2.78	2.74	2.25	2.74	3.28
	2.77	2.04	2.43	2.47
	2.34	2.05	2.45	2.48
2.31	2.20	2.20	2.57	2.69
2.26	2.23	1.77	2.33	2.39
	2.33	2.43	1.97	2.34
	2.20	2.75	1.92	2.33
3.32	2.56	2.58	2.68	2.90
2.53	2.61	1.96	2.47	2.69
	2.37	2.33	2.19	2.96
	2.70	2.57	2.32	3.09
4.23	2.66	1.96	3.03	2.94
3.60	2.58	2.56	3.39	3.44

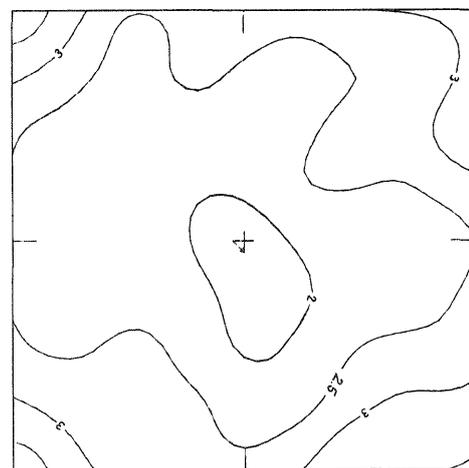
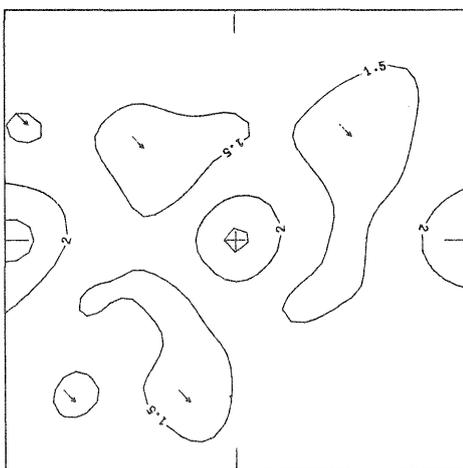
X-Wert  
+  
Y-Wert  
in  $\mu\text{m}$

X-Wert  
+  
Y-Wert  
in  $\mu\text{m}$



$\sigma_x$

$\sigma_x$



$\sigma_y$

$\sigma_y$

Abb. 4.10 Zufällige Fehler (Noise) der Bildkoordinaten für WW und ÜWW (Angaben in  $\mu\text{m}$ ; Isolinienintervall 0.5  $\mu\text{m}$ )

### 3.2 Korrelationen im Einzelbild

Die Berechnung der bildinternen Korrelationen liefert für jede Version eine symmetrische Korrelationsmatrix des in Abbildung 4.3 dargestellten Typs. Bei zwei Kammern, WW und ÜWW, sowie 4 Stufen der Korrektur systematischer Bildfehler sind dies insgesamt 8 Matrizen der Größe  $82 \times 82$ .

Darstellung der Ergebnisse: In dieser Arbeit werden allerdings nur die wichtigsten statistischen Resultate auszugsweise in 2 Tabellen - Tabelle 4.3 (Größe der Korrelationen) und Tabelle 4.4 (Signifikanzverhältnisse) - dargelegt. Zusätzlich sind die normierten Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten graphisch in Form von Histogrammen dargestellt (Abb. 4.11). Als Interpretationshilfe für die Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten sind für bestimmte ausgewählte Bildpunkte die Korrelationen zu allen übrigen Punkten eines Bildes graphisch durch Linien gleicher Korrelation dargestellt. Die Interpolation und Zeichnung der Isolinienbilder erfolgte mit dem Programm SCOP (STANGER [86]) des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart. Die Abbildungen 4.12 - 4.15 enthalten eine Auswahl solcher Isolinienbilder für die Versionen ORK, OKSF, GKSF jeweils getrennt nach Auto- und Kreuzkorrelationen.

Eine vollständige Darstellung aller Ergebnisse war wegen der Größe der Korrelationsmatrizen hier nicht möglich. Für eine eventuelle Weiterverwendung der erhaltenen Daten sind im Anhang dieser Arbeit auszugsweise die Korrelationen der 9 Standardpunkte des Bildes für folgende Fälle angegeben:

WW -Version OKSF ( $r_{xx}$ ,  $r_{yy}$ ,  $r_{xy}$ )

ÜWW-Version OKSF ( $r_{xx}$ ,  $r_{yy}$ ,  $r_{xy}$ )

#### 3.2.1 Größe der Korrelationskoeffizienten

Um einen allgemeinen Überblick über die Stärke der Korrelation im Bild zu gewinnen, wurden die Koeffizienten  $r_{ik}$  der Korrelationsmatrix R in 20 Klassen zwischen  $-1 \leq r_{ik} \leq 1$  unterteilt und aus den Klassenstärken normierte Häufigkeitsverteilungen in Prozent berechnet. Die Zuordnung der Koeffizienten in die entsprechenden Klassen erfolgte getrennt nach Auto- und Kreuzkorrelationen.

Häufigkeitstabellen: Da bei WW und ÜWW zwischen den Häufigkeitsverteilungen der Autokorrelationen  $r_{xx}$  und  $r_{yy}$  sowie der Kreuzkorrelation  $r_{xy}$  nur geringe Abweichungen auftreten, sind in der Tabelle 4.3 nur noch die Gesamtmittelwerte der einzelnen Klassen dargelegt. Die angegebenen Häufigkeitstabellen zeigen die Stärke der Korrelation bei WW und ÜWW jeweils in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler (Versionen ORK, OKSF, GKSF).

Korrelationsklasse	Prozentuale Anteile verschiedener Korrelationsklassen an der Gesamtheit der möglichen Korrelationen					
	W E I T W I N K E L			O B E R W E I T W I N K E L		
	ORK	OKSF	GKSF	ORK	OKSF	GKSF
-1.00 < r < -0.95	-	-	-	0.1	-	-
-0.95 < r < -0.85	-	-	-	2.3	0.2	-
-0.85 < r < -0.75	0.2	0.2	-	5.2	0.7	-
-0.75 < r < -0.65	1.0	1.0	0.2	5.5	1.7	-
-0.65 < r < -0.55	2.4	2.0	1.2	5.0	2.9	0.3
-0.55 < r < -0.45	3.9	4.0	2.3	4.8	4.3	0.6
-0.45 < r < -0.35	6.8	6.3	3.8	5.2	5.9	1.6
-0.35 < r < -0.25	9.2	8.3	7.8	6.7	6.9	3.9
-0.25 < r < -0.15	10.6	10.4	11.8	5.8	8.8	10.5
0.15 < r < 0.25	10.4	9.8	10.9	5.6	8.8	8.8
0.25 < r < 0.35	8.1	8.0	5.8	6.4	7.0	3.2
0.35 < r < 0.45	5.0	5.5	3.2	4.6	5.8	1.0
0.45 < r < 0.55	3.3	2.6	1.2	5.3	3.5	0.1
0.55 < r < 0.65	1.8	1.4	0.3	4.8	2.4	-
0.65 < r < 0.75	0.5	0.5	0.1	5.8	1.2	-
0.75 < r < 0.85	0.3	0.2	-	4.0	0.4	-
0.85 < r < 0.95	-	-	-	2.4	-	-
0.95 < r < 1.00	-	-	-	0.1	-	-
Nichtsignifikant	36.3	39.8	51.3	20.5	39.4	70.1

Tab. 4.3 Häufigkeitstabellen für die Stärke der Korrelation in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler

Histogramme: Für eine anschaulichere Interpretation der Ergebnisse sind die normierten Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten in Abbildung 4.11 für die verschiedenen Stufen der Verfeinerung des Funktionalmodells ORK, OKSF und GKSF graphisch in Form von Histogrammen gegenübergestellt. Bei ungefähr symmetrischer Verteilung von positiven und negativen Korrelationen (vgl. Tab. 4.3) wurde die Darstellung auf die Absolutbeträge der Korrelationskoeffizienten einer Version beschränkt.

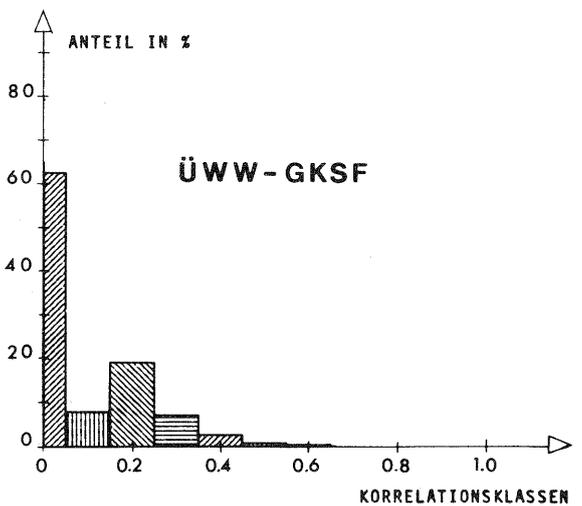
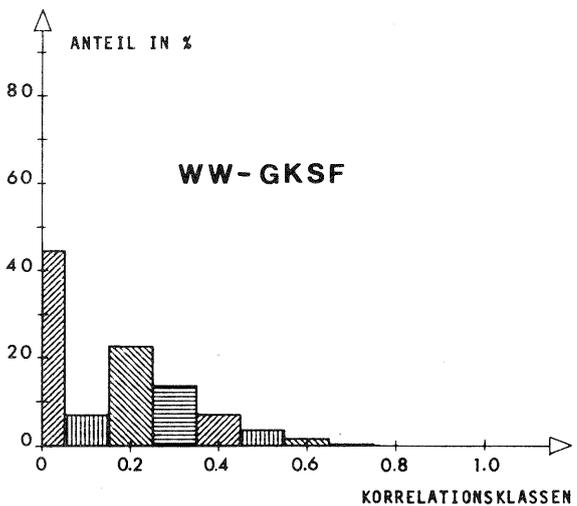
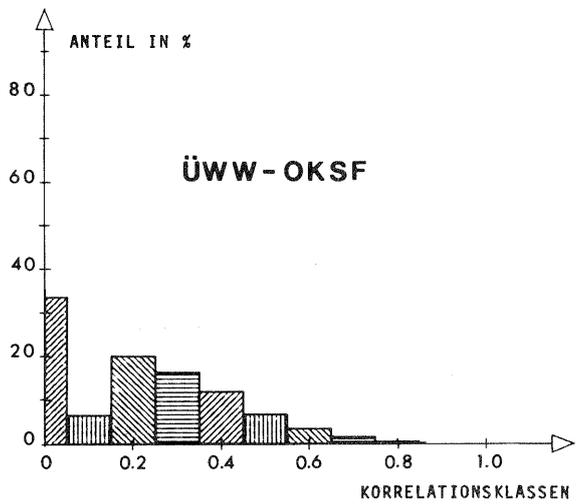
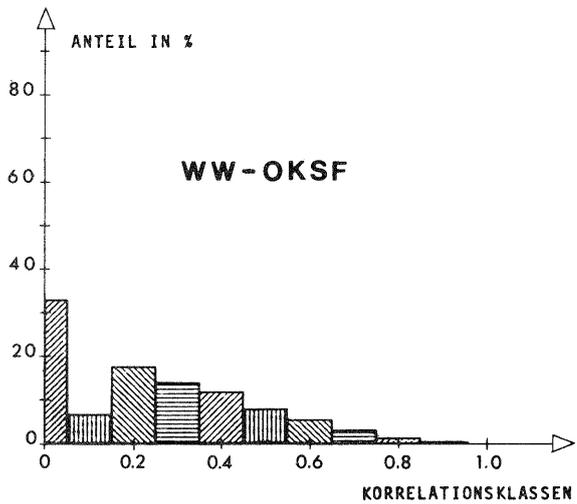
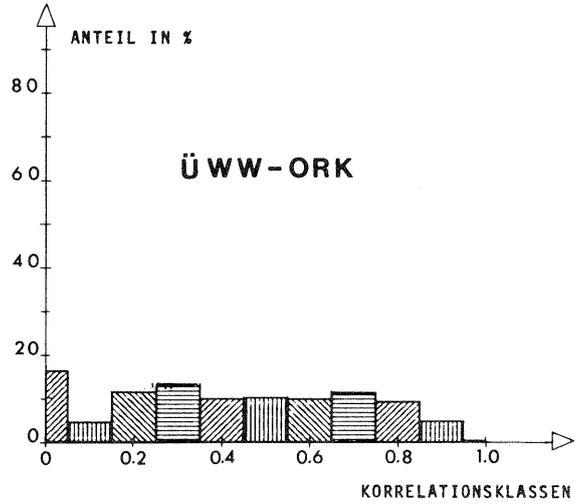
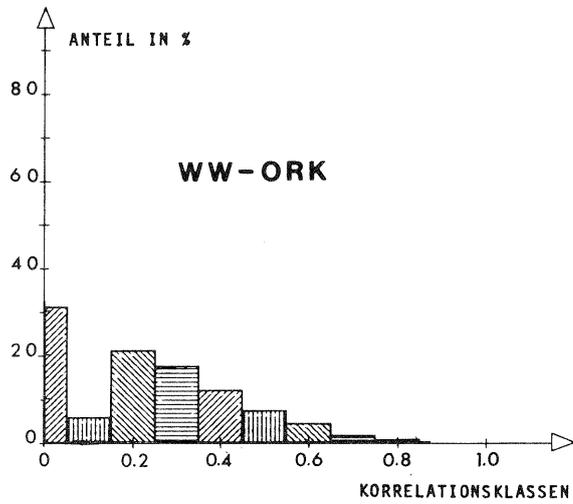


Abb. 4.11 Häufigkeitsverteilung der Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler (Im Bereich bis 0.05 sind die nichtsignifikanten Korrelationen mit enthalten.)

Bei beiden Kammern, WW und ÖWW, tritt die Korrelation der Bildkoordinaten umso deutlicher in Erscheinung, je einfacher das Funktionalmodell gewählt wird:

- Version ORK: Bei einem Verzicht auf die a priori Korrektur der Bildkoordinaten wegen radialsymmetrischer Fehlereinflüsse ist bei beiden Befliegungen wie erwartet die größte Korrelation zu verzeichnen. Bei WW liegt der überwiegende Anteil der signifikanten Korrelation im Bereich zwischen 0.2 und 0.6, bei ÖWW treten infolge des dominierenden Einflusses der nicht berücksichtigten radialen Bildfehler noch erheblich größere Korrelationen in Erscheinung, so daß die Werte gleichmäßig zwischen 0.2 und 0.9 verteilt sind.
- Version OKSF: Die Elimination der radialsymmetrischen Fehlereinflüsse bewirkt bei WW nur einen geringen Rückgang der Korrelation, der Hauptanteil der Korrelationskoeffizienten erreicht nach wie vor Werte zwischen 0.2 und 0.6 und die Histogramme der Versionen ORK und OKSF lassen nur geringe Unterschiede erkennen. Im Gegensatz zu WW zeigt sich bei ÖWW nach Anbringung der a priori Korrekturen eine deutliche Veränderung der Häufigkeitsverteilung. Die Hauptanteile der signifikanten Korrelationen liegen jetzt im Bereich zwischen 0.2 und 0.6, größere Korrelationen sind nur noch vereinzelt zu erkennen.

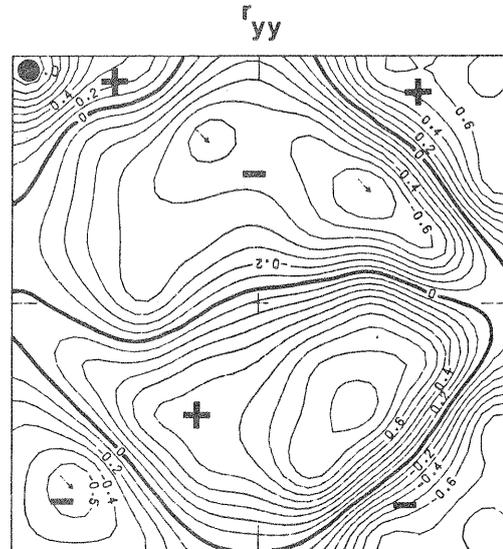
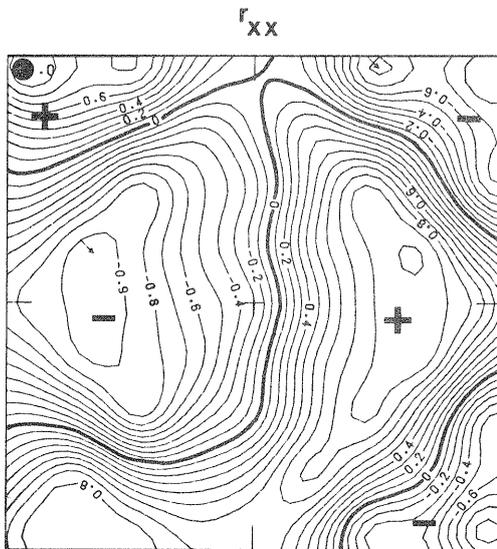
Interessanterweise stimmen die Häufigkeitsverteilungen von WW und ÖWW bei dieser Version sehr gut überein (vgl. auch Tab. 4.3). Dadurch wird angezeigt, daß ohne Korrektur systematischer Bildfehler in beiden Fällen mit etwa gleich großen Korrelationen zu rechnen ist.

- Version GKSF: Die gesamtflugweise Korrektur systematischer Bildfehler (= Trendanteil) führt bei WW und ÖWW jeweils zu einer deutlichen Abnahme der Korrelation. Bei WW, wo die Effizienz der Kompensation systematischer Bildfehler etwas geringer ist als bei ÖWW, liegt der Hauptanteil der noch signifikanten Korrelationen zwischen 0.2 und 0.5. Bei ÖWW ist nur noch knapp ein Drittel aller Korrelationen signifikant, die Koeffizienten erreichen nur mehr Beträge zwischen 0.2 und 0.4. Insgesamt gesehen können die für diese Version nachgewiesenen Korrelationen als gering bezeichnet werden.

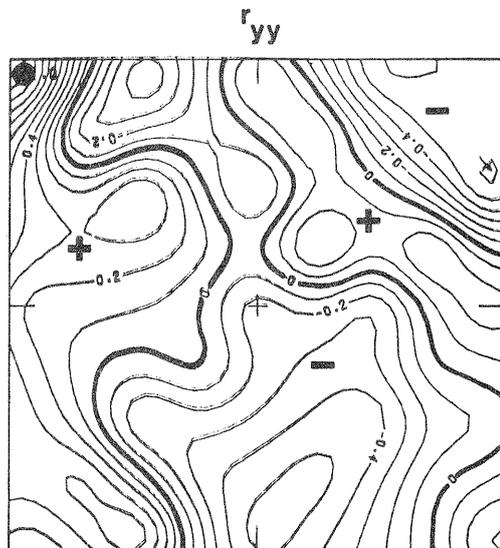
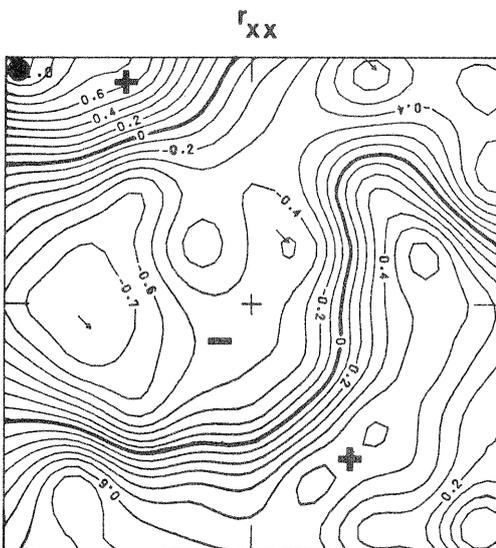
Die anhand der Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten festgestellte Wirkung der Korrektur systematischer Bildfehler ist sehr deutlich auch aus der Gegenüberstellung von Isolinienbildern der Versionen ORK, OKSF und GKSF in der Abbildung 4.12 zu erkennen.

Bei beiden Kammern, WW und ÖWW, zeigt sich bei zunehmender Verfeinerung des Funktionalmodells eine deutliche Veränderung der Isolinienbilder. Besonders offensichtlich ist die Abnahme der Korrelation bei den Bildern für die Version GKSF, bei denen die Isolinien infolge der geringen Korrelation sehr unregelmäßig und unsicher verlaufen und kaum noch Gemeinsamkeiten mit den Versionen ORK und OKSF erkennen lassen.

# ÜWW-ORK



# ÜWW-OKSF



# ÜWW-GKSF

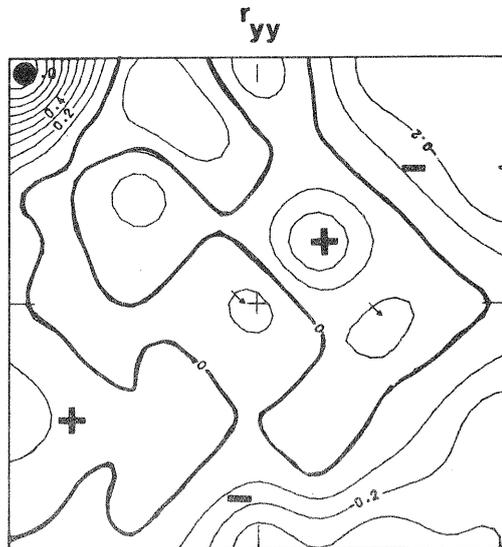
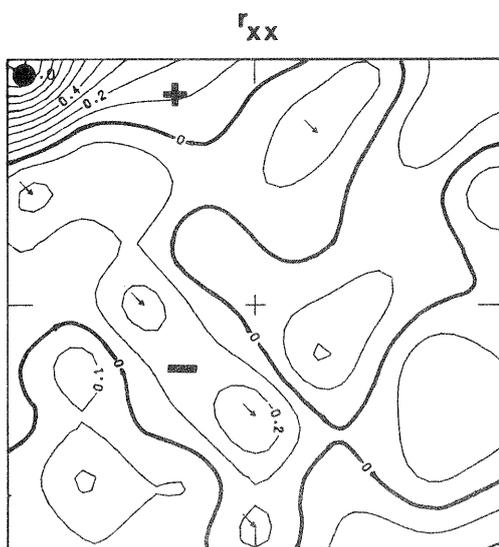


Abb. 4.12 Überweitwinkel: Beispiele für die Autokorrelation in x und y in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler (Isolinienintervall  $d = 0.1$ ; ● = Bezugspunkt)

Maximalwerte: Für WW und ÖWW ergeben sich in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler folgende Maximalwerte für einzelne Korrelationskoeffizienten:

	$r_{ik_{max}}$	Häufigkeit dieser Werte
WW-ORK	0.85	(0.5 %)
WW-OKSF	0.85	(0.4 %)
WW-GKSF	0.75	(0.3 %)
ÖWW-ORK	0.95	(0.2 %)
ÖWW-OKSF	0.85	(0.4 %)
ÖWW-GKSF	0.65	(0.3 %)

Diese Werte unterstreichen, daß besonders im Falle eines Verzichts auf die Korrektur systematischer Bildfehler mit erheblichen Korrelationen zu rechnen ist. Der Rückgang der Korrelation mit zunehmender Verfeinerung des Funktionalmodells ist bei den Maximalwerten wesentlich schwächer ausgeprägt als bei durchschnittlichen, anhand der Häufigkeitstabellen besprochenen Korrelationen.

Signifikanz der Korrelationskoeffizienten: Bei der Aufstellung der Korrelationsmatrix R wird jeder Korrelationskoeffizient einzeln nach dem in Abschnitt 2.1.4 angegebenen Test mit 95 % Sicherheitswahrscheinlichkeit auf seine Signifikanz überprüft. Die hieraus berechneten Gesamtwerte der signifikant von Null verschiedenen Korrelationskoeffizienten sind für alle untersuchten Versionen in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Sie bilden neben den Häufigkeitstabellen für die Größe der Korrelation ein weiteres grobes Beurteilungskriterium für das bildinterne Korrelationsverhalten in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler.

Version	Anteil der signifikanten Korrelationen in der Matrix R in %			
	$r_{xx}$	$r_{yy}$	$r_{xy}$	Mittel
WW-ORK	63	68	62	64
WW-OKSF	56	64	61	60
WW-GKSF	48	52	48	49
WW-BKSF	0	0	0	0
ÖWW-ORK	80	80	79	80
ÖWW-OKSF	71	50	60	61
ÖWW-GKSF	33	29	29	30
ÖWW-BKSF	0	0	0	0

Tab. 4.4 Signifikanz der Korrelation im Bild in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler

Anhand der in Tabelle 4.4 dargelegten Ergebnisse sind folgende Aussagen möglich:

- Der Gesamtanteil signifikanter Korrelationen ist bei WW und ÜWW jeweils deutlich vom Verfeinerungsgrad des Funktionalmodells abhängig.
- Bei Version BKSF (bildweise Elimination des gesamten Trend- und Signalanteiles) treten, wie zu erwarten war, keine signifikanten Korrelationen mehr in Erscheinung. Die für diese Version berechneten Varianzen bzw. Standardabweichungen repräsentieren damit wirklich den Noise der Bildkoordinaten (s. Abschn. 3.1 dieses Kapitels).
- Hinsichtlich der Signifikanz der Autokorrelationen in x und y ergeben sich bei WW geringfügig größere Anteile für  $r_{yy}$  gegenüber  $r_{xx}$ , während bei ÜWW generell die Signifikanzanteile für  $r_{xx}$  größer sind als diejenigen für  $r_{yy}$ . Gesetzmäßigkeiten sind aus den geringen Differenzen jedoch nicht ableitbar.

### 3.2.2 Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten

Die typischen Merkmale der ermittelten Korrelationen gehen anschaulich aus den Isolinenbildern der Abbildungen 4.12 sowie den Abbildungen 4.13 - 4.15 hervor. Um einen direkten Vergleich zwischen den systematischen Bildfehlern und der Korrelation der Bildkoordinaten anstellen zu können, sind in den Abbildungen 4.13 - 4.15 den Isolinenbildern der Auto- und Kreuzkorrelation einer Version ( $r_{xx}$ ,  $r_{yy}$ ,  $r_{xy}$ ,  $r_{yx}$ ) jeweils die entsprechenden Isolinenbilder der systematischen Bildfehler aus Kapitel III gegenübergestellt (Abb. 4.13: WW-OKSF; Abb. 4.14: ÜWW-OKSF; Abb. 4.15: ÜWW-ORK).

Die Bilder sind übersichtlich und leicht zu interpretieren und bedürfen keiner besonderen Erläuterung. Die Diskussion kann sich deshalb auf die Darstellung der Haupteigenschaften beschränken:

- Hervorspringendes Merkmal der Abbildungen ist die starke Ähnlichkeit zwischen den Isolinenbildern der Auto- und Kreuzkorrelationen mit den entsprechenden Isolinenbildern der systematischen Bildfehler. Besonders klar zu erkennen ist diese Übereinstimmung bei einem Vergleich der verstärkt dargestellten Null-Linien der Korrelation mit den Null-Linien der Systematik. Diese Gemeinsamkeit der Isolinenbilder, sie ist bei WW und ÜWW gleich ausgeprägt, ist Ausdruck einer starken Abhängigkeit der Korrelationseigenschaften von den systematischen Bildfehlern. Aus dieser Abhängigkeit lassen sich im wesentlichen auch alle nachfolgend genannten Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten erklären.
- Die Korrelation der Bildkoordinaten ist zwischen x und y deutlich verschieden. Die entsprechenden Isolinen für die Autokorrelation  $r_{xx}$  und  $r_{yy}$  eines Bezugspunktes mit den übrigen Punkten des Bildes lassen keinerlei Gemeinsamkeiten erkennen. Dies gilt auch für die Isolinenbilder der nicht umkehrbaren Kreuzkorrelationen  $r_{xy}$  und  $r_{yx}$  eines Bezugspunktes. Allerdings zeigt sich durch

die gemeinsame Abhängigkeit der Korrelationskoeffizienten von den systematischen Bildfehlern eine gewisse Ähnlichkeit im Verlauf der Isolinien zwischen der Autokorrelation  $r_{xx}$  und der Kreuzkorrelation  $r_{yx}$  sowie zwischen der Autokorrelation  $r_{yy}$  und der Kreuzkorrelation  $r_{xy}$  eines Bezugspunktes (Richtung bzw. Vorzeichen der Korrelation muß dabei nicht übereinstimmen).

- Die Größe bzw. die Zu- oder Abnahme der Korrelation zwischen zwei Punkten ist ebenso wie der Wechsel zwischen positiver und negativer Korrelation generell entfernungs- und richtungsunabhängig.

Entscheidend für diese Eigenschaften ist allein die Größe und die Richtung der in beiden Punkten vorhandenen systematischen Fehler. (Beispielsweise ist das Vorzeichen der Korrelation direkt aus dem Isolinienbild der systematischen Bildfehler ablesbar.) Dieser Zusammenhang kommt besonders dann deutlich zum Ausdruck, wenn ein Bezugspunkt in der Nähe der Null-Linie der systematischen Fehler liegt und so in der betreffenden Koordinatenrichtung mit allen anderen Punkten des Bildes praktisch unkorreliert ist, unabhängig davon, wie stark die Korrelation des Punktes in der anderen Koordinatenrichtung ist.

- Der Verlauf der Linien konstanter Korrelation ist bis auf wenige Ausnahmen ziemlich bewegt und unruhig. Symmetrieeigenschaften sind mit Ausnahme der Fälle, wo sie bereits bei den systematischen Fehlern in Erscheinung treten, (WW- $r_{yy}$ ) grundsätzlich nicht zu erkennen. Die Ableitung einfacher mathematischer Gesetzmäßigkeiten für die Beschreibung der Korrelationen ist nicht möglich.

# WW - OKSF

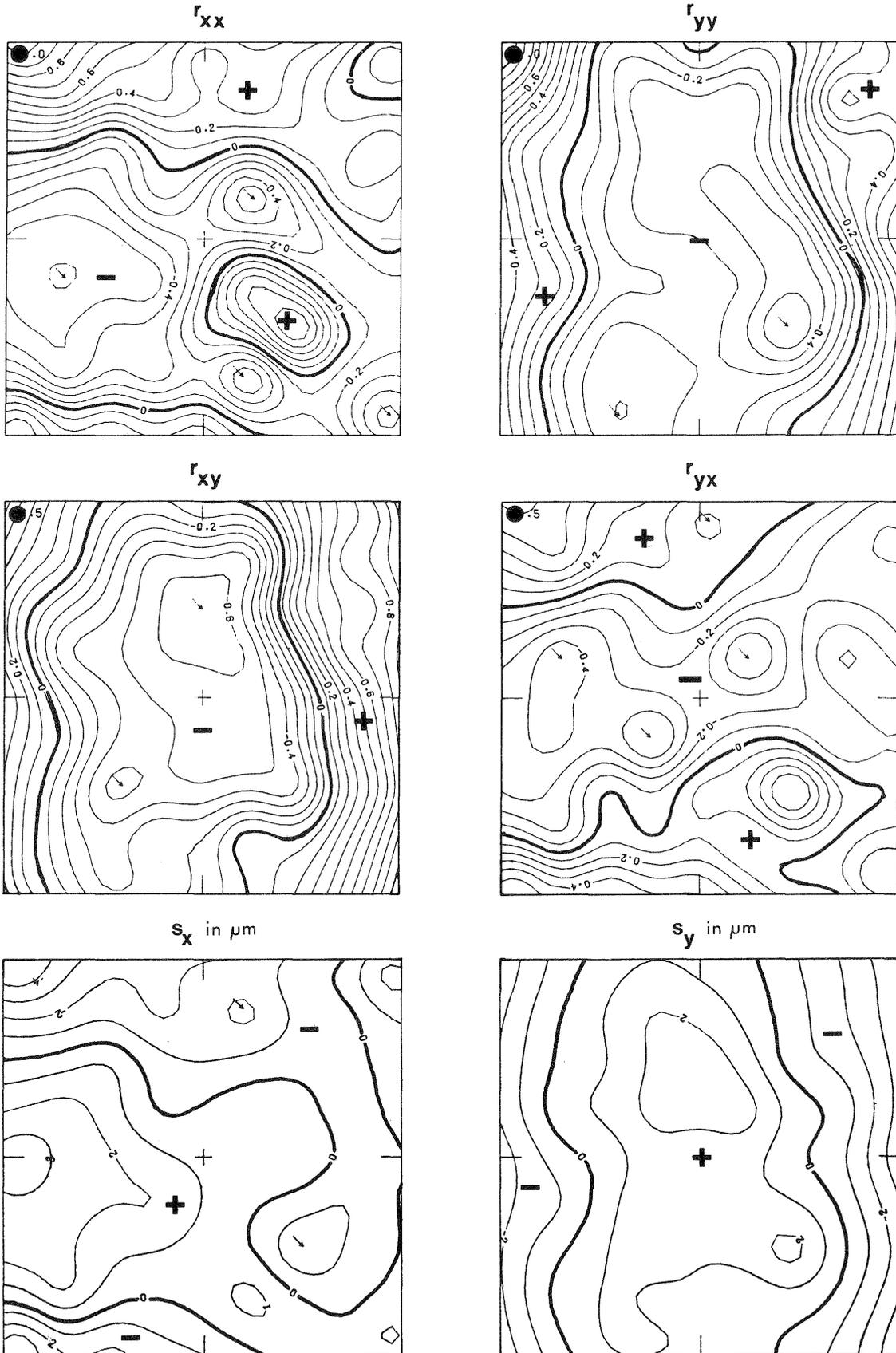


Abb. 4.13 Weitwinkel OKSF: Auto- und Kreuzkorrelation der Bildkoordinaten (Isolinienintervall  $d = 0.1$ ,  $\bullet$  = Bezugspunkt); und Gegenüberstellung mit den entsprechenden systematischen Bildfehlern

# ÜWW-OKSF

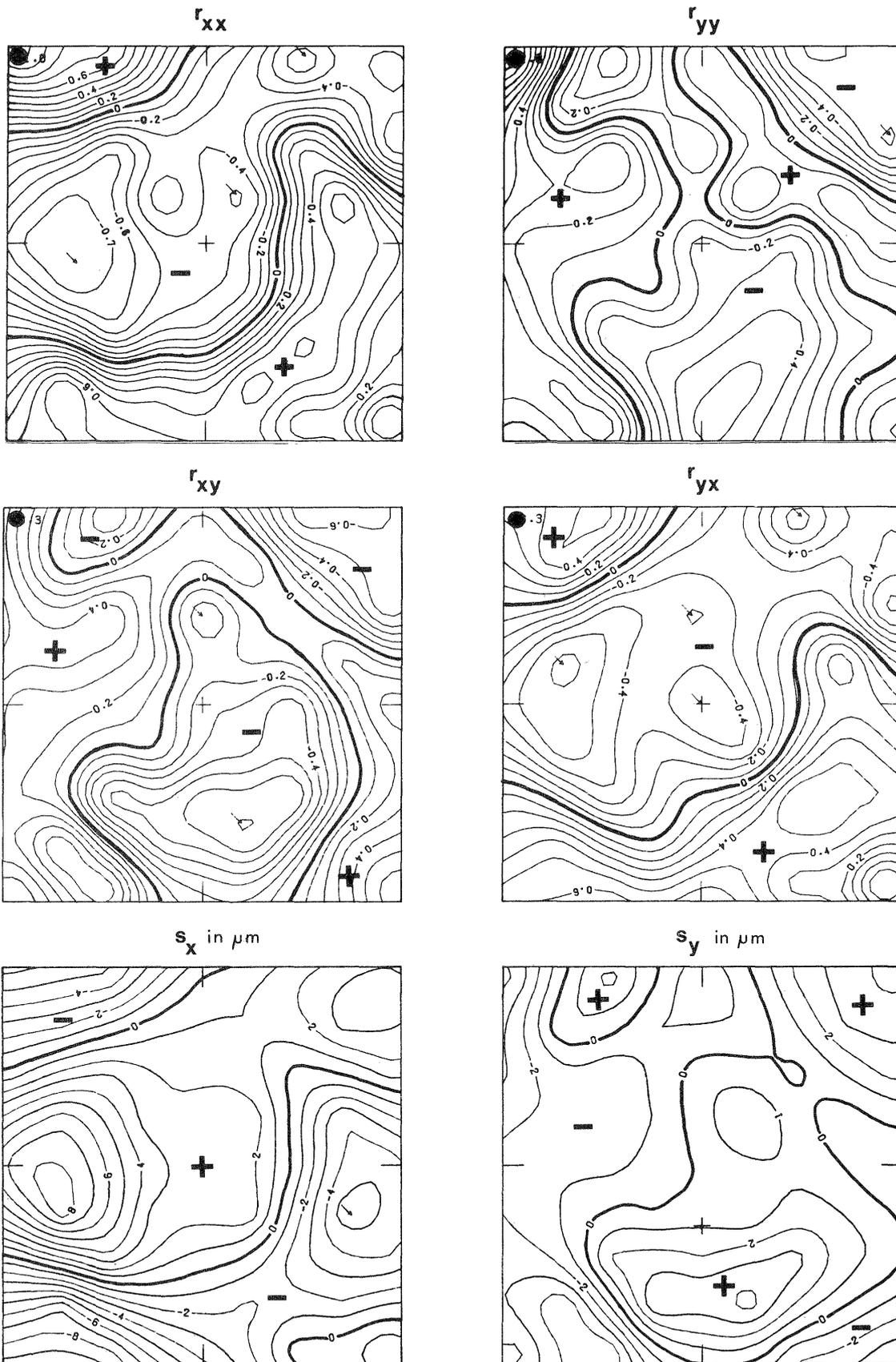


Abb. 4.14 Überweitwinkel OKSF: Auto- und Kreuzkorrelation der Bildkoordinaten (Isolinienintervall  $d = 0.1$ , ● = Bezugspunkt); und Gegenüberstellung mit den entsprechenden systematischen Bildfehlern

# ÜWW-ORK

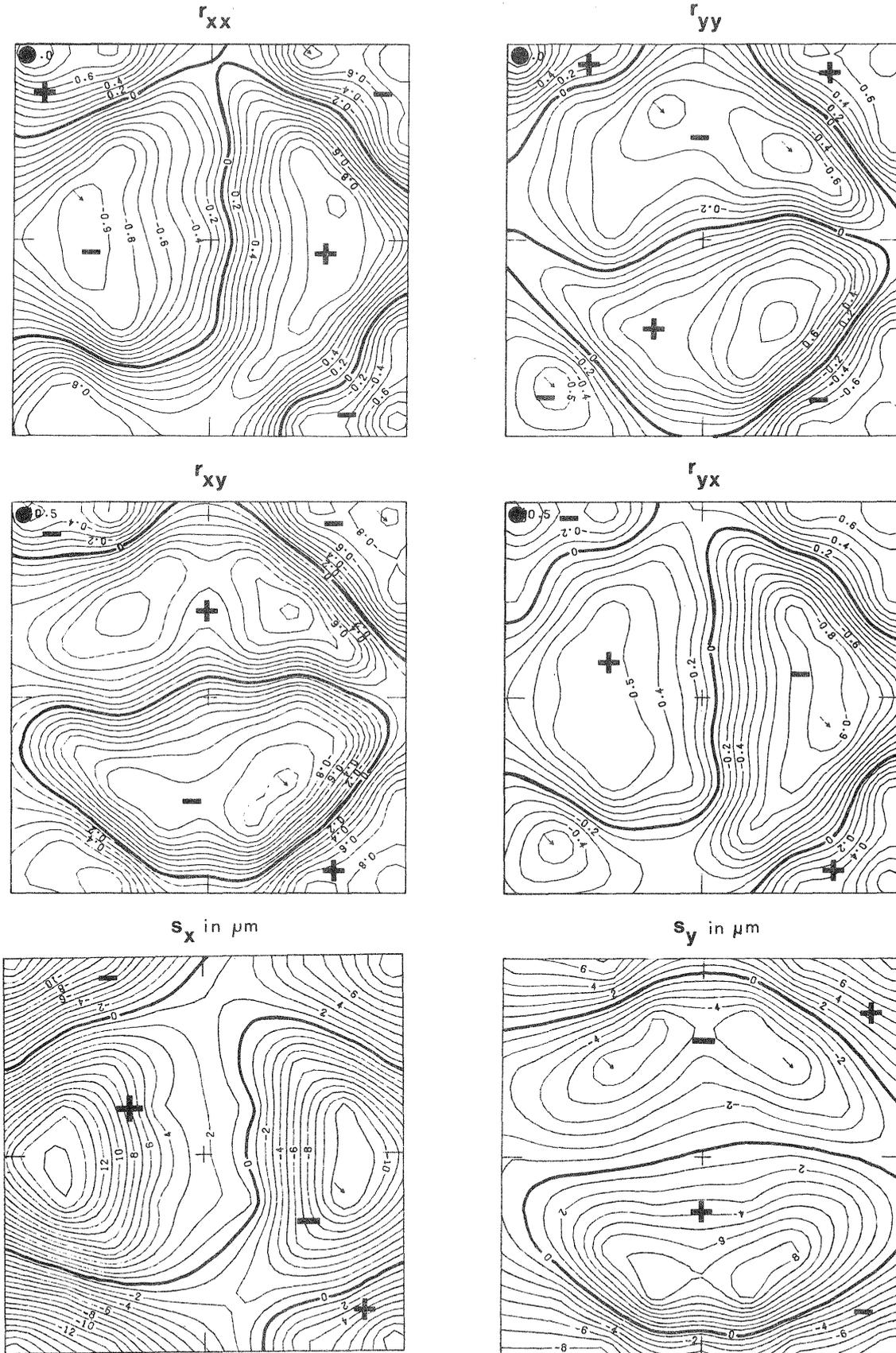


Abb. 4.15 Überweitwinkel ORK: Auto- und Kreuzkorrelation der Bildkoordinaten (Isolinienintervall  $d = 0.1$ ,  $\bullet$  = Bezugspunkt); und Gegenüberstellung mit den entsprechenden systematischen Bildfehlern

### 3.3 Korrelationen zwischen den Bildern eines Bildpaares

Die Ergebnisse über die stochastischen Zusammenhänge zwischen Nachbarbildern beziehen sich in diesem Abschnitt zunächst auf das Bildpaar und hier in erster Linie auf den Standardfall des Stereo-Bildpaares mit 60 % Längsüberdeckung der Bilder.

Da sich die mathematischen Gleichungen für die Korrelationsbetrachtung zwischen zwei Bildern auch auf Bildpaare anwenden lassen, deren Aufnahmen sich nicht gegenseitig überdecken, wurden die Untersuchungen auf zwei weitere Fälle ausgedehnt, bei denen die Bildpaare jeweils verschiedene Abstandseigenschaften <sup>1)</sup> aufweisen. Einzelheiten dieser 3 Untersuchungsvarianten (A, B, C) sind dem Abschnitt 1.4.4 dieses Kapitels zu entnehmen.

Die Korrelationsberechnungen wurden wiederum für WW und UWW durchgeführt, so daß sich bei 3 verschiedenen Stufen der Korrektur systematischer Bildfehler (ORK, OKSF, GKSF) insgesamt 18 quadratische Korrelationsmatrizen der Dimension 82 x 82 ergeben (vgl. Abb. 4.4).

Über die interessantesten Resultate geben die Tabelle 4.5 (Signifikanzverhältnisse) sowie die in den Abbildungen 4.16 - 4.18 dargestellten Histogramme der Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten Auskunft. Eine vollständige Darstellung aller Ergebnisse war wie schon beim Einzelbild nicht möglich.

Das wichtigste Ergebnis dieser Teiluntersuchung bildet der Nachweis, daß die stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten innerhalb des Bildes und zwischen Nachbarbildern in unerwartet hohem Maße übereinstimmen, d.h. konstant sind. Diese Tatsache kommt bei allen die Stochastik der Bildkoordinaten kennzeichnenden Parameter wie Größe und Signifikanz sowie Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten zum Ausdruck.

---

<sup>1)</sup> Die Abstände der Bilder beziehen sich in diesem Abschnitt auf ausgewertete Bilder, die bei dem vorliegenden Bildmaterial in der Regel nicht mit den gegenseitigen Abständen der Bilder auf dem Film identisch sind.

### 3.3.1 Größe der Korrelationen

Um die Stärke der Korrelation zwischen Bildern eines Bildpaares übersichtlich darstellen zu können, wurden die 82 x 82 Koeffizienten der Korrelationsmatrix (= Version) wie bei der bildinternen Analyse in 20 Klassen zwischen  $-1 \leq r_{ik} \leq 1$  unterteilt und normierte Häufigkeitsverteilungen in Prozent berechnet. Die Zuordnung der Koeffizienten in die entsprechenden Korrelationsklassen erfolgte getrennt nach Auto- und Kreuzkorrelationen, d.h. den 4 Submatrizen der Korrelationsmatrix entsprechend, gruppenweise für  $r_{xx}$ ,  $r_{yy}$ ,  $r_{xy}$ ,  $r_{yx}$ . Da die Häufigkeitsverteilungen der 4 Gruppen nur geringe Unterschiede aufweisen, zeigen die in dieser Arbeit dargestellten Histogramme in den Abbildungen 4.18 - 4.20 nur noch Mittelwerte der Auto- und Kreuzkorrelationen. Die Abbildungen enthalten jeweils gemeinsam für WW und ÜWW die Verteilung der Korrelationskoeffizienten für die drei Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells ORK, OKSF und GKSF.

Anhand der dargestellten Histogramme sind folgende Feststellungen zur Korrelation zwischen benachbarten Bildern möglich:

- Die Korrelation der Bildkoordinaten zwischen den Bildpaaren ist bei WW und ÜWW ähnlich hoch wie die innerhalb des Bildes und sie zeigt die gleiche Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler.
- Die Abweichungen zwischen den Histogrammen der 3 Fälle A, B, C sind bei WW und ÜWW jeweils minimal, was bedeutet, daß die Korrelation eines Bildpaares weitgehend unabhängig von den Abstandseigenschaften der Bilder ist.

Das hervorstechende Merkmal der Histogramme aller drei Fälle A, B, C bildet die mit der schrittweisen Verfeinerung des Funktionalmodells verbundene Abnahme der Korrelation.

- Version ORK: Bei einem Verzicht auf die a priori Korrektur liegt der Hauptanteil der signifikanten Korrelationen bei WW im Bereich zwischen 0.2 und 0.6, bei ÜWW, wo infolge des dominierenden Einflusses der radialen Bildfehler wesentlich stärkere Korrelationen auftreten, sind die Koeffizienten gleichmäßig zwischen 0.2 und 0.9 verteilt.
- Version OKSF: Bei WW zeigt sich nur ein geringfügig verändertes Bild gegenüber der Version ORK, die Korrelation ist mit Beträgen zwischen 0.2 und 0.6 nach wie vor recht deutlich zu erkennen. Bei ÜWW ist nach Berücksichtigung der radialsymmetrischen Fehlereinflüsse zwar ein spürbarer Rückgang der Korrelationen festzustellen, die Werte erreichen jedoch immer noch Beträge zwischen 0.2 und 0.7.
- Version GKSF: Nach der Korrektur systematischer Bildfehler ist bei beiden Bildflügen nur noch ein geringer Anteil der Korrelationen signifikant. Die verbleibenden Korrelationen erreichen nur mehr Beträge zwischen 0.2 und 0.4.

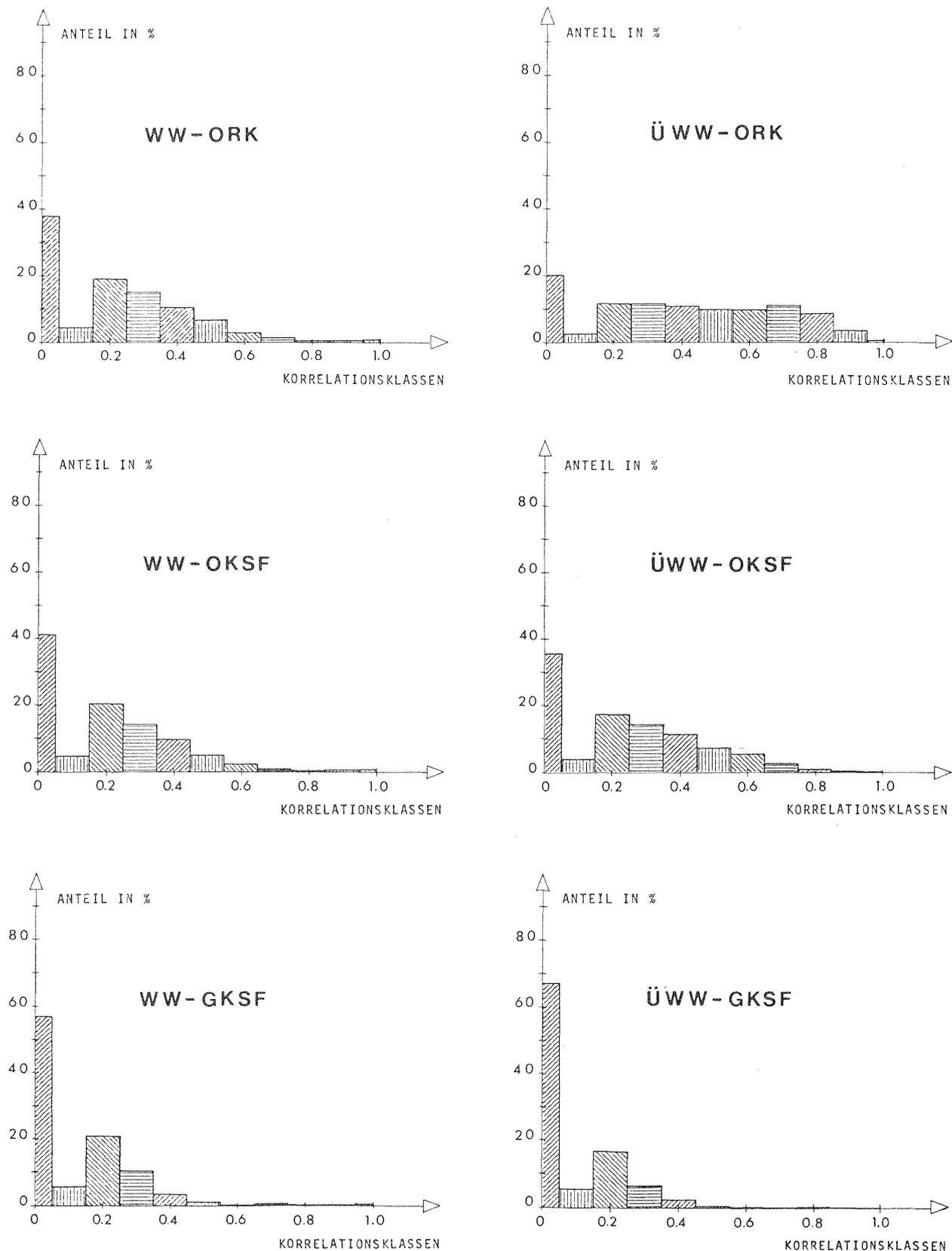


Abb. 4.16 Stereo-Bildpaar  $p = 60 \%$ , Fall A:

Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler (Im Bereich bis 0.05 sind die nichtsignifikanten Korrelationen mit enthalten.)

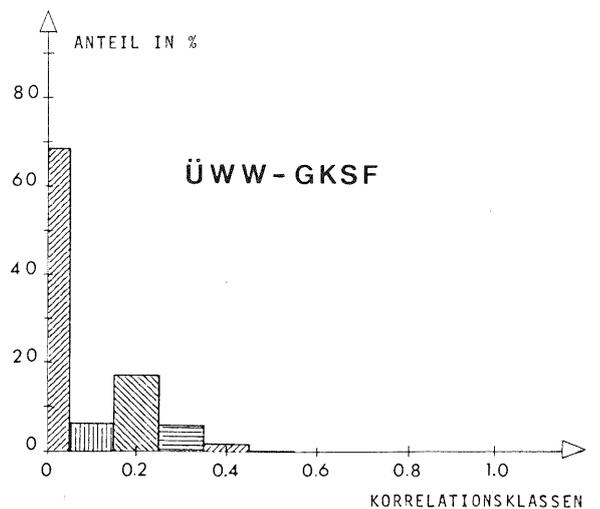
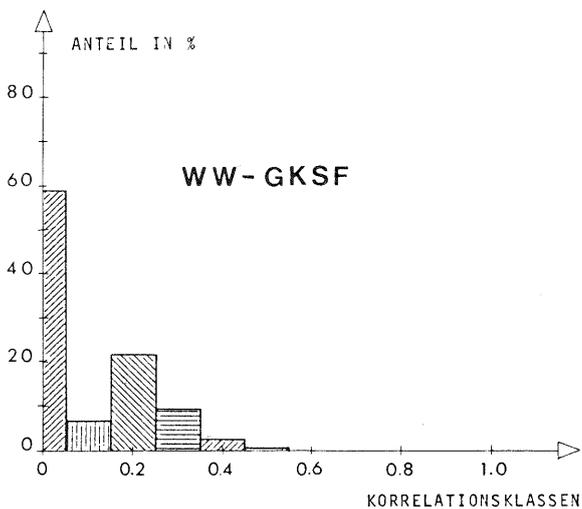
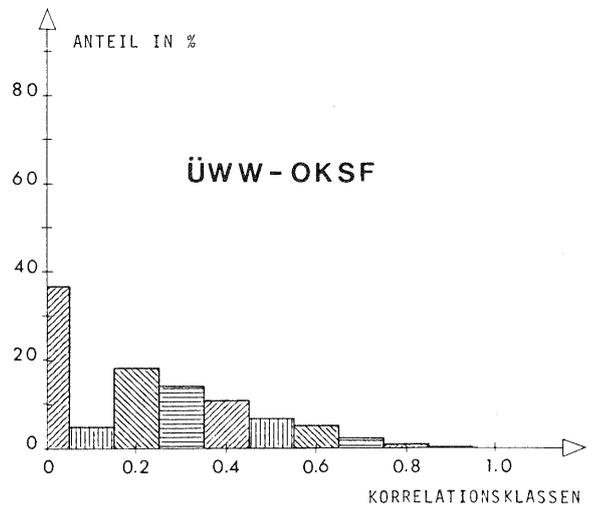
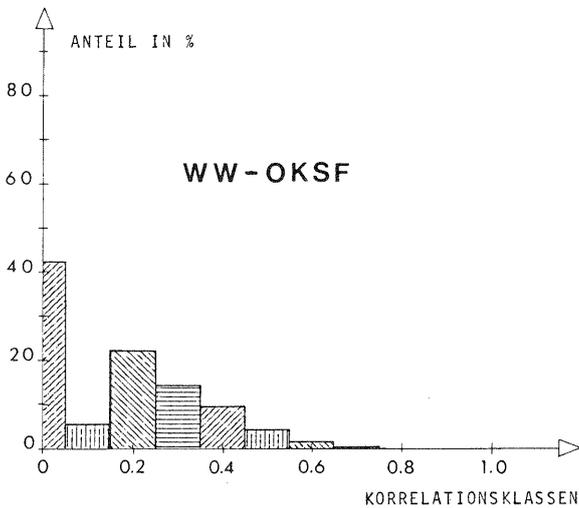
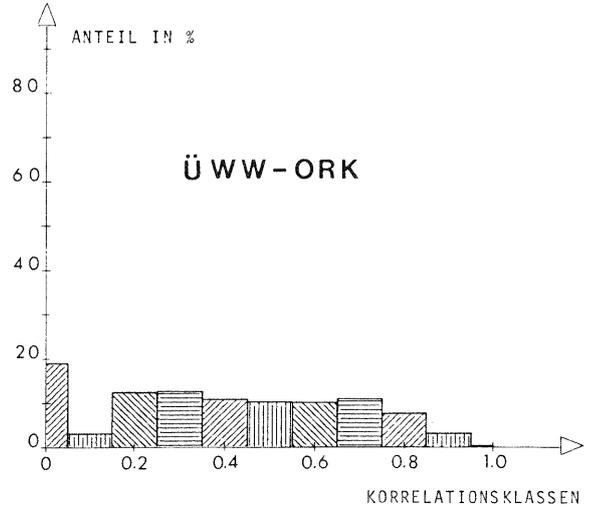
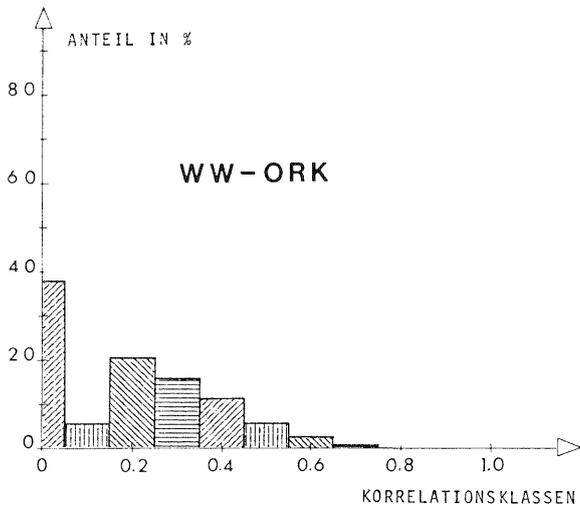


Abb. 4.17 Bildpaar, Fall B (Bildpaare fortlaufend auf dem Film):  
 Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten in  
 Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler  
 (Im Bereich bis 0.05 sind die nichtsignifikanten  
 Korrelationen mit enthalten.)

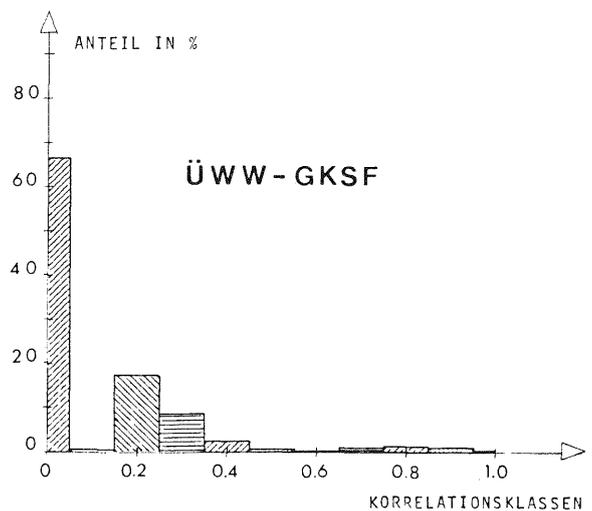
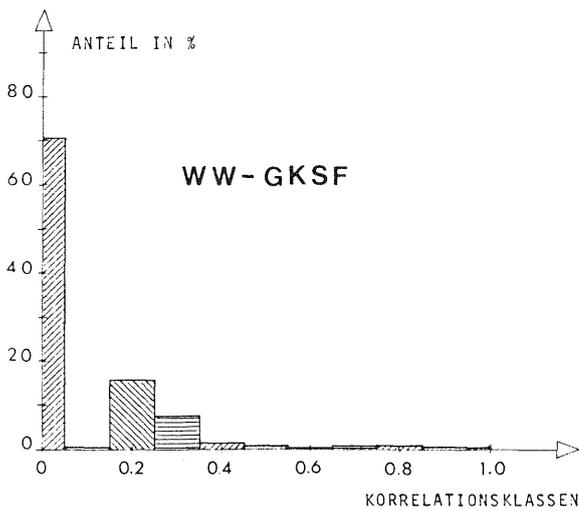
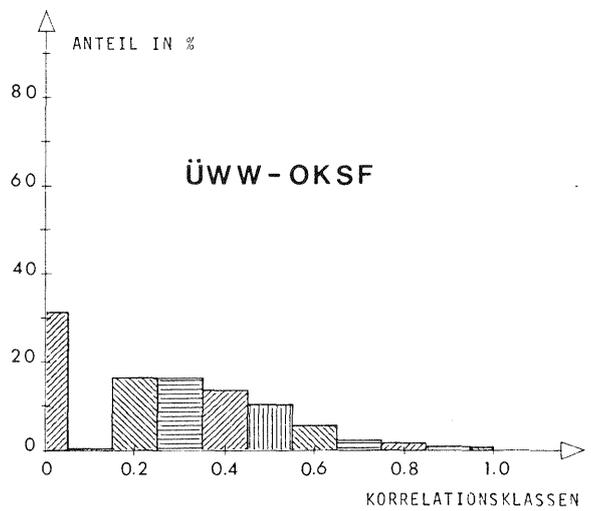
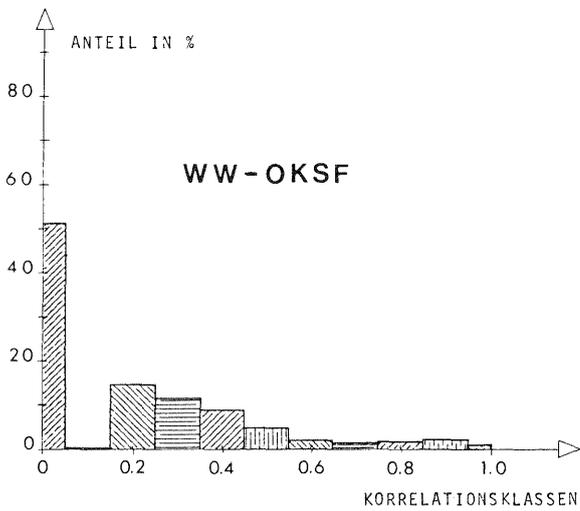
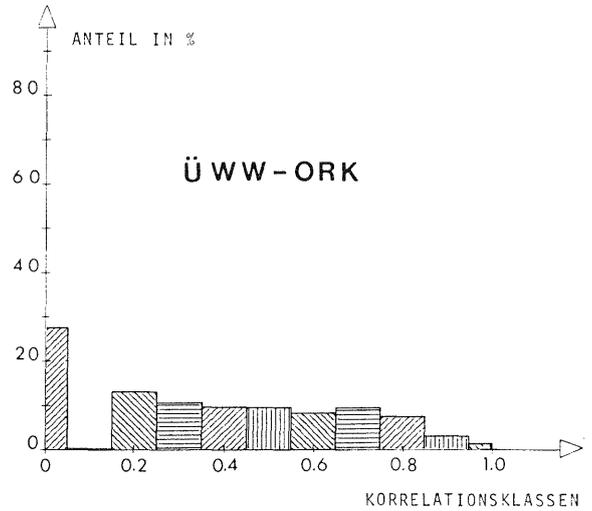
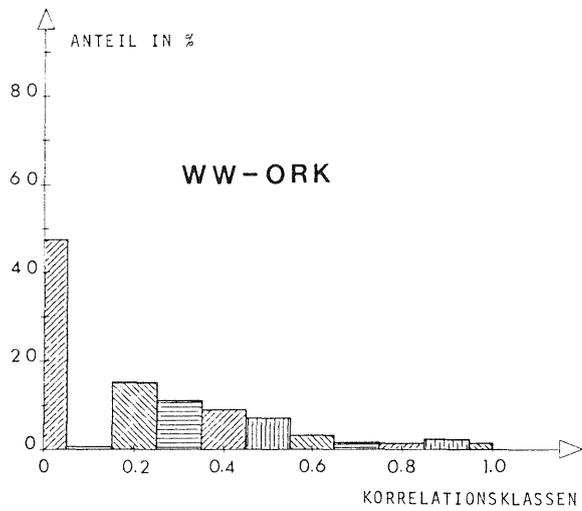


Abb. 4.18 Bildpaar, Fall C:

Korrelation zwischen den Anfangsbildern der Flugstreifen in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler

(Im Bereich bis 0.05 sind die nichtsignifikanten Korrelationen mit enthalten.)

Maximalwerte: Nachstehend sind die Maximalwerte einzelner Korrelationskoeffizienten in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler angegeben. Sie erreichen in allen drei Fällen des Bildpaares A, B, C jeweils den gleichen Betrag und unterstreichen noch einmal die Stärke sowie die Konstanz der Korrelation zwischen Nachbarbildern.

Kammer / Korrektur syst. Bildfehler	Maximalwerte der Korrelationskoeffizienten		
	Untersuchungsversion		
	A	B	C
WW -ORK	0.75	0.75	0.75
WW -OKSF	0.65	0.65	0.65
WW -GKSF	0.45	0.45	0.45
ÜWW-ORK	0.95	0.95	0.95
ÜWW-OKSF	0.75	0.75	0.75
ÜWW-GKSF	0.45	0.45	0.45

A = Bildabstand  $d = 1$ ,  $p = 60\%$

B = Bildabstand  $d = 1$ , Bildpaare fortlaufend auf dem Film  
(nicht mehr nur überdeckende Bilder)

C = Korrelation zwischen den Anfangsbildern der Flugstreifen

(Wenn in den Histogrammen für WW und ÜWW vereinzelt noch größere Korrelationen als die hier angegebenen in Erscheinung treten, dann sind diese auf eine schwache Redundanz bei der Bestimmung zurückzuführen und als nicht repräsentativ anzusehen.)

Signifikanzverhältnisse: Ergänzend zu den Häufigkeitsverteilungen wurden auch die Gesamtanteile der signifikant von Null verschiedenen Auto- und Kreuzkorrelationen bestimmt (Test siehe Abschn. 2.1.4). Die entsprechenden Werte sind in der Tabelle 4.5 für WW und ÜWW für jeweils alle untersuchten Versionen zusammengestellt; gleichzeitig sind dort auch die vergleichbaren Werte der bildinternen Korrelationsanalyse aufgeführt.

Als Hauptergebnisse der Signifikanzprüfung sind zu nennen:

- Die Gesamtanteile signifikanter Korrelationen sind eindeutig vom Verfeinerungsgrad des Funktionalmodells abhängig.
- Die Prozentangaben für die Signifikanz der Auto- und Kreuzkorrelationen ( $r_{xx}$ ,  $r_{yy}$ ,  $r_{xy}$ ,  $r_{yx}$ ) lassen bei beiden Bildflügen nur geringe Unterschiede erkennen.
- Die Abweichungen zwischen den drei Fällen A, B und C sind wie bei den Häufigkeitsverteilungen für die Größe der Korrelationskoeffizienten ebenfalls gering.

Für das Stereo-Bildpaar mit  $p = 60\%$  (Fall A) ergeben sich beispielsweise im Mittel folgende Signifikanzwerte:

Im Falle des stark vereinfachten Funktionalmodells bei Version ORK sind bei WW über 60 % aller möglichen Korrelationen zwischen zwei Bildern signifikant, bei ÜWW beträgt dieser Anteil sogar 80 %. Nach Berücksichtigung der radialsymmetrischen Bildfehler bei Version OKSF erreicht der Prozentsatz signifikanter Korrelationen bei WW wiederum knapp 60 %, bei ÜWW trotz einer deutlichen Verringerung ebenfalls noch etwa 64 %. Die Korrektur systematischer Bildfehler bei Version GKSF bewirkt einen deutlichen Rückgang der Signifikanz, so daß der Anteil bei WW nur noch etwa 40 % und bei ÜWW sogar nur noch 30 % erreicht.

Korrektur systemat. Bildfehler	Korre- lation	Anteile der signifikanten Korrelationen in %							
		W E I T W I N K E L				O B E R W E I T W I N K E L			
		Bildpaare			Im Bild	Bildpaare			Im Bild
		A	B	C		A	B	C	
ORK	$r_{xx}$	63	63	50	63	82	84	73	80
	$r_{yy}$	64	64	57	68	77	78	73	80
	$r_{xy}$	57	59	53	62	79	81	71	79
	$r_{yx}$	65	63	51		81	81	72	
	Mittel	62	62	53	64	80	81	74	80
OKSF	$r_{xx}$	60	58	54	56	73	72	75	71
	$r_{yy}$	59	59	46	64	56	55	67	50
	$r_{xy}$	59	56	47	61	64	64	68	60
	$r_{yx}$	58	58	47		65	63	65	
	Mittel	59	58	49	60	64	63	69	61
GKSF	$r_{xx}$	46	44	27	48	36	35	35	33
	$r_{yy}$	42	41	31	52	31	29	37	29
	$r_{xy}$	44	41	29	48	31	30	31	29
	$r_{yx}$	41	40	30		33	32	31	
	Mittel	43	41	29	49	33	32	34	30

A = Bildabstand  $d = 1$ <sup>1)</sup>,  $p = 60\%$

B = Bildabstand  $d = 1$ <sup>1)</sup>, Bildpaare fortlaufend auf dem Film

C = Korrelationen zwischen den Anfangsbildern der Flugstreifen

<sup>1)</sup> Die angegebenen Abstände der Bilder beziehen sich auf die ausgewerteten Bilder, die beim vorliegenden Bildmaterial nicht mit den Abständen auf dem Film identisch sind.

Tab. 4.5 Signifikanz der Korrelation beim Bildpaar

Vergleich der Korrelation zwischen den Fällen A, B, C: Hier interessieren besonders die Fälle A und B mit gleichem Abstand  $d$  der Bilder, aber unterschiedlicher Zusammensetzung der Bildpaare. Während sich die Korrelationsbetrachtung im Fall A nur auf Stereo-Bildpaare mit  $p = 60\%$  erstreckt (bei 20 Streifen à 3 Bilder sind dies 40 Bildpaare), wurden im Fall B Bildpaare fortlaufend zwischen allen Bildern einer Befliegung gebildet, d.h. auch zwischen Bildern, die sich nicht überlappen (bei 60 Bildern ergibt dies 59 Bildpaare).

Legen wir zum Vergleich die Histogramme der beiden Fälle (Abb. 4.16 und Abb. 4.17) übereinander, so sind sowohl bei WW als auch bei ÜWW die normierten Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten jeweils nahezu identisch. Eine ähnlich gute Übereinstimmung zeigt sich auch bei einem Vergleich der Signifikanzverhältnisse in Tabelle 4.5. Aus der geringen Abweichung geht hervor, daß die Korrelation beim Bildpaar weitgehend unabhängig davon ist, ob sich die Bilder überdecken, d.h. in beiden Bildern ausschließlich identische Geländepunkte vorkommen, oder ob sie sich allgemein nur auf Punkte gleicher Lage in den beiden Bildern bezieht. Die geringen Differenzen lassen aber auch darauf schließen, daß die für die systematischen Bildfehler festgestellte Abhängigkeit von den äußeren Gegebenheiten des Bildfluges (Flugrichtung, Flugstreifen) ohne spürbare Wirkung auf die Korrelation zwischen Nachbarbildern bleiben.

Für die im Fall C erhaltenen Korrelationsergebnisse zwischen den Anfangsbildern der Flugstreifen ist keine einheitliche Aussage möglich, da die Resultate für WW und ÜWW unterschiedlich sind. Während die ÜWW-Ergebnisse durch eine etwas stärkere Korrelation gegenüber den Fällen A und B (Größe und Signifikanz) die verschiedentlich geäußerte Vermutung bestätigen, die Anfangsbilder der Flugstreifen könnten durch verschiedene Einflüsse bei der Aufnahme der Bilder stärker miteinander korreliert sein, sind bei WW in diesem Fall durchweg geringere Korrelationen als in den beiden anderen Fällen zu verzeichnen.

Vergleich mit den bildintern ermittelten Korrelationen: Vergleichen wir die normierten Häufigkeitsverteilungen der Korrelationskoeffizienten beim Stereo-Bildpaar (Fall A, Abb. 4.16) mit denjenigen der bildinternen Korrelationsanalyse (Abb. 4.11), so sind bei ÜWW die Bilder praktisch deckungsgleich, unabhängig von der Korrektur systematischer Bildfehler; bei WW ergeben sich innerhalb des Bildes bei einzelnen Korrelationsklassen um Nuancen (1 - 2 %) größere Korrelationen als beim Bildpaar.

Ähnlich gut ist auch die Übereinstimmung der in Tabelle 4.9 zusammengestellten Vergleichswerte für die Signifikanz der Korrelationen im Bild und zwischen den Bildern.

### 3.3.2 Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten

Um die Eigenschaften der ermittelten Korrelationskoeffizienten feststellen zu können, wurden wie bei der bildinternen Korrelationsbetrachtung Isolinienbilder getrennt nach Auto- und Kreuzkorrelationen gezeichnet. In dieser Arbeit ist in Abbildung 4.19 ein Beispiel für ÜWW dargestellt (Fall A: Stereo-Bildpaar; Version OKSF; Autokorrelationen  $r_{xx}$  und  $r_{yy}$ ). Vergleichen wir diese Isolinienbilder mit denen der bildinternen Korrelationsanalyse in Abschnitt 3.2.2 (Abb. 4.14), so zeigt sich teilweise eine Übereinstimmung bis ins Detail. Dies bedeutet, daß neben Größe und Signifikanz auch die Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten im Bild und zwischen den Bildern weitgehend konstant sind. Auf eine nochmalige Aufzählung der bereits bei der bildinternen Korrelation im Abschnitt 3.2.2 genannten Eigenschaften kann deshalb verzichtet werden.

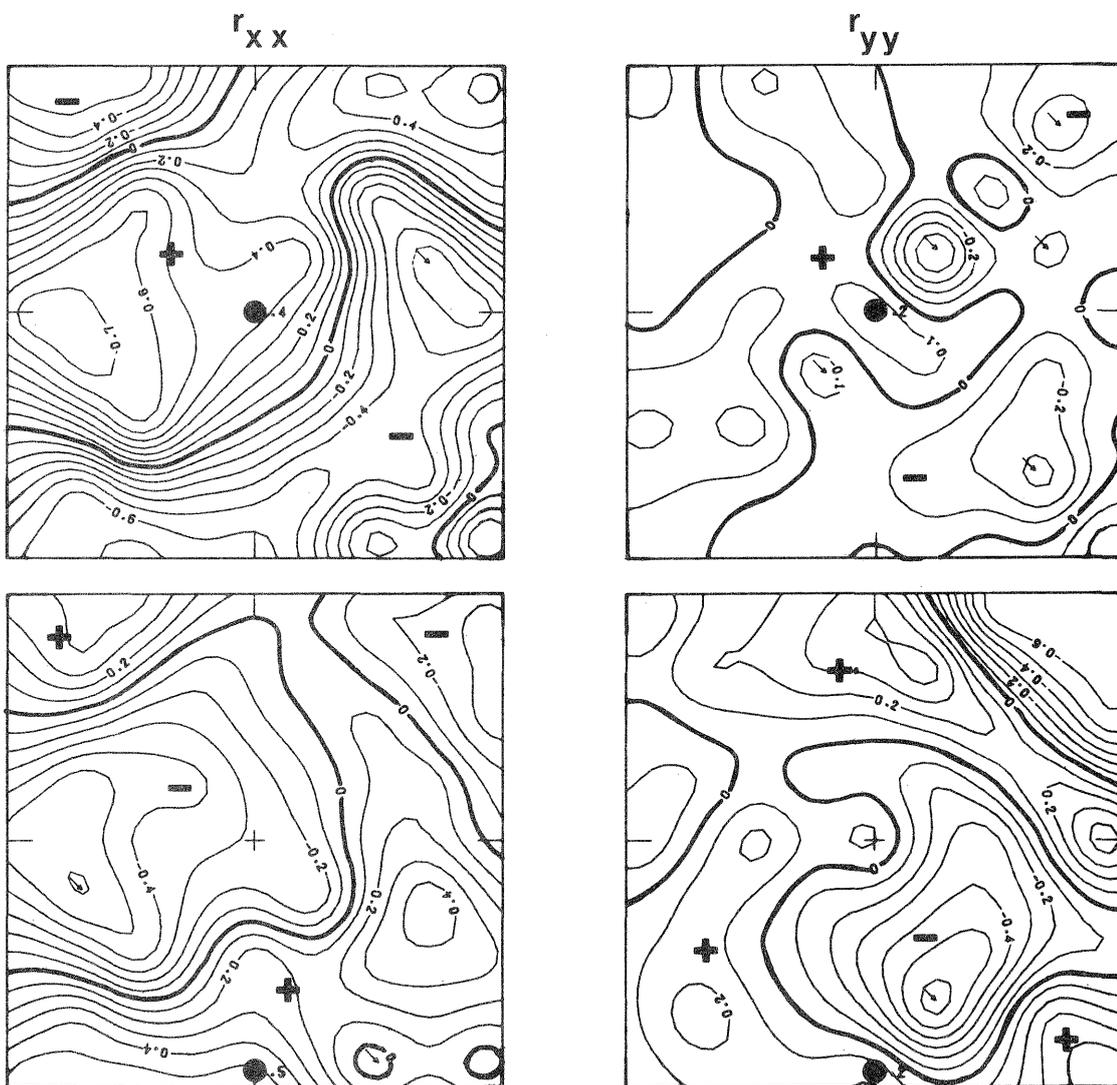


Abb. 4.19 ÜWW-OKSF: Beispiele für die Autokorrelationen  $r_{xx}$  und  $r_{yy}$  zwischen den Bildern eines Stereo-Bildpaares ( $p = 60\%$ ) (Isolinienintervall  $\Delta r = 0.1$ ; ● = Bezugspunkt)

### 3.4 Korrelationen zwischen Bildern als Funktion des gegenseitigen Abstandes auf dem Film

Bei dieser Teiluntersuchung stand der Einfluß des Filmes bzw. des Zeitabstandes der Aufnahmen auf die Korrelation im Bildverband im Vordergrund. Da die photogrammetrische Punktbestimmung heute fast ausschließlich im Bildverband erfolgt, sind die Ergebnisse von großer praktischer Bedeutung für die Aérotriangulation. (Die Grundlagen dieser Untersuchung sind im Abschnitt 1.4.5 dieses Kapitels beschrieben.)

Ergebnisse: Die Berechnung der Korrelationskoeffizienten nach den Gleichungen (4.17) erfolgte für WW und ÖWW jeweils für drei verschiedene Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells (ORK, OKSF, GKSF). Für eine möglichst einfache und übersichtliche Interpretation der Resultate wurden die Auto- und Kreuzkorrelationen  $r_{xx}$ ,  $r_{yy}$ ,  $r_{xy}$  und  $r_{yx}$  der 9 Standardpunkte graphisch als Funktion des Bildabstandes  $d$  dargestellt. Die Abbildungen 4.20 - 4.22 zeigen für WW und ÖWW eine Auswahl repräsentativer Beispiele für jede der Versionen ORK, OKSF und GKSF (WW: Punkt 5, ÖWW: Punkt 41; bei einem Vergleich von WW und ÖWW ist ein unterschiedlicher Maßstab zu beachten).

Wertung der Ergebnisse: Die Größe der zwischen den Bildern einer Befliegung ermittelten Korrelationen ist bei WW und ÖWW unabhängig vom gegenseitigen Abstand der Bilder auf dem Film. Diese Feststellung gilt für die Autokorrelation der Bildkoordinaten  $r_{xx}$  und  $r_{yy}$  ebenso wie für die Kreuzkorrelation  $r_{xy}$  und  $r_{yx}$ . Die Diagramme der Korrelationskoeffizienten bestätigen darüber hinaus generell die bereits bei den Untersuchungen im Bild und beim Stereo-Bildpaar festgestellte Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler. Während ohne Korrektur systematischer Fehler bei WW und ÖWW Korrelationen zwischen den Bildern von 0.3 bis 0.7 auftreten, die über den Bildflug konstant sind, zeigen sich nach einer Testfeldkalibrierung nur noch sehr geringe Korrelationen, die bei einer Aérotriangulation vernachlässigbar sein dürften.

Weitwinkel: Bei den Diagrammen für WW fällt allgemein auf, daß ab einem Bildabstand von  $d \approx 120$  die Streuung der Korrelationskoeffizienten erkennbar zunimmt und damit zusammenhängend auch ein leichter Anstieg nichtsignifikanter Korrelationen zu verzeichnen ist. Diese Erscheinungen sind ursächlich auf die am Anfang des Bildfluges entstandenen Unregelmäßigkeiten bei der Bildaufnahme und -auswahl zurückzuführen, die im Bereich zwischen  $d = 120$  bis  $d = 167$  eine deutliche Abnahme der Redundanz zur Folge haben und so die Sicherheit bzw. Signifikanz der Ergebnisse beeinträchtigen (vgl. Kap. II, Abb. 2.3).

Version ORK: Bei einer Vernachlässigung der radialsymmetrischen Korrekturen ergeben sich starke Korrelationen zwischen 0.3 - 0.6, die über den gesamten Bildflug hinweg konstant sind.

Version OKSF: Nach der Berücksichtigung der a priori Korrekturen ist eine leichte betragliche Abnahme der Korrelationen ebenso unverkennbar wie eine Zunahme nichtsignifikanter Korrelationen ( $r_{ik}$  allgemein zwischen 0.2 - 0.5). Es ist wiederum keine Abhängigkeit der Korrelationen vom gegenseitigen Abstand der Bilder zu erkennen.

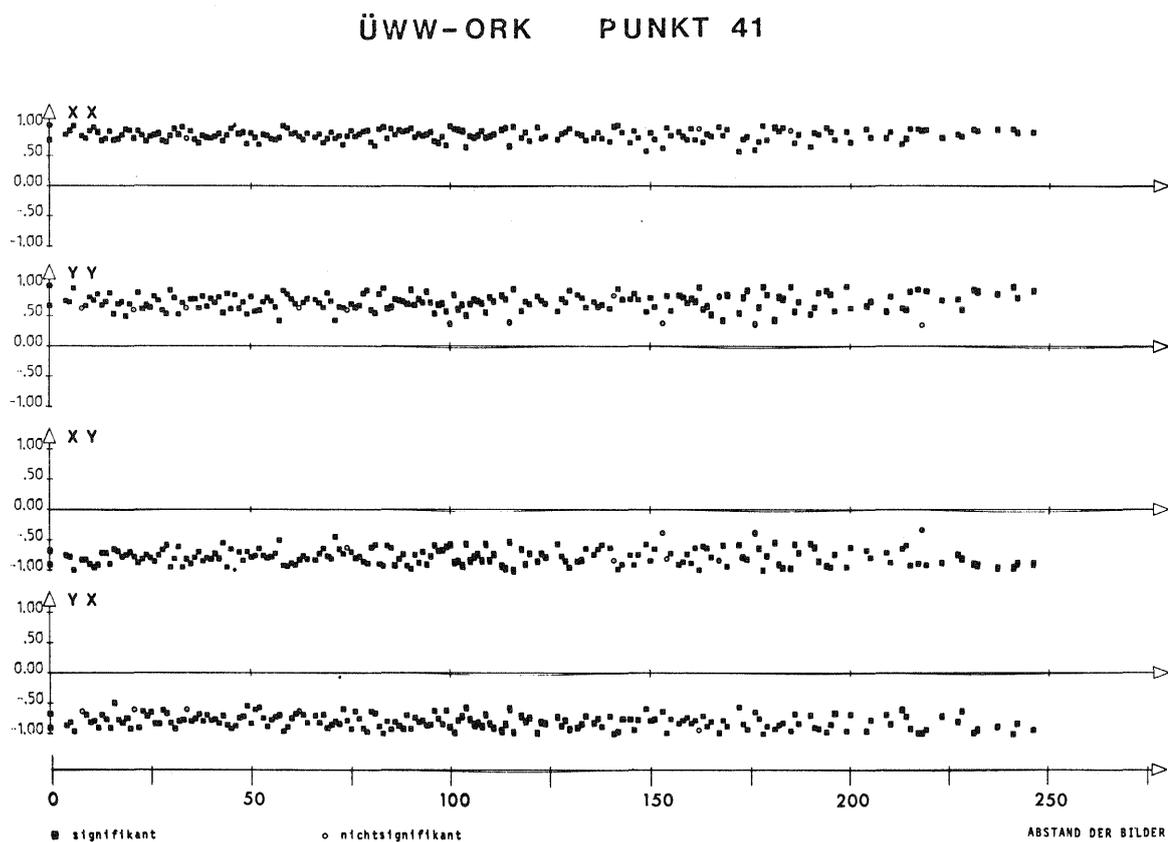
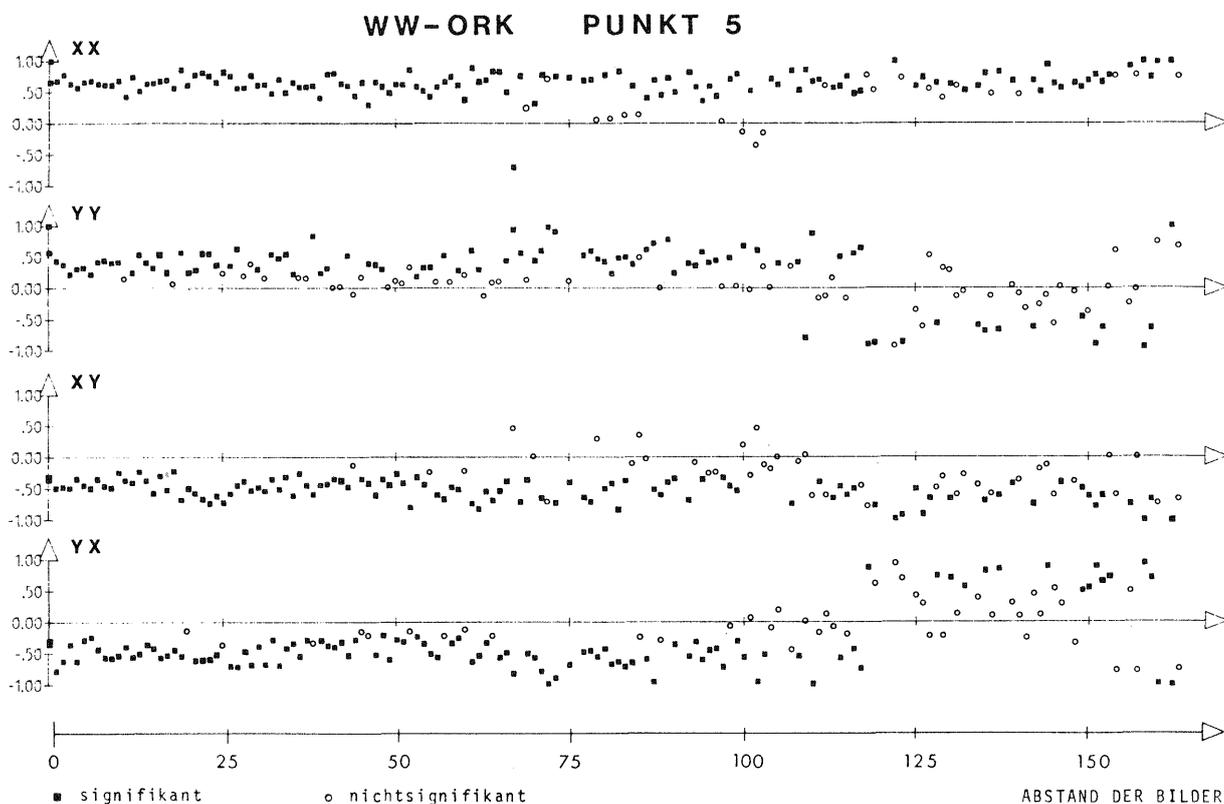


Abb. 4.20 Korrelation zwischen Bildern eines Filmes als Funktion des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film  
(Version ORK - ohne Berücksichtigung der a priori Korrekturen)

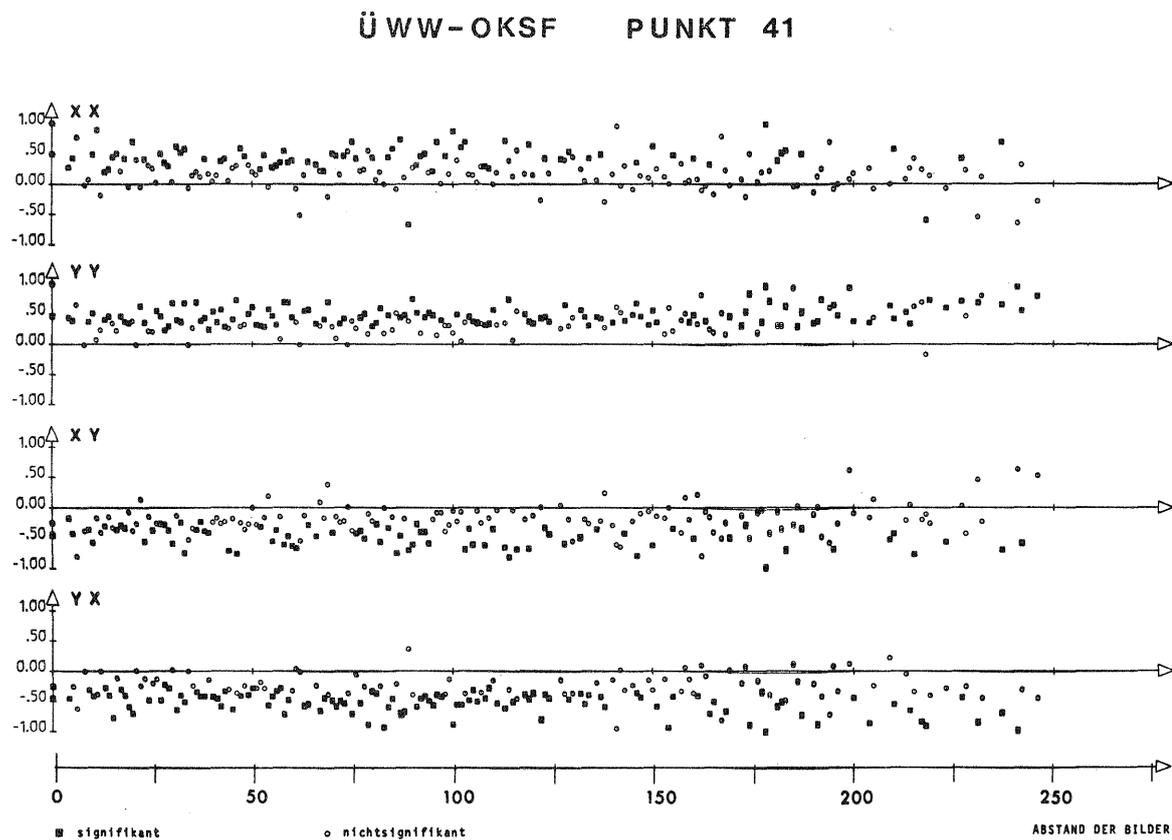
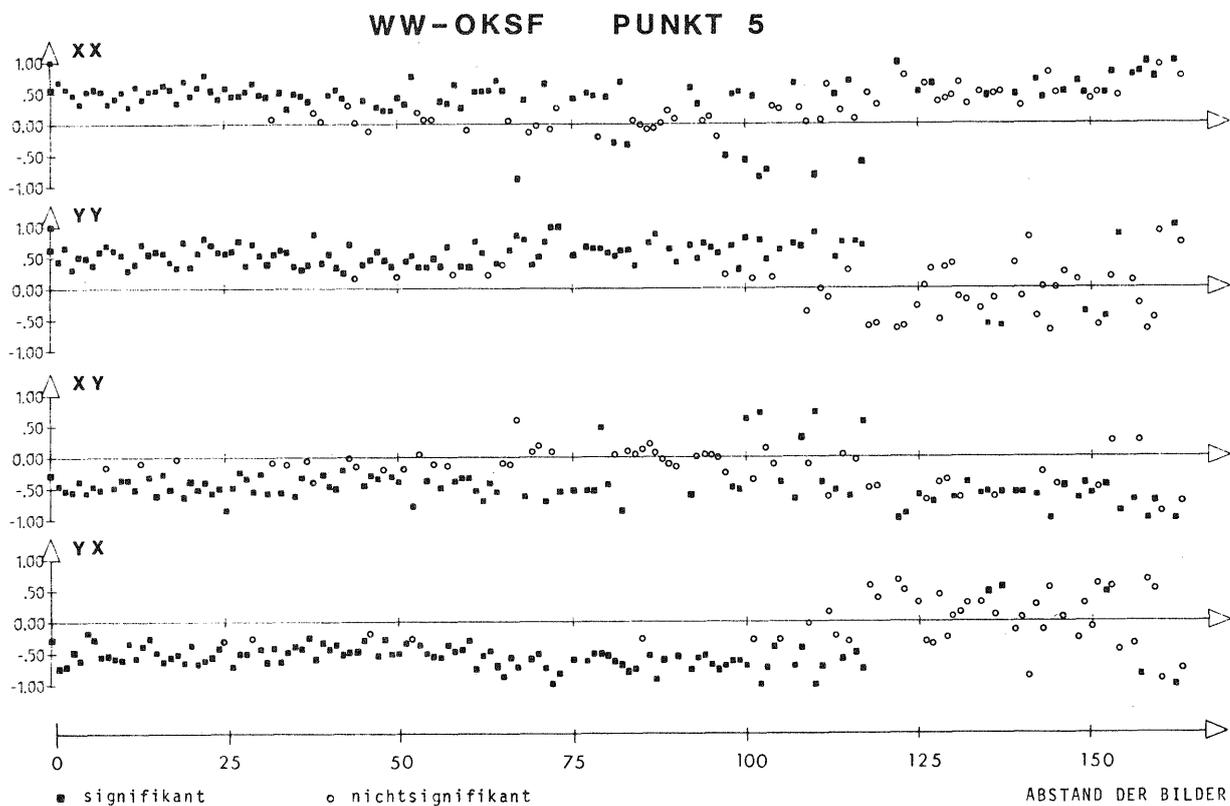
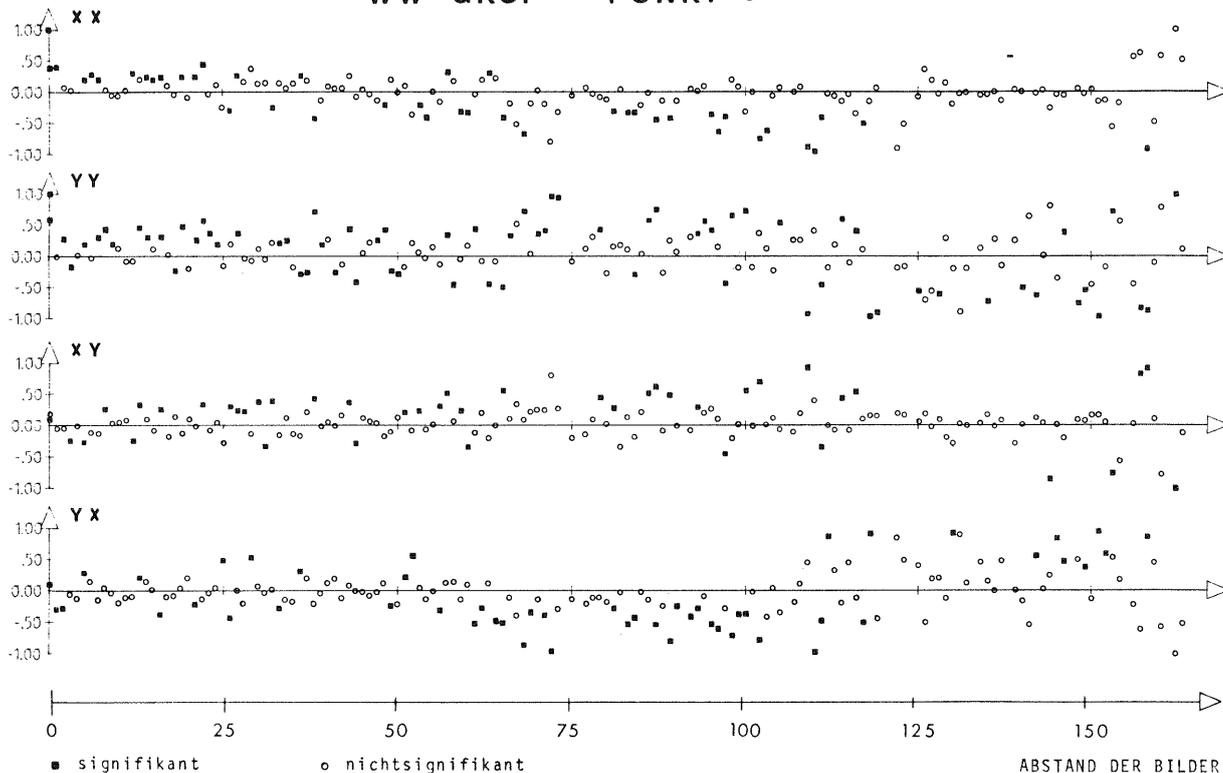


Abb. 4.21 Korrelation zwischen Bildern eines Filmes als Funktion des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film (Version OKSF - nach der Berücksichtigung der a priori Korrekturen, aber ohne zusätzliche Korrekturen wegen systematischer Fehlereinflüsse)

## WW-GKSF PUNKT 5



## Ü WW-GKSF PUNKT 41

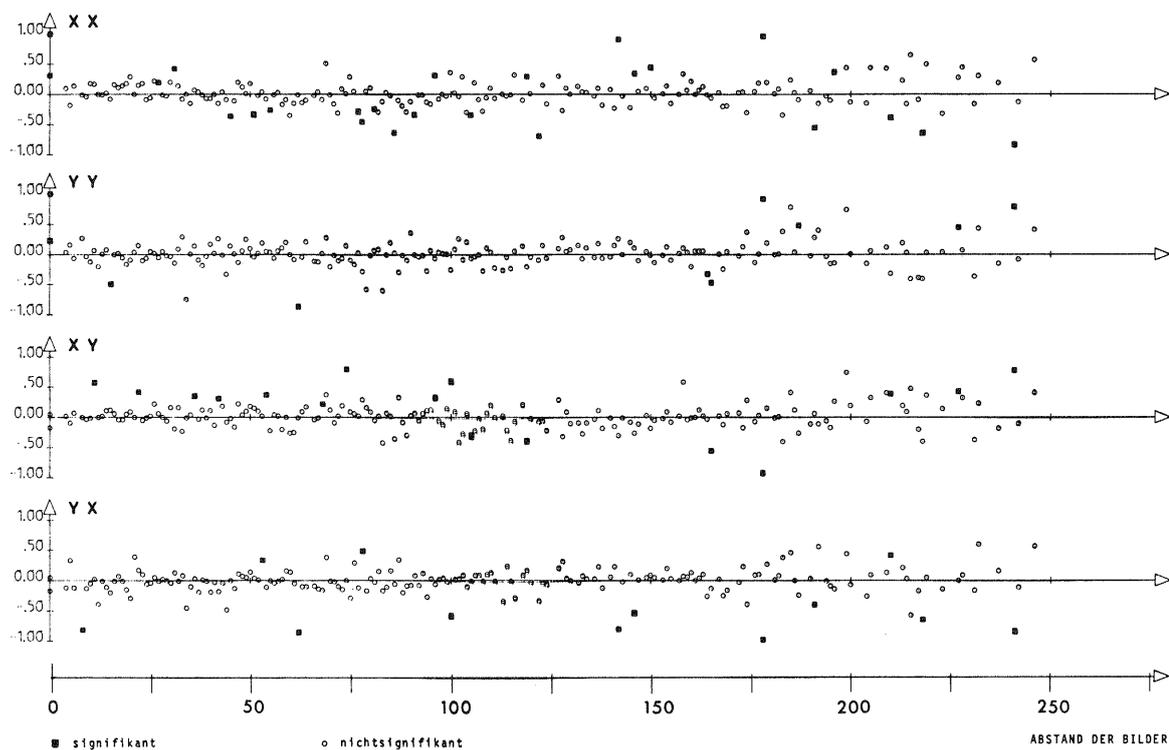


Abb. 4.22 Korrelation zwischen Bildern eines Filmes als Funktion des gegenseitigen Abstandes der Bilder auf dem Film (Version GKSF - gesamtflugweise Korrektur systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung)

Version GKSF: Nach der Kompensation systematischer Bildfehler ist nur noch ein geringer Teil der Korrelationen signifikant. Die Korrelationskoeffizienten streuen, ob signifikant oder nichtsignifikant, um die Linie  $\rho=0$  und deuten damit auf die Unsicherheit ihrer Bestimmung hin.

Überweitwinkel: Die ÜWW-Aufnahmen sind im Gegensatz zu WW durch eine Befliegung des Testfeldes mit konstanter Längsüberdeckung entstanden, so daß die Diagramme erst ab einem Bereich von  $d \approx 175$  infolge der Verringerung von Bildpaaren mit gleichem Abstand der Bilder eine geringfügig größere Streuung der Ergebnisse zeigen.

Version ORK: Die Diagramme dieser Version (hier für den Punkt 41 dargestellt) demonstrieren eindrucksvoll die Konstanz der Korrelation innerhalb des Bildfluges. Durch den dominierenden Einfluß der radialsymmetrischen Fehler liegen die Auto- und Kreuzkorrelationen durchweg im Bereich zwischen 0.5 und 0.9 und bilden eine nahezu geschlossene Kette parallel zur Linie  $\rho=0$ . Nichtsignifikante Korrelationen sind nur ganz vereinzelt zu erkennen.

Version OKSF: Gegenüber der Version ORK ist ein allgemeiner Rückgang sowohl in der Größe als auch in der Signifikanz der Korrelationskoeffizienten feststellbar. Die Korrelation tritt aber dennoch mit Werten zwischen 0.3 - 0.6 noch deutlich in Erscheinung. Auch bei dieser Version ist keine Abnahme bei den Beträgen der Korrelationskoeffizienten mit wachsendem Abstand der Bilder festzustellen.

Version GKSF: Bei ÜWW ist die Effizienz der Korrektur systematischer Bildfehler noch besser zu erkennen als bei WW, da nur noch ein verschwindend kleiner Anteil der Korrelationskoeffizienten signifikant ist. Die berechneten Korrelationskoeffizienten sind betraglich sehr klein und scharen sich innerhalb eines relativ schmalen Bandes um die Linie  $\rho=0$ .

#### 4. Zusammenfassung der Ergebnisse der Korrelationsanalyse

Das Ziel dieses Kapitels war die empirische Schätzung der Varianzen und Kovarianzen bzw. der Korrelationskoeffizienten der Bildkoordinaten innerhalb des Bildes und zwischen verschiedenen Bildern eines Bildfluges in Abhängigkeit von der Korrektur systematischer Bildfehler.

Hinsichtlich der Bildkoordinatengenauigkeit lassen sich abschließend folgende Feststellungen treffen:

- Die Genauigkeit der Bildkoordinaten ist von der Lage eines Punktes im Bild abhängig. Die Variation der Standardabweichungen innerhalb des Bildes ist umso größer, je einfacher das funktionale Modell einer Ausgleichung gewählt wird.
- Eine Verfeinerung des Funktionalmodells durch Korrektur systematischer Bildfehler verringert nicht nur die Beträge der Standardabweichungen allgemein, sondern trägt darüber hinaus zu einem spürbaren Abbau der Genauigkeitsunterschiede innerhalb des Bildes bei. Allerdings treten auch nach der Elimination systematischer Fehler noch Genauigkeitsunterschiede bis zum Faktor 2 in Erscheinung.
- Die mittleren Fehler sowie die maximalen Standardabweichungen der Bildkoordinaten sind in x-Richtung bei beiden Kammern geringfügig, jedoch statistisch signifikant, größer als diejenigen in y-Richtung.
- Die Annahme einer radialen Zunahme der  $\sigma_x$ - und  $\sigma_y$ -Werte vom Bildmittelpunkt aus hat sich als nicht zutreffend erwiesen. Falls Symmetrieeigenschaften auftreten, sind sie zwischen x und y deutlich verschieden.
- Als Grenzgenauigkeit ergibt sich für die Bildkoordinaten der Weitwinkel-aufnahmen eine mittlere Standardabweichung von 1.7  $\mu\text{m}$ , für ÜWW von 2.6  $\mu\text{m}$ .
- Zur Genauigkeit der Bildkoordinaten in Abhängigkeit vom Öffnungswinkel der Meßkammer ist zu sagen, daß sich für WW, unabhängig vom Verfeinerungsgrad des Funktionalmodells, im Mittel um etwa den Faktor 1.5 kleinere mittlere Fehler ergeben haben als bei ÜWW.

Als wichtigste Erkenntnisse über die Korrelation der Bildkoordinaten im Einzelbild, zwischen den Bildern eines Stereo-Bildpaares sowie zwischen den Bildern einer Befliegung in Abhängigkeit vom gegenseitigen Abstand der Bilder auf dem Film, können gelten:

- Es treten erhebliche Korrelationen in Erscheinung, falls die systematischen Bildfehler nicht beseitigt sind. Dabei ist wichtig, daß die Stärke der Korrelation auch mit wachsendem Abstand der Bilder nicht abnimmt, sondern über alle Bilder eines Filmes in hohem Maße konstant ist. Diese hohe Konstanz erklärt sich aus einer sehr starken Verknüpfung zwischen Korrelationseigenschaften und systematischen Bildfehlern, die auch darin zum Ausdruck kommt, daß die absoluten Beträge der Korrelationskoeffizienten sehr stark von der Verfeinerung des Funktionalmodells abhängig sind.

Im einzelnen lassen sich die für die verschiedenen Stufen der Korrektur systematischer Bildfehler erhaltenen Ergebnisse folgendermaßen zusammenfassen:

- Ohne Berücksichtigung der a priori Korrekturen an den Bildkoordinaten zeigen sich bei WW Korrelationen bis zu einer Größe von 85 %, wobei etwa 64 % aller möglichen Korrelationen signifikant von Null verschieden sind. Bei OWW, wo wesentlich größere radialsymmetrische Bildfehler vorhanden sind, erreichen die Korrelationskoeffizienten sogar Maximalbeträge bis zu 95 % und ungefähr 80 % aller Korrelationen sind signifikant.
- Die Beseitigung der radialsymmetrischen Fehlereinflüsse bewirkt bei WW nur eine geringe Veränderung der Korrelationsverhältnisse, die Maximalwerte erreichen nach wie vor Beträge bis zu 85 % und 60 % der berechneten Korrelationen sind signifikant. Bei OWW ist die Wirkung der a priori Korrektur klar zu erkennen, es zeigen sich nur noch Korrelationen bis zu einer Größe von 85 % und der Anteil der signifikanten Werte geht auf 61 % zurück. Damit stimmen die Ergebnisse von WW und OWW hinsichtlich der Stärke der Korrelation sehr gut überein.
- Nach der Korrektur systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung zeigt sich eine deutliche Abnahme der Korrelation. Während bei WW nur mehr ca. 49 % aller Werte signifikant sind, geht dieser Anteil bei OWW, wo die Effizienz offensichtlich noch größer ist, sogar auf 30 % zurück. Die noch verbliebenen Korrelationen erreichen bei WW und OWW nur mehr Beträge zwischen 0.2 und 0.4. Es bleibt daher zu vermuten, daß der Einfluß der Korrelation im Falle einer Kompensation systematischer Bildfehler durch Testfeld- oder Selbstkalibrierung vernachlässigbar ist.

Zu den festgestellten Eigenschaften der Korrelationskoeffizienten sind folgende Aussagen möglich:

- Die Korrelation der Bildkoordinaten ist zwischen x und y verschieden, eine Zusammenfassung zu einer gemeinsamen Punktkorrelation ist nicht möglich.
- Symmetrieeigenschaften, die eine Darstellung der Korrelation in Form einfacher mathematischer Funktionen erlauben würden, sind nicht zu erkennen.

Im nächsten Kapitel wird überprüft, ob die hier ermittelten empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen die stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten realistisch und repräsentativ zu beschreiben vermögen. Dazu werden mit dem empirischen Datenmaterial der Testfeldbefliegungen Rheidt räumliche Rückwärtschnitte mit konventionell vereinfachtem und verfeinertem stochastischen Modell unter Zugrundelegung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix für die Bildkoordinaten berechnet.

## V. MODIFIZIERUNG DER EMPIRISCHEN VARIANZ-KOVARIANZ-MATRIZEN UND ANWENDUNG AUF DEN RÄUMLICHEN RÜCKWÄRTSSCHNITT

### 1. Übersicht

In diesem Kapitel wird die Eignung der in Kapitel IV empirisch ermittelten Varianz-Kovarianz-Matrizen für eine realistische und repräsentative Beschreibung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten überprüft. Dies geschieht unter Anwendung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen auf die Ausgleichung des überbestimmten räumlichen Rückwärtsschnittes bei gleichzeitiger Ermittlung der für den erweiterten stochastischen Ansatz erreichbaren Genauigkeitssteigerung.

Zu diesem Zweck werden für das vorhandene Datenmaterial des Testfeldes Rheidt räumliche Rückwärtsschnitte mit unterschiedlicher Anzahl und Verteilung von Paßpunkten berechnet, einmal mit verfeinertem Ansatz des stochastischen Modells unter Zugrundelegung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix für die Bildkoordinaten und zum Vergleich mit dem konventionell vereinfachten stochastischen Ansatz  $P=E$ . Da aus der Korrelationsanalyse in Kapitel IV Varianz-Kovarianz-Matrizen für verschiedene Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells zur Verfügung stehen, bietet sich die Möglichkeit zu einer abschließenden Beurteilung der Leistungsfähigkeit gegenseitig vertauschter einfacher bzw. strenger funktionaler und stochastischer Modelle.

Vorweg bleibt aber noch die Frage zu klären, ob die empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen die für die Anwendung notwendigen Eigenschaften erfüllen.

### 2. Analyse der Eigenschaften und Modifizierung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen

#### 2.1 Ziele und Kriterien der Matrizenanalyse

Die Ziele dieser ergänzenden Untersuchung lassen sich im wesentlichen durch folgende zwei Fragen zum Ausdruck bringen:

- Welche Eigenschaften besitzen die empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen aufgrund des gewählten mathematischen Ansatzes und inwieweit stimmen diese Eigenschaften mit theoretischen Erwartungen überein ?
- Erfüllen die empirischen Matrizen die Bedingungen, die im Hinblick auf eine Weiterverwendung beispielsweise für eine Ausgleichung oder für eine Genauigkeitsuntersuchung nach dem allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetz notwendig sind ?

### Zu erwartende theoretische Matrix-Eigenschaften:

Die Schätzung der empirischen Varianzen und Kovarianzen in Kapitel IV wurde auf der Grundlage der nach der Ausgleichung von überbestimmten Einzelbildorientierungen verfügbaren Verbesserungen  $v$  der Paßpunkte durchgeführt, die hier hinreichend auch als wahre Fehler gelten können. Durch den Einfluß der unbekannt Parameter der Ausgleichung sind die Verbesserungen linear abhängig, so daß die berechneten Varianz-Kovarianz-Matrizen bei strenger Beachtung aller Beziehungen semidefinit, d.h. singulär sein müßten. Bei 6 Orientierungsunbekannten beim räumlichen Rückwärtsschnitt müßte ein Rangdefekt von  $d=6$  in Erscheinung treten.

### Aus der Anwendung resultierende Forderungen an die empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen:

Eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate liefert nur dann in jedem Fall einen positiven Wert für die zu minimierende gewogene Quadratsumme der Verbesserungen,  $v^T P v$ , wenn die Gewichtsmatrix  $P$  positiv definit ist. Dies bedeutet, daß auch die Varianz-Kovarianz-Matrix  $C$  positiv definit sein muß, da  $P$  direkt durch Inversion aus  $C$  abgeleitet wird ( $P = C^{-1}$ ) und eine Kehrmatrix nur dann positiv definit ist, wenn bereits die ursprüngliche Matrix diese Bedingung erfüllt (ZURMÖHL |100|).

Besitzt andererseits eine Matrix die Eigenschaft der positiven Definitheit, so bleibt diese auch dann erhalten, wenn in der Ausgangsmatrix gleichnumerierte Zeilen und Spalten in ihrer Reihenfolge vertauscht oder gestrichen werden. Diese Eigenschaft ist von praktischer Bedeutung, weil damit eine für  $n$  Beobachtungen aufgestellte Kovarianz-Matrix auch im Falle einer Ausgleichung mit weniger Beobachtungen direkt verwendbar ist.

### Ziele der Analyse der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen:

Die durchzuführende Matrizen-Analyse hat im wesentlichen folgende zwei Aufgaben zum Gegenstand:

1. Ist zu klären, ob die theoretische Erwartung einer semidefiniten Varianz-Kovarianz-Matrix tatsächlich zutreffend ist bei den Vereinfachungen, die wegen des nicht idealen empirischen Versuchs in Kauf zu nehmen waren.
2. Falls die Matrizen die für die Anwendung notwendige Voraussetzung der positiven Definitheit nicht erfüllen, gilt es geeignete Kriterien zu finden, mit denen diese Eigenschaft nachträglich erreicht werden kann.

### Kriterien für die positive Definitheit einer Matrix

Als notwendiges und hinreichendes Kriterium für positiv definite oder semidefinite Matrizen gilt nach ZURMÜHL [100], S. 129 der folgende Satz:

Eine reelle symmetrische Matrix  $A$  ist dann und nur dann positiv definit, wenn die Dreieckszerlegung  $A = CB$  mit  $C_{ij} = 1$  auf lauter positive Diagonalelemente  $b_{ij} > 0$  führt. Sie ist semidefinit vom Range  $r$ , wenn die  $r$  ersten der  $b_{ij}$  positiv, die  $n-r$  restlichen aber Null sind.

Daneben existieren noch verschiedene andere, leichter überschaubare notwendige Bedingungen für positiv definite Matrizen, beispielsweise

- eine positiv definite Matrix  $A$  weist durchweg positive Diagonalelemente auf ( $a_{ij} > 0$ )
- eine symmetrische Matrix ist positiv definit, wenn sie streng diagonal dominant ist (SCHWARZ/RUTISHAUSER/STIEFEL [84]). Diagonal dominant heißt, daß in jeder Zeile das Diagonalelement betragsmäßig die Summe der Beträge der Außendiagonalglieder überwiegt.

### Prüfung der Matrixeigenschaften

Die Prüfung ob eine symmetrische Matrix positiv definit oder semidefinit ist, geschieht bei großen Matrizen am geeignetsten mit Hilfe einer Eigenwertanalyse. Es gelten hierfür folgende Kriterien:

- die Eigenwerte einer positiv definiten Matrix sind sämtlich positiv und von Null verschieden, so daß gilt

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \dots \geq \lambda_n > 0 \quad (5.1)$$

- die Eigenwerte einer semidefiniten Matrix sind alle nicht negativ, wobei wenigstens ein Eigenwert  $\lambda = 0$  existieren muß.

Eine Eigenwertanalyse hat darüber hinaus den Vorteil, daß sich mit ihr sehr einfach Spur, Determinante und Kondition einer Matrix berechnen lassen, die für eine Analyse der Matrixeigenschaften ebenfalls recht aufschlußreich sein können. Es gelten hierfür die folgenden Beziehungen

$$\text{sp } A = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n \quad (5.2)$$

$$\det A = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \dots \cdot \lambda_n \quad (5.3)$$

$$\text{Konditionszahl} = \lambda_{\max} / \lambda_{\min} \quad (5.4)$$

Für die Durchführung der Eigenwertanalyse stand eine entsprechende Routine aus der Programmibliothek des Rechenzentrums der Universität Stuttgart zur Verfügung. Die Bestimmung der Eigenwerte erfolgt bei dieser Routine nach einem modifizierten Verfahren, dem die Theorien von HOUSEHOLDER / GIVEN / WIELAND zugrundegelegt sind (ALMOND u.a. [10]).

## 2.2 Simulationsuntersuchungen

Das für die empirische Schätzung von Varianzen und Kovarianzen entwickelte Rechenmodell enthält aufgrund des teilweise nicht idealen experimentellen Versuchs verschiedene Vereinfachungen, so daß die für die Matrizen theoretisch zu erwartenden Eigenschaften nicht notwendigerweise erfüllt sein müssen. Vor der eigentlichen Matrix-Analyse wird deshalb vorab mit Hilfe der Simulation untersucht, wie sich die beiden Hauptvereinfachungen

- Reduktion der Varianz- und Kovarianzanteile von Punktgruppen auf einen hypothetisch gewählten Mittelpunkt (vgl. Kap. IV, Abschn. 1.3.3) sowie
- Berechnung einer gemeinsamen Varianz-Kovarianz-Matrix aus Bildern mit unterschiedlicher Anzahl und Verteilung der Punkte (Halb- und Vollbilder)

auf die Eigenschaften der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix auswirken.

### 2.2.1 Methode und Variation der Simulationsberechnungen

Um den Einfluß der Vernachlässigungen einzeln nachweisen zu können, wurde der gesamte für das empirische Datenmaterial angewandte Rechenprozeß zur Aufstellung der Varianz-Kovarianz-Matrizen mit simulierten Daten wiederholt. Die Abbildung 5.1 gibt einen Überblick über den Ablauf der Simulationsberechnungen.

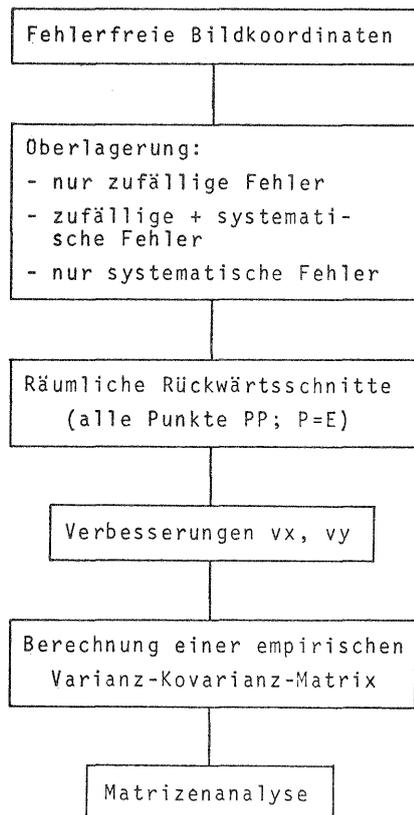


Abb. 5.1 Ablauf der Simulationsberechnungen

Anhand dieser Abbildung lassen sich die einzelnen Rechenschritte kurz erklären:

Ausgangsdaten: Für die Berechnung der Simulationsbeispiele wurde zunächst von fehlerfreien Bildkoordinaten ausgegangen (Anzahl und Verteilung der Bildpunkte siehe Fallunterscheidung A1 - B2). Die Gesamtzahl der generierten Bilder pro Version beträgt 60 und stimmt mit derjenigen des Bildmaterials Rheidt überein. An weiteren Annahmen sind zu nennen: Kammer WW,  $c = 150$  mm;  $m_b = 10\ 000$ ; Bildneigungen  $\omega = \phi = 1$  gon,  $\kappa = 6$  gon; diese Neigungen, die für alle Bilder konstant sind, wurden nur eingeführt, um den Sonderfall der Nadiraufnahme auszuschließen.

Fehlerüberlagerung: Die zufälligen Fehler wurden mit Hilfe eines Zufallsgenerators so gewählt, daß sie sowohl für jedes Bild als auch für jeden Punkt eines Bildes verschieden sind (angenommener Wert für  $\sigma_o = 5$   $\mu$ m). Die Überlagerung mit systematischen Bildfehlern erfolgte mit den empirischen Werten des Bildmaterials Rheidt (vgl. Kap. III, Abschn. 3). Im Gegensatz zu den zufälligen Fehlern ist die Wirkung der systematischen Fehler nur punktweise innerhalb des Bildes verschieden, über alle Bilder einer Version jedoch gleich.

Wie die Abbildung 5.1 zeigt, wurde die Überlagerung der Ausgangsdaten jeweils in 3 Varianten durchgeführt (nur zufällige Fehler, zufällige + systematische Fehler, nur systematische Fehler).

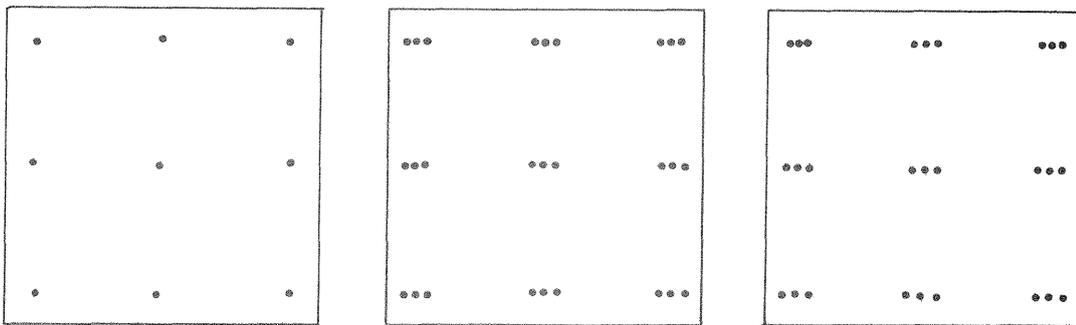
Räumliche Rückwärtsschnitte: Den Ausgleichungen der überbestimmten räumlichen Rückwärtsschnitte wurden dieselben Annahmen zugrundegelegt wie beim Bildmaterial Rheidt, d.h. alle Bildpunkte sind Paßpunkte und für die Bildkoordinaten wurde gleiche Genauigkeit und stochastische Unabhängigkeit angenommen ( $P=E$ ). Die aus der Ausgleichung erhaltenen Verbesserungen  $v$  der Bildkoordinaten bildeten dann die Grundlage für die empirische Schätzung von Varianzen und Kovarianzen.

Aufstellung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix: Die Berechnung der Varianzen und Kovarianzen bzw. Korrelationen erfolgte mit den in Kapitel IV, Abschnitt 1.3.3 angegebenen Gleichungen (4.13, 4.14 und 4.15).

Matrix-Analyse: Die Matrix-Analyse umfaßte neben der Berechnung der Eigenwerte auch die Bestimmung der Determinante und des Ranges der jeweiligen Matrix. Ferner wurde zur Kontrolle eine Inversion nach Cholesky berechnet, für die bekanntlich die positive Definitheit einer Matrix Voraussetzung ist. Diese Untersuchung wurde pro Version jeweils für die Kovarianzmatrix und für die Korrelationskoeffizientenmatrix durchgeführt.

Fallunterscheidungen: Um die Verhältnisse des experimentellen Versuchs möglichst gut annähern zu können, wurde die Simulation für insgesamt 5 verschiedene Fälle berechnet. Zur Verdeutlichung der jeweiligen Ausgangsbedingungen werden für die verschiedenen Versionen die Bezeichnungen A1, A2, A3 bzw. B1 und B2 eingeführt.

Fall A: Alle 60 Bilder besitzen die gleiche Anzahl und Verteilung der Bildpunkte.



Version A1:  
Einzelpunkte

Version A2:  
Punktgruppen  
zusammengefaßt  
auf einen Punkt

Version A3:  
Punktgruppen  
aber getrennte  
Behandlung der  
Punkte

Abb. 5.2 Anordnung der Bildpunkte für die Simulationsuntersuchung des Falles A (gleiche Anzahl und Verteilung der Bildpunkte in allen Bildern)

#### Version A1:

Es werden 9 Einzelpunkte in den Standardbereichen angenommen, so daß sich als Ergebnis der Varianz-Kovarianz-Berechnungen eine Matrix der Dimension  $18 \times 18$  ergibt.

#### Version A2:

Anstelle der Einzelpunkte in Version A1 treten Punktgruppen zu je 3 Punkten ( $9 \times 3 = 27$  Punkte pro Bild). Die Verbesserungen der Punktgruppen werden für die Aufstellung der Matrix auf einen Mittelpunkt reduziert, so daß wir wiederum eine Matrix der Größe  $18 \times 18$  erhalten.

#### Version A3:

Punktanzahl und Verteilung entspricht exakt der Version A2, doch werden die Punkte einer Punktgruppe streng als Einzelpunkte behandelt. Hieraus resultiert eine Varianz-Kovarianz-Matrix der Größe  $54 \times 54$ .

Fall B: Die Anzahl und Verteilung der Punkte in den Bildern ist unterschiedlich.

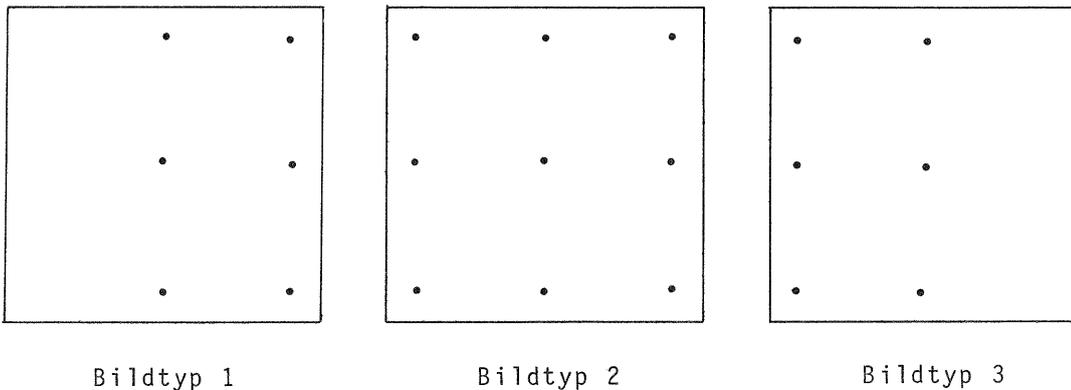


Abb. 5.3 Anordnung der Bildpunkte für die Simulationsuntersuchungen des Falles B (Halb- und Vollbilder)

Die Wahl der Bildtypen ist ebenso wie die Anordnung der Punkte in den Bildern den Überdeckungsverhältnissen der Testfeldbefliegung Rheidt angepaßt. Bei einer Gesamtzahl von 60 Bildern ist jeder Bildtyp 20-fach vertreten ( $\hat{=}$  20 Flugstreifen).

#### Version B1:

Die Bilder enthalten wie in Abbildung 5.3 schematisch dargestellt, jeweils einen Punkt in den Standardbereichen (6/9 Punkte pro Bild). Die gemeinsame Varianz-Kovarianz-Matrix aller Bilder besitzt dann die Dimension 18x18.

#### Version B2:

An Stelle der Einzelpunkte in Version B1 werden Punktgruppen zu je 3 Punkten eingeführt. Die Varianz- und Kovarianzanteile werden bei der Aufstellung der Matrix jedoch zu einem Punkt zusammengefaßt, so daß sich auch hier eine 18x18-Matrix ergibt.

### 2.3 Ergebnisse der Simulationsuntersuchung

Die Simulationsuntersuchungen lieferten Angaben über das Eigenwertspektrum, die Determinante und den Rang einer Matrix, darüberhinaus als ergänzende Information zur Frage der positiven Definitheit den Hinweis, ob eine Inversion nach der Cholesky-Methode durchführbar war oder nicht. Die interessantesten Ergebnisse der Matrix-Analyse sind für sämtliche der 5 Versionen A1 - B2 in der Tabelle 5.1 zusammengestellt.

Da die Eigenschaften der Varianz-Kovarianz-Matrix und der Korrelationskoeffizientenmatrix einer Version jeweils gleich sind, wurde die Darstellung in Tabelle 5.1 auf die Werte der Kovarianz-Matrizen beschränkt.

Version	Überlagerung der Bildkoordinaten mit Fehlern	Anteil der signifikanten Korrelationen in %	Rang	Matrizeneigenschaften			Determinante
				pos.	neg.	$\geq 0^1$	
A1 (9 Punkte) Matrix (18x18)	zufällig	27	18	18	nein	ja	0.3668 E-15
	zuf. + syst.	47	18	18	nein	ja	0.1356 E-14
	systematisch	100	18	18	nein	ja	0.1192 E-51
A2 (9x3 Punkte) Matrix (18x18)	zufällig	10	18	18	nein	nein	0.6019 E+24
	zuf. + syst.	85	18	18	nein	nein	0.2275 E+26
	systematisch	100	18	18	nein	nein	0.1169 E-29
A3 (9x3 Punkte) Matrix (54x54)	zufällig	7	54	54	nein	ja	0.2744 E+19
	zuf. + syst.	60	54	54	nein	ja	0.1482 E+21
	systematisch	100	54	54	nein	ja	0.1289 E-138
B1 (6/9 Punkte) Matrix (18x18)	zufällig	23	18	13	5	nein	-0.2697 E+14
	zuf. + syst.	33	18	13	5	nein	-0.9123 E+17
	systematisch	98	18	13	5	nein	-0.1684 E-20
B2 (6x3 bzw. 9x3 Punkte) Matrix (18x18)	zufällig	5	18	18	nein	nein	0.3644 E+24
	zuf. + syst.	69	18	17	1	nein	-0.2660 E+26
	systematisch	100	18	14	4	nein	-0.2342 E-10

<sup>1)</sup> theoretischer Rangabfall  $d=6$  durch Sprung des Eigenwertspektrums erkennbar

Tab. 5.1 Ergebnisse der Analyse empirischer Varianz-Kovarianz-Matrizen aus Simulationsberechnungen

### 2.3.1 Bilder mit identischer Punktanordnung (Versionen A1, A2, A3)

Falls in sämtlichen Bildern einer Version die gleiche Anzahl und Verteilung von Punkten vorliegt, und bei der Aufstellung der Varianz-Kovarianz-Matrix jeder Punkt einzeln berücksichtigt wird, d.h. bei Punktgruppen keine Reduzierung vorgenommen wird, dann zeigen sich unabhängig von der Punktzahl und unabhängig von der Überlagerung der Bildkoordinaten mit zufälligen oder systematischen Fehlern Anzeichen eines Rangdefektes von  $d = 6$  (vgl. Tab. 5.1; Versionen A1 und A3). Der Rangabfall ist, obwohl rein numerisch der volle Rang der Matrizen ausgewiesen wird, durch einen Sprung des Eigenwertspektrums jeweils klar zu erkennen. Die Abbildung 5.4 zeigt als Beispiel das Eigenwertspektrum einer 18x18-Matrix für 9 Bildpunkte.

1	148.01424510521
2	51.23576782972
3	33.86947354012
4	32.70857267630
5	25.94461599562
6	25.60204618597
7	20.90231254639
8	19.67400739971
9	16.42824982798
10	15.18590856699
11	10.82174149893
12	8.65451399770
13	.00001147431
14	.00000733399
15	.00000598824
16	.00000522890
17	.00000416882
18	.00000230174

Abb. 5.4

Eigenwertspektrum einer für 9 Bildpunkte berechneten Varianz-Kovarianz-Matrix (Version A1, zufällige + systematische Bildfehler)

Die Eigenwerte der Matrizen sind in diesem Falle sämtlich nicht-negativ und die 6 kleinsten Eigenwerte sind  $\approx 0$ . Diese sechs, den Rangdefekt kennzeichnenden Eigenwerte unterscheiden sich vom kleinsten der übrigen Eigenwerte etwa um den Faktor  $10^5 - 10^7$  (je nach Größe einer Matrix).

Der Rangdefekt bzw. das Anzeichen eines Rangdefektes müßte theoretisch auch aus der Determinante als dem Produkt der Eigenwerte ablesbar sein. Dies ist jedoch wie die Werte in Tabelle 5.1 zeigen, nur teilweise der Fall. Falls den Bildkoordinaten nur systematische Bildfehler überlagert werden, ist die Wirkung der Fehler in allen Bildern einer Version absolut gleich und die entsprechenden Determinanten sind sowohl bei Version A1 als auch bei Version A3 annähernd gleich Null. (Daß die Bedingung  $\det = 0$  nicht streng erfüllt wird, ist auf Rechenunschärfen infolge fortgesetzter Matrizenoperationen zurückzuführen.) Bei einer Überlagerung der Bildkoordinaten mit zufälligen bzw. zufälligen + systematischen Fehlern sind die geometrischen Verhältnisse durch die bildweise Variation der zufälligen Fehler von Bild zu Bild jeweils geringfügig verschieden. Dadurch zeigt sich in diesen Fällen eine Abhängigkeit der Determinanten von der jeweiligen Punktzahl, d.h. von der Redundanz bei der Ausgleichung der Einzelbildorientierungen. Während die Determinanten bei 9 Punkten pro Bild (Version A1) noch sehr kleine Werte aufweisen, sind sie bei 27 Punkten (Version A3)

bereits deutlich  $> 0$ . (Diese Tendenz bestätigt sich auch bei einer Untersuchung von nur 6 Punkten pro Bild; die Ergebnisse sind hier nicht aufgeführt.)

Aus dem Verhalten der Determinanten wird deutlich, daß der Einfluß der Orientierungsparameter auf die einzelnen Elemente der Varianz-Kovarianz-Matrix mit zunehmender Redundanz zurückgeht. Dies ist im übrigen auch daran zu erkennen, daß sich mit zunehmender Punktzahl der von der Ausgleichung herrührende Anteil der algebraischen Korrelation verringert (vgl. Tab. 5.1 die Anteile der signifikanten Korrelation bei nur zufälligen Fehlern). Die Singularität der Varianz-Kovarianz-Matrix ist nur bei Betrachtung des Eigenwertspektrums zu erkennen, rein numerisch erfüllen die Matrizen jedoch durchweg das Kriterium der positiven Definitheit und sind nach Cholesky invertierbar.

Reduktion der Punktgruppen: Reduzieren wir die Varianz- und Kovarianz-Anteile von Punktgruppen auf einen hypothetischen Mittelpunkt, dann sind die Eigenwerte der Matrizen ebenfalls sämtlich nicht negativ, Anzeichen eines Rangabfalles sind jedoch generell nicht mehr feststellbar (vgl. Tab. 5.1, Version A2). Die Matrizen sind durchweg positiv definit.

Rein numerisch betrachtet werden in diesem Falle Varianz- und Kovarianzkomponenten einer 54x54-Matrix für 3x9 Punkte zu einer 18x18-Matrix für nur 9 Punkte zusammengefaßt. Dadurch wird die Redundanz des Systems deutlich erhöht und der Einfluß der Orientierungsparameter ist numerisch nicht mehr wirksam, bzw. nicht mehr nachweisbar.

### 2.3.2 Bilder mit unterschiedlicher Punktanordnung (Version B1, B2)

Falls zur Bestimmung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix, so wie in Abbildung 5.3 dargestellt, Ausgangsdaten aus Bildern mit unterschiedlicher Punktzahl und Punktverteilung verwendet werden, sind Anzeichen eines Rangdefektes generell nicht mehr zu erkennen, egal ob Einzelpunkte oder reduzierte Punktgruppen vorhanden sind. Im Gegensatz zu den Versionen A1 - A3 mit jeweils identischen Punktanordnungen ergeben sich bei den Versionen B1 und B2 bis auf eine Ausnahme auch negative Eigenwerte. Die Anzahl negativer Eigenwerte ist, falls nur Einzelpunkte vorliegen, unabhängig von der Überlagerung der Bildkoordinaten mit zufälligen oder systematischen Fehlern (Version B1). Im Falle reduzierter Punktgruppen bei Version B2, treten dagegen negative Eigenwerte erst mit der Überlagerung von systematischen Fehlern in Erscheinung und nehmen mit dem Anteil der Systematik zu (vgl. Tab. 5.1).

Das Auftreten negativer Eigenwerte ist damit zu erklären, daß infolge unterschiedlicher Punktanordnungen bei allen 3 Bildtypen sowohl der algebraische als auch der physikalische Anteil der Korrelation verschieden ist. Bei der einzigen Ausnahme mit nur positiven Eigenwerten - Version B2, reduzierte Punktgruppen mit nur zufälligen Fehlern - reicht offensichtlich die hohe Redundanz aus, um den Einfluß der unterschiedlichen geometrischen Verhältnisse kompensieren zu können. Kommen jedoch zusätzlich systematische Fehler hinzu, dann

führen diese bei punktweise verschiedener Wirkung zu einer Verstärkung der geometrischen Unterschiede zwischen den 3 Bildtypen und es ergeben sich trotz der Zusammenfassung der Punktgruppen negative Eigenwerte.

Einfluß der Redundanz: Bei einer speziell zur Klärung dieser Frage berechneten Version (hier nicht aufgeführt) zeigte sich, daß eine unterschiedliche Redundanz der Bilder allein nicht ausschlaggebend für negative Eigenwerte ist.

#### 2.4 Modifizierung der empirischen Varianz- und Kovarianz-Matrizen

Übertragen wir die Erkenntnisse der Simulationsuntersuchungen auf die Gegebenheiten des Bildmaterials Rheidt, dann sind zu den Fragen der Reduzierung von Punktgruppen und der gemeinsamen Verwendung von Halb- und Vollbildern folgende Aussagen möglich:

Punktgruppen: Bei 41x3 Punkten pro Bild wäre für das Material Rheidt theoretisch die Aufstellung einer Varianz-Kovarianz-Matrix der Dimension  $(41 \times 3 \times 2)^2$  erforderlich, um die existierenden Korrelationsbeziehungen zwischen den Bildkoordinaten streng erfassen und darstellen zu können. Ein Festhalten an der theoretischen Konzeption ist jedoch wegen der in Kapitel IV, Abschnitt 1.3 genannten Besonderheiten des empirischen Datenmaterials nicht möglich. Aus der notwendigen Reduktion der Punktgruppen müssen sich nach den Erfahrungen der Simulationsbeispiele nicht singuläre Varianz-Kovarianz-Matrizen ergeben, die nicht semidefinit sind.

Halb- und Vollbilder: Bei den in Kapitel IV für das Bildmaterial Rheidt ermittelten empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen müssen in allen Fällen mit Ausnahme der Version BKSF mit nur noch zufälligen Bildkoordinatenfehlern auch negative Eigenwerte in Erscheinung treten.

Diese Vermutungen wurden bei der Analyse der empirischen Varianz-Kovarianzen tatsächlich bestätigt. Die Matrizen weisen bei WW und OWW bis auf die Version BKSF negative Eigenwerte in unterschiedlich großer Anzahl auf und sind damit weder semidefinit noch positiv definit (Einzelheiten s. im folgenden Abschn. 2.5).

Damit ergab sich nun die Aufgabe, die Varianz-Kovarianz-Matrizen so zu modifizieren, daß sie die für die geplante Anwendung notwendige Voraussetzung der positiven Definitheit erfüllen. An theoretischen Möglichkeiten bieten sich dafür an

- bildweise Berücksichtigung des Einflusses der Orientierungsunbekannten (Theorie der inneren Genauigkeit (MEISSL |65|));
- nachträgliche mathematische Behandlung ("Glättung") der Varianz-Kovarianz-Matrizen (BÄHR |12|).

Da eine allgemeine theoretische Klärung dieser komplexen Frage nicht Gegenstand dieser Arbeit sein konnte, - sie hätte zu weit von der eigentlichen Zielsetzung weggeführt -, wurde der Versuch unternommen, durch eine entsprechende Modifizierung des Rechenmodells für die empirische Schätzung der Kovarianzen zum Ziel zu gelangen.

Bei dem bisher für das Bildmaterial Rheidt und auch für die Simulationsbeispiele angewandten Rechenmodell werden die Varianz-Kovarianz-Anteile jeweils für jedes Bild einzeln berechnet und über alle Bilder einer Befliegung bzw. einer Version aufsummiert (Gl. 4.14 - 4.15; Kap. IV, Abschn. 1.3). Aus den Ergebnissen der Korrelationsanalyse wissen wir, daß die Korrelation innerhalb eines Bildfluges relativ konstant ist. Unter Ausnutzung dieser Kenntnis läßt sich die Superposition der Bilder auch bereits vor Beginn der Varianz-Kovarianz-Berechnungen durchführen, so daß die Verbesserungen bzw. wahren Fehler der Bildkoordinaten sämtlicher Bilder eines Bildfluges als Wiederholungsmessungen eines einzigen Bildes aufzufassen sind. Die Gleichung für die Berechnung der Kovarianz zwischen den Punkten (Bereichen) j und k lautet dann

$$\sigma_{x_j x_k} = \frac{1}{(n_j \cdot n_m)} \sum_l \sum_m (\epsilon_{jl}^x \epsilon_{km}^x) \quad (5.5)$$

l = Gesamtzahl aller Punkte im Bereich j

m = Gesamtzahl aller Punkte im Bereich k

Der Unterschied gegenüber der bisherigen Rechenvorschrift nach Gleichung (4.15)

$$\sigma_{x_j x_k} = \frac{1}{\sum_i (n_j \cdot n_m)} \sum_i \sum_l \sum_m (\epsilon_{ijl}^x \epsilon_{ikm}^x)$$

besteht nur im Wegfall des Index i für die Anzahl der Bilder. Da in diesem Falle nicht mehr nach der Herkunft der Punkte aus den einzelnen Bildern unterschieden wird, und die Kovarianz dementsprechend aus jeweils allen Kombinationen der in zwei Bereichen j und k insgesamt enthaltenen Punkte berechnet wird, erhöht sich die Redundanz des Systems erheblich. Der Einfluß der unterschiedlichen geometrischen Verhältnisse bei Halb- und Vollbildern dürfte sich danach nicht mehr entscheidend auf die Matrixeigenschaften auswirken.

Vor der Anwendung dieses modifizierten Rechenmodells auf das empirische Datenmaterial wurde es zunächst durch Wiederholung der Simulationsuntersuchungen überprüft. Ohne auf die Ergebnisse noch einmal im Detail einzugehen, lassen sich hinsichtlich der Eigenschaften der nach diesem Rechenmodell ermittelten Varianz-Kovarianz-Matrizen folgende Feststellungen treffen:

- Das modifizierte Rechenmodell liefert für sämtliche untersuchten Versionen A1 - B2 positiv definite Matrizen, also auch für Bilder mit unterschiedlicher Anzahl und Verteilung von Punkten.
- Ein Rangedefekt tritt grundsätzlich nicht mehr in Erscheinung.

- Die Werte der Korrelationskoeffizienten unterscheiden sich betraglich nur sehr gering gegenüber dem bisherigen Rechenmodell (durchschnittlich etwa 0.05 - 0.1).

Die Vereinfachungen des Rechenansatzes machen sich also in erster Linie in den Eigenschaften der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix bemerkbar die nicht mit theoretischen Erwartungen übereinstimmen, während die Beträge der einzelnen Korrelationskoeffizienten im allgemeinen nur gering beeinflußt werden (vgl. auch BÄHR [12]).

## 2.5 Analyse der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen des Materials Rheidt

Die Analyse der Matrixeigenschaften wurde sowohl für das in Kapitel IV angewandte Rechenmodell (1) als auch für das modifizierte Verfahren (2) durchgeführt. Die interessantesten Ergebnisse dieser Untersuchung sind für Weitwinkel und Überweitwinkel in der Tabelle 5.2 zusammengestellt.

Kammer / Version	Rechenmodell 1				Rechenmodell 2				durchschn. Diff. der $r_{ik}$ zwischen Rechenmodell (1) und (2)
	Rang	Eigenwerte			Rang	Eigenwerte			
		+	-	0		+	-	0	
WW-ORK	82	70	12	-	82	82	-	-	0.09
WW-OKSF	82	72	10	-	82	82	-	-	0.08
WW-GKSF	82	75	7	-	82	82	-	-	0.12
WW-BKSF	82	82	-	-	82	82	-	-	0.00
OWW-ORK	82	66	16	-	82	82	-	-	0.09
OWW-OKSF	82	71	11	-	82	82	-	-	0.05
OWW-GKSF	82	76	6	-	82	82	-	-	0.10
OWW-BKSF	82	82	-	-	82	82	-	-	0.00

Tab. 5.2 Ergebnisse der Analyse der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen des Materials Rheidt

Die dargelegten Ergebnisse erlauben folgende Aussagen:

- Die für das Bildmaterial Rheidt berechneten empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen sind sämtlich nicht singular und besitzen bei beiden Rechenmodellen jeweils den vollen Rang von 82.
- Bei dem der Korrelationsanalyse in Kapitel IV zugrundegelegten Rechenmodell 1 weisen die Matrizen bis auf die Version BKSF negative Eigenwerte auf und sind nicht positiv definit. Die Zahl der negativen Eigenwerte ist umso größer, je größer der Anteil der verbliebenen systematischen Fehler ist.

Die Version BKSF bildet insofern eine Ausnahme, da nach der bildweisen Korrektur der systematischen Fehler nur noch zufällige Bildkoordinatenfehler vorliegen und so die Matrixelemente außerhalb der Hauptdiagonalen nur sehr kleine Werte annehmen (max. 0.01). Die entsprechende Varianz-Kovarianz-Matrix ist deshalb streng diagonal-dominant und somit auch positiv definit (SCHWARZ / RUTISHAUSER / STIEFEL [84]).

- Beim modifizierten Rechenmodell 2 treten grundsätzlich keine negativen Eigenwerte mehr auf, die Matrizen sind sämtlich positiv definit und nach Cholesky invertierbar.
- Die Differenzen der Korrelationskoeffizienten  $r_{ik}$  zwischen den beiden Rechenmodellen sind mit Ausnahme der Version GKSF kleiner  $|0.10|$ . Diese geringen Unterschiede bestätigen die relativ hohe Konstanz der Korrelation innerhalb eines Bildfluges. Unter dieser Voraussetzung liefert das zweite Rechenmodell plausible Ergebnisse, die für die im Rahmen dieser Arbeit vorgesehenen Weiterverwendung geeignet sind.

Die zwischen den beiden Rechenmodellen festgestellten Differenzen scheinen insbesondere dann tolerierbar, wenn man berücksichtigt, daß auch jedes andere Verfahren, mit dem die positive Definitheit der Matrizen nachträglich erzwingen würde, zu Abweichungen gegenüber den ursprünglichen Korrelationen führen mußte. So erreichten beispielsweise die Differenzen bei einer von STARK [87] in einem ähnlichen Fall durchgeführten nachträglichen Glättung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix die gleiche Größenordnung.

- Aus den zwischen beiden Rechenmodellen festgestellten Unterschieden der Matrixeigenschaften ist zu schließen, daß bereits betraglich kleine Änderungen einzelner Matrixelemente die Gesamtstruktur einer Matrix empfindlich beeinflussen können (siehe auch BÄHR [12]).

Nachdem die Matrixanalyse ein positives Ergebnis hinsichtlich der Weiterverwendung der bildinternen Varianz-Kovarianz-Matrizen erbrachte, wurde auf weitere Untersuchungen zur Frage der positiven Definitheit von empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen verzichtet. Die Gelegenheit zu einer tieferen theoretischen Behandlung dieses Problems bietet sich bei der Anwendung der bei dieser Untersuchung erhaltenen Ergebnisse auf Genauigkeitsuntersuchungen des Stereomodells bzw. auf kleineren Bildverbänden.

### 3. Genauigkeitssteigerung beim räumlichen Rückwärtsschnitt durch Berücksichtigung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix für die Bildkoordinaten

Nachdem die empirisch ermittelten Varianz-Kovarianz-Matrizen nach der Modifizierung die Bedingung der positiven Definitheit erfüllen, können wir nun untersuchen, welche Genauigkeitssteigerung für die photogrammetrische Punktbestimmung bei Berücksichtigung eines erweiterten stochastischen Modells erreichbar ist. Dazu werden, wie bereits in der Übersicht am Anfang des Kapitels angedeutet, räumliche Rückwärtsschnitte unter Zugrundelegung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix in Abhängigkeit von der Anzahl und Verteilung der Paßpunkte berechnet.

Zunächst werden die theoretischen Grundlagen für die geplanten Genauigkeitsuntersuchungen dargestellt und erläutert.

#### 3.1 Näherungsausgleichung

Die mathematischen Grundlagen für den räumlichen Rückwärtsschnitt mit vereinfachtem stochastischen Modell ( $P = \text{Einheitsmatrix}$ ) sind bereits in Kapitel II, Abschnitt 5.1 ausführlich behandelt und dargestellt worden.

#### 3.2 Strenge Ausgleichung

Der allgemeine Fall der Einzelbildorientierung mit strenger Berücksichtigung der Korrelation der Bildkoordinaten (von Paßpunkten und Neupunkten) ist im Prinzip auf zwei Arten lösbar:

- a) In Anlehnung an die Zweistufenlösung beim konventionell vereinfachten Ansatz wird zunächst in einem ersten Rechenschritt die äußere Orientierung sowie die Korrelation zwischen den Bildkoordinaten der Neupunkte und den Orientierungsparametern bestimmt. Mit diesen Ergebnissen läßt sie dann anschließend die Transformation der Bildpunkte in das Geländesystem unter strenger Berücksichtigung der stochastischen Zusammenhänge durchführen. (Die Abhängigkeit zwischen den Bildkoordinaten der Neupunkte und den Orientierungsparametern ist ursächlich auf die gemeinsame Korrelation der Bildkoordinaten von Paßpunkten und Neupunkten zurückzuführen. Die Berücksichtigung der Korrelation bei der Transformation der Neupunkte in das Geländesystem kann im übrigen nach WOLF [97] auch als Sonderfall der Kollokation aufgefaßt werden.)
- b) Eine elegantere Lösung des Problems verspricht jedoch die zweite Möglichkeit der direkten Behandlung der Neupunktkoordinaten als zusätzliche Unbekannte. Bei diesem Ansatz liefert die Auflösung des Normalgleichungssystems in einem Rechengang die gesuchten Lagekoordinaten der Neupunkte sowie Angaben über deren theoretische Genauigkeit in Form der Gewichtskoeffizienten der invertierten Normalgleichungsmatrix.

Für die strenge Ausgleichung des räumlichen Rückwärtsschnittes wird deshalb im folgenden der zweite Lösungsweg bevorzugt.

Für den erweiterten Ausgleichungsansatz mit den Neupunkten als zusätzliche Unbekannte lauten die Fehlergleichungen explizit:

a) für die Bildkoordinaten der fehlerfrei angenommenen Paßpunkte

$$v_{x_i} = \left( \frac{\partial x_i}{\partial \omega} \right)^{\circ} d\omega + \dots + \left( \frac{\partial x_i}{\partial Z_o} \right)^{\circ} dZ_o + (x_i)^{\circ} - x_i \quad (5.6)$$

$$v_{y_i} = \left( \frac{\partial y_i}{\partial \omega} \right)^{\circ} d\omega + \dots + \left( \frac{\partial y_i}{\partial Z_o} \right)^{\circ} dZ_o + (y_i)^{\circ} - y_i \quad (5.7)$$

⋮

b) für die Bildkoordinaten der Neupunkte (Geländehöhen sind gegeben)

$$v_{x_j} = \left( \frac{\partial x_j}{\partial \omega} \right)^{\circ} d\omega + \dots + \left( \frac{\partial x_j}{\partial Z_o} \right)^{\circ} dZ_o + \left( \frac{\partial x_j}{\partial X_j} \right)^{\circ} dX_j + \left( \frac{\partial x_j}{\partial Y_j} \right)^{\circ} dY_j + (x_j)^{\circ} - x_j \quad (5.8)$$

$$v_{y_j} = \left( \frac{\partial y_j}{\partial \omega} \right)^{\circ} d\omega + \dots + \left( \frac{\partial y_j}{\partial Z_o} \right)^{\circ} dZ_o + \left( \frac{\partial y_j}{\partial X_j} \right)^{\circ} dX_j + \left( \frac{\partial y_j}{\partial Y_j} \right)^{\circ} dY_j + (y_j)^{\circ} - y_j \quad (5.9)$$

⋮

Führen wir zur Kennzeichnung der Paßpunkte den Index  $p$  ein und für die Neupunkte, die bei der vorliegenden Untersuchung gleichzeitig Vergleichspunkte darstellen, den Index  $v$ , dann lautet das vollständige Fehlergleichungssystem

$$\begin{bmatrix} v_p \\ v_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dk \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_p \\ f_v \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

oder in allgemeiner Form

$$v = A \cdot u - f \quad (5.11)$$

wobei

$v$  = Vektor der Verbesserungen der Bildkoordinaten

$u = [dx^t, dk^t]^t$  = Vektor der Unbekannten

$dx = [d\omega, d\phi, dk, dX_o, dY_o, dZ_o]^t$  = Vektor der Orientierungsunbekannten

$dk = [dX_1, dY_1, dX_2, dY_2, \dots]^t$  = Vektor der unbekanntem Lagekoordinaten der Neu- bzw. Vergleichspunkte

$f = [f_p^t, f_v^t]^t$  = Vektor der Absolutglieder

$A_{11}$  bzw.  $A_{21}$  sind (gemäß (5.6 - 5.9)) vollbesetzte Submatrizen, in denen die partiellen Ableitungen der Bildkoordinaten  $x$  und  $y$  nach den Orientierungsunkanntenen enthalten sind.

$$A_{22} = \begin{array}{|c|c|} \hline \begin{array}{cc} \frac{\partial x_j}{\partial X_j} & \frac{\partial x_j}{\partial Y_j} \\ \frac{\partial y_j}{\partial X_j} & \frac{\partial y_j}{\partial Y_j} \end{array} & \\ \hline & \begin{array}{cc} \frac{\partial x_{j+1}}{\partial X_{j+1}} & \frac{\partial x_{j+1}}{\partial Y_{j+1}} \\ \frac{\partial y_{j+1}}{\partial X_{j+1}} & \frac{\partial y_{j+1}}{\partial Y_{j+1}} \end{array} \\ \hline & & \begin{array}{cc} \frac{\partial x_n}{\partial X_n} & \frac{\partial x_n}{\partial Y_n} \\ \frac{\partial y_n}{\partial X_n} & \frac{\partial y_n}{\partial Y_n} \end{array} \\ \hline \end{array}$$

Die Submatrix  $A_{22}$  ist nur entlang der Diagonalen mit von Null verschiedenen Elementen besetzt und weist damit Hyper-Diagonal-Struktur auf.

Für die Bildung des Normalgleichungssystems müssen wir den Fehlergleichungen nun noch eine entsprechende Gewichtsmatrix  $P$  zuordnen. Aus der Matrix-Analyse im vorherigen Abschnitt 2 steht dafür eine für 41 Bildpunkte nach Auto- und Kreuzkovarianzen geordnete positiv-definite Kovarianzmatrix  $G$  zur Verfügung. Wird diese Matrix dem Fehlergleichungssystem nach (5.10) entsprechend nach Paßpunkten und Vergleichspunkten umsortiert, so erhalten wir

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} G_{pp} & G_{pv} \\ G_{vp} & G_{vv} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Die Inversion von  $\bar{G}$  liefert dann schließlich

$$P = \bar{G}^{-1} = \begin{bmatrix} G_{pp} & G_{pv} \\ G_{vp} & G_{vv} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} P_{pp} & P_{pv} \\ P_{vp} & P_{vv} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

$$\text{mit } G_{pv} = G_{vp}^t \quad \text{und} \quad P_{pv} = P_{vp}^t \quad (5.14)$$

Damit lassen sich die Orientierungsunbekannten sowie die Lagekoordinaten der Neu- bzw. Vergleichspunkte in bekannter Weise durch Auflösung des Normalgleichungssystems bestimmen:

$$\begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dk \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

mit  $N$  = Normalgleichungsmatrix

$$N = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} = A^t P A \quad (5.16)$$

$$= \begin{bmatrix} A_{11}^t & A_{21}^t \\ 0 & A_{22}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{pp} & P_{pv} \\ P_{vp} & P_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$= \begin{bmatrix} A_{11}^t P_{pp} A_{11} + A_{21}^t P_{vp} A_{11} + & A_{11}^t P_{pv} A_{22} + A_{21}^t P_{vv} A_{22} \\ A_{11}^t P_{pv} A_{21} + A_{21}^t P_{vv} A_{21} & \\ \hline A_{22}^t P_{vp} A_{11} + A_{22}^t P_{vv} A_{21} & A_{22}^t P_{vv} A_{22} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$N^{-1} = (A^t P A)^{-1} = \text{gleichzeitig Gewichtskoeffizientenmatrix} \quad (5.19)$$

der Unbekannten

$$h = A^t P \cdot f \quad (5.20)$$

$$= \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^t & A_{21}^t \\ 0 & A_{22}^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{pp} & P_{pv} \\ P_{vp} & P_{vv} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_p \\ f_v \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$= \begin{bmatrix} A_{11}^t P_{pp} f_p + A_{21}^t P_{vp} f_p + A_{11}^t P_{pv} f_v + A_{21}^t P_{vv} f_v \\ A_{22}^t P_{vp} f_p + A_{22}^t P_{vv} f_v \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

Mit der Redundanz

$$r = 2n - (2n_x + 6) \quad (5.23)$$

$n$  = Gesamtanzahl der Punkte pro Bild  
(Paßpunkte + Neupunkte)

$n_x$  = Anzahl der Neupunkte pro Bild

ergibt sich die Schätzung  $\hat{\sigma}_o^2$  des mittleren Gewichtseinheitsfehlers aus

$$\hat{\sigma}_o^2 = \frac{v^t P v}{r} \quad (5.24)$$

Multipliziert man die Gewichtskoeffizienten  $Q_{uu}$  aus der invertierten Normalgleichungsmatrix mit  $\hat{\sigma}_0$ , so erhält man die für den Genauigkeitsvergleich interessanten mittleren Fehler der Unbekannten

$$\hat{\sigma}_{u_i} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{Q_{u_i u_i}} . \quad (5.25)$$

Darüber hinaus liefert ein Vergleich zwischen den bei der Ausgleichung bestimmten Lagekoordinaten der Vergleichspunkte mit ihren bekannten terrestrischen Sollwerten Angaben über die Absolutgenauigkeit der Einzelbildorientierung.

$$\epsilon_x = X_{\text{terr.}} - X_{\text{phot.}} \quad (5.26a)$$

$$\epsilon_y = Y_{\text{terr.}} - Y_{\text{phot.}} \quad (5.26b)$$

### 3.3 Anwendung des strengen Lösungsansatzes auf die Näherungsausgleichung mit $P=E$

3.3.1 Wie bereits erwähnt, ist in Kapitel II dieser Arbeit die Näherungsgleichung des räumlichen Rückwärtsschnittes (ohne Berücksichtigung der Korrelation) in der normalerweise üblichen Zweistufenlösung angegeben. Diese Aufgabe läßt sich aber auch direkt nach dem strengen Ausgleichungsansatz (Gln. (5.6 - 5.24)) lösen, wenn anstelle der Gewichtsmatrix  $P$  die Einheitsmatrix  $E$  eingeführt wird. Es gilt dann

$$P = E, \quad P_{pp} = E, \quad P_{vv} = E, \quad P_{pv} = P_{vp} = 0 . \quad (5.27)$$

Eingesetzt in Gleichungen (5.16 - 5.22) erhalten wir

$$N = A^t A = \begin{bmatrix} N_{11} & N_{12} \\ N_{21} & N_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^t A_{11} + A_{21}^t A_{21} & A_{21}^t A_{22} \\ A_{22}^t A_{21} & A_{22}^t A_{22} \end{bmatrix} . \quad (5.28)$$

Für den Vektor  $h$  gilt entsprechend

$$h = A^t f = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11}^t f_p + A_{21}^t f_v \\ A_{22}^t f_v \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Die unbekanntenen Orientierungselemente und Geländekoordinaten der Neupunkte ergeben sich durch Lösung des Normalgleichungssystems nach Gleichung (5.15).

3.3.2 Es läßt sich nun zeigen, daß bei der strengen Ausgleichung des räumlichen Rückwärtsschnittes in einem Guß die zusätzlichen Fehlergleichungen der Neupunkte sowohl ohne Einfluß auf die Lösung der Orientierungsunbekannten als auch ohne Einfluß auf den mittleren Gewichtseinheitsfehler bleiben. Der Nachweis beschränkt sich hier allerdings nur auf die Darstellung der Endgleichungen, aus denen die Unabhängigkeit der Parameter ersichtlich wird.

#### Orientierungsunbekannte:

Durch Teilreduktion des Normalgleichungssystems nach Gleichung (5.15) und verschiedenen Umstellungen erhalten wir für den strengen Ansatz unter Berücksichtigung der Korrelation folgende Lösung für die Orientierungsunbekannten

$$dx = (A_{11}^t G_{pp}^{-1} A_{11})^{-1} A_{11} G_{pp}^{-1} f_p \quad . \quad (5.30)$$

Für den Fall gleich genauer und unkorrelierter Bildkoordinaten ( $P_{pp} = G_{pp} = E$ ) ergibt sich dementsprechend

$$dx = (A_{11}^t A_{11})^{-1} A_{11} f_p \quad . \quad (5.31)$$

Die direkte Bestimmung der unbekanntenen Orientierungsparameter und Neupunkte in einem Schritt liefert also in beiden Fällen dieselben Orientierungsparameter wie die konventionelle Zweistufenlösung. Ein Ergebnis, das aufgrund der zusätzlichen Fehlergleichungen der Neupunkte und der Struktur der Matrix P bzw. G beim strengen Ansatz nicht sofort zu erkennen ist, aber allgemein einsichtig ist.

#### Mittlerer Gewichtseinheitsfehler $\hat{\sigma}_0$ :

Ausgehend von der Gleichung (5.24)

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{v^t p v}{r}$$

erhalten wir durch Unterteilung des Vektors v und Rückführung der Matrix P auf die ursprünglichen Größen der Matrix G (Gleichung (5.13)) für das Matrizenprodukt schließlich

$$v^t p v = v_p^t G_{pp}^{-1} v_p \quad . \quad (5.32)$$

(der Index p gilt für Paßpunkte s. Gl. (5.10))

Aus dieser Gleichung geht hervor, daß zur Schätzung von  $\hat{\sigma}_0$  auch im Falle der Gesamtlösung nur die Verbesserungen der Paßpunkte beitragen. Da sich die Redundanz des Gleichungssystems durch die Hinzunahme der Fehlergleichungen für die Neupunkte gegenüber der Zweistufenlösung nicht verändert, ist der mittlere Gewichtseinheitsfehler  $\hat{\sigma}_0$  sowohl beim vereinfachten Ansatz mit  $P=E$ , als auch für den verfeinerten Ansatz des stochastischen Modells mit  $P=G^{-1}$  mit demjenigen der Zweistufenlösung identisch.

#### 4. Untersuchungsprogramm

Die Genauigkeitsuntersuchungen wurden mit dem in Kapitel II beschriebenen Datenmaterial der Testfeldbefliegung Rheidt (WW - 1969, ÖWW - 1975) durchgeführt. Damit in allen Bildern gleiche Voraussetzungen hinsichtlich Anzahl und Verteilung der Bildpunkte vorlagen, fanden für diese Untersuchung nur diejenigen Bilder Verwendung, in denen das Testfeld vollständig abgebildet ist. Bei beiden Bildflügen ist dies bei jeweils 20 Aufnahmen der Fall (vgl. Kap. II, Abschn. 2).

Der Vergleich zwischen der Näherungsausgleichung mit  $P=E$  und dem strengen stochastischen Ansatz mit  $P=G^{-1}$  wurde für das Bildmaterial beider Kammern sowohl in Abhängigkeit von der Anzahl und Verteilung der Paßpunkte als auch in Abhängigkeit vom Verfeinerungsgrad des Funktionalmodells durchgeführt. Die Tabelle 5.3 gibt eine genaue Übersicht über das gesamte Untersuchungsprogramm.

Den verschiedenen Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells (ORK, OKSF, GKSF) steht jeweils die entsprechende Varianz-Kovarianz-Matrix  $G$  ( $G_{ORK}$ ,  $G_{OKSF}$ ,  $G_{GKSF}$ ) gegenüber. Durch diese Variation des mathematischen Modells lassen sich neben der Wirksamkeit eines erweiterten stochastischen Modells auch Betrachtungen über den Dualismus funktionaler und stochastischer Modelle anstellen.

Bildmaterial / Kammer	Anzahl Bilder	PP-Versionen	Mathematisches Modell	
			Verfeinerungsstufe des Funktionalmodells	stochastisches Modell
WW (Rheidt, 1:11 000)	20	(1) 4 PP	(1) ORK (ohne radialsymm. Korrekturen)	$P=E$ und $P=G_{ORK}^{-1}$
ÖWW (Rheidt, 1:11 000)	20	(2) 9 PP	(2) OKSF (ohne Korrektur syst. Bildfehler)	$P=E$ und $P=G_{OKSF}^{-1}$
		(3) 25 PP  die restlichen der jeweils ca. 41 Bildpunkte werden als Ver- gleichspunkte mitgeführt	(3) GKSF (gesamtflugweise Korrektur syst. Bildfehler)	$P=E$ und $P=G_{GKSF}^{-1}$

Tab. 5.3 Untersuchungsprogramm für den Vergleich zwischen Näherungsausgleichung und strengem stochastischen Ansatz der Einzelbildorientierung

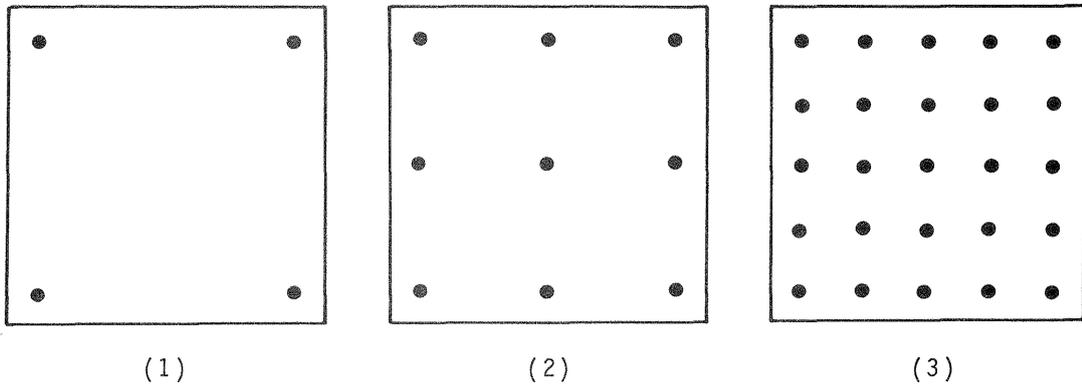


Abb. 5.5 Paßpunktversionen (1) - (3)

Die gewählten Paßpunktanordnungen sind in Abbildung 5.5 dargestellt. Die nicht als Paßpunkte verwendeten Bildpunkte werden bei der Ausgleichung jeweils als Vergleichspunkte mitgeführt. Bei etwa 41 Punkten pro Bild sind dies je nach PP-Version pro Bild zwischen 16 und 37 Vergleichspunkte.

Vergleichskriterien: Als Kriterien für den Genauigkeitsvergleich zwischen der Ausgleichung mit und ohne Berücksichtigung der Korrelation dienen die aus dem Vergleich zwischen photogrammetrischen Ist-Koordinaten und terrestrischen Sollwerten erhaltenen Koordinatendifferenzen der Vergleichspunkte (= Absolutgenauigkeit  $\mu_X$  und  $\mu_Y$ ), sowie die aus den Gewichtskoeffizienten der invertierten Normalgleichungsmatrix berechneten mittleren Koordinatenfehler der Neu- oder Vergleichspunkte.

Um die Fülle von Einzelergebnissen auf ein überschaubares Maß zu reduzieren, wurde für die empirischen und theoretischen Koordinatenfehler der Neu- bzw. Vergleichspunkte pro Version das quadratische Mittel über alle 20 Bilder einer Befliegung gebildet.

5. Ergebnisse der Genauigkeitsuntersuchungen

Die mittleren Koordinatenfehler der Vergleichspunkte sind in den Tabellen 5.4 und 5.5 für sämtliche Versionen in Abhängigkeit von der Paßpunktanzahl und in Abhängigkeit vom jeweiligen Verfeinerungsgrad des Funktionalmodells aufgeführt.

Bildmaterial / Funktionalmodell	Stochastisches Modell  Genauigkeits- steigerung	Empirische Genauigkeit der Vergleichspunkte					
		4 PP		9 PP		25 PP	
		$\bar{\mu}_X$   $\mu_m$	$\bar{\mu}_Y$   $\mu_m$	$\bar{\mu}_X$   $\mu_m$	$\bar{\mu}_Y$   $\mu_m$	$\bar{\mu}_X$   $\mu_m$	$\bar{\mu}_Y$   $\mu_m$
WW-ORK (ohne radialsymm. Korrekturen)	a) P=E	6.1	6.6	4.3	4.4	3.6	3.7
	b) P=G <sub>ORK</sub> <sup>-1</sup>	4.7	5.4	3.4	3.4	3.0	3.1
	a/b	1.3	1.2	1.3	1.3	1.2	1.2
WW-OKSF (ohne Korrektur syst. Fehler)	a) P=E	5.5	6.2	4.1	4.2	3.6	3.7
	b) P=G <sub>OKSF</sub> <sup>-1</sup>	4.2	4.8	3.4	3.4	3.1	3.1
	a/b	1.3	1.3	1.2	1.2	1.2	1.2
WW-GKSF (gesamtflugweise Korrektur syst. Fehler)	a) P=E	4.2	4.7	3.3	3.5	3.0	3.2
	b) P=G <sub>GKSF</sub> <sup>-1</sup>	4.1	4.5	3.3	3.3	2.9	3.1
	a/b	1.0	1.0	1.0	1.1	1.0	1.0
OWW-ORK (ohne radialsymm. Korrekturen)	a) P=E	16.0	14.9	11.3	11.0	9.7	9.4
	b) P=G <sub>ORK</sub> <sup>-1</sup>	12.7	11.5	6.1	5.8	4.9	4.7
	a/b	1.3	1.3	1.9	1.9	2.0	2.0
OWW-OKSF (ohne Korrektur syst. Fehler)	a) P=E	8.6	7.7	6.1	6.1	5.5	5.6
	b) P=G <sub>OKSF</sub> <sup>-1</sup>	7.1	5.8	4.9	4.5	4.5	4.3
	a/b	1.2	1.3	1.2	1.4	1.2	1.3
OWW-GKSF (gesamtflugweise Korrektur syst. Fehler)	a) P=E	6.3	5.3	4.8	4.5	4.4	4.2
	b) P=G <sub>GKSF</sub> <sup>-1</sup>	6.1	5.2	4.6	4.4	4.4	4.0
	a/b	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.1

Tab. 5.4 Empirische Genauigkeit der Geländekoordinaten der Vergleichspunkte mit und ohne Berücksichtigung der Korrelation in Abhängigkeit von der Paßpunktanzahl und in Abhängigkeit von der Verfeinerung des Funktionalmodells

Bildmaterial / Funktionalmodell	Stochastisches Modell	Theoretische Genauigkeit der Vergleichspunkte					
		4 PP		9 PP		25 PP	
		$\bar{\sigma}_X$   $\mu\text{m}$	$\bar{\sigma}_Y$   $\mu\text{m}$	$\bar{\sigma}_X$   $\mu\text{m}$	$\bar{\sigma}_Y$   $\mu\text{m}$	$\bar{\sigma}_X$   $\mu\text{m}$	$\bar{\sigma}_Y$   $\mu\text{m}$
WW-ORK (ohne radialsymm. Korrekturen)	$P=G_{ORK}^{-1}$	6.4	6.7	3.7	3.7	3.3	3.3
WW-OKSF (ohne Korrektur syst. Fehler)	$P=G_{OKSF}^{-1}$	6.7	7.0	3.8	3.8	3.3	3.3
WW-GKSF (gesamtflugweise Korrektur syst. Fehler)	$P=E$ <sup>1)</sup>	6.6	6.6	4.3	4.3	3.6	3.6
	$P=G_{GKSF}^{-1}$	5.9	5.9	3.7	3.7	3.2	3.2
ÖWW-ORK (ohne radialsymm. Korrekturen)	$P=G_{ORK}^{-1}$	9.3	8.4	6.7	6.8	5.1	5.1
ÖWW-OKSF (ohne Korrektur syst. Fehler)	$P=G_{OKSF}^{-1}$	8.0	8.2	5.5	5.5	4.4	4.4
ÖWW-GKSF (gesamtflugweise Korrektur syst. Fehler)	$P=E$ <sup>1)</sup>	7.0	7.0	5.8	5.8	4.8	4.8
	$P=G_{GKSF}^{-1}$	5.8	5.8	5.1	5.1	4.2	4.2

Tab. 5.5 Theoretische Genauigkeit der Geländekoordinaten der Vergleichspunkte in Abhängigkeit von der Paßpunktanzahl und in Abhängigkeit von der Verfeinerung des Funktionalmodells

- <sup>1)</sup> Eine Gegenüberstellung der theoretischen Genauigkeit der Neupunktskoordinaten für die beiden Ansätze des stochastischen Modells  $P=E$  mit  $P=G^{-1}$  ist nur unter der Annahme zulässig bzw. sinnvoll, daß die nach der Korrektur systematischer Fehler verbliebenen Korrelationen gering und die Standardabweichungen der Bildkoordinaten innerhalb des Bildes annähernd gleich sind. Diese Voraussetzungen sind nach den Ergebnissen des Kapitels IV bei WW und ÖWW für die gesamtflugweise Korrektur systematischer Fehler - Version GKSF - hinreichend erfüllt. Für die Versionen ORK und OKSF, die diese Voraussetzungen nicht erfüllen, wäre die Anwendung des allgemeinen Fehlerfortpflanzungsgesetzes notwendig, um die theoretische Genauigkeit bei vereinfachtem und strengem stochastischen Ansatz vergleichen zu können.

## 6. Diskussion der Ergebnisse

Die in den Tabellen 5.4 und 5.5 dargelegten Ergebnisse erlauben folgende allgemeine Feststellungen:

- Die strenge Ausgleichung der räumlichen Rückwärtsschnitte unter Berücksichtigung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix bewirkt eine deutliche Genauigkeitssteigerung bei den in das Geländesystem transformierten Neu- bzw. Vergleichspunkten, wobei die Größe des Genauigkeitsanstiegs vom Verfeinerungsgrad des Funktionalmodells abhängig ist.

Die größten Genauigkeitsgewinne - bis zum Faktor 2.0 - sind erwartungsgemäß zu verzeichnen, wenn auf eine a priori Korrektur der Bildkoordinaten verzichtet wird.

Beim bisherigen Standardfall der analytischen Auswertung, bei dem die Bildkoordinaten zwar um die a priori Korrekturen verbessert sind, eine weitergehende Kompensation systematischer Bilder jedoch nicht erfolgt, zeigen sich mittlere Genauigkeitssteigerungen bis zum Faktor 1.4.

Nach der Korrektur systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung ergeben sich für den erweiterten Ansatz des stochastischen Modells nur noch für die theoretische Genauigkeit der Neupunkte geringe Verbesserungen um den Faktor 1.1 - 1.2. Die empirische Koordinatengenauigkeit ist in diesem Fall beim einfachen und verfeinerten Ansatz des Fehlermodells praktisch gleich.

- Die für den strengen stochastischen Ansatz ( $P=G^{-1}$ ) erzielte Genauigkeit der Vergleichspunkte stimmt bei allen Verfeinerungsstufen des Funktionalmodells (ORK, OKSF, GKSF) bemerkenswert gut überein (vgl. Tabelle 5.5).
- Die Absolutwerte der mittleren Koordinatenfehler der Neu- bzw. Vergleichspunkte sind generell von der Anzahl und Verteilung der Paßpunkte abhängig. Die größten Genauigkeitsunterschiede treten dabei zwischen 4 und 9 Paßpunkten auf (Faktor 1.4 - 1.7), während bei einer Erhöhung der Paßpunktanzahl von 9 auf 25 eine deutliche Verlangsamung des Genauigkeitsanstiegs zu erkennen ist (Faktor 1.1 - 1.2).

### 6.1 Version ORK

Wird auf eine a priori Korrektur der Bildkoordinaten wegen Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung verzichtet, dann ergeben sich bei Benützung einer für die Genauigkeit der Bildkoordinaten repräsentativen Varianz-Kovarianz-Matrix enorme Genauigkeitssteigerungen gegenüber dem konventionellen Ansatz mit gleichgenauen und unkorrelierten Bildkoordinaten.

Bei ÜWW, wo sehr große radialsymmetrische Bildfehler vorhanden sind, erreichen die relativen Genauigkeitsverbesserungen im Mittel Beträge bis zum Faktor 2, bei WW sind die Mittelwerte der Genauigkeitssteigerung um den Faktor 1.4 etwas geringer.

Das Genauigkeitsverhalten der Vergleichspunkte ist für beide Befliegungen in Abbildung 5.6 graphisch in Abhängigkeit von der Paßpunktanzahl dargestellt.

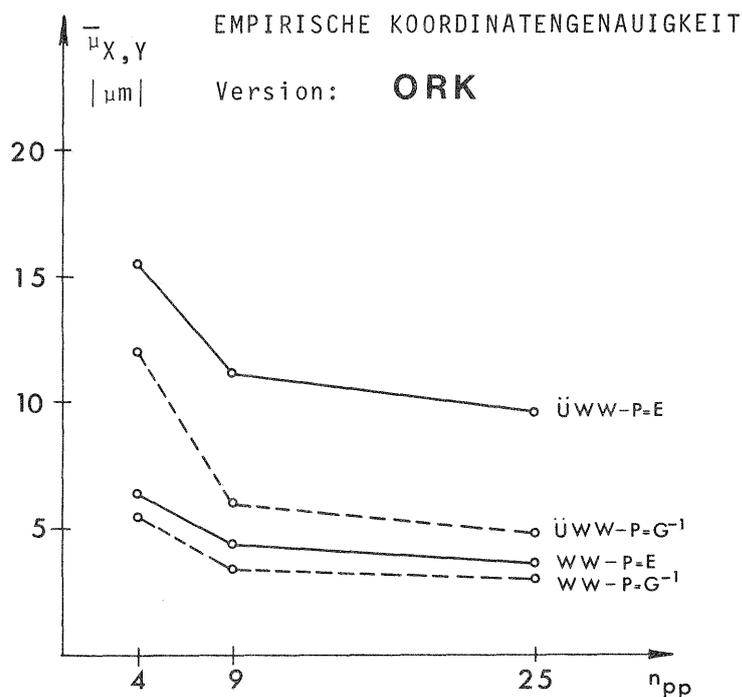


Abb. 5.6 Empirische Koordinatengenauigkeit bei konventionell vereinfachtem und bei strengem Ansatz des stochastischen Modells (ohne a priori Korrektur der Bildkoordinaten)

#### Weitwinkel:

Die Erweiterung des stochastischen Modells bewirkt eine Verbesserung der empirischen Koordinatengenauigkeit um den Faktor 1.3. Eine Abhängigkeit von der Paßpunktversion ist dabei nicht zu erkennen.

Die Absolutwerte der empirischen Koordinatenfehler werden bei Berücksichtigung der Varianz-Kovarianz-Matrix von 4.3  $\mu m$  auf 3.4  $\mu m$  für 9 Paßpunkte und von 3.6  $\mu m$  auf 3.0  $\mu m$  für 25 Paßpunkte verbessert. Die erreichten Genauigkeiten sind als Hinweis dafür zu werten, daß die Zugrundelegung eines strengen stochastischen Modells genügt, um die Genauigkeitsreserven des hier vorliegenden Bildmaterials fast vollständig auswerten zu können, selbst wenn das Funktionalmodell dabei stark vereinfacht ist.

#### Oberweitwinkel:

Bei einem Verzicht auf die a priori Korrektur der Bildkoordinaten und bei gleichzeitig stark vereinfachtem stochastischen Modell ergeben sich für das ÜWW-Material relativ schlechte Genauigkeitswerte (vgl. Tab. 5.4 und Abb. 5.6). Die Ursache der für eine Einzelauswertung unerwartet großen, teilweise deutlich über 10  $\mu m$  liegenden Koordinatenfehler bilden enorm große systematische Bildfehler, die bei dieser Version bis zu 18  $\mu m$  betragen.

Die Genauigkeitszunahme bei Berücksichtigung der Varianz-Kovarianz-Matrix ist dementsprechend groß. Die empirische Koordinatengenauigkeit wird bei 9 und 25 Paßpunkten um den Faktor 2 verbessert, was einer Reduzierung der Koordinatenfehler um die Hälfte gleichkommt. In einzelnen Bildern sind sogar noch höhere Genauigkeitssteigerungen zu verzeichnen, der Maximalwert liegt beim Faktor 2.5. Eine Ausnahme bildet allerdings die Version mit nur 4 Paßpunkten, bei der für den strengen stochastischen Ansatz im Mittel lediglich um den Faktor 1.2 höhere Genauigkeiten erzielt werden.

## 6.2 Version OKSF

Bei dieser Version sind die Bildkoordinaten um die a priori bekannten systematischen Fehlereinflüsse der Verzeichnung, Refraktion und Erdkrümmung korrigiert, eine weitergehende Kompensation systematischer Bildfehler hat nicht stattgefunden.

Die Anwendung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix bewirkt bei dieser Version ebenfalls eine beträchtliche Genauigkeitssteigerung. Die Verbesserung der Koordinatengenauigkeit erreicht im Mittel über den gesamten Bildflug bei WW und ÜWW den Faktor 1.2 - 1.3.

Die graphische Darstellung der Koordinatenfehler in Abbildung 5.7 zeigt eine gute Übereinstimmung im Genauigkeitsverhalten der beiden Bildflüge. Bei WW und ÜWW ist der Genauigkeitsanstieg durch Berücksichtigung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix weitgehend unabhängig von der Paßpunktanzahl und erreicht im Mittel bei beiden Bildflügen etwa gleichgroße Werte.

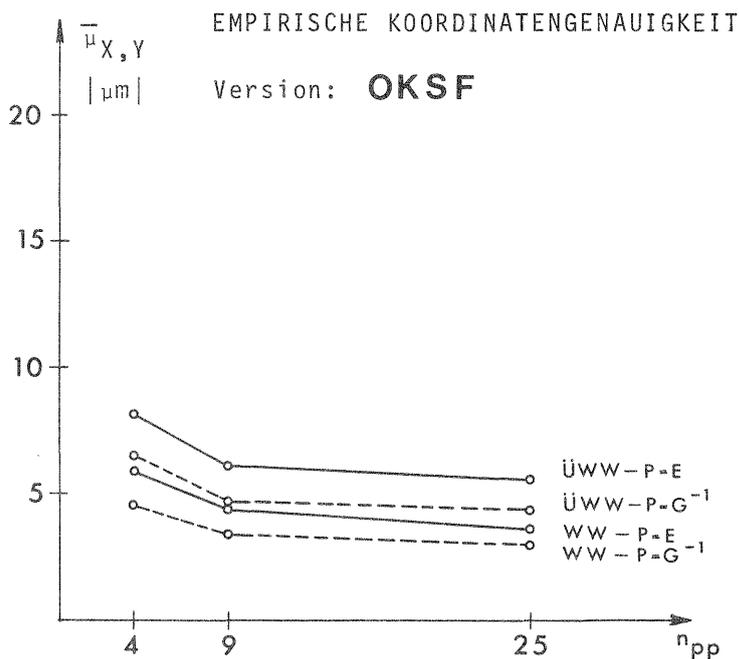


Abb. 5.7 Empirische Koordinatengenauigkeit bei konventionell vereinfachtem und bei strengem Ansatz des stochastischen Modells (ohne zusätzliche Korrektur systematischer Fehler)

Weitwinkel:

Den in Abbildung 5.7 dargestellten Mittelwerten für die Genauigkeitssteigerung entspricht absolut eine Verringerung der Koordinatenfehler von  $\bar{\mu}_{X,Y} = 5.8 \mu\text{m}$  auf  $4.5 \mu\text{m}$  für 4 Paßpunkte, von  $4.2 \mu\text{m}$  auf  $3.4 \mu\text{m}$  für 9 Paßpunkte sowie von  $3.7 \mu\text{m}$  auf  $3.1 \mu\text{m}$  für 25 Paßpunkte.

Überweitwinkel:

Den dargestellten mittleren Genauigkeitssteigerungen für ÜWW entspricht absolut eine Verringerung der Koordinatenfehler von  $8.3 \mu\text{m}$  auf  $6.5 \mu\text{m}$  für 4 Paßpunkte, von  $6.1 \mu\text{m}$  auf  $4.7 \mu\text{m}$  für 9 Paßpunkte sowie von  $5.6 \mu\text{m}$  auf  $4.4 \mu\text{m}$  für 25 Paßpunkte.

## 6.3 Version GKSF

Diese Version gibt Aufschluß darüber, ob bzw. welche Genauigkeitssteigerung erreichbar ist, wenn dem räumlichen Rückwärtsschnitt neben einem verfeinerten Funktionalmodell - hier Testfeldkalibrierung - zusätzlich auch ein erweitertes stochastisches Modell in Form einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix zugrundegelegt wird.

Empirische und theoretische Koordinatengenauigkeit: Die graphische Darstellung der Koordinatenfehler in Abbildung 5.8 zeigt für die aus den Restfehlern der Vergleichspunkte abgeleitete empirische Genauigkeit einen deckungsgleichen Verlauf der Kurven mit und ohne Berücksichtigung der Korrelation. Die zusätzliche Verfeinerung des stochastischen Modells bewirkt also bei dieser Version bei beiden Bildflügen keine weitere Steigerung der Absolutgenauigkeit (Einzelergebnisse s. Tab. 5.4 im vorigen Abschnitt).

Dagegen erhält man für die theoretische Genauigkeit<sup>1)</sup> der Neupunkte bei Berücksichtigung eines strengen stochastischen Modells durchaus noch günstigere Ergebnisse als bei der Näherungslösung, wie die Abbildung 5.8 ebenfalls sehr anschaulich beweist. Bei WW und ÜWW erfahren die mittleren Koordinatenfehler bei Anwendung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix noch eine Verbesserung um durchschnittlich 10 - 15 % (entspricht  $0.4 - 0.6 \mu\text{m}$ ) und lassen danach eine noch bessere Übereinstimmung mit ihren empirischen Vergleichswerten erkennen.

---

<sup>1)</sup> siehe Fußnote bei Tabelle 5.5 dieses Kapitels

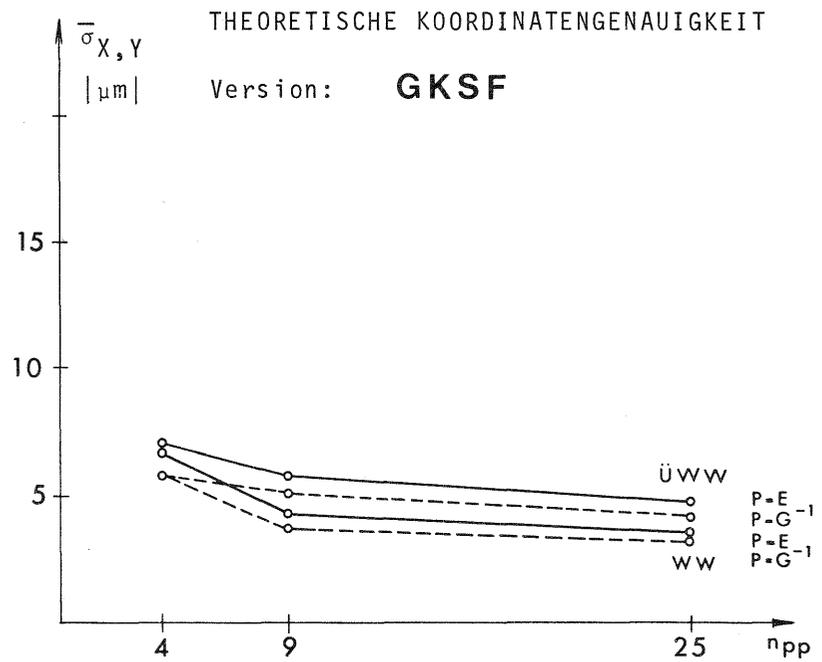
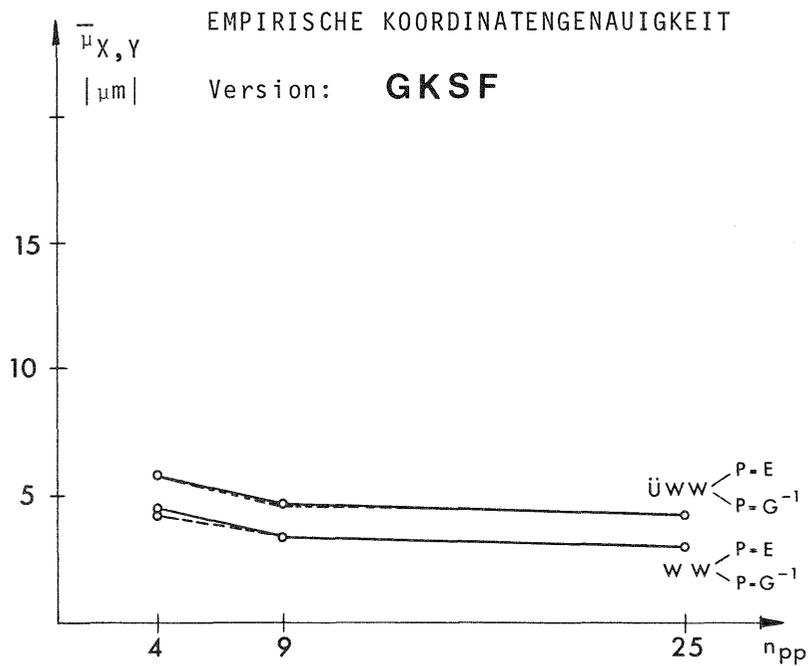


Abb. 5.8 Empirische und theoretische Koordinatengenauigkeit bei konventionell vereinfachtem und bei strengem Ansatz des stochastischen Modells (nach der Korrektur systematischer Bildfehler)

## 7. Zum Dualismus funktionaler und stochastischer Modelle

Da die Wirksamkeit eines strengen stochastischen Modells in Abhängigkeit von der Verfeinerung des Funktionalmodells untersucht worden ist, sind anhand der Ergebnisse auch Aussagen über die gegenseitige Austauschbarkeit funktionaler und stochastischer Modelle möglich. Es werden dafür speziell die Resultate folgender Ansätze des mathematischen Modells miteinander verglichen:

1. Sehr stark vereinfachtes Funktionalmodell (ohne a priori Korrekturen, Version ORK) + strenges stochastisches Modell mit  $P = G_{\text{ORK}}^{-1}$
2. Einfaches Funktionalmodell (ohne zusätzliche Korrektur systematischer Bildfehler, Version OKSF) + strenges stochastisches Modell mit  $P = G_{\text{OKSF}}^{-1}$
3. Erweitertes Funktionalmodell (Korrektur systematischer Fehler durch Testfeldkalibrierung, Version GKSF) + konventionell vereinfachter Ansatz des stochastischen Modells mit  $P = E$

Zur besseren Übersicht sind die Resultate dieser Versionen in Tabelle 5.6 in geeigneter Form gegenübergestellt.

Bildmaterial/ Funktionalmodell	Stochast. Modell	Empirische Genauigkeit						Theoretische Genauigkeit					
		4 PP		9 PP		25 PP		4 PP		9 PP		25 PP	
		$\bar{\mu}_X$   $\mu\text{m}$	$\bar{\mu}_Y$   $\mu\text{m}$										
WW-ORK	$P=G_{\text{ORK}}^{-1}$	4.7	5.4	3.4	3.4	3.0	3.1	6.4	6.7	3.7	3.7	3.3	3.3
WW-OKSF	$P=G_{\text{OKSF}}^{-1}$	4.2	4.8	3.4	3.4	3.1	3.1	6.7	7.0	3.8	3.8	3.3	3.3
WW-GKSF	$P=E$ <sup>1)</sup>	4.2	4.7	3.3	3.5	3.0	3.2	6.6	6.6	4.3	4.3	3.6	3.6
OWW-ORK	$P=G_{\text{ORK}}^{-1}$	12.7	11.5	6.1	5.8	4.9	4.7	9.3	8.4	6.7	6.8	5.1	5.1
OWW-OKSF	$P=G_{\text{OKSF}}^{-1}$	7.1	5.8	4.9	4.5	4.5	4.3	8.0	8.2	5.5	5.5	4.4	4.4
OWW-GKSF	$P=E$ <sup>1)</sup>	6.3	5.3	4.8	4.5	4.4	4.2	7.0	7.0	5.8	5.8	4.8	4.8

Tab. 5.6 Vergleich der empirischen und theoretischen Koordinatenfehler der in das Geländesystem transformierten Bildpunkte bei verschiedenen Ansätzen des mathematischen Modells

<sup>1)</sup> siehe Fußnote bei Tabelle 5.5

Empirische Koordinatengenauigkeit: Die Gegenüberstellung der empirischen Koordinatenfehler in der Tabelle 5.6 zeigt bei Weitwinkel eine bemerkenswert gute Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Ausgleichungsansätzen. Bei einer Ausgleichung mit 9 oder 25 Paßpunkten erreichen die Differenzen zwischen den drei Versionen maximal nur  $0.1 \mu\text{m}$  (!). Dies bedeutet, daß selbst das einfachste Funktionalmodell ohne Berücksichtigung der radialsymmetrischen Fehler in Verbindung mit einer realistischen Varianz-Kovarianz-Matrix die gleiche hohe Genauigkeit liefert, wie eine Kompensation systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung.

Bei Überweitwinkel ist eine ähnlich gute Übereinstimmung der Absolutgenauigkeit nur zwischen den Modellkombinationen  $\text{OKSF}/P=G_{\text{OKSF}}^{-1}$  und  $\text{GKSF}/P=E$  zu verzeichnen, d.h. nur wenn die Bildkoordinaten um die a priori Korrekturen verbessert sind, vermag die Varianz-Kovarianz-Matrix gleichwertige Ergebnisse für die Absolutgenauigkeit zu liefern, wie ein durch Kompensation der systematischen Bildfehler verfeinertes Funktionalmodell. Die Abweichungen zwischen den beiden Ausgleichungsansätzen betragen dann bei einer Ausgleichung mit 9 oder 25 Paßpunkten wie bei WW nur  $0.1 \mu\text{m}$  und stellen die Gleichwertigkeit der Ergebnisse eindrucksvoll unter Beweis.

Gegenüber diesen beiden Kombinationen weist der Ansatz  $\text{ORK}/P=G_{\text{ORK}}^{-1}$  mit stark vereinfachtem Funktionalmodell eine durchschnittlich um den Faktor 1.3 (= 30 %) schlechtere Genauigkeit auf. Daraus ist zu schließen, daß sich die, infolge der Vernachlässigung der radialsymmetrischen Korrekturen aufgetretenen systematischen Bildfehler nicht mehr vollständig in der Korrelation niederschlagen und folglich auch nicht durch einen erweiterten Ansatz des stochastischen Modells kompensierbar sind.

Theoretische Koordinatengenauigkeit: Die aus der invertierten Normalgleichungsmatrix abgeleiteten mittleren Koordinatenfehler zeigen bei beiden Bildflügen im großen und ganzen eine ähnlich gute Übereinstimmung zwischen den verschiedenen Ausgleichungsansätzen wie die Absolutfehler. Bei einem genauen Vergleich der Einzelwerte in Tabelle 5.6 fällt jedoch auf, daß sich bei einer Ausgleichung mit 9 oder 25 Paßpunkten für den strengen stochastischen Ansatz durchweg noch kleinere mittlere Fehler einstellen als nach der Kompensation systematischer Bildfehler. Für WW gilt dies sogar für beide Fälle mit vollbesetzter Gewichtsmatrix  $P$  ( $P=G_{\text{ORK}}^{-1}$  und  $P=G_{\text{OKSF}}^{-1}$ ), bei OWW trifft diese Aussage nur auf den Fall  $P=G_{\text{OKSF}}^{-1}$  mit a priori korrigierten Bildkoordinaten zu. Die Unterschiede entsprechen im übrigen genau der Genauigkeitssteigerung, die sich für die mittleren Koordinatenfehler ergibt, wenn zusätzlich zu einem verfeinerten Funktionalmodell auch ein strenges stochastisches Modell angesetzt wird (s. Tab. 5.4 und 5.5 im vorigen Abschnitt).

## 8. Zusammenfassung der Ergebnisse über die Anwendung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrizen auf den räumlichen Rückwärtsschnitt

In diesem Kapitel wurde die Eignung der empirisch abgeleiteten Varianz-Kovarianz-Matrix für die Beschreibung der stochastischen Eigenschaften der Bildkoordinaten überprüft. Zu diesem Zweck wurden für das Bildmaterial des Testfeldes Rheidt räumliche Rückwärtsschnitte berechnet, einmal mit erweitertem stochastischen Modell unter Zugrundelegung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix und zum anderen nach dem konventionellen stochastischen Ansatz unter Annahme gleichgenauer und unkorrelierter Bildkoordinaten.

Als wichtigste Erkenntnis dieser Studie kann zusammengefaßt werden, daß die Berücksichtigung der Korrelation eine erhebliche Genauigkeitssteigerung der äußeren Orientierung und der in das Geländesystem transformierten Bildpunkte bewirkt. Die für den strengen stochastischen Ansatz erreichten Absolutgenauigkeiten sind eindrucksvoll.

Die Größe der Genauigkeitsunterschiede zwischen vereinfachtem und strengem stochastischen Modell ist abhängig vom Grad der Verfeinerung des Funktionalmodells. Wird auf eine a priori Korrektur bekannter systematischer Fehlereinflüsse verzichtet, dann ergibt die Benützung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix eine Verbesserung der Koordinatengenauigkeit um den Faktor 2 gegenüber der Näherungsausgleichung.

Falls die Bildkoordinaten um die radialsymmetrischen Fehlereinflüsse verbessert sind, ansonsten jedoch keine weiteren Korrekturen wegen systematischer Fehler erfolgen, liefert die Anwendung der empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix eine um den Faktor 1.2 - 1.3 höhere Genauigkeit der Neupunkte. Dabei ist wesentlich, daß die durch die Berücksichtigung der Korrelation erzielten Absolutgenauigkeiten ausgezeichnet mit den Ergebnissen übereinstimmen, die bei der Korrektur systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung erreicht werden. Diese Feststellung gilt für WW und ÖWW gleichermaßen und bedeutet, daß die Annahme eines realistischen und repräsentativen stochastischen Modells die Genauigkeit der Einzelbildorientierung in ähnlich hohem Maße zu steigern vermag, wie dies bei einer Verfeinerung des Funktionalmodells durch Selbst- oder Testfeldkalibrierung geschieht. Die Gleichwertigkeit der Ergebnisse ist darüber hinaus eine nachträgliche Bestätigung dafür, daß die in Kapitel IV beim Ansatz der Korrelationsanalyse getroffenen Vereinfachungen tatsächlich keinen erkennbaren Einfluß auf die empirische Schätzung der Varianzen und Kovarianzen haben.

Bei einem durch Testfeldkalibrierung erweiterten Funktionalmodell ergeben sich bei beiden Bildflügen nur noch geringe Genauigkeitsverbesserungen für den strengen stochastischen Ansatz. Dieses Ergebnis ist insofern wichtig, weil mit dem vorliegenden Versuch erstmals anhand empirischer Daten nachgewiesen wird, daß bei einer Selbst- oder Testfeldkalibrierung die Annahme gleichgenauer und unkorrelierter Bildkoordinaten durchaus zulässig sein kann, bzw. daß eine Vereinfachung des stochastischen Modells in diesem Falle ohne spürbare Auswirkung auf die Genauigkeit der Ausgleichung bleibt.

Neben Informationen über die Leistungsfähigkeit eines verfeinerten stochastischen Modells brachte die Studie auch wertvolle Hinweise zur Dualität funktionaler und stochastischer Modelle. Eine Gegenüberstellung der für verschiedene Kombinationen funktionaler und stochastischer Modelle erhaltenen Ergebnisse hat gezeigt, daß ein vereinfachtes Funktionalmodell tatsächlich weitgehend durch ein entsprechend erweitertes stochastisches Modell zu ersetzen ist und umgekehrt. Diese Feststellung gilt bei dem vorliegenden Datenmaterial generell dann, wenn die Bildkoordinaten um die a priori bekannten Fehler verbessert sind. Sie bedarf jedoch einer gewissen Einschränkung, falls das Funktionalmodell durch den Verzicht auf die a priori Korrektur übervereinfacht ist.

Hinsichtlich der Übertragbarkeit bzw. Verallgemeinerung der Ergebnisse ist festzustellen, daß bei einer Berücksichtigung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix bei beiden Bildflügen die gleiche Effizienz gegenüber der Ausgleichung mit vereinfachtem stochastischen Modell erreicht wird. Inwieweit sich die positiven Erfahrungen bei der Einzelbildorientierung auch bei der Punktbestimmung im Bildverband realisieren lassen, muß zunächst offen bleiben. Eine reelle Chance für die Einführung eines strengen stochastischen Modells bei der Bündeltriangulation besteht dann, wenn es gelingt, die Korrelationsbeziehungen der Bildkoordinaten durch eine geeignete mathematische Funktion zu beschreiben, so daß der Aufbau einer Kovarianz-Matrix automatisch im Zuge der Ausgleichungsrechnung erfolgen könnte. Denkbar wäre die Berücksichtigung einer empirischen Varianz-Kovarianz-Matrix für die Bündelausgleichung vor allem bei kleinen Bildverbänden, wo die Voraussetzungen für den Ansatz einer Selbstkalibrierung nicht stets gegeben sind.

## VI. SCHLUSSBEMERKUNGEN

Die analytischen Methoden der photogrammetrischen Punktbestimmung haben durch intensive Forschungs- und Entwicklungsarbeit während der letzten anderthalb Jahrzehnte - Mitte der 60er bis Ende der 70er Jahre - ein hohes Leistungsniveau erreicht. Diese Leistungssteigerung ist wesentlich geprägt durch Verbesserungen des mathematischen Modells, insbesondere durch Verfeinerungen des Funktionalmodells. Probleme des stochastischen Modells sind dagegen kaum stärker ins Bewußtsein getreten. Erst mit der Verlagerung der Forschungsaktivitäten auf eine fehlertheoretisch strengere Behandlung der photogrammetrischen Punktbestimmung in jüngster Zeit gewinnen auch stochastische Aspekte zusehends an Aktualität. Dabei wird deutlich, daß in der Vergangenheit das für die Genauigkeitsstruktur des photogrammetrischen Bildes ausschlaggebende Zusammenwirken verschiedenartiger Fehlereinflüsse zu wenig erforscht worden ist und über die stochastischen Eigenschaften der Meßgrößen quantitativ noch zu wenig bekannt ist.

Die vorliegende Arbeit stellt einen Beitrag dar, mit dem der Informationsstand über die Genauigkeitsstruktur des Einzelbildes als der Grundeinheit der photogrammetrischen Punktbestimmung erweitert und verbessert werden sollte. Anhand zweier Serien von Weitwinkel- und Überweitwinkelaufnahmen des Testgebietes Rheidt wurden durch empirisch-statistische Analysen die Varianz- und Kovarianzeigenschaften der Bildkoordinaten innerhalb des Bildes und zwischen verschiedenen Bildern für einen Stichprobenumfang von jeweils ca. 5000 Punkten untersucht. Die Untersuchungen beschränken sich jedoch nicht auf das Fehlermodell allein, sondern es wird durch eine Detailanalyse über systematische Bildfehler auch den neueren Entwicklungen des Funktionalmodells Rechnung getragen. Die Einbeziehung funktionaler und stochastischer Aspekte in die Untersuchungen erlaubt abschließend eine in sich geschlossene Beurteilung über die Eigenschaften sowie über die Leistungsfähigkeit unterschiedlich strenger funktionaler und stochastischer Modelle bei der photogrammetrischen Punktbestimmung.

Die Analyse der Bildkoordinatenfehler hat bei beiden Befliegungen ergeben, daß systematische Bildfehler im Sinne der Statistik darstellbar sind durch einen über den Bildflug konstanten Trendanteil und einem Signalanteil, der die Variation der Bilddeformationen bezeichnet. Der Signalanteil ist umso stärker, je kleiner die Anzahl der Aufnahmen gewählt wird, die gemeinsam eine Subgruppe von Bildern innerhalb des Bildfluges bilden. Im Extremfall übersteigt der Signalanteil bei WW und ÜWW sogar den Trendanteil, wodurch eine relativ starke Variabilität der systematischen Bildfehler angezeigt wird.

Die Homogenität der systematischen Bildfehler innerhalb des Bildes ist allgemein geringer als angenommen. Es konnten Bilddeformationen festgestellt werden, die mit den im Standardfall der Aerotriangulation vorhandenen 9 Punkten pro Bild geometrisch nur unzureichend bestimmbar sind.

Die Korrelationsanalyse lieferte im Ergebnis empirische Varianz-Kovarianz-Matrizen, in denen die stochastischen Eigenschaften der Koordinaten 41 ausgewählt und für das Bild repräsentativer Punkte dargestellt sind. Die empirische Schätzung von Varianzen und Kovarianzen erfolgte der Dualität funktio-

naaler und stochastischer Modelle entsprechend, bei Weitwinkel und Überweitwinkel, für jeweils 4 verschiedene Stufen der Korrektur systematischer Bildfehler.

Die Analyse der Varianzen bzw. Standardabweichungen ergab, daß die Genauigkeit der Bildkoordinaten jeweils deutlich von der Lage eines Punktes im Bild abhängig ist. Die Variation der Standardabweichungen  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  der Bildkoordinaten innerhalb des Bildes erreicht ohne Korrektur systematischer Bildfehler maximal den Faktor 3.4 und geht nach der Kompensation systematischer Fehlereinflüsse bei beiden Kammern auf den Faktor 2 zurück. Als Grenzgenauigkeit (Noise) ergibt sich für die Bildkoordinaten der Weitwinkeltaufnahmen eine mittlere Standardabweichung von 1.7  $\mu\text{m}$ , für die Überweitwinkelbilder beträgt sie 2.6  $\mu\text{m}$ .

Als wichtigste Erkenntnis hinsichtlich der Korrelation der Bildkoordinaten ist der Nachweis zu bezeichnen, daß sich die Korrelation innerhalb des Bildes und zwischen verschiedenen Bildern einer Befliegung in unerwartet hohem Maße konstant verhält. Diese Eigenschaft ist auf eine starke Abhängigkeit der Korrelation von den systematischen Bildfehlern zurückzuführen.

Solange die systematischen Bildfehler nicht korrigiert sind, treten innerhalb des Bildes und zwischen den Bildern eines Bildpaares erhebliche Korrelationen in Erscheinung. Sowohl bei Weitwinkel und Überweitwinkel erreichen die Auto- und Kreuzkorrelationen der Bildkoordinaten Beträge bis zu 85 % (ohne a priori Korrektur bis zu 95 %), wobei jeweils etwa 60 % aller berechneten Korrelationskoeffizienten statistisch signifikant sind. Die Stärke der Korrelation nimmt auch mit wachsendem gegenseitigen Abstand der Bilder nicht ab, sondern ist über alle Bilder eines Films bemerkenswert konstant.

Die Elimination systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung führt zu einem deutlichen Rückgang der Korrelation. Bei Weitwinkel sind noch knapp 50 % aller Korrelationen signifikant, bei ÜWW sogar nur noch etwa 30 %. Der Hauptanteil der noch signifikanten Werte erreicht nur mehr Beträge zwischen 0.2 - 0.4. Die stochastische Abhängigkeit der Bildkoordinaten ist in diesem Falle als gering zu bezeichnen.

Die Anwendung der ermittelten Varianz-Kovarianz-Matrizen auf die Ausgleichung von Einzelbildorientierungen für das untersuchte Bildmaterial Rheidt brachte beträchtliche Genauigkeitssteigerungen für die in das Geländesystem transformierten Lagekoordinaten der Neupunkte. Damit konnte für die Einzelbildorientierung erstmals die Effizienz eines verfeinerten stochastischen Modells anhand empirischer Daten nachgewiesen werden.

Ohne vorherige Korrektur systematischer Bildfehler bewirkt ein strenger stochastischer Ansatz eine um durchschnittlich den Faktor 1.2 - 1.3 höhere Genauigkeit für die Neupunkte im Vergleich zur Näherungsausgleichung mit gleichgenauen und unkorrelierten Bildkoordinaten. Dabei stimmen die mit dem erweiterten stochastischen Modell erreichten Absolutgenauigkeiten bei Weitwinkel und Überweitwinkel jeweils mit denjenigen Werten überein, die sich bei einer Kompensation systematischer Bildfehler durch Testfeldkalibrierung ergeben. Die Zu-

grundelegung eines strengen stochastischen Modells vermag also die Genauigkeit der Einzelbildorientierung in dem gleich hohen Maße zu steigern, wie die Verfeinerung des Funktionalmodells durch Testfeld- oder Selbstkalibrierung.

Nach der Korrektur systematischer Bildfehler läßt sich durch die zusätzliche Berücksichtigung einer Varianz-Kovarianz-Matrix die empirische Koordinatengenauigkeit nicht mehr weiter steigern. Dieses Ergebnis ist insbesondere für die praktische Anwendung von Wichtigkeit, weil erstmals anhand empirischer Daten gezeigt werden konnte, daß bei einer Selbst- oder Testfeldkalibrierung die Annahme eines vereinfachten stochastischen Modells mit gleichgenauen und unkorrelierten Bildkoordinaten tatsächlich zulässig bzw. ausreichend ist, um optimale Genauigkeiten zu erreichen.

Zum Dualismus funktionaler und stochastischer Modelle haben die bei dieser Arbeit angestellten Vergleiche ergeben, daß im Falle a priori korrigierter Bildkoordinaten ein vereinfachtes Funktionalmodell gleichwertig durch ein entsprechend erweitertes stochastisches Modell ersetzbar ist und umgekehrt.

Die Frage der Übertragbarkeit der bei dieser Arbeit gewonnenen Erfahrungen auf andere Bildflüge bzw. auf die Punktbestimmung im Bildverband muß zunächst offen bleiben. In diesem Zusammenhang erscheint jedoch die Tatsache wichtig, daß die wesentlichen Eigenschaften der berechneten Varianzen und Kovarianzen bei beiden Bildflügen übereinstimmen.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung haben damit tatsächlich zu einer Klärung bestehender Fragen beim funktionalen und insbesondere beim stochastischen Modell der photogrammetrischen Punktbestimmung beigetragen. Nach diesem Fortschritt praktischer Art ist für die Forschung auf dem Gebiet der Photogrammetrie ein Stand erreicht worden, von dem aus neue Schritte in Richtung einer besseren theoretischen Fundierung der Aerotriangulation erfolgen können. Daß sich die Forschung auf dem Gebiet der Geodäsie und Photogrammetrie künftig verstärkt dieser Thematik annehmen wird, zeigen bereits die in jüngster Zeit erschienenen theoretischen Beiträge über eine Verfeinerung der Theorie zur Schätzung von Varianz- und Kovarianz-Komponenten (KOCH [43], GRAFAHREND [30], FÜRSTNER [26]).

## LITERATURVERZEICHNIS

- [1] ACKERMANN, F.: Fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit photogrammetrischer Streifentriangulationen. DGK, Reihe C, Heft 87, München 1965.
- [2] ACKERMANN, F.: Testblock Oberschwaben, Program I. Results of Block Adjustment by Independent Models. OEEPE, Publication official No. 8, (1973) S. 87-150.
- [3] ACKERMANN, F.: Ergebnisse kontrollierter Streifen und Blockausgleichungen. Sammlung Wichmann Neue Folge, Band 5, Karlsruhe 1973, S. 179-200.
- [4] ACKERMANN, F.: Zusätzliche Parameter oder Interpolation? Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1 (1976) S. 79-94.
- [5] ACKERMANN, F.: Photogrammetrische Netzverdichtung - das Projekt Appenweier. Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1 (1976) S. 95-112.
- [6] ACKERMANN, F. and SCHILCHER, M.: Auto- and Cross-Correlation of Image Coordinates. Presented Paper, ISP-Commission III-Symposium, Moscow 1978. Nachrichten aus dem Karten- und Vermessungswesen, Reihe II, Heft 36, S. 5-24.
- [7] ACKERMANN, F.: Stand und Tendenzen der numerischen Photogrammetrie. Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 2 (1976) S. 5-24.
- [8] ACKERMANN, F.: Genauigkeitssteigerung durch Berücksichtigung der Korrelation bei der absoluten Orientierung des Bildpaares. DGK, Reihe B, Heft 216, München 1976.
- [9] AHREND, M.: Analyse photogrammetrischer Fehler. Zeiss-Mitteilungen, 4 (1966) S. 62-78.
- [10] ALMOND, J.C., ANTONIOU, J., ROSANOFF, R.A.: FORMAT, A general purpose matrix analysis system in FORTRAN. Handbuch des Rechenzentrums der Universität Stuttgart (1974).
- [11] BAARDA, W.: Statistical Concepts in Geodesy, Netherlands Geodetic Commission, Vol. 2, No. 4, 1967.
- [12] BÄHR, H.G. und RICHTER, R.: Über die Wahl von a priori Korrelationen. ZfV 100 (1975) S. 180-188.
- [13] BAUER, H. und MÜLLER, J.: Height accuracy of blocks and bundle adjustment with additional parameters. Presented paper, ISP-Kongreß Ottawa 1972.
- [14] BROWN, D.C.: Accuracies of Analytical Triangulation in Applications to Cadastral Surveying. Surveying and Mapping, No. 3 (1973) S. 281-302.
- [15] BROWN, D.C.: The bundle adjustment-progress and prospects. Invited paper, Kommission III, ISP-Kongreß Helsinki 1976.
- [16] DÖHLER, M.: Standard-Tests für photogrammetrische Auswertegeräte. Invited paper, Kommission II, ISP-Kongreß Ottawa 1972.
- [17] DORRER, E.: Symposium über Rechnende Photogrammetrie. BuL 41 (1973) S. 57.
- [18] EBNER, H.: Eine Überprüfung der theoretischen Anblockgenauigkeit mit Hilfe eines allgemeineren stochastischen Modells. BuL 39 (1971) S. 118-125.

- |19| EBNER, H.: Comparison of Different Methods of Block Adjustment. OEEPE, Publication official No. 8 (1973) S. 151-174.
- |20| EBNER, H.: Eine Theorie zur Analyse von Kovarianzmatrizen. ZfV 99 (1974) S. 453-461.
- |21| EBNER, H.: Selfcalibrating block adjustment. Invited paper, Kommission III, ISP-Kongreß Helsinki 1976. BuL 44 (1976) S. 128-139.
- |22| EBNER, H.: Blockausgleichung mit Selbstkalibrierung. DGK, Reihe B, Heft 226, München 1977, S. 39-54.
- |23| ELLENBECK, K.H.: Untersuchung zum stochastischen Verhalten von Reseauaufnahmen. Presented paper, Kommission I, ISP-Kongreß Helsinki 1976.
- |24| FINSTERWALDER, R.: Die Berücksichtigung der Erdkrümmung bei der photogrammetrischen Auswertung. ZfV 88 (1963) S. 190-196.
- |25| FÖRSTNER, W.: Die Suche nach groben Fehlern in photogrammetrischen Lageblöcken. DGK, Reihe C, Heft 240, München 1978.
- |26| FÖRSTNER, W.: Eine Optimierung der Schätzung von Varianz-Kovarianz-Komponenten. Manuskript, Stuttgart 1979 (noch nicht veröffentlicht).
- |27| GOTTHARDT, E.: Die Auswirkung unrichtiger Annahmen über die Gewichte und Korrelationen auf die Genauigkeit von Ausgleichungen. ZfV 87 (1962) S. 65-68.
- |28| GOTTHARDT, E.: Genauigkeitsfragen zur analytischen Orientierung von Luftbildern. DGK, Reihe A, Heft 41, München 1962.
- |29| GOTTHARDT, E.: Zusatzglieder bei der Aerotriangulation mit Bündeln. BuL 43 (1975) S. 218-221.
- |30| GRAFAHREND, E.W., SCHAFFRIN, B.: Variance-Covariance-Component Estimation of Helmert Type. Invited paper ASP/ACSM-Meeting Washington 1979.
- |31| GRON, A.: Die simultane Kompensation systematischer Fehler mit dem Münchner Bündelprogramm MBOP. Presented paper, Kommission III, ISP-Kongreß Helsinki 1976.
- |32| GRON, A.: Zur Anwendung der modernen Präzisionsphotogrammetrie in der Netzverdichtung und Katastervermessung. ZfV 104 (1979) S. 85-97.
- |33| HAKKARAINEN, J., RUOTSALAINEN, R.: Checking the planeness of the vacuum cameras and correction of the plates. Abstract book, ISP-Kongreß Helsinki 1976, S. 28-29.
- |34| HAKKARAINEN, J.: On the use of the horizontal goniometer in the determination of the distortion and image quality of aerial wide-angle cameras. Dissertation, Helsinki 1976.
- |35| HALLERT, B.: Weitere Untersuchungen über die Genauigkeitsverteilung der Bildkoordinaten in photogrammetrischen Meßbildern. ZfV 86 (1961) S. 389-392.
- |36| HALLERT, B.: Sources of error in photogrammetry. Willem Schermerhorn Jubilee Volume. Delft 1964, S. 163-176.
- |37| HALLERT, B.: Swedish test fields for aerial photographs. The Photogrammetric Record, 5 (1965) 26, S. 82-94.
- |38| HALWAX, F.: Über Zusammenhänge zwischen Aufnahmetemperatur, Kammerkonstanten und systematischen Fehlern der inneren Orientierung. Photogrammetria 1959/60, S. 2-7.

- [39] HAUG, G.: Analyse und Korrektur systematischer Bildfehler beim OEEPE-Testblock "Oberschwaben". Dissertation, Stuttgart 1979 (noch nicht veröffentlicht).
- [40] HÖPCKE, W.: Korrelationen bei Koordinaten-Höhenbestimmung. Int. Konferenz über Methoden und Instrumente der geod. Netzverdichtung, Sekt. II, Budapest 1970.
- [41] JORDAN/EGGERT/KNEISSL: Photogrammetrie. Handbuch für Vermessungskunde, Bd. IIIa/1-3, Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart 1972.
- [42] KILPELA, E.: Intermediate Report of WG III/3 of the ISP. Symposium Kommission III/ISP Moskau 1978.
- [43] KOCH, K.R.: Schätzung von Varianzkomponenten. AVN 85 (1978) S. 264-269.
- [44] KONECNY, G.: Zukunftsaufgaben der Photogrammetrie. ZfV 99 (1974) S. 527-535.
- [45] KONECNY, G.: Die Bedeutung der Ausgleichsrechnung für die Aufgaben der Photogrammetrie. Abhandlungen der Braunschw. Wiss. Gesellschaft. Bd. XXVII (1977) S. 155-192.
- [46] KRAUS, K.: Interpolation nach kleinsten Quadraten in der Photogrammetrie. BuL 40 (1972) S. 7-12.
- [47] KRAUS, K.: Untersuchung zur Genauigkeit der Interpolation nach kleinsten Quadraten. ZfV 99 (1974) S. 198-205.
- [48] KRAUS, K. und STARK, E.: Flächenhafte Verzeichnungskorrektur in der numerischen Photogrammetrie. BuL 41 (1973) S. 50-56.
- [49] KUBIK, K.: The Effect of Systematic Image Errors in Block Triangulation. ITC Publication A 49, 1971.
- [50] KUPFER, G.: Zur Geometrie des Luftbildes. DGK, Reihe C, Heft 170, München 1971.
- [51] KUPFER, G.: Partial calibration of photogrammetric systems including reseau cameras using a flat test area. Presented paper, Kommission I, ISP Kongreß Helsinki 1976.
- [52] KUPFER, G.: On Accuracy Achieved by Different Triangulation Procedures. Presented paper, Kommission III, ISP-Kongreß Helsinki 1976.
- [53] KUPFER, G. und WEGENER, R.: Deformation von Luftbilddfilmen durch Kopie und Dunkelkammer-Verarbeitung. BuL 41 (1973) S. 97-103.
- [54] LEYONHUFVUD, A.: On Photogrammetric Refraction. Photogrammetria 9 (1952/53) S. 93-113.
- [55] LÖSCHER, W.: Überlegungen zur Wahl von Format und Bildwinkel für die Luftvermessung. Österr. ZfV 51 (1963) S. 140-158 und S. 174-193.
- [56] MARK, P.: Vorschläge zur einheitlichen Bewertung der geometrischen Qualität von Stereokomparatoren. Kompendium Photogrammetrie Band IX, Jena 19, S. 166-181.
- [57] MASSON d'AUTUME: Le Traitement des Erreurs Systématiques dans l'Aérotiangulation. Presented paper of Commission III, ISP-Congress, Ottawa 1972.
- [58] MAUELSHAGEN, L.: Teilkalibrierung eines photogrammetrischen Systems unter Verwendung von Testfeldern. DGK, Reihe C, Heft 236, München 1977.
- [59] MEIER, H.K.: Untersuchungen zur Wahl des Bildwinkels und Bildformates von Luftbildkammern. BuL 32 (1964) S. 83-92.

- [60] MEIER, H.K.: Modellvorstellungen zur Luftbild-Aufnahmedisposition und ihr Vergleich mit praktischen Testergebnissen. BuL 38 (1970) S. 50-62.
- [61] MEIER, H.K.: Über den Einfluß von Flugzeugabschlußgläsern auf die Verzeichnung von Luftbildkammern. Festschrift Lehmann, Hannover 1972, S. 111-121.
- [62] MEIER, H.K.: Zur Filmplanlage in Luftbildkammern. BuL 1 (1972) S. 56-63.
- [63] MEIER, H.K.: Über den Einfluß der Umweltbedingungen auf die Verzeichnung von Luftbildkammern. BuL 2 (1975) S. 69-73.
- [64] MEIER, H.K.: Über die geometrische Genauigkeit von Luftbildkammern. Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 2 (1976) S. 89-103.
- [65] MEISSL, P.: Zusammenfassung und Ausbau der inneren Fehlertheorie eines Punkthaufens. Beiträge zur Theorie der geodätischen Netze im Raum. DGK, Reihe A, Heft 61, S. 8-21, 1969.
- [66] MIKHAIL/ACKERMANN: Observations and Least Squares. IEP-A Dun-Donnelley Publisher, New York 1976.
- [67] MOHL, H.: Vergleichende fehlertheoretische Untersuchungen über die Genauigkeit verschiedener Verfahren der photogrammetrischen Streifentriangulation. DGK, Reihe C, Heft 104, München 1967.
- [68] MOLENAAR, M.: A Program for Preadjustment Error Detection in Independent Model Blocks. Presented paper, ISP Symposium Kommission III, Moskau 1978.
- [69] MORITZ, H.: Least-Squares Collocation. Reviews of Geophysics and Space Physics, Vol. 16, No. 3 (1978) S. 421-430.
- [70] Proceedings vom Symposium der Kommission III/ISP in Stuttgart 1974. DGK, Reihe B, München 1975.
- [71] Proceedings vom ISP-Kongreß Helsinki 1976, Kommission III. Presented papers, Band 3 und 4.
- [72] RINNER, K.: Stand und Ausblick in der Photogrammetrie. Geodätische Woche Köln 1975, Wittwer-Verlag, Stuttgart 1976, S. 204-212.
- [73] ROBERTS, R.G.: Tests of bundle block adjustment for survey coordination. Presented paper, Kommission III, ISP-Kongreß Helsinki 1976.
- [74] SACHS, L.: Angewandte Statistik, 5. Auflage, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1978.
- [75] SCHILCHER, M.: Empirische Analyse und Korrektur systematischer Modellfehler beim OEEPE-Versuch Oberschwaben. Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 1 (1976) S. 37-60.
- [76] SCHILCHER, M.: Some practical examples of systematic errors of stereo-models. Presented paper, Kommission III, ISP-Kongreß Helsinki 1976. Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie der Universität Stuttgart, 3 (1976) S. 79-102.
- [77] SCHMID, H.: Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie. BuL 26 (1958) S. 103-113 und BuL 27 (1959) S. 1-12.
- [78] SCHÜRER, K.: Temperatur- und Aufstellungseinflüsse beim Präzisions-Stereokomparator PSK von Zeiss. BuL 32 (1964) S. 166-173.
- [79] SCHÜRER, K.: Standard-Tests für photogrammetrische Auswertegeräte. Presented paper, Kommission II, ISP-Kongreß, Ottawa 1972.

- |80| SCHÜRER, K.: Genauigkeitseigenschaften photogrammetrischer Modellkoordinaten. NaKaVerm. Reihe I, Heft 54, 1971.
- |81| SCHUT, G.H.: Photogrammetric Refraction. Phot. Engineering 35 (1969) S. 79-86.
- |82| SCHUT, G.H.: On Correction terms for systematic errors in bundle adjustment. BuL 42 (1974) S. 223-229.
- |83| SCHUT, G.H.: Selection of additional parameters for bundle adjustment. Presented paper, Symposium Kommission III/ISP Moskau 1978.
- |84| SCHWARZ/RUTISHAUSER/STIEFEL: Matrizen-Numerik. B.G. Teubner Verlag, Stuttgart 1968.
- |85| SCHWIDEFISKY/ACKERMANN: Photogrammetrie. 7. Auflage, B.G. Teubner Verlag, Stuttgart 1976.
- |86| STANGER, W.: Erfahrungen mit dem Stuttgarter Höhenlinienprogramm - Beschreibung und Ergebnisse. Numerische Photogrammetrie, Sammlung Wichmann Neue Folge, Band 5, Karlsruhe 1973, S. 255-282.
- |87| STARK, E.: Die Genauigkeitsstruktur im photogrammetrischen Einzelmodell. DGK, Reihe C, Heft 193, München 1973.
- |88| STARK, E.: Ergebnisse einer vergleichenden Aerotriangulation mit Planicomp, Mono- und Stereokomparator. BuL 45 (1977) S. 183-189.
- |89| SZANGOLIES, K.: Die rechnerische Korrektur systematischer Bildfehler in der Aerophotogrammetrie. Kompendium Photogrammetrie, Band I, Jena 1963.
- |90| TEGELER, W.: Netzverdichtung durch Aerotriangulation. ZfV 102 (1977) S. 113-117.
- |91| TEMPFLI, K.: Analysis and Simulation of Film Deformation. ITC Journal 1974, Heft 2, S. 111 ff.
- |92| THOMAS, J.: Variation der Bildflughanordnung. Ihre Auswirkung auf die Bündelausgleichung bei Vorliegen zufälliger und systematischer Fehler. DGK, Reihe C, Heft 233, München 1977.
- |93| VISSER, J., LEBERL, F., KURE, J.: OEEPE Oberschwaben Reseau Investigations. OEEPE, Publication official No. 8 (1973) S. 289-318.
- |94| WOLF, H.: Der Einfluß von Korrelationen auf die Unbekannten einer Ausgleichung. Acta Techn. Hung. 52 (1965) S. 441-446.
- |95| WOLF, H.: Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. F. Dümler Verlag, Bonn 1968.
- |96| WOLF, H.: Ausgleichungsrechnung. Formeln zur praktischen Anwendung. F. Dümler Verlag, Bonn 1975.
- |97| WOLF, H.: Die Sonderfälle der diskreten Kollokation. Österreichische Zeitschrift für Vermessungswesen 65 (1977) S. 132-138.
- |98| ZETH, U.: Thermische Einflüsse auf den Kalibrierungszustand von Luftbildkammern. Kompendium Photogrammetrie, Band IX, Jena 1971 S. 44-65.
- |99| ZIEMANN, H.: Preliminary Report of the Working Group on Image Geometry, Working Group Paper, Commission I, ISP-Kongreß Helsinki 1976.
- |100| ZURMÜHL, R.: Matrizen. 4. Auflage, Springer Verlag, Berlin/Göttingen/Heidelberg, 1964.

## ANHANG zu Kapitel IV, Abschnitt 3.3

(Korrelation innerhalb des Bildes)

Korrelationskoeffizientenmatrix R für die 9 Standardpunkte des Bildes  
(vgl. Abb. 4.5, S. 112)

WEITWINKEL

Version: OKSF

Autokorrelation  $R_{xx}$ 

	1	3	5	19	21	23	37	39	41
1	1.00	0.27	-0.16	-0.54	-0.26	0.06	0.44	0.18	-0.53
3		1.00	-0.37	-0.00	0.14	0.22	-0.12	-0.24	-0.16
5			1.00	0.26	0.23	0.18	-0.50	0.14	0.06
19				1.00	0.19	-0.00	-0.51	-0.26	0.52
21					1.00	0.01	-0.25	0.11	-0.12
23						1.00	-0.11	-0.08	0.03
37							1.00	0.24	-0.51
39								1.00	-0.18
41									1.00

Autokorrelation  $R_{yy}$ 

	1	3	5	19	21	23	37	39	41
1	1.00	-0.00	0.48	0.38	-0.30	0.58	0.28	-0.24	0.44
3		1.00	0.35	-0.16	0.20	0.35	-0.13	0.38	-0.28
5			1.00	0.23	-0.39	0.56	0.13	-0.29	0.57
19				1.00	-0.25	0.31	0.39	-0.34	0.22
21					1.00	-0.46	-0.09	0.16	-0.50
23						1.00	0.35	-0.46	0.63
37							1.00	-0.13	0.20
39								1.00	-0.22
41									1.00

Kreuzkorrelation  $R_{xy}$ 

	1	3	5	19	21	23	37	39	41
1	0.50	-0.06	0.87	0.30	-0.52	0.75	0.18	-0.17	0.92
3	-0.09	-0.25	0.65	-0.16	-0.16	0.47	-0.04	-0.06	0.45
5	-0.27	0.20	-0.27	-0.48	0.16	-0.22	-0.39	-0.14	-0.20
19	-0.37	0.20	-0.75	-0.26	0.31	-0.57	-0.37	0.27	-0.72
21	-0.25	0.19	-0.06	-0.23	0.24	-0.12	0.06	0.08	-0.19
23	-0.10	-0.19	0.06	-0.16	-0.12	0.13	0.02	-0.03	0.05
37	0.54	-0.24	0.44	0.54	-0.24	0.57	0.36	-0.42	0.41
39	0.34	0.23	-0.18	0.32	0.07	-0.26	0.28	0.15	-0.25
41	-0.30	0.12	-0.25	-0.45	0.07	-0.26	-0.40	0.32	-0.17

## ANHANG zu Kapitel IV, Abschnitt 3.3

(Korrelation innerhalb des Bildes)

Korrelationsmatrix R für die 9 Standardpunkte des Bildes  
(vgl. Abb. 4.5, S. 112)

ÜBERWEITWINKEL

Version: OKSF

Autokorrelation  $R_{xx}$ 

	1	3	5	19	21	23	37	39	41
1	1.00	-0.15	-0.53	-0.68	-0.43	0.45	0.57	0.55	-0.21
3		1.00	0.14	0.01	0.06	-0.09	-0.04	-0.05	0.18
5			1.00	0.54	0.48	-0.37	-0.77	-0.35	0.36
19				1.00	0.50	-0.52	-0.79	-0.83	0.29
21					1.00	-0.44	-0.48	-0.47	0.35
23						1.00	0.47	0.37	-0.53
37							1.00	0.69	-0.28
39								1.00	-0.36
41									1.00

Autokorrelation  $R_{yy}$ 

	1	3	5	19	21	23	37	39	41
1	1.00	0.19	-0.58	0.20	-0.23	0.24	0.17	-0.53	0.29
3		1.00	-0.57	-0.26	-0.13	0.22	0.12	0.20	0.40
5			1.00	0.13	-0.09	-0.16	-0.58	-0.29	-0.40
19				1.00	-0.08	0.01	0.18	-0.32	0.17
21					1.00	-0.05	-0.19	0.14	-0.11
23						1.00	0.30	0.18	0.10
37							1.00	-0.37	0.62
39								1.00	-0.00
41									1.00

Kreuzkorrelation  $R_{xy}$ 

	1	3	5	19	21	23	37	39	41
1	0.32	0.12	-0.60	0.26	-0.25	0.33	0.04	-0.22	0.65
2	-0.16	0.03	0.09	-0.01	-0.08	0.14	-0.12	0.15	0.04
5	-0.39	-0.45	0.34	0.11	-0.01	-0.23	-0.72	-0.29	-0.30
19	-0.49	0.12	0.65	-0.39	0.17	-0.41	-0.22	0.43	-0.66
21	-0.51	-0.36	0.51	-0.16	0.07	-0.16	-0.23	0.12	-0.45
23	0.17	0.40	-0.57	-0.17	0.23	0.23	0.21	0.28	0.42
37	0.55	-0.13	-0.98	0.39	-0.18	0.36	0.22	-0.48	0.76
39	0.61	0.12	-0.49	0.32	-0.04	-0.02	0.23	-0.37	0.37
41	-0.21	-0.31	0.40	0.07	-0.17	-0.13	-0.28	-0.22	-0.25